

# Modelado, Dimensionamiento y Control de un Convertidor Undimotriz tipo Brazo-Flotador Oscilante



---

I C Y T E

Eugenio Martin Gelos

Instituto de Investigaciones Científicas y Tecnológicas en Electrónica  
(ICYTE)

Universidad Nacional de Mar del Plata (UNMDP)

Director: Dr. Marcos Gabriel Judewicz

Co-Director: Dr. Daniel Oscar Carrica

Requerimiento para obtener el título de

*Doctor en Ingeniería*

Julio 2024



RINFI es desarrollado por la Biblioteca de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Mar del Plata.

Tiene como objetivo recopilar, organizar, gestionar, difundir y preservar documentos digitales en Ingeniería, Ciencia y Tecnología de Materiales y Ciencias Afines.

A través del Acceso Abierto, se pretende aumentar la visibilidad y el impacto de los resultados de la investigación, asumiendo las políticas y cumpliendo con los protocolos y estándares internacionales para la interoperabilidad entre repositorios



Esta obra está bajo una [Licencia Creative Commons Atribución- NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/).

# Modelado, Dimensionamiento y Control de un Convertidor Undimotriz tipo Brazo-Flotador Oscilante



---

I C Y T E

Eugenio Martin Gelos

Instituto de Investigaciones Científicas y Tecnológicas en Electrónica  
(ICYTE)

Universidad Nacional de Mar del Plata (UNMDP)

Director: Dr. Marcos Gabriel Judewicz

Co-Director: Dr. Daniel Oscar Carrica

Requerimiento para obtener el título de

*Doctor en Ingeniería*

Julio 2024



# Resumen

La energía de las olas posee un potencial significativo como fuente de energía renovable, lo que ha impulsado el desarrollo de diversas tecnologías de convertidores undimotrices (WEC) a lo largo de los años. Dentro de la gran variedad existente, los absorbedores puntuales han ganado popularidad recientemente. A pesar de esto, actualmente no se ha alcanzado una convergencia en el diseño de estas tecnologías, y sigue siendo un tema de investigación incipiente. Los WEC transforman la energía mecánica de las olas en una forma más conveniente, típicamente eléctrica, a través de la unidad de extracción de potencia (PTO). Existen diversas tecnologías de PTO, siendo las más comunes la neumática, hidráulica y mecánica. Las propiedades y características del PTO influyen significativamente en el comportamiento dinámico del WEC, en la eficiencia de absorción de energía, el mantenimiento y en la capacidad de supervivencia del dispositivo.

Para analizar de manera integral y controlar efectivamente la extracción de energía en los sistemas de conversión undimotriz, es esencial contar con un modelo dinámico apropiado. Dicho modelo desempeña un papel central en el diseño, optimización, parametrización y determinación de la capacidad de absorción de potencia del WEC. Además, permite realizar pruebas sistemáticas de diferentes estrategias de control con el objetivo de maximizar la captura de energía.

Esta tesis se centra en el modelado, diseño y control de convertidores de energía de las olas del tipo absorbedores puntuales de brazo-flotador oscilante. En particular, se estudia el modelado y control de convertidores que poseen un PTO mecánico basado en un rectificador de movimiento (MMR). Considerando las múltiples dificultades a abordar, se propone un diseño específico de un WEC tipo brazo-flotador oscilante con un PTO basado en MMR y se detalla cómo cada etapa del convertidor intenta superar los desafíos inherentes a la conversión de energía de las olas.

En primer lugar, se propone un método de dimensionamiento para convertidores de energía de las olas tipo brazo-flotador oscilante, basado en un modelo hidrodinámico semiparamétrico. Este enfoque permite relacionar

el clima de olas con los parámetros del dispositivo, facilitando su diseño y optimización. Además, se presenta un método para determinar la capacidad del dispositivo, con el objetivo de evitar el sobredimensionamiento de la potencia instalada. El enfoque de diseño busca mejorar el rendimiento y la eficiencia de los sistemas de conversión de energía undimotriz, adaptándolos adecuadamente al clima de olas del sitio de instalación seleccionado.

Asimismo, se presenta un nuevo modelo dinámico para dispositivos basados en MMR de entrada única y salida única (SISO). A través del modelo propuesto, se resuelven las limitaciones de las formulaciones existentes que afectan la precisión en la representación de la respuesta dinámica y restringen las estrategias de control posibles. A lo largo del estudio, se describen rigurosamente todas las no linealidades asociadas a estos sistemas, se introducen sus diversos modos de transmisión junto con sus condiciones de conmutación, integrándolos en un conjunto conciso de ecuaciones de movimiento generalizadas. Además, se incorpora un modelo de fricción no lineal completo al modelo propuesto y se proporciona un método para controlar activamente los diversos modos de transmisión introducidos. Se desarrolla un algoritmo que permite la implementación numérica del modelo propuesto y se introduce un procedimiento de identificación basado en pruebas experimentales y esquemas de optimización para determinar los parámetros del modelo que representan un dispositivo MMR real. Una vez identificada la planta, se valida el modelo propuesto al comparar simulaciones numéricas con resultados experimentales, demostrando su capacidad para replicar la respuesta dinámica no lineal característica de los dispositivos que incorporan un MMR. El modelo resultante proporciona una descripción dinámica más precisa que las formulaciones actuales y sirve como un enfoque de modelado unificado para cualquier dispositivo basado en un MMR SISO.

Adicionalmente, se presenta una nueva analogía circuital para el modelado de WECs basados en MMR, incluyendo una representación eléctrica del modelo de fricción implementado, superando las limitaciones de los circuitos existentes. A partir de la analogía propuesta, se deducen también expresiones para las no linealidades intrínsecas del MMR y se verifica analíticamente y experimentalmente la equivalencia del circuito derivado

con el modelo generalizado de MMRs SISO. Se demuestra la eficacia de la analogía eléctrica derivada al simular y controlar sistemas PTO en aplicaciones de energía de las olas, especializando el circuito para representar un WEC tipo brazo-flotador oscilante y una carga controlada. En este contexto, se compara el rendimiento del control reactivo en el WEC con MMR con un dispositivo lineal clásico, evidenciando el impacto de las no linealidades introducidas por el MMR en el control reactivo. Además, se realiza una optimización no lineal en el dominio del tiempo para la carga controlada del WEC basado en MMR, considerando las frecuencias de olas más comunes encontradas en la naturaleza. De este modo, se destaca la utilidad y eficacia de la analogía eléctrica para modelar y diseñar estrategias de control en dispositivos con MMR en aplicaciones de energía de las olas.

En conjunto, el estudio presentado a lo largo de esta tesis contribuye al avance en el diseño, modelado y control de sistemas de conversión de energía de las olas tipo brazo-flotador oscilante que integran un PTO basado en un rectificador mecánico de movimiento.

# Índice general

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Energía de las Olas . . . . .	2
1.1.1. Estudio del Recurso de Olas . . . . .	3
1.1.1.1. Aprovechamiento de la Energía de las Olas . . . . .	7
1.2. Convertidores de Energía de las Olas . . . . .	10
1.2.1. Breve Revisión del Desarrollo de los WECs . . . . .	10
1.2.2. Desafíos de los Convertidores de Energía de las Olas . . . . .	12
1.2.2.1. Capacidad de Supervivencia . . . . .	12
1.2.2.2. Costos de Fabricación, Instalación y Mantenimiento .	13
1.2.2.3. Tecnología del Convertidor de Energía de las Olas y su PTO . . . . .	13
1.2.3. Clasificación de los Convertidores de Energía de las Olas . . .	15
1.2.3.1. Sitio de Instalación . . . . .	15
1.2.3.2. Tamaño y Orientación del Dispositivo Respecto a las Olas . . . . .	16
1.2.3.3. Principio de Funcionamiento en la Captación de Energía de las Olas . . . . .	18
1.2.4. Tecnologías del PTO . . . . .	21
1.2.4.1. PTO basado en Sistemas Hidráulicos . . . . .	22
1.2.4.2. Turbinas de Aire . . . . .	24
1.2.4.3. Turbinas Hidroeléctricas . . . . .	25
1.2.4.4. PTO basado en Sistemas Directos de Transmisión Eléctri- ca . . . . .	27
1.2.4.5. PTO basado en Sistemas Directos de Transmisión Mecáni- ca . . . . .	28
1.2.5. Etapas de Conversión de Energía de un WEC . . . . .	31
1.2.6. Convertidor de Energía de las Olas Propuesto . . . . .	34



1.3.	Modelado y Control de Convertidores de Energía de las Olas . . . . .	37
1.3.1.	Modelado de PTOs basados en un MMR y sus Requisitos para el Control . . . . .	40
1.3.2.	Modelo Hidrodinámico: Etapa de Absorción del WEC . . . . .	42
1.3.2.1.	Modelo Hidrodinámico de Cummins . . . . .	43
1.3.2.2.	Comparación entre Modelos en el Dominio del Tiempo y la Frecuencia . . . . .	45
1.3.3.	Estrategias de Control para WECs . . . . .	46
1.3.3.1.	Control Clásico . . . . .	46
1.3.3.2.	Estrategias de Control Moderno . . . . .	48
1.4.	Estructura de la Tesis . . . . .	50
<b>2.</b>	<b>Método de Dimensionamiento de un Convertidor Undimotriz tipo Brazo-Flotador Oscilante</b>	<b>55</b>
2.1.	Introducción . . . . .	55
2.2.	Metodología Propuesta . . . . .	57
2.3.	Primer Paso: Modelo Hidrodinámico Semi-paramétrico . . . . .	59
2.3.1.	Torque de Excitación . . . . .	61
2.3.2.	Torque de Radiación . . . . .	61
2.3.3.	Torque de Restitución . . . . .	62
2.3.3.1.	Coefficiente de Restitución . . . . .	63
2.3.4.	Ecuación Dinámica Linealizada . . . . .	64
2.3.5.	Determinación de la Posición de Equilibrio . . . . .	65
2.3.5.1.	Influencia del Calado del WEC . . . . .	65
2.3.5.2.	Restricción de Masas en Equilibrio . . . . .	67
2.4.	Segundo Paso: Matrices Características . . . . .	68
2.4.1.	Matriz de Ocurrencia de Olas . . . . .	68
2.4.2.	Matriz de Potencia del WEC . . . . .	69
2.4.2.1.	Estimación de Potencia . . . . .	70
2.4.2.2.	Diagrama de Budal . . . . .	71
2.4.2.3.	Confección de la Matriz de Potencia del WEC . . . . .	73
2.4.3.	Matriz de Energía . . . . .	73
2.5.	Tercer Paso: Dimensionamiento del WEC . . . . .	74
2.5.1.	Potencia de Dimensionamiento . . . . .	74
2.5.2.	Definición de Masas y Frecuencia de Resonancia del WEC . . . . .	75

2.6.	Conclusiones . . . . .	77
<b>3.</b>	<b>Modelo Generalizado de un PTO Mecánico basado en un MMR</b>	<b>79</b>
3.1.	Introducción . . . . .	80
3.2.	Limitaciones del Modelo del MMR . . . . .	83
3.2.1.	Restricción del Modelo de Torque de Salida . . . . .	83
3.2.2.	Limitaciones en la Definición de la Condición de Desacoplamiento del MMR . . . . .	84
3.2.3.	Omisión del Modo de Transmisión Bloqueado . . . . .	85
3.2.4.	Falta de Consideración de la Restricción de Transmisión de Potencia Unidireccional . . . . .	86
3.3.	Modelo Integral de un MMR . . . . .	86
3.3.1.	Dinámica de los OWBs . . . . .	88
3.3.2.	Restricciones Cinemáticas . . . . .	91
3.3.3.	Modos de Transmisión basados en Velocidad del MMR . . . . .	92
3.3.4.	Transmisión de Potencia . . . . .	94
3.3.5.	Modelado Dinámico de los Modos de Transmisión Acoplados . . . . .	95
3.3.5.1.	Modo de Transmisión Dinámico . . . . .	95
3.3.5.2.	MMR Estático: Modo de Transmisión Bloqueado . . . . .	97
3.3.5.3.	MMR Estático: Modo de Transmisión Desbloqueado . . . . .	100
3.3.5.4.	Condición de Desacoplamiento . . . . .	102
3.3.5.5.	Modo de Transmisión de Potencia y Stand-by . . . . .	104
3.3.5.6.	Ecuaciones Acopladas de Movimiento . . . . .	105
3.3.6.	Ecuaciones Desacopladas de Movimiento . . . . .	105
3.3.7.	Ecuaciones Generalizadas de Movimiento . . . . .	106
3.3.8.	Ecuaciones de Balance de Potencia . . . . .	108
3.3.9.	Torque de Salida como Entrada de Control . . . . .	109
3.3.10.	Modelo de Fricción No Lineal de un MMR . . . . .	111
3.3.10.1.	Modelo de Fricción Equivalente . . . . .	113
3.3.10.2.	Modelo de Fricción Simplificado . . . . .	114
3.4.	Verificación del Modelo . . . . .	114
3.4.1.	Implementación Numérica del Modelo del MMR . . . . .	115
3.4.2.	Simulación . . . . .	117
3.5.	Validación Experimental del Modelo . . . . .	124
3.5.1.	Configuración del Banco de Pruebas Experimental . . . . .	124
3.5.2.	Identificación Paramétrica . . . . .	126

3.5.2.1.	Paso 1: Pruebas con Velocidad Constante . . . . .	127
3.5.2.2.	Paso 2: Pruebas con Velocidad Variable . . . . .	130
3.5.2.3.	Paso 3: Pruebas Estáticas . . . . .	134
3.5.2.4.	Paso 4: Pruebas a Bajas Velocidades . . . . .	137
3.5.3.	Pruebas Experimentales . . . . .	139
3.5.3.1.	Prueba 1 . . . . .	139
3.5.3.2.	Prueba 2 . . . . .	143
3.6.	Discusión . . . . .	146
3.6.1.	Modelado del Torque de Salida . . . . .	146
3.6.2.	Definición de la Condición de Desacoplamiento . . . . .	148
3.6.3.	Modelado del Modo de Transmisión Bloqueado . . . . .	150
3.6.4.	Consideración de la Restricción de Transmisión de Potencia Unidireccional . . . . .	152
3.7.	Conclusiones . . . . .	152
<b>4.</b>	<b>Modelo Circuitual y Análisis de Control Reactivo de un WEC con un PTO basado en un MMR</b> . . . . .	<b>155</b>
4.1.	Introducción . . . . .	156
4.2.	Modelado del PTO basado en un MMR . . . . .	159
4.2.1.	Dinámica de los OWBs . . . . .	160
4.2.2.	Restricciones Cinemáticas: Conexión entre Bloques . . . . .	161
4.2.3.	Modelado de los Componentes Fundamentales . . . . .	162
4.2.3.1.	Modelo de los rodamientos unidireccionales . . . . .	162
4.2.3.2.	Modelo de un arreglo de dos engranajes . . . . .	163
4.2.4.	Síntesis del Circuito MMR . . . . .	164
4.2.4.1.	Modelo No Lineal de Fricción . . . . .	165
4.2.4.2.	Integración de los Componentes de Fricción en la Ana- logía Circuitual del MMR . . . . .	166
4.2.5.	No Linealidades del Circuito del MMR . . . . .	167
4.3.	Resultados Experimentales . . . . .	171
4.4.	Control de un WEC tipo Brazo-Flotador Oscilante con un PTO Basado en un MMR . . . . .	176
4.4.1.	Modelado de la Etapa de Absorción: Sistema de Entrada . . . . .	176
4.4.1.1.	Analogía Eléctrica . . . . .	178
4.4.2.	Carga Controlada: Sistema de Salida . . . . .	180
4.4.3.	Implementación del Control Reactivo . . . . .	181

4.4.3.1.	Control Reactivo en un WEC sin MMR . . . . .	182
4.4.3.2.	Control Reactivo en un WEC basado en un MMR . . . . .	184
4.4.4.	Optimización de la Carga Controlada del WEC basado en un MMR . . . . .	187
4.5.	Conclusiones . . . . .	189
<b>5.</b>	<b>Conclusiones y Trabajos Futuros</b>	<b>192</b>
5.1.	Trabajos Futuros . . . . .	197
<b>A.</b>	<b>Modelado de las Olas</b>	<b>199</b>
A.1.	Olas Regulares . . . . .	199
A.1.1.	Relación de Dispersión, Velocidad de Fase y de Grupo . . . . .	201
A.1.2.	Energía . . . . .	202
A.2.	Olas Irregulares . . . . .	203
A.2.1.	Interpretación Física del Espectro de Densidad de Varianza de las Olas . . . . .	205
A.2.2.	Alturas y Períodos Característicos . . . . .	206
A.2.3.	Espectros de Densidad de Varianza Estándar . . . . .	207
<b>B.</b>	<b>WEC tipo Brazo-Flotador Oscilante con un PTO Mecánico basado en un MMR</b>	<b>208</b>
B.1.	Tecnología del Power Take-off . . . . .	208
B.1.1.	Etapa 3: Transmisión . . . . .	209
B.1.1.1.	Disociación de Ejes . . . . .	209
B.1.1.2.	Freno Principal . . . . .	210
B.1.1.3.	Multiplicación Primaria . . . . .	210
B.1.1.4.	Rectificador Mecánico de Movimiento (MMR) . . . . .	210
B.1.1.5.	Cambios de Marcha . . . . .	212
B.1.1.6.	Volante de Inercia . . . . .	213
B.1.2.	Etapa 4: Generación . . . . .	213
B.1.3.	Etapa 5: Acondicionamiento . . . . .	214
<b>C.</b>	<b>Modelo de Fricción del MMR</b>	<b>215</b>
C.1.	Torques Externos Aplicados a los OWBs . . . . .	215
C.2.	Definiciones del Modelo de Fricción Equivalente . . . . .	217
	<b>Bibliografía</b>	<b>220</b>

# Capítulo 1

## Introducción

La creciente demanda energética a nivel mundial y la imperiosa necesidad de proteger el medio ambiente hacen que la utilización de combustibles fósiles sea cada vez menos atractiva. Por el contrario, las energías renovables distribuidas, como la hidroeléctrica de pequeña escala, la energía eólica, solar, geotérmica y undimotriz, no solo tienen un impacto ambiental reducido, sino que también son recursos naturales abundantes.

En este contexto, a través del Acuerdo de París, 195 países, incluida la Argentina, se han comprometido a alcanzar cero emisiones netas de carbono hacia mediados de siglo, estableciendo la “neutralidad de carbono para 2050” como una de las metas más urgentes a abordar a nivel mundial. A pesar de este compromiso, el suministro de energía sigue dependiendo en gran medida de la quema de combustibles fósiles y se proyecta que aumente anualmente en un 1 % hasta 2040 [1]. En particular, en la Argentina actualmente la potencia instalada total es de 43,5 GW, de los cuales aproximadamente el 38 % (16,67 GW) corresponde a energías renovables [2]. No obstante, esta cifra se reduce al 13,5 % si no se contabilizan los aprovechamientos hidroeléctricos mayores a 50 MW. Más aún, la generación total de energía del año 2023 fue de 20128,8 GW, de los cuales solo el 14,3 % proviene de fuentes renovables de energía distribuidas. Esta situación dista significativamente de los compromisos asumidos y también provoca que el costo de la energía fluctúe considerablemente con el precio de los combustibles fósiles. A pesar de esto, la Argentina posee grandes extensiones territoriales con posibilidades para el aprovechamiento de sus recursos renovables, por lo que existe un potencial significativo para aumentar la participación de la energía renovable dentro de la matriz energética. En este sentido, la explotación eficiente de la energía proveniente de los recursos renovables distribuidos adquiere una importancia significativa para el progreso socio-productivo y la soberanía energética de la República Argentina.

En el contexto actual, tanto Argentina como otros países se enfrentan a una creciente demanda de energía que los aleja de los compromisos de reducción de emisiones de carbono adquiridos. Por consiguiente, se observa una brecha cada vez más pronunciada entre los objetivos establecidos en el Acuerdo de París y las acciones necesarias para alcanzarlos. Por lo tanto, para poder lograr efectivamente la neutralidad de carbono, resulta necesaria una transformación significativa en la matriz energética y el tipo de recursos utilizados.

En particular, las olas oceánicas tienen un enorme potencial energético que aún se encuentra desaprovechado [3]. En comparación con otras fuentes de energía limpia, como la eólica o solar, el potencial del recurso de olas es significativamente superior [4, 5, 6]. En este sentido, la energía undimotriz se conforma como un recurso capaz de contribuir de manera decisiva en la reducción de emisiones de carbono, abordando los Objetivos de Desarrollo Sustentable de las Naciones Unidas [7] número 7 (energía asequible y limpia), 11 (ciudades y comunidades sostenibles) y 13 (acción climática). De hecho, para alcanzar el “Marco de Clima y Energía 2030” [8] y los objetivos de la “Hoja de Ruta 2050” [9], la Unión Europea (UE) fomenta en gran medida el desarrollo del campo de las energías renovables oceánicas [10, 11], ya que pueden mitigar la dependencia de los combustibles fósiles, contribuyendo directamente a los objetivos de descarbonización para 2030 y 2050.

Por otro lado, las tecnologías y dispositivos actuales de conversión undimotriz (WEC) aún no han demostrado de forma consistente su capacidad para aprovechar la energía de las olas a un costo lo suficientemente reducido como para alcanzar la viabilidad comercial. Desde una perspectiva general, la energía de olas es un área que se encuentra en activo desarrollo científico-tecnológico, alimentado en gran medida por el alto impacto positivo que podría tener en la matriz de generación de energía sustentable y libre de carbono. Las actividades actuales de investigación y desarrollo (I+D) se centran principalmente en la evaluación del recurso de las olas, el desarrollo de convertidores undimotrices e innovación en la tecnología asociada a la unidad de extracción de potencia (PTO), y el modelado hidrodinámico y diseño del control de absorción de energía asociado [4]. A continuación se provee una breve introducción a estos aspectos.

## 1.1. Energía de las Olas

La energía undimotriz presenta algunas características destacables [4]:

- Exhibe una alta densidad energética, más de 10 veces superior a la energía eólica y solar.
- Posee una alta disponibilidad temporal, alcanzando hasta el 90 %, en comparación con el rango del 20 – 30 % de la energía eólica y solar.
- Genera un bajo impacto ambiental.
- Puede integrarse con centrales eólicas o solares preexistentes como recurso complementario para estabilizar la producción energética y reducir la variabilidad.
- Su elevado nivel de previsibilidad proporciona mayor flexibilidad en la gestión y planificación energética.

De esta manera, la energía de las olas se constituye como un recurso sumamente atractivo para su aprovechamiento. Asimismo, para alcanzar un nivel de madurez superior en el desarrollo de los WECs actuales, es vital realizar una precisa cuantificación del potencial del recurso. Esta evaluación posibilita estimar la viabilidad comercial a largo plazo de la tecnología y determinar el valor de la inversión en la energía de las olas, promoviendo así el avance hacia un mayor nivel de madurez tecnológica.

### **1.1.1. Estudio del Recurso de Olas**

La evaluación de la energía de las olas a nivel mundial ha estado recibiendo una creciente atención recientemente. No obstante, el debate en torno a la cifra global del recurso de las olas sigue estando sujeto a discusión. Aunque existen numerosas estimaciones disponibles, en general solo poseen una buena resolución para algunos países específicos, reduciendo su precisión en una escala global. En general, se estima que la potencia global de las olas en alta mar varía entre 1 y 10 TW [12, 13]. Según el Consejo Mundial de Energía [14], el recurso económicamente explotable podría alcanzar un máximo de 2000 TWh/año [15], cifra que se encuentra en el mismo orden de magnitud que el consumo global de energía eléctrica. Por otro lado, el Informe Especial sobre Fuentes de Energía Renovable del IPCC [3], basado en datos de [16], proporciona una estimación global de 32000 TWh/año y, por primera vez, una distribución regional global junto con un potencial teórico que es un 8 % menor debido a niveles de potencia bajos considerados no utilizables. El amplio rango de valores y discrepancias existentes pueden explicarse principalmente por: (1) la gran diversidad en los datos, períodos de tiempo de cálculo y las fuentes utilizadas, (2) discretizaciones

distintas para la línea costera frente al océano y (3) si se considera o no la dirección de las olas [17].

Más recientemente, en el trabajo [18] se analizan los datos de NOAA WaveWatch III durante un período de 6 años, comprendidos entre 2005 y 2011, para calcular el potencial de energía de las olas. Los resultados se presentan por país, continente, hemisferio y para el globo terráqueo en general. La Figura 1.1 muestra la distribución global de la densidad de potencia media anual. Las flechas en el gráfico denotan la dirección media de los vectores de densidad de potencia. En dicha representación puede apreciarse que las ubicaciones de mayor interés para la energía de las olas se encuentran en la costa oeste de las masas terrestres, ya que las olas fluyen principalmente de oeste a este. Adicionalmente, la energía de las olas se encuentra predominantemente entre las líneas de latitud 40 y 60 al norte y al sur, con una mayor proporción en el hemisferio sur. Esta figura se corresponde satisfactoriamente con las producidas en los trabajos [19, 20].

Además, en el estudio [18], se incluye el cálculo de la potencia total transferida hacia las masas terrestres al integrar la densidad de potencia a lo largo de una superficie que se extiende a 30 millas náuticas desde la línea costera de cada continente, como se muestra en la Figura 1.1. En dicho trabajo se estima que el recurso teórico de potencia de las olas correspondiente a las líneas costeras oceánicas del mundo es de  $2,11 \pm 0,05$  TW con un nivel de confianza del 95 %, y cantidades iguales en los hemisferios norte y sur.

Por otro lado, en el estudio [17], se examina el potencial de energía de las olas y su variabilidad temporal en diversas escalas de tiempo, evaluando las modificaciones a lo largo de intervalos que abarcan desde meses hasta décadas. En la Figura 1.2 se representa la potencia media estacional de las olas, definiendo cada estación en bloques de tres meses: diciembre a febrero (DJF), marzo a mayo (MAM), junio a agosto (JJA) y septiembre a noviembre (SON). El conjunto de datos utilizado abarca 61 años, comprendidos entre 1948 y 2008, y se corrige con observaciones altimétricas para representar con precisión la evolución temporal y la magnitud de la potencia de las olas. Los resultados indican un pico invernal (DJF) en el Hemisferio Norte (HN) con valores superiores a 140 kW/m y una marcada disminución durante el verano (JJA) con valores de aproximadamente 30 kW/m. De manera similar, en el Hemisferio Sur (HS), los valores máximos también superan los 140 kW/m durante el invierno austral (JJA). Las condiciones medias en el HS durante el verano austral (DJF; valores medios superiores a 60 kW/m) son mayores que en el HN durante su verano correspondiente.



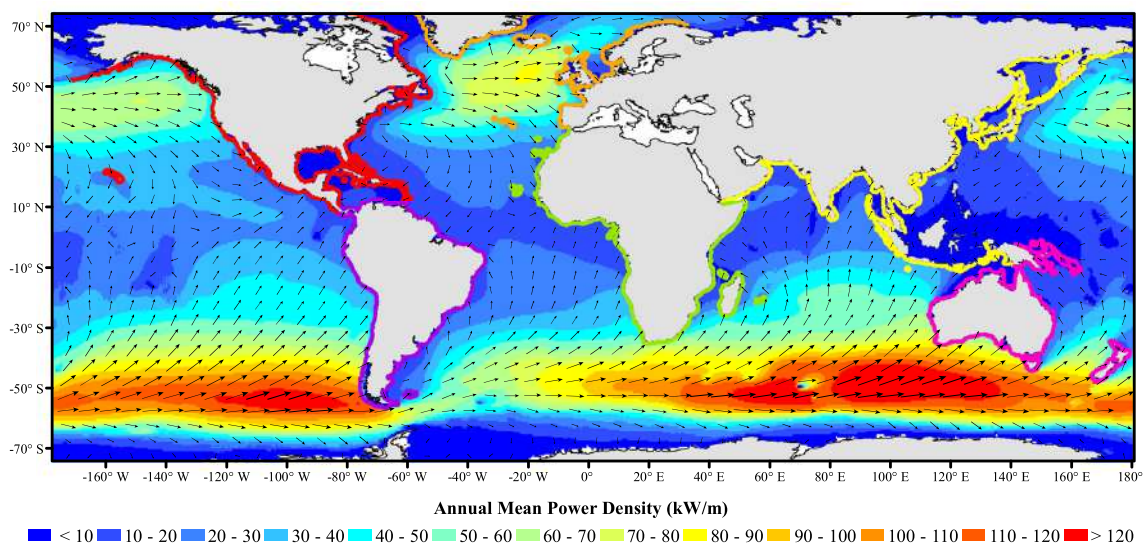


Figura 1.1: Representación de la densidad media anual de potencia de las olas y la dirección media anual ( $\rightarrow$ ). También se muestran las superficies tomadas respecto de las masas terrestres utilizadas para cuantificar el recurso, coloreadas por continente [18].

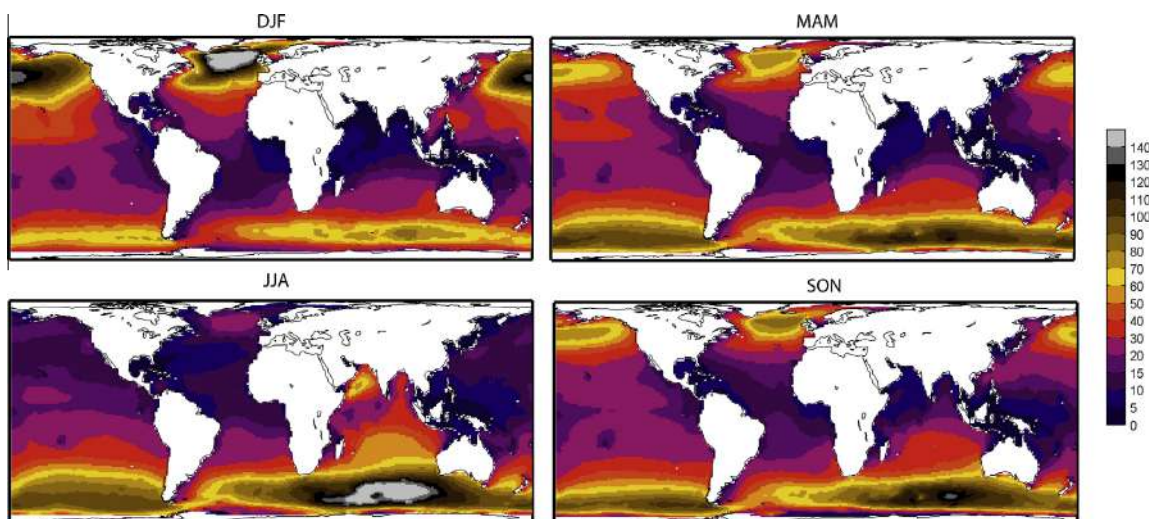


Figura 1.2: Potencia media estacional de las olas (kW/m), calculada desde 1948 hasta 2008. Las estaciones se clasifican en grupos de 3 meses: DJF – diciembre, enero y febrero; MAM – marzo, abril y mayo; JJA – junio, julio y agosto; SON – septiembre, octubre y noviembre [17].

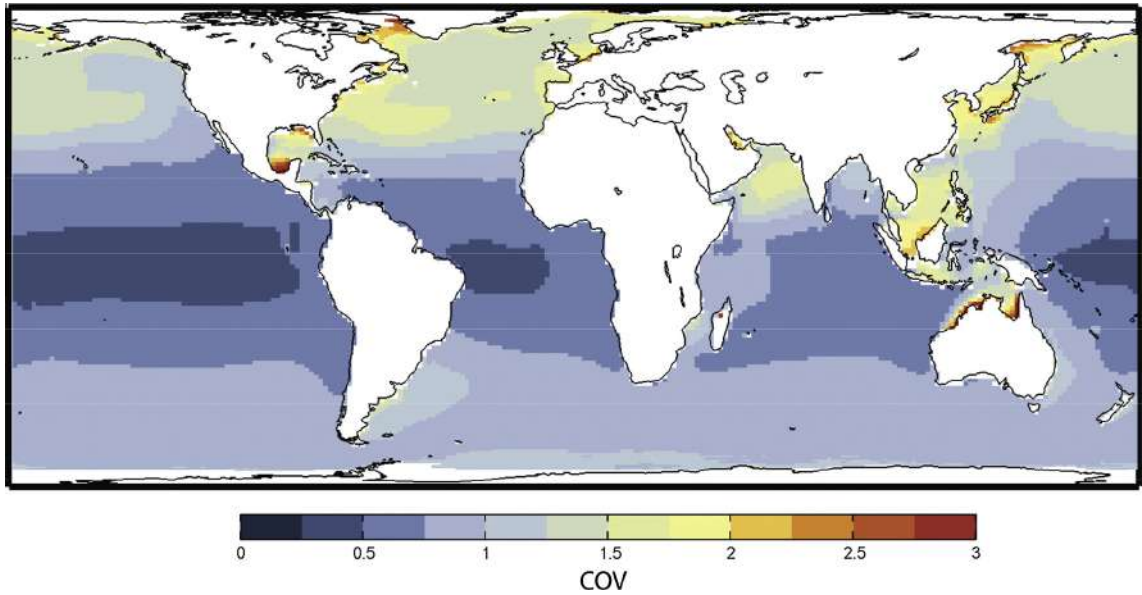


Figura 1.3: Coeficiente de variabilidad anual de los recursos energéticos (COV), calculado desde 1948 hasta 2008. [17].

Más aún, [17] calcula la variabilidad anual del recurso mediante el denominado coeficiente de variación (COV; [19]), obtenido a partir de la desviación estándar ( $\sigma$ ) y el valor medio ( $\mu$ ) de la siguiente manera:

$$COV = \frac{\sigma}{\mu} \quad (1.1)$$

La distribución global de este coeficiente se presenta en la Figura 1.3. Los resultados allí mostrados mantienen grandes similitudes con los patrones obtenidos en [19], quien utiliza un período de simulación de 10 años. Pese a las similitudes generales, se detectan también algunas diferencias en el Golfo de México y una mayor variabilidad en el hemisferio norte. Nótese que la variabilidad del recurso presenta un patrón latitudinal, con excepciones en cuencas semicerradas y en el Mar Arábigo debido a la generación de olas monzónicas entre junio y julio.

Adicionalmente, este estudio presenta dos estimaciones de la potencia de olas que fluye hacia las masas terrestres (similar al estudio de [18]): una considerando el flujo de energía de las olas o direccionalidad, y otra omitiendo esta característica del recurso. Para el primer caso, la potencia de las olas teórica mundial se estima en 16000 TWh/año (aproximadamente 1,8 TW). Este valor se compara razonablemente con las cifras encontradas en [18], en donde se estiman 18000 TWh/año utilizando diferentes datos, período de tiempo y discretización de la línea costera. Más aún, la desviación estándar reportada en [17] es de aproximadamente 1200 TWh/año, mientras que la tasa media de cambio se encuentra alrededor de 58 TWh/año, lo que

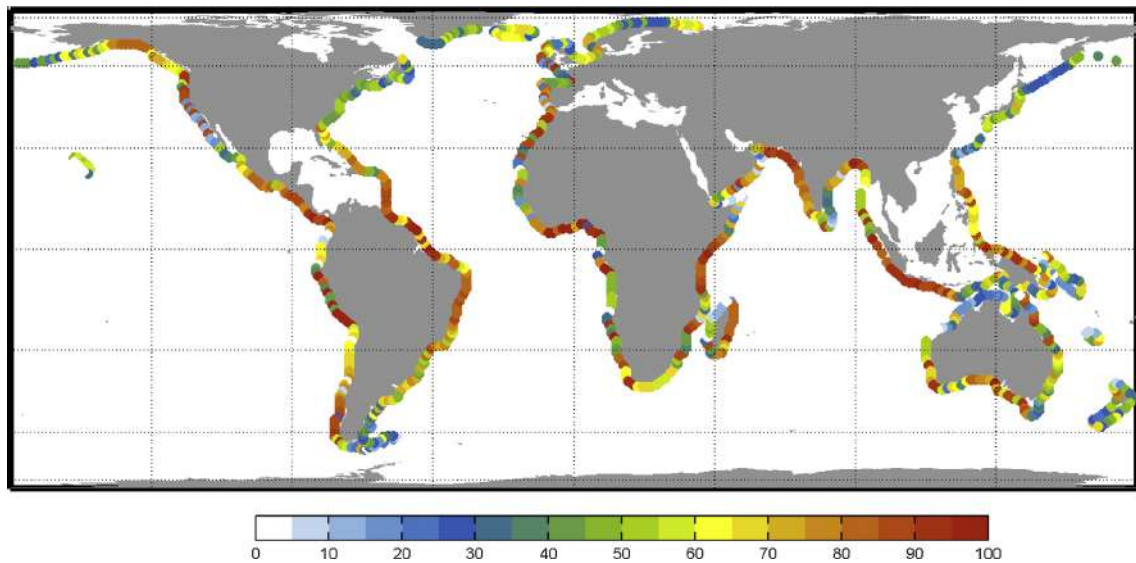


Figura 1.4: Relación entre el potencial energético obtenido utilizando el enfoque direccional y el enfoque omnidireccional, expresados en porcentaje [17].

implica un cambio medio de 3500 TWh a lo largo de las últimas seis décadas, es decir, más del 20% de la potencia de las olas teóricas medias estimadas. A partir de los resultados obtenidos, este trabajo destaca que la variabilidad intrínseca del recurso podría ser un factor más relevante en la vida útil de las granjas de WECs que los cambios históricos a largo plazo que se manifiestan en la energía de las olas. Por lo tanto, la variabilidad interanual es un factor que debería ser objeto de consideración prioritaria para el diseño, planificación y mantenimiento de una granja de WECs.

Por otro lado, la evaluación del recurso sin considerar la dirección de la energía de las olas resulta en una potencia teórica mundial superior a 3,3 TW. Este resultado representa una sobreestimación media del 83% con respecto al anterior. Más aún, excluyendo los niveles bajos de energía considerados inutilizables y las áreas con hielo, la estimación se reduce a 2,9 TW. Ambos valores se aproximan a las cifras globales encontradas en [16]. De esta manera, Reguero y colaboradores demuestran que la estimación global, al tener en cuenta la dirección del flujo de energía, difiere significativamente de evaluaciones anteriores que no la incorporan. La Figura 1.4 muestra la relación entre la potencia teórica de las olas cuando se considera la dirección del flujo de energía vs. cuando no es considerada.

#### 1.1.1.1. Aprovechamiento de la Energía de las Olas

Para el desarrollo de tecnología asociada a la conversión de energía de las olas y la selección de sitios adecuados para instalar granjas de olas, es necesario contar

con conocimiento sobre el clima de olas disponible y una estimación adecuada de la potencia disponible. Como se expuso en la sección anterior, numerosos trabajos se han publicado al respecto, mostrando la potencia de las olas existente en todo el mundo. A continuación se proveen algunos conceptos claves a resaltar de los estudios discutidos [21]:

- Las áreas más ricas en energía se encuentran entre los  $40^\circ$  y  $60^\circ$  en ambos hemisferios. Al comparar el hemisferio norte (HN) y el hemisferio sur (HS), la mayor potencia media anual de las olas se encuentra en el HS, donde las variaciones estacionales son significativamente menores.
- En lo que respecta al HS, el recurso de energía de las olas es notablemente mayor en el Océano Índico Sur, particularmente en ubicaciones más alejadas de la costa, aproximadamente a 1400 km al este de la Isla Kerguelen y cerca de las costas del sur de Australia, Nueva Zelanda, Sudáfrica y Chile. En esta área, la potencia media anual supera los 120 kW/m.
- Respecto al HN, los valores más altos se observan en la zona del Atlántico Norte, principalmente a profundidades de 50-60 m, a lo largo de la costa oeste de las Islas Británicas, Islandia y Groenlandia, con valores de potencia que oscilan entre 80 y 90 kW/m, disminuyendo gradualmente alrededor de 20 kW/m para los  $20^\circ$ N.
- En la región del Pacífico, las ubicaciones alrededor de la costa oeste de Canadá y los estados de Washington y Oregón también muestran niveles de potencia sustanciales, aunque ligeramente inferiores a los mencionados anteriormente, variando de 20 a 60 kW/m a medida que aumenta la latitud.
- El nivel máximo global mensual de potencia, que es similar en ambos hemisferios, supera los 200 kW/m. Sin embargo, estas ubicaciones no son adecuadas para proyectos de energía de las olas debido a su distancia a la costa y a los niveles energéticos del oleaje. Por ejemplo, según [16], el umbral en el que la potencia de las olas se vuelve inaprovechable debido a estados del mar energéticos elevados está definido como cuatro veces la potencia media anual.
- Por otro lado, al analizar el recurso anual de energía de las olas cerca de la costa, en el HN, los niveles más altos se registran en la costa oeste de las Islas Británicas, Islandia y Groenlandia. En el HS, los niveles de energía más altos se

encuentran en el sur de Chile, Sudáfrica y toda la costa sur y suroeste de Australia y Nueva Zelanda. Niveles medios que van de 15 a 20 kW/m se encuentran en aguas ecuatoriales, con los recursos costeros más altos en el norte de Perú y Ecuador, aunque fenómenos climatológicos pueden inducir una variabilidad interanual significativa en esta región.

Además, otro factor crucial para definir y evaluar los recursos de energía de las olas es su variabilidad. Los sitios con un flujo de energía de las olas constante o moderado son más adecuados que aquellos donde el recurso es más energético pero inconstante, y, por lo tanto, menos confiable [20]. Una razón para esto es las condiciones extremas del oleaje durante las tormentas, que podrían dañar potencialmente los convertidores de energía de olas, una característica de ubicaciones asociadas con climas energéticos. Otra razón es que los prototipos de WECs se diseñan para funcionar con máxima eficiencia para olas dentro de un rango específico de períodos y alturas. El comportamiento y la eficiencia del WEC son óptimos dentro de este rango, pero la eficiencia disminuye con condiciones de oleaje más variables. Existen varios tipos de estudios de variabilidad, que incluyen la variabilidad diaria, semanal, mensual y estacional. A continuación se detallan algunos conceptos de la variabilidad del recurso en base a los estudios en la literatura:

- El hemisferio norte muestra una mayor variabilidad que el hemisferio sur, con valores de COV alrededor de 1.5 en el Atlántico Norte, mientras que en el hemisferio sur, el índice es, en general, menor a 1 [17].
- La variabilidad en general es menor alrededor del Ecuador en los océanos Atlántico, Pacífico e Índico, con excepciones como el Mar Arábigo, el Golfo de Bengala y el norte de Australia, Indonesia, Malasia y Filipinas.
- La mayor variabilidad temporal ocurre en las latitudes más altas de ambos hemisferios, en sitios cubiertos de hielo (durante partes del año), como el Mar de Beaufort, el Mar de Ojotsk, el norte del Mar de Bering y las aguas alrededor de Groenlandia y Australia. Sin embargo, los recursos también son inestables en el Golfo de México y en el noroeste del Mar Caribe.

Para finalizar este apartado, se refiere al lector al Apéndice A, donde se presenta un marco teórico del modelado del recurso de olas que respalda los trabajos de la literatura presentada, también empleado en parte a lo largo de esta tesis.

## 1.2. Convertidores de Energía de las Olas

En la sección anterior se destacó el notable potencial de la energía undimotriz como fuente de energía renovable. Este potencial ha impulsado a lo largo de los años el desarrollo de diversas tecnologías de convertidores undimotrices, diseñados para transformar la energía cinética y/o potencial de las olas oceánicas en una forma de energía más útil, capaz de ser manipulada y fácilmente utilizada, típicamente energía eléctrica [22, 23]. Sin embargo, para lograr este propósito de manera efectiva, como se discutirá más adelante, es crucial no solo considerar las características específicas del recurso de olas en el lugar de instalación del WEC, como se mencionó en la sección previa, sino también superar una serie de desafíos tecnológicos significativos que en parte han impedido, hasta la fecha, alcanzar una convergencia en el diseño de estos dispositivos.

### 1.2.1. Breve Revisión del Desarrollo de los WECs

El progreso en los dispositivos de energía renovable marina se aborda comúnmente utilizando el marco proporcionado por los niveles de madurez tecnológica (TRL). Estos niveles establecen un sistema consistente que facilita la determinación de la fase de desarrollo de un dispositivo, así como la selección de los procedimientos de prueba pertinentes para evaluar su rendimiento en cada etapa. Esta información es crucial para llevar a cabo una evaluación imparcial de un convertidor, ya sea con fines de inversión o de desarrollo, independientemente de la naturaleza o escala del dispositivo en cuestión [24].

En el ámbito de la industria de energía renovable, se suelen considerar los siguientes niveles de madurez tecnológica. Los TRL1-3 corresponden a etapas de investigación que implican la prueba de concepto, los TRL4-5 incluyen la validación de componentes, subsistemas y sistemas en laboratorios y/o entornos operativos simulados, mientras que los TRL6-9 abarcan la demostración de prototipos en un entorno operativo hasta la validación del sistema a través de una implementación exitosa.

Los estudios contemporáneos sobre la energía de las olas y los dispositivos de conversión asociados tienen sus raíces en el artículo de Salter (1974) [25], el trabajo de Budal y Falnes (1975) [26], y el artículo de Evans (1976) [27]. Estos trabajos pioneros marcaron el inicio de una extensa investigación en energía de las olas hasta mediados de la década de 1980, cuando la financiación se vio parcialmente interrumpida debido a la caída en los precios del petróleo. El interés en la energía de las olas resurgió a mediados de la década de 1990, motivado por la creciente conciencia adquirida

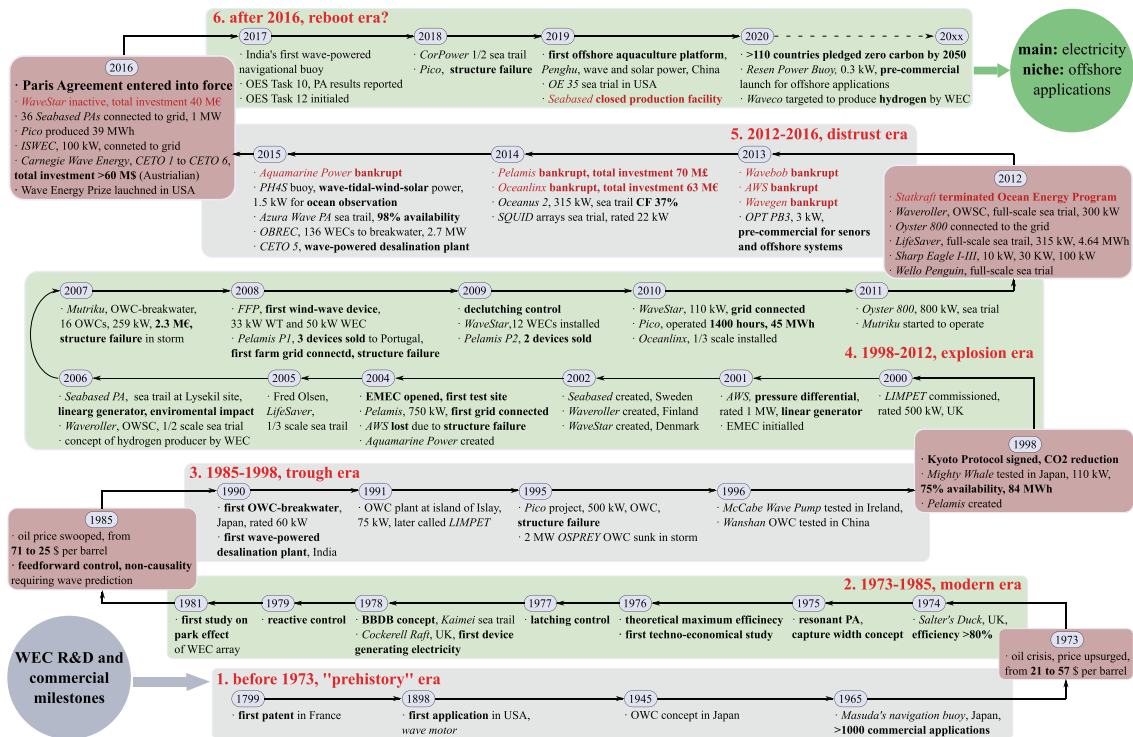


Figura 1.5: Desarrollo histórico de la tecnología de energía de las olas [4].

sobre los problemas asociados con el cambio climático y, por ende, la necesidad del aprovechamiento de energías renovables limpias. Un análisis detallado del desarrollo histórico de los dispositivos de conversión de energía de las olas se encuentra en [28].

Además, el trabajo de [4] divide el avance histórico de la tecnología de energía de las olas en seis períodos, denominados: era prehistórica (anterior a 1973), era moderna (1973-1985), período de estancamiento (1985-1998), explosión (1998-2012), era de escepticismo (2012-2016) y período de recuperación (2016 en adelante), resaltando las características distintivas de cada fase. Estos períodos, junto con algunos eventos sobresalientes que tuvieron lugar en cada uno, se ilustran en la Figura 1.5. Es importante resaltar que los años 1973, 1985, 1998, 2012 y 2016 son considerados puntos de inflexión en el desarrollo de los dispositivos de conversión de energía de las olas, por lo tanto, se han destacado adecuadamente en la Figura 1.5.

Hasta la fecha, se han diseñado e implementado numerosos dispositivos de conversión de energía de olas en diferentes naciones, y cientos de proyectos están actualmente en diferentes etapas de desarrollo a nivel mundial. Este número continúa en constante crecimiento con la introducción de nuevos conceptos y tecnologías. El trabajo [24] destaca que hasta 2015 se han llevado a cabo más de cien proyectos y se han registra-

do más de mil patentes en Europa, Estados Unidos, Japón, China y Asia. A pesar de que algunos prototipos han sido sometidos a pruebas a escala relevante en el océano durante varios años (alcanzando niveles moderados de TRL), todavía no se ha logrado alcanzar la etapa de comercialización [29]. Las razones de esta situación son variadas e incluyen la amplia diversidad de principios de funcionamiento de los dispositivos, la variedad de opciones de ubicación (en la costa, aguas poco profundas o profundas), la diversidad de climas de olas en diferentes sitios potenciales para la instalación de los dispositivos de conversión undimotriz, y la falta de convergencia tecnológica y consenso general resultante. Este panorama fragmentado ha contribuido a un progreso lento en la curva de aprendizaje, con un número significativo de cierres de empresas de energía de olas y contratiempos técnicos que han disminuido la confianza de los inversionistas [4]. En consecuencia, aún se requiere un esfuerzo sustancial para que la energía de las olas sea económicamente competitiva, lo que favorecería su adopción a gran escala. Los desafíos técnicos específicos que deben afrontar las tecnologías WEC serán analizados con mayor profundidad a continuación.

### **1.2.2. Desafíos de los Convertidores de Energía de las Olas**

Los principales desafíos técnico-económicos que deben ser superados para lograr un convertidor undimotriz exitoso están relacionados con: 1) la capacidad de supervivencia del WEC, 2) el diseño y desarrollo de la tecnología del WEC en general y en particular del PTO, 3) la eficiencia en la extracción de potencia, y 4) los costos asociados a la fabricación, instalación y mantenimiento [4, 30, 31, 32, 23, 33].

Aunque este apartado se centra principalmente en los desafíos relacionados con la tecnología que implementa el WEC tanto en su etapa de captación como en el PTO, y su eficiencia asociada, se realiza inicialmente una breve referencia a la capacidad de supervivencia del convertidor undimotriz y otros aspectos vinculados con los costos de fabricación, instalación y mantenimiento del equipo.

#### **1.2.2.1. Capacidad de Supervivencia**

En términos generales, los convertidores undimotrices están diseñados para aprovechar de manera eficiente la energía de las olas en aquellas condiciones que concentren la mayor energía anual. A pesar de esto, es crucial que el WEC pueda resistir también condiciones marítimas extremas. Si bien estos eventos son excepcionales y suelen tener una baja probabilidad de ocurrencia, representan un riesgo significativo para la integridad estructural del equipo. No obstante, dimensionar el WEC para resistir



estos escenarios puede impactar negativamente en los costos finales, la amortización del equipo y el costo nivelado de la energía (LCOE). Por lo tanto, es esencial contar con un sistema de “puesta fuera de servicio” respaldado por una estrategia de acción claramente definida.

#### **1.2.2.2. Costos de Fabricación, Instalación y Mantenimiento**

En la actualidad, la tecnología de los dispositivos de conversión de energía de las olas se caracteriza por su inmadurez, alta incertidumbre y riesgos asociados, lo que demanda una significativa inversión inicial para la fabricación de prototipos a escala relevante. Además, debido a su operación en entornos marinos, los WECs conllevan costos elevados de instalación, operación y mantenimiento, resultando en una alta carga de gastos operativos, conocidos como *operating expenditure* (OPEX).

Los altos costos, en conjunto con la falta de estudios que contemplen aspectos como análisis de mercado, impacto socioeconómico y ambiental, desafíos en la obtención de permisos, logística operativa, integración con la red eléctrica y regulaciones asociadas, entre otros, aumentan la incertidumbre de los proyectos de energía de las olas, lo cual puede desincentivar potenciales inversiones. Las variables mencionadas son a menudo difíciles de estimar e integrar en un esquema de diseño de un prototipo WEC; no obstante, es importante destacar que son elementos clave para el éxito y la viabilidad de los proyectos en el campo de la energía de las olas [4].

#### **1.2.2.3. Tecnología del Convertidor de Energía de las Olas y su PTO**

La tecnología de los dispositivos de conversión de energía de las olas, en general, y en particular la implementada en el PTO, influye significativamente en la dinámica del sistema, la eficiencia en la captación de energía, las estrategias de control a implementar, el mantenimiento requerido e incluso la supervivencia del dispositivo. Esta relevancia resalta la importancia fundamental del avance tecnológico en los convertidores de energía en el contexto del aprovechamiento de la energía undimotriz [29, 23, 30].

A pesar de la diversidad de enfoques disponibles en los WECs y PTOs, es esencial que posean determinadas características para lograr una captación efectiva del recurso de olas con una alta eficiencia. Independientemente de la tecnología específica implementada, para asegurar un desempeño satisfactorio, es esencial que los WECs y PTOs cumplan con las siguientes propiedades [30, 31, 32, 23, 33]:

1. Capacidad para convertir el movimiento lento, aleatorio y oscilatorio de las olas, asociado con elevadas fuerzas/torques ejercidas sobre el captor de energía, en un movimiento útil capaz de ser aprovechado.
2. Capacidad para aprovechar un movimiento bidireccional de entrada al PTO, producto de la excitación del captor de energía.
3. Capacidad para controlar activamente la carga del PTO para asegurar una extracción óptima de energía según el clima de olas.
4. Capacidad para manejar eficientemente una relación de potencia media a potencia pico de aproximadamente diez veces.
5. Adaptabilidad y conservación de la eficiencia en la extracción de energía en entornos con una variabilidad marcada de clima de olas, incluyendo escenarios de baja o alta intensidad.
6. Capacidad para reducir la extracción de potencia una vez alcanzada la carga máxima admisible por el PTO.
7. Adecuación de la potencia variable generada por el dispositivo de conversión de energía de las olas para garantizar una integración satisfactoria en la red eléctrica u otras cargas vinculadas al sistema.
8. Demostrar un alto nivel de confiabilidad teniendo en cuenta el entorno marino adverso al que estará expuesto.
9. Capacidad para sobrevivir a condiciones climáticas extremas que plantean dificultades asociadas a la ingeniería estructural del convertidor y dificultan las operaciones de mantenimiento.

A continuación, se presenta una clasificación de los diferentes WEC que abordan de manera diversa los desafíos asociados con la conversión de energía undimotriz. Posteriormente, se describen brevemente las principales tecnologías PTO utilizadas, detallando los beneficios, desafíos y limitaciones de cada una. Además, se proporcionan dos métodos para diferenciar las diversas etapas de conversión de energía presentes en un WEC, desde la captación de la energía de las olas hasta la conexión con la carga del sistema, con el fin de identificar las necesidades de cada una y facilitar el diseño, modelado y control de los dispositivos undimotrices. Tras analizar el estado actual de los convertidores de energía de las olas, junto con los desafíos a abordar y

las necesidades de las distintas etapas de conversión de energía, se introduce en la Sección 1.2.6 el WEC que será objeto de este estudio en esta tesis, dispositivo por el cual se ha solicitado una patente de invención [34].

### 1.2.3. Clasificación de los Convertidores de Energía de las Olas

A lo largo de los años, se ha explorado una amplia gama de convertidores de energía de las olas, impulsada por el gran potencial del recurso undimotriz. El número de dispositivos está en constante aumento, y hasta el año 2015 se han desarrollado más de cien proyectos y registrado más de mil patentes [24]. La ausencia de una convergencia tecnológica y un consenso general en el desarrollo de WECs se refleja en la extensa variedad de conceptos, técnicas, diseños y principios de funcionamiento, lo que dificulta su clasificación. A pesar de esta diversidad, en términos generales, los WECs pueden ser categorizados según tres criterios principales: el sitio para su instalación, tamaño y orientación respecto a las olas, y, por último, en función del principio de funcionamiento de captación de energía de las olas. De este modo, cada WEC puede ser asignado a varios grupos en función de sus características particulares.

A continuación, se ofrece una descripción de cada uno de estos grandes grupos [21].

#### 1.2.3.1. Sitio de Instalación

Tomando como criterio la distancia de instalación respecto a la costa, es posible diferenciar tres tipos de convertidores: dispositivos costeros, en aguas cercanas a la costa (poco profundas) y en aguas profundas, como se ilustra en la Figura 1.6. A continuación, se detallan los aspectos más relevantes de cada uno.

**Dispositivos Costeros:** Los convertidores ubicados sobre la costa pueden ser instalados en el mar (en aguas poco profundas), integrados en una escollera, en una presa o fijados a un acantilado. La principal ventaja de estos dispositivos radica en su facilidad de mantenimiento e instalación, considerando la accesibilidad del sitio de instalación. Además, no requieren sistemas de anclaje al lecho marino ni largos tendidos de cable submarino para conectarse a la red. No obstante, en áreas costeras, la energía de las olas suele ser menor debido a sus interacciones con el lecho marino. Asimismo, la escasez de terrenos adecuados dificulta la implementación de estos sistemas. Adicionalmente, cabe destacar la posibilidad de enfrentar ciertos problemas

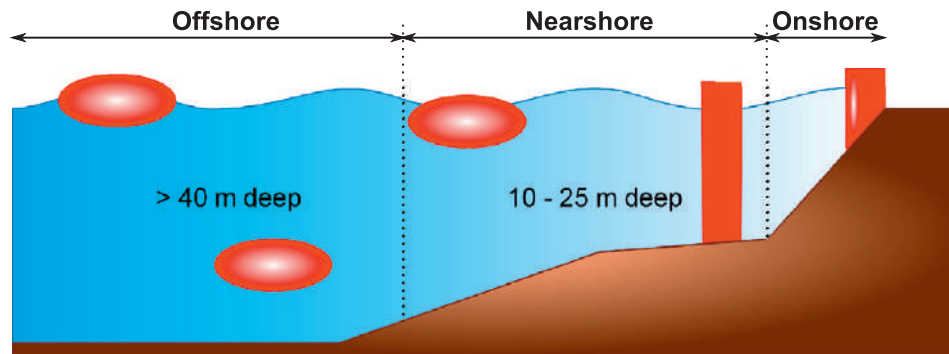


Figura 1.6: Clasificación de convertidores de energía de las olas en función del sitio de instalación [21].

ambientales, dada la posible alteración que podrían provocar en la línea costera a lo largo del tiempo [21, 22, 35].

**Dispositivos en Aguas Poco Profundas:** Estos convertidores se posicionan a una distancia de unos cientos de metros de la costa, en aguas con profundidades moderadas que oscilan entre 10 y 25 metros. Generalmente, se asientan sobre el lecho marino sin necesidad de anclajes, o bien adoptan una estructura flotante. Como contraparte, debido a su ubicación, la estructura debe ser capaz de soportar las fuerzas generadas por el paso de las olas, las cuales en muchos casos pueden sobrepasar el dispositivo por completo [21, 22, 35].

**Dispositivos en Aguas Profundas:** Estos convertidores se ubican en aguas profundas, significativamente alejadas de la costa, a profundidades que superan los 40 metros. Pueden adoptar la forma de estructuras flotantes o sumergidas, ancladas al lecho marino. Gracias a su emplazamiento, tienen la capacidad de aprovechar la mayor energía de las olas presente en aguas profundas. No obstante, debido al entorno de mar abierto, la confiabilidad y la supervivencia del dispositivo plantean desafíos significativos, siendo crucial que la estructura sea capaz de soportar cargas extremadamente elevadas. Además, el mantenimiento de estos equipos conlleva un proceso complejo y costoso. También se requieren cables submarinos de gran longitud y elevado costo para transferir la energía generada hacia la red eléctrica [21, 22, 35].

### 1.2.3.2. Tamaño y Orientación del Dispositivo Respecto a las Olas

En función de las dimensiones y la orientación del dispositivo respecto a las olas incidentes, los convertidores undimotrices pueden categorizarse en *atenuadores*, *absor-*

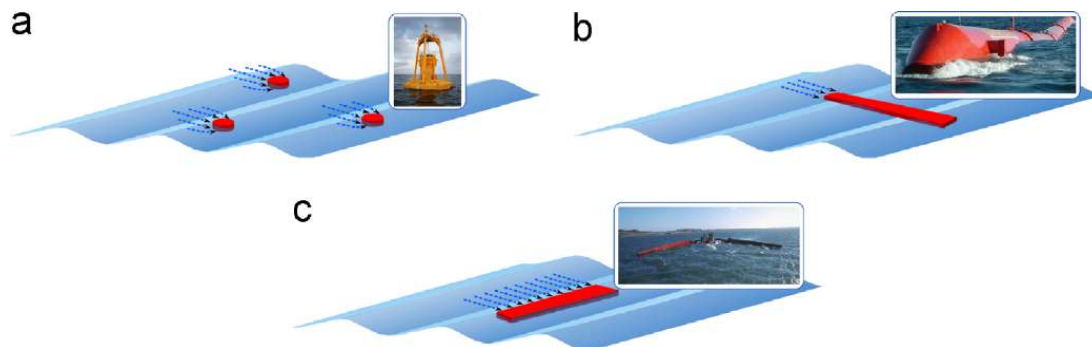


Figura 1.7: Clasificación de los convertidores de energía de las olas en función del tamaño y orientación respecto a las olas incidentes: (a) absorbedor puntual, (b) atenuador y (c) terminador [21].

*bedores puntuales y terminadores*, tal como se indica en la Figura 1.7 [21, 22, 35, 36]. A continuación se describen de manera concisa cada uno de estos enfoques.

**Atenuador:** Estos dispositivos, conocidos como atenuadores, son convertidores de energía de las olas cuyas dimensiones principales son significativamente mayores que la longitud de onda de las olas. Su disposición en paralelo a la dirección de avance de las olas tiene como objetivo primordial reducir la amplitud de las olas incidentes. Los atenuadores se componen de una serie de secciones cilíndricas interconectadas mediante juntas flexibles que les permiten girar de forma relativa entre sí. Para obtener más detalles sobre este tipo de tecnología, se remite al estudio [37] que describe el reconocido convertidor Pelamis. Además, en la investigación realizada por [21] se destacan los principales desarrolladores de estos WECs y las tecnologías correspondientes.

**Absorbedor puntual:** Estos dispositivos son convertidores de energía de las olas cuya dimensión principal es significativamente menor que la longitud de onda de las olas. En contraste con otros WECs, el absorbedor puntual generalmente captura energía en todas las direcciones a través de sus movimientos, es decir, que en principio no requiere una orientación específica respecto al avance de las olas (omnidireccional). Estos convertidores producen electricidad al transformar el movimiento vertical, horizontal y/o de inclinación generado por las olas en movimientos rotativos u oscilatorios, dependiendo del diseño del dispositivo. Ejemplos de este tipo de WECs son el Wave Star Energy [31] y el Powerbuoy [38]. En el estudio [21] se detallan los principales desarrolladores de este tipo de convertidores, aportando información relevante sobre sus tecnologías asociadas.

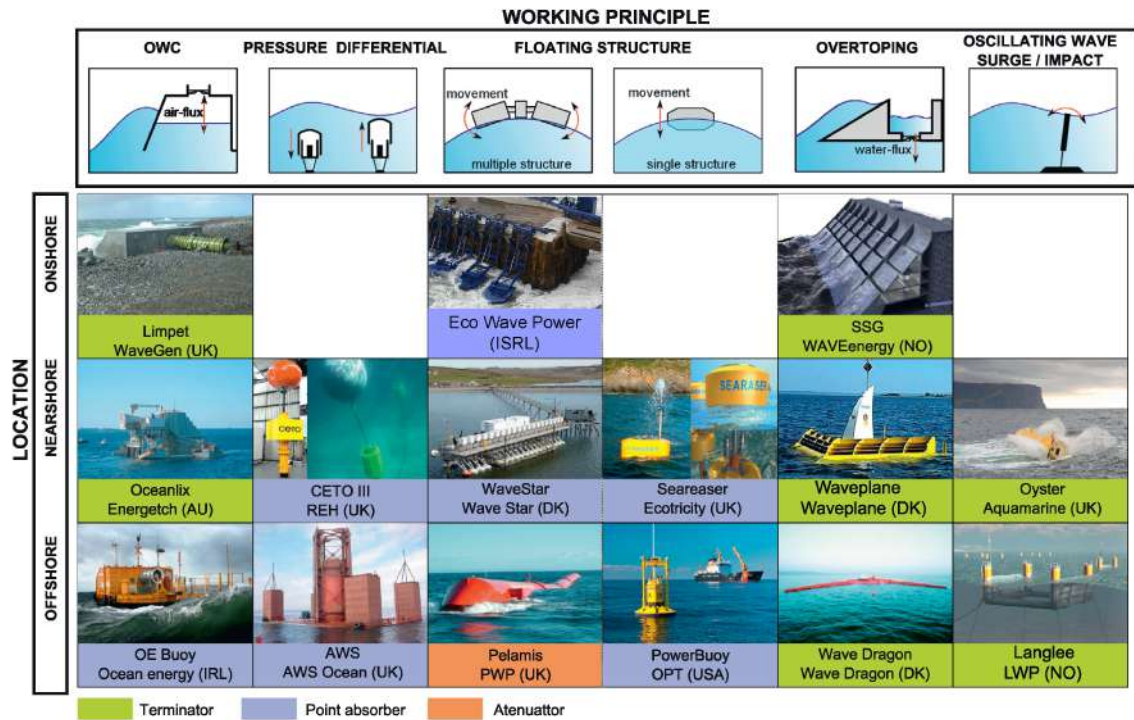


Figura 1.8: Clasificación de los WECs según el principio de funcionamiento, sitio de instalación, tamaño y orientación respecto a las olas [21].

**Terminador:** Estos dispositivos son análogos a los atenuadores, ya que también son estructuras cuya dimensión principal es significativamente mayor que la longitud de onda de las olas incidentes. No obstante, a diferencia de los atenuadores, los convertidores tipo terminador se posicionan perpendicularmente a la dirección de propagación de las olas, y su propósito es “detener” o frenar la acción de las olas. Un ejemplo ilustrativo de este enfoque es el convertidor WavePlane [39]. La investigación [21] destaca a los principales desarrolladores de esta clase de dispositivos.

### 1.2.3.3. Principio de Funcionamiento en la Captación de Energía de las Olas

Otra forma de clasificar los convertidores de energía de las olas es según su principio de funcionamiento. De acuerdo con este enfoque, los principios de funcionamiento pueden dividirse en: diferencial de presión, columna de agua oscilante (OWC), estructuras flotantes, dispositivos de desbordamiento y dispositivos de impacto [21, 22, 35, 36].

**Diferencial de Presión:** Los dispositivos que pertenecen a esta categoría generalmente se ubican en aguas poco profundas o mar adentro (aguas profundas) y están anclados al lecho marino. Estos convertidores aprovechan la diferencia de presión entre las crestas y los valles de las olas, de la siguiente manera:

Cuando la cresta de la ola cubre el absorbedor, la presión del agua se incrementa, lo que hace que el dispositivo se sumerja. Por el contrario, cuando el valle de la ola está sobre el absorbedor, la presión del agua disminuye y el dispositivo se eleva. Un ejemplo representativo de esta tecnología es el Arquimedes Wave Swing de 250 kW [40], como se ilustra en la Figura 1.8.

**Convertidores de Columna de Agua Oscilante:** Los dispositivos de columna de agua oscilante, generalmente instalados sobre la línea costera o en aguas poco profundas, emplean una cámara semisumergida abierta en su parte inferior. Esta cámara experimenta cambios en su nivel de agua debido a la acción de las olas, lo que ocasiona el desplazamiento del volumen de aire interno. El flujo de aire generado impulsa una turbina que rota siempre en la misma dirección, a pesar de la bidireccionalidad del flujo de aire. Ejemplos representativos de esta tecnología incluyen la planta de energía Limpet y el proyecto Oceanlix [41, 42], como se ilustra en la Figura 1.8.

**Dispositivos Flotantes:** Estos dispositivos consisten en un cuerpo flotante que responde al movimiento de las olas. La oscilación resultante puede ser vertical, horizontal, de inclinación o una combinación de estos movimientos. En estos convertidores, las olas pueden inducir un desplazamiento absoluto entre el cuerpo flotante y un punto de referencia fijo externo, o generar un desplazamiento relativo entre dos o más cuerpos que forman parte del WEC. Ejemplos de este tipo de convertidores flotantes son el Eco Wave Power y el Wave Star Energy, que presentan una configuración de estructura flotante con múltiples absorbedores [43, 31] (ver Figura 1.8).

**Dispositivos de desbordamiento:** Estos convertidores están diseñados para aprovechar la energía potencial contenida en las olas marinas. Los sistemas de desbordamiento canalizan el agua sobre una estructura elevada o un depósito situado por encima del nivel del mar, y luego permiten que el agua regrese al océano a través de turbinas. Un ejemplo de referencia de este principio de operación es el WaveDragon [44] (ver Figura 1.8).

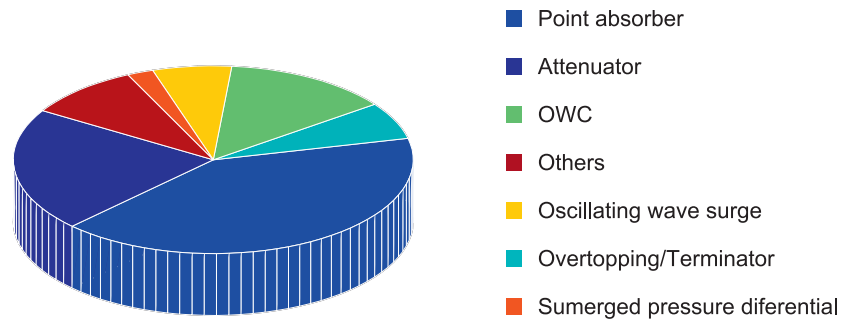


Figura 1.9: Desarrollo de distintas tecnologías de convertidores de energía de las olas [21].

**Dispositivos de impacto:** Estos dispositivos consisten en estructuras articuladas o flexibles dispuestas de forma perpendicular a la dirección de las olas marinas. El deflector se desplaza lateralmente como respuesta al impacto de las olas. Un ejemplo representativo de esta tecnología es el Aquamarine Power Oyster [45].

Como se puede apreciar, existe una amplia gama de convertidores de energía de las olas en términos de concepto tecnológico y diseño. El análisis realizado en [21] presenta múltiples tablas que detallan 157 modelos de convertidores de energía de las olas reconocidos a nivel mundial por el Consejo Europeo de Equipamiento Marino (EMEC) [46], de los cuales más del 50 % están ubicados en Europa.

En general, todos los dispositivos de conversión de energía de las olas aún se encuentran en fases incipientes de desarrollo en comparación con otras tecnologías renovables, como la solar y la eólica, y especialmente si se comparan con las instalaciones convencionales basadas en combustibles fósiles [4, 21]. Dentro de esta amplia diversidad, algunos conceptos de convertidores son más avanzados que otros, tanto en términos de complejidad tecnológica como en el progreso de su evolución. A pesar de que se han fabricado algunos prototipos a gran escala que fueron sometidos a pruebas en condiciones marinas reales, ninguno ha alcanzado aún su etapa comercial.

A pesar de esto, es posible observar una tendencia hacia el desarrollo de convertidores del tipo absorbedor puntual, como se ilustra en la Figura 1.9. Este enfoque sugiere que dichos dispositivos podrían ser menos complejos y más rentables en comparación con otras alternativas tecnológicas disponibles.



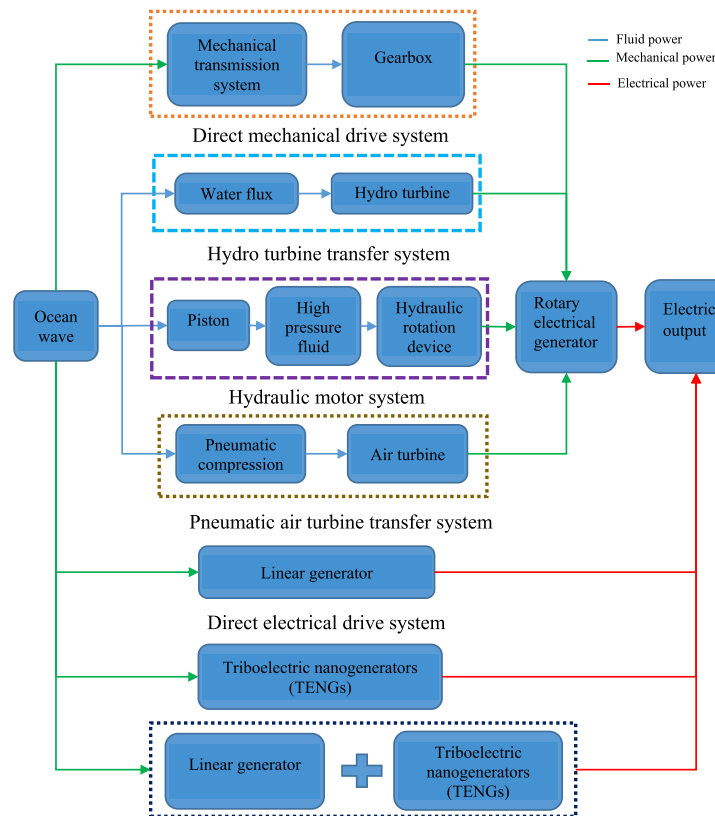


Figura 1.10: PTOs clasificados según su principio de funcionamiento fundamental [29].

#### 1.2.4. Tecnologías del PTO

Una vez que el captor del WEC en contacto con el océano absorbe parte de la energía cinética o potencial transportada por la ola, la unidad de extracción de potencia o PTO es la encargada de transformar esta energía de entrada, a través de varias etapas de conversión, en una forma de energía más útil, generalmente eléctrica [30]. Las características y propiedades particulares del PTO poseen una influencia significativa en el comportamiento dinámico del dispositivo, así como en la eficiencia en la absorción de energía, el mantenimiento del WEC e incluso su capacidad de supervivencia [23, 47]. Por consiguiente, el PTO, junto con el sistema de captación de energía del WEC, conforman los sistemas fundamentales para el correcto funcionamiento de un convertidor de energía de las olas.

Al igual que se analizó en la sección anterior en relación con los sistemas de captación de energía, la investigación y desarrollo de tecnologías de sistemas PTO para convertidores de energía de las olas se aborda desde una variedad de enfoques distintos. El estudio [29] propone una clasificación de los PTO basada en los principios

fundamentales de operación de las diversas etapas de conversión de energía que lo integran, como se muestra en la Figura 1.10. Entre los métodos más destacados y ampliamente utilizados por los WEC en la actualidad, se encuentran aquellos PTO basados en sistemas hidráulicos, turbinas hidroeléctricas y sistemas directos tanto eléctricos como mecánicos. No obstante, el desarrollo de tecnologías para PTO está en sus inicios y han surgido nuevas técnicas, como el nanogenerador triboeléctrico, sistemas híbridos y otros que buscan superar los mismos desafíos de conversión de energía mediante principios de funcionamiento diferentes (consulte la Figura 1.10).

A continuación, se presentan con mayor detalle los sistemas más utilizados y con mayor grado de avance hasta la fecha, es decir, los sistemas hidráulicos y neumáticos, turbinas hidroeléctricas y los sistemas de conversión directa, tanto eléctrica como mecánica. Tras una breve descripción, se exponen los principales beneficios, desafíos y limitaciones inherentes a cada tecnología.

#### **1.2.4.1. PTO basado en Sistemas Hidráulicos**

Los PTOs basados en sistemas hidráulicos son uno de los métodos más destacados y ampliamente utilizados para la conversión de la energía de las olas en los WECs, logrando transformar de manera satisfactoria el movimiento oscilante de baja velocidad y elevadas fuerzas en una forma de energía utilizable [48, 35]. En particular, los PTO hidráulicos se destacan como una de las opciones más adecuadas para la generación de electricidad a partir de la energía de las olas, considerando que pueden soportar elevadas solicitaciones a muy bajas velocidades, poseen una alta controlabilidad y una capacidad de rectificación relativamente simple a través de válvulas hidráulicas [49]. Estos sistemas son ampliamente utilizados en WECs que operan con cuerpos activados por las olas, pudiendo adaptarse a sistemas de captación que generen movimientos tanto de traslación como de rotación [50]. Además, el trabajo [51] proporciona una síntesis de modelos matemáticos y numéricos aplicables al concepto de PTO hidráulico, lo cual contribuye a demostrar que se trata de una tecnología confiable, estandarizada y escalable para diversos tipos de WECs.

Los sistemas de PTO hidráulicos suelen estar compuestos por un cilindro hidráulico o pistón, un acumulador, un motor hidráulico y un generador eléctrico. Un esquema representativo de un PTO con un sistema hidráulico típico se muestra en la Figura 1.11. El movimiento de las olas acciona el pistón hidráulico, aumentando la presión de un fluido de trabajo, comúnmente aceite hidráulico. De esta manera, el cilindro hidráulico del sistema convierte el movimiento del sistema de captación –ya sea de traslación o rotación– en energía hidráulica que alimenta el motor hidráulico a

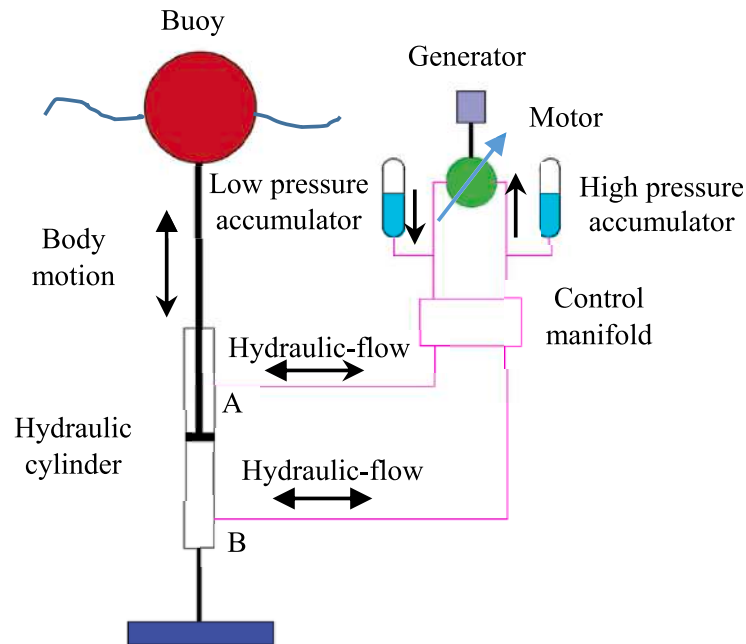


Figura 1.11: WEC con un PTO basado en un sistema hidráulico [29].

través de los acumuladores de alta y baja presión. Posteriormente, este motor impulsa el generador para producir energía eléctrica [35, 52]. El funcionamiento de los sistemas hidráulicos ha sido abordado en detalle en los estudios [51, 37, 53]. Algunos ejemplos actuales de la utilización de PTO hidráulicos pueden encontrarse en [49, 31, 43].

**Beneficios y Desafíos: PTO Hidráulicos** Las olas generan fuerzas significativas a bajas velocidades, lo que hace que los pistones hidráulicos, empleados para captar la energía de las olas, resulten eficaces en esta tarea [49, 51, 35, 37, 52]. Por otra parte, los motores hidráulicos pueden generar una potencia considerable a partir de los movimientos de baja frecuencia generados por las olas, adaptándose correctamente también a la variación continua del convertidor undimotriz.

Los sistemas hidráulicos utilizan fluidos incompresibles, lo que contribuye a una mayor eficiencia en comparación con los sistemas neumáticos. Respecto a esto, a pesar de que la eficiencia total de estos sistemas varía entre el 69% y 80%, en condiciones reales es probable que sea menor [31]. Como se mencionó previamente, los sistemas hidráulicos presentan una alta capacidad de control, un aspecto crucial para maximizar la absorción de energía del dispositivo [54]. Además, es relevante destacar que la mayoría de los componentes necesarios suelen estar disponibles comercialmente, lo que garantiza su disponibilidad [53].

Una de las desventajas de estos PTO son las fugas de aceite hidráulico asociadas al sistema de compresión y transmisión de fluido, lo cual puede provocar daños en el entorno marino y afectar negativamente la eficiencia del sistema [55]. Además, dado que los PTOs basados en sistemas hidráulicos cuentan con numerosas piezas móviles, su estructura es compleja y requiere mantenimiento periódico en entornos marinos, lo que resulta costoso, peligroso y consume tiempo [35]. Otro desafío asociado a este sistema es el problema del tope final, donde el actuador hidráulico puede exceder su límite máximo de desplazamiento, provocando daños al sistema en condiciones extremas no previstas [50].

#### 1.2.4.2. Turbinas de Aire

La conversión neumática mediante turbinas de aire se implementa en una categoría significativa de convertidores de energía de las olas, donde una estructura fija (e.g., la planta LIMPET en la costa [42], la planta de energía PICO [56] o la planta recientemente construida en Yongsoo [41]) o flotante (e.g., el convertidor Backward Bent Duct Buoy (BBDB) [57], el concepto Mighty Whale [58] o el convertidor Oceanlinx [41]) se utiliza para atrapar el aire entre la superficie libre del agua y una turbina de aire. Los dispositivos OWC suelen instalarse sobre la costa o bien en aguas poco profundas, ver Figura 1.8.

La estructura está abierta al mar en su extremo inferior, llenando parcialmente la cámara interna con agua de mar, ver Figura 1.12. Las oscilaciones de la columna de agua en la cámara debido a la acción de las olas fuera de la estructura presurizan y despresurizan el aire atrapado en el recinto cerrado, obligándolo a fluir a través de la turbina de aire ubicada en el extremo superior de la estructura. Falcão, Setoguchi y Takao ofrecen detalladas revisiones de los dispositivos OWC, incluyendo las diferentes tecnologías y configuraciones de turbinas existentes, técnicas de modelado y estrategias de control [41, 59, 60, 61].

**Beneficios y Desafíos: PTO Neumáticos** El uso del aire como fluido de trabajo en los convertidores de energía de las olas (WEC) se justifica por su facilidad para transformar movimientos lentos de las olas en un flujo de aire de alta velocidad. Además, el sistema de transferencia de energía neumática mediante turbinas de aire no genera impacto ambiental, a diferencia de los PTO basados en sistemas hidráulicos, ya que las turbinas de aire aprovechan la energía de forma sostenible con una tecnología madura desde hace décadas. Otro beneficio de esta tecnología es que las turbinas de aire pueden ubicarse relativamente alejadas del ambiente corrosivo marino y de las

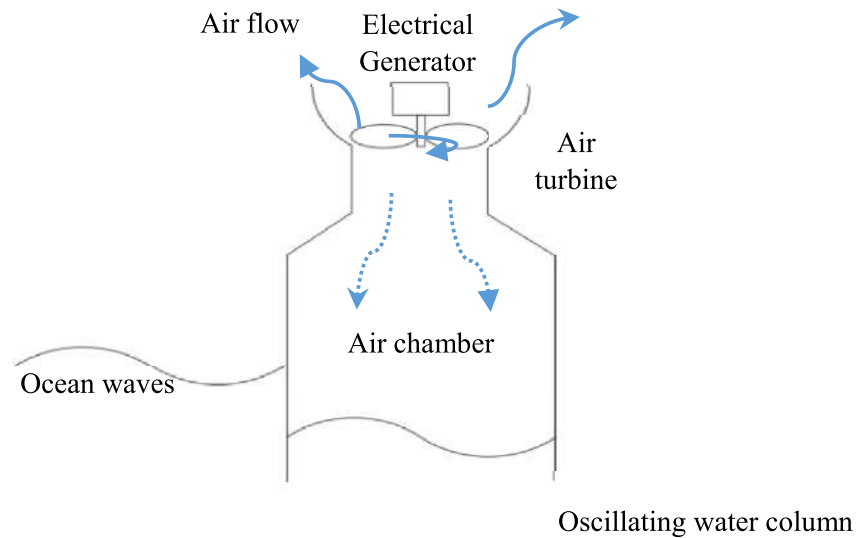


Figura 1.12: WEC con un PTO neumático que incorpora una turbina de aire [29].

olas extremas que pueden dañar el sistema, lo que aumenta la confiabilidad y facilita el mantenimiento.

Sin embargo, las turbinas convencionales ampliamente utilizadas en la industria no son adecuadas para la tecnología OWC debido al flujo bidireccional de aire inherente al modo de aprovechamiento undimotriz. Aunque las válvulas antirretorno acopladas a turbinas tradicionales podrían ser una solución viable para permitir el uso de turbinas convencionales con flujo unidireccional, su sistema de rectificación de flujo resulta complejo y difícil de mantener, especialmente en unidades de energía de las olas a gran escala. La turbina Wells se destaca como el diseño más popular para la transferencia de energía neumática mediante turbinas de aire debido a su capacidad para rotar en la misma dirección independientemente del flujo de aire. Sin embargo, una desventaja significativa es que la turbina Wells no se inicia automáticamente, requiriendo una fuente externa para impulsar inicialmente el rotor [30]. Además, su eficiencia declarada es inferior a la de las turbinas tradicionales (aproximadamente del 60–65 %) y conlleva una alta carga axial y niveles de ruido más elevados [35, 59]. Asimismo, la propiedad de bidireccionalidad de la turbina incrementa la cantidad de piezas móviles, afectando la estabilidad y generando mayores costos operativos y de mantenimiento.

#### 1.2.4.3. Turbinas Hidroeléctricas

En las unidades de extracción de potencia que emplean turbinas hidroeléctricas, el agua de mar impulsa la turbina, la cual a su vez acciona directamente el generador para producir energía eléctrica, tal como se representa en la Figura 1.13. Este enfoque

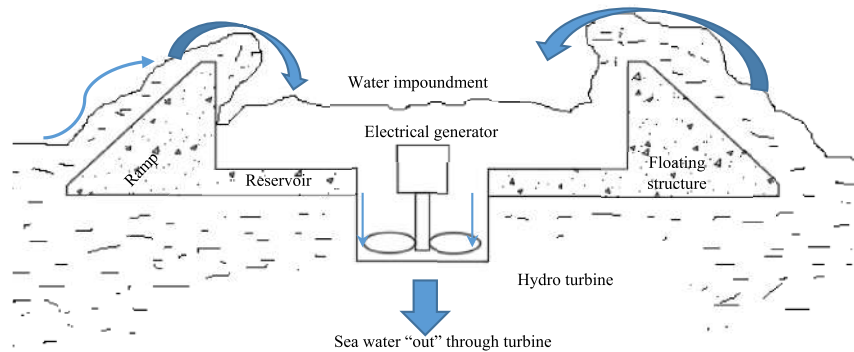


Figura 1.13: WEC con un PTO que incorpora una turbina hidroeléctrica [29].

tecnológico se encuentra habitualmente en el tipo de convertidor de energía de las olas de desbordamiento (ver Figura 1.8). En el estudio [21], se presentan algunas turbinas hidroeléctricas diseñadas específicamente para sistemas de conversión de energía de las olas. Es importante notar la diferencia de estos dispositivos con respecto a los PTO basados en sistemas hidráulicos, ilustrados en la Figura 1.11, donde se emplea un motor hidráulico para impulsar el generador y el fluido de trabajo suele ser aceite.

Uno de los dispositivos de desbordamiento más reconocidos es el Wave Dragon, desarrollado por una empresa danesa. Este convertidor consta de dos brazos que facilitan que el agua se acumule en un depósito, cuyo nivel es más alto que la superficie del océano, permitiendo que el agua fluya a través de una rampa. El agua almacenada en el recinto encuentra su camino de vuelta hacia el mar a través de la turbina ubicada en el centro del depósito para generar energía.

**Beneficios y Desafíos: Turbinas Hidroeléctricas** Las turbinas hidroeléctricas, como la reconocida turbina Kaplan, destacan por su madurez tecnológica y larga trayectoria en la generación de energía. Con bajos requisitos de mantenimiento y pudiendo funcionar con una eficiencia del 90% en situaciones controladas [30], representan una tecnología confiable. Además, su operación no conlleva problemas ambientales por fugas de fluidos [35].

A pesar de esto, en el contexto de la conversión de energía de las olas, el desafío principal radica en la capacidad de las olas oceánicas para brindar la altura y caudal requeridos por estas turbinas para ser económicamente viables y tecnológicamente factibles. A diferencia de las turbinas hidroeléctricas típicamente utilizadas en presas, donde las condiciones de presión y caudal son más predecibles, el entorno marino presenta la complejidad de ser un fluido dinámico con componentes más difíciles de controlar y predecir.

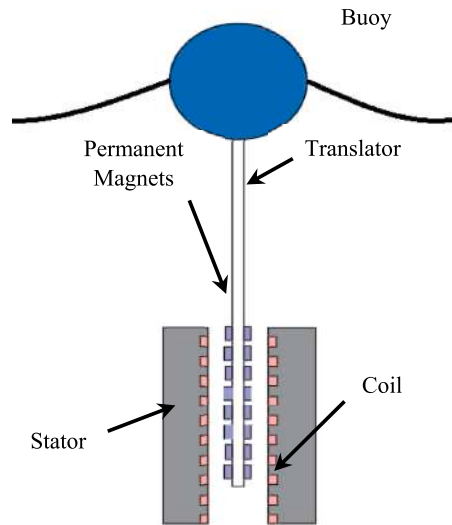


Figura 1.14: WEC con un PTO eléctrico de conversión directa, típicamente un generador lineal [29].

#### 1.2.4.4. PTO basado en Sistemas Directos de Transmisión Eléctrica

Con el objetivo de resolver la complejidad de ciertos diseños de convertidores de energía de las olas, como por ejemplo los sistemas hidráulicos, se han implementado generadores lineales electromagnéticos en los PTO de algunos dispositivos [62, 40]. El generador lineal consiste en un vástago (equivalente al rotor en una máquina eléctrica convencional) y un estator, como se representa esquemáticamente en la Figura 1.14.

En este diseño, el vástago se conecta a un cuerpo flotante, mientras que el estator permanece fijo (estos roles pueden intercambiarse). En el WEC esquemático mostrado en la figura, el vástago incorpora imanes permanentes, mientras que el estator cuenta con los bobinados. De esta manera, el movimiento ascendente y descendente del vástago y la boya, impulsados por la acción de las olas, genera un campo magnético variable en los bobinados, lo que finalmente se traduce en generación de energía eléctrica. Ejemplos de WECs que incorporan esta tecnología son resumidos en [29].

**Beneficios y Desafíos: Generadores Eléctricos Lineales** El término “accionamiento eléctrico directo” se refiere a la conversión directa de la energía de las olas en energía eléctrica, prescindiendo de sistemas hidráulicos, neumáticos o de conversión mecánica lineal-rotativa. Este enfoque implica la conexión directa de la energía mecánica capturada por el captor de energía del convertidor de energía de las olas a la parte móvil de un generador lineal [62]. Esta característica conlleva la ventaja de eliminar la necesidad de una interfaz de conversión intermedia, evitando así las pérdi-

das inherentes a otros sistemas PTO, como las turbinas de aire e hidroeléctricas, o los sistemas hidráulicos y mecánicos. Más aún, la ausencia de etapas intermedias reduce los costos de mantenimiento [63, 64]. Entre las principales ventajas de los sistemas de accionamiento eléctrico directo (generadores lineales de imanes permanentes) se encuentran una eficiencia relativamente alta y la capacidad de controlar continuamente la fuerza generada [65].

No obstante, los generadores lineales también presentan desafíos significativos. La velocidad lineal del vástago, determinada por el movimiento del absorbedor de energía de las olas, suele ser considerablemente menor que la velocidad equivalente de los generadores rotativos convencionales. Esto se debe a las bajas frecuencias que presentan las olas oceánicas. Otros inconvenientes que presenta esta tecnología incluyen la relación potencia-peso desfavorable (requiriendo máquinas de gran tamaño) y la necesidad de una estructura robusta debido a las fuerzas de atracción entre el estator y el vástago [49]. Además, la complejidad del sistema de transmisión de potencia se incrementa debido a la gran variabilidad en la generación de tensión causada por el movimiento irregular de las olas [64]. Cabe destacar también que esta tecnología no ha alcanzado el mismo nivel de madurez que los generadores eléctricos rotativos de imanes permanentes comúnmente empleados en la industria.

#### **1.2.4.5. PTO basado en Sistemas Directos de Transmisión Mecánica**

Los sistemas de transmisión mecánica son ampliamente reconocidos por su aplicación en diversos sectores industriales, como la industria automotriz. En los convertidores que utilizan PTOs basados en sistemas mecánicos, el movimiento inducido en el captor de energía del WEC es transmitido a través de una transmisión mecánica hasta llegar al generador eléctrico, el cual finalmente produce energía eléctrica, ver Figura 1.15. Es importante destacar que, a diferencia de los PTO hidráulicos o neumáticos, los sistemas mecánicos no involucran una conversión intermedia de energía, sino que transmiten directamente el movimiento de las olas al generador, de ahí su designación como sistemas de conversión directa. No obstante, a pesar de esta designación, los PTOs mecánicos se distinguen de los sistemas eléctricos directos, ya que comúnmente utilizan arreglos de engranajes multiplicadores antes de llegar al generador para adaptar las bajas velocidades y altos torques generados por las olas a una velocidad y torque adecuados para el generador eléctrico.

A lo largo de los años, se han desarrollado y puesto en práctica numerosos prototipos de convertidores de energía de las olas que utilizan una transmisión mecánica directa, documentados en [29]. La mayoría de estos sistemas se han desplegado en



entornos marinos profundos y transforman el movimiento lineal ascendente y descendente del captor de energía del WEC en un movimiento rotativo. Para lograr esto, se utilizan mecanismos como el reconocido piñón y cremallera, el cual ha sido inspiración para diversas patentes en el área de la conversión de energía de las olas [49]. Un ejemplo notable es el absorbedor puntual conocido como CorPower, que convierte el movimiento lineal en rotativo mediante un arreglo de engranajes en cascada basado en el sistema de cremallera y piñón. Actualmente, es uno de los WEC con mayor TRL y probablemente uno de los más cercanos a alcanzar una etapa comercial. Es importante destacar que la eficiencia de los mecanismos de piñón y cremallera suele ser muy alta, hasta un 97 % [66]. Sin embargo, el principal desafío de estos mecanismos es su vida útil relativamente corta, un aspecto en el que se está trabajando en tecnologías como la de CorPower.

Otra tecnología para transformar movimiento lineal a rotativo son los tornillos de bolas. Uno de los primeros diseños que empleó esta tecnología en la conversión de energía de olas se presentó en [67]. Sin embargo, los tornillos de avance presentan alta fricción en la rosca, sumado a relaciones de transmisión y eficiencias bajas (alrededor del 25 %). Alternativas a los tornillos de avance incluyen los tornillos de rodillos o tornillos de bolas, con eficiencias de hasta el 90 %.

Cabe notar que las transmisiones mecánicas convencionales presentan un movimiento bidireccional a la salida si su entrada es de naturaleza oscilatoria. Sin embargo, las transmisiones convencionales pueden integrar un rectificador de movimiento mecánico (MMR). Este sistema permite transformar el movimiento bidireccional de entrada en unidireccional, como se muestra en la Figura 1.16 [68, 69]. Los rodamientos unidireccionales (OWB) se utilizan para la rectificación del movimiento y son responsables del comportamiento no lineal característico de acoplamiento-desacoplamiento de los MMRs [70, 71, 72]. Los beneficios y desafíos de la inclusión de un MMR en una transmisión mecánica se tratan a continuación.

**Beneficios y Desafíos: PTO Mecánicos** En comparación con los sistemas neumáticos o hidráulicos, las transmisiones mecánicas ofrecen la ventaja de una mayor simplicidad y potencialmente una mayor eficiencia al eliminar la necesidad de convertir entre los tipos de energía mecánica (inducida sobre el captor de energía del WEC por las olas) y neumática o hidráulica. Además, las transmisiones mecánicas utilizadas para adaptar el movimiento lento y los altos torques a valores adecuados para el generador tienen una eficiencia muy alta, de hasta un 97 % en el caso de sistemas

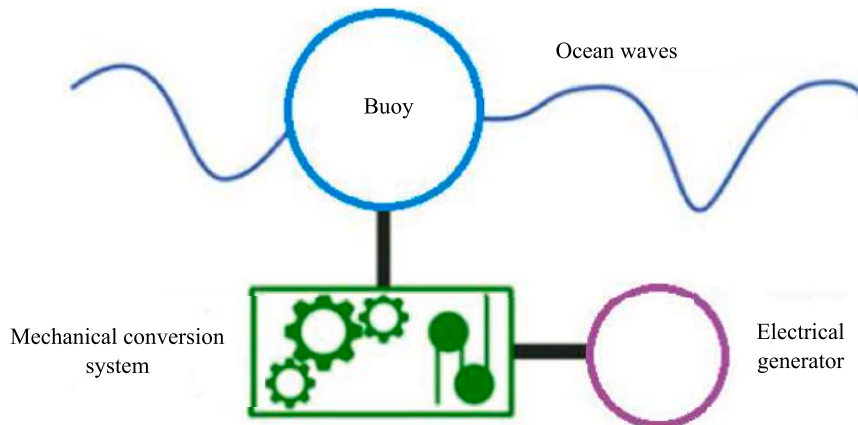


Figura 1.15: WEC con un PTO mecánico de conversión directa, típicamente formado por un arreglo de engranajes multiplicadores, con la posibilidad de incorporar un mecanismo de rectificación de movimiento [29].

de cremallera y piñón. Más aún, la tecnología mecánica está bien establecida en diversas industrias, lo que sugiere que los costos de fabricación de los PTO mecánicos podrían ser inferiores a los de otras tecnologías alternativas que requieran desarrollos especiales. Esto también significa que muchas de las partes involucradas podrían ser comerciales, aumentando así su confiabilidad.

Adicionalmente, como se mencionó anteriormente, los PTO mecánicos también pueden incorporar un rectificador de movimiento mecánico (MMR), como el representado en la Figura 1.16. La integración de un MMR ofrece numerosos beneficios para la conversión de energía de las olas. En primer lugar, su incorporación resulta en una velocidad más consistente en el eje de salida del PTO, ayudando a evitar regímenes de baja velocidad y baja eficiencia en el generador eléctrico [73]. Además, la rotación unidireccional del MMR reduce las fuerzas de impacto, el juego y la fatiga en la transmisión mecánica, mejorando así la eficiencia general del sistema y la vida útil de los diversos componentes [74, 75]. Además, estudios han demostrado que los MMR pueden ampliar el ancho de banda de frecuencia de absorción de potencia del dispositivo, lo que le aporta una mayor versatilidad al WEC ante variaciones en el clima de olas. Más aún, otros estudios sugieren que la producción de energía puede ser mejorada controlando la llamada *relación de desacoplamiento* — la duración relativa entre los modos de transmisión *acoplado* y *desacoplado* durante un período de tiempo característico [76, 74, 77].

Sin embargo, es importante destacar que, a pesar de los beneficios que conlleva la incorporación de un MMR en el PTO mecánico, su comportamiento dinámico altamente no lineal presenta un desafío significativo tanto en el modelado de estos

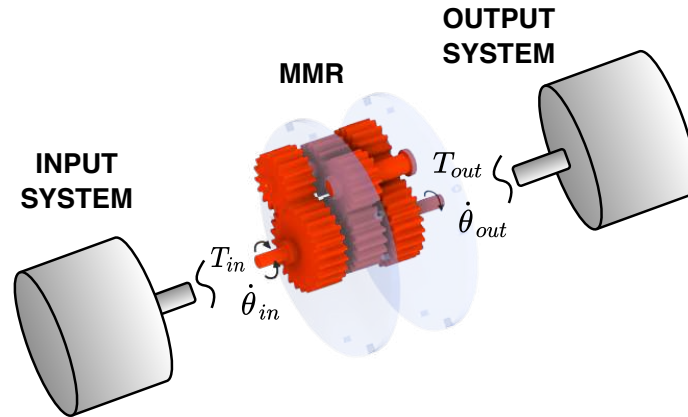


Figura 1.16: Mecanismo de Rectificación de Movimiento. El MMR transforma un movimiento bidireccional de entrada (flechas en ambos sentidos) en un movimiento unidireccional a la salida (flechas de velocidad en un único sentido). Se representan sistemas genéricos de entrada y salida conectados al MMR.

convertidores como en el ya complejo problema de control asociado a la optimización de la extracción de energía de un WEC [78, 79].

### 1.2.5. Etapas de Conversión de Energía de un WEC

Tras haber presentado las diversas clasificaciones para los convertidores unidimensionales, junto con los principios de funcionamiento fundamentales para captar energía de las olas y del propio PTO (Secciones 1.2.3.3 y 1.2.4, respectivamente), es conveniente en este punto establecer un criterio para diferenciar las distintas etapas de conversión de energía que tienen lugar en un dispositivo unidimensional, junto con los fenómenos físicos asociados a cada una de ellas.

De acuerdo con el estudio de [21], la conversión de energía en un WEC puede dividirse en tres etapas: primaria, secundaria y terciaria, como se ilustra en la Figura 1.17. La etapa de conversión primaria implica transformar el movimiento de las olas en el movimiento de un cuerpo, flujo de aire o agua a través de sistemas neumáticos, hidráulicos o mecánicos [21, 35]. Adicionalmente, la etapa de conversión secundaria abarca la conversión de la energía del fluido de trabajo generado en el paso anterior en energía útil, normalmente electricidad [21]. Los componentes empleados para este fin incluyen turbinas neumáticas e hidráulicas y generadores eléctricos, permitiendo la transformación de velocidades bajas del flujo u oscilaciones en movimientos de mayor velocidad. Asimismo, en los dispositivos de conversión directa eléctrica, donde la energía mecánica de las olas se convierte en electricidad sin conversiones interme-

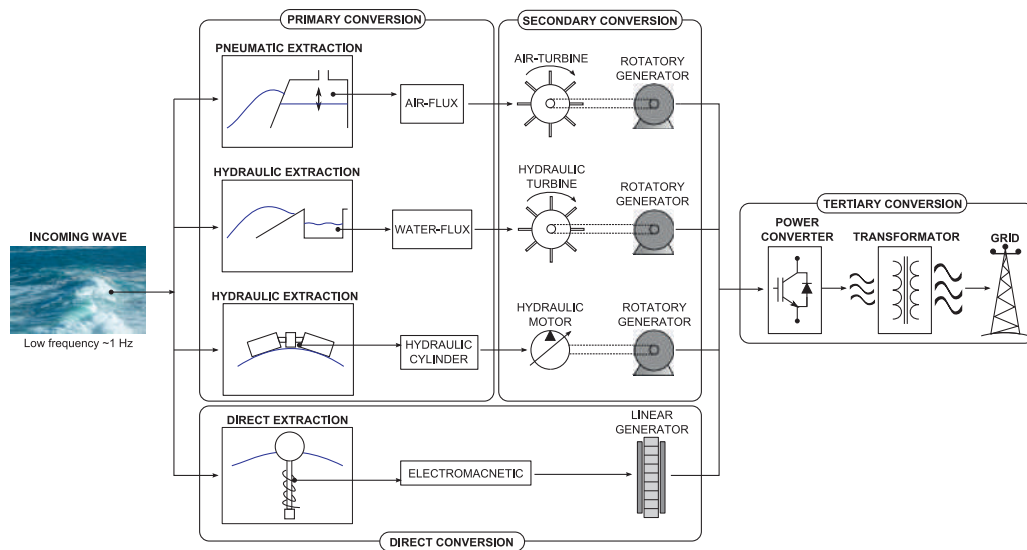


Figura 1.17: Etapas del flujo de energía en un WEC [21].

dias, las etapas primaria y secundaria se combinan en una sola. Finalmente, la etapa terciaria constituye la conexión entre el WEC y la red eléctrica, proporcionando el acondicionamiento necesario a la función de salida del generador para cumplir con los requisitos de inyección a la red [21].

La clasificación de las etapas de conversión mencionada captura en líneas generales los diversos métodos de conversión. Sin embargo, algunos WECs no se ajustan correctamente a la descripción presentada en la Figura 1.17. A medida que avanza la tecnología de los convertidores unidireccionales, surge la necesidad de considerar nuevos conceptos que ofrecen diversas formas de convertir la energía mecánica de las olas en una forma útil. Notar que, por ejemplo, aquellos PTOs que cuentan con transmisiones mecánicas en lugar de hidráulicas o neumáticas, y otros más recientemente desarrollados, como los sistemas de nanogeneración triboeléctrica, no pueden enmarcarse con facilidad dentro de las descripciones de las etapas representadas en la Figura 1.17.

El estudio llevado a cabo por [49] proporciona una perspectiva ligeramente distinta para describir el flujo de energía en un WEC, logrando abarcar la gran diversidad de métodos mediante los cuales los WEC y sus respectivos PTO convierten la energía de las olas en una forma manipulable y fácilmente aprovechable. En dicho trabajo se propone dividir el flujo de energía desde las olas marinas hasta la carga del WEC en seis etapas, como máximo, tal cual se muestra en la Figura 1.18. Las etapas inicial y final representan el recurso de las olas y la red, respectivamente, mientras que las cuatro etapas intermedias describen las diferentes fases de conversión intermedias propias del convertidor unidireccionales: etapa de absorción, transmisión, generación y

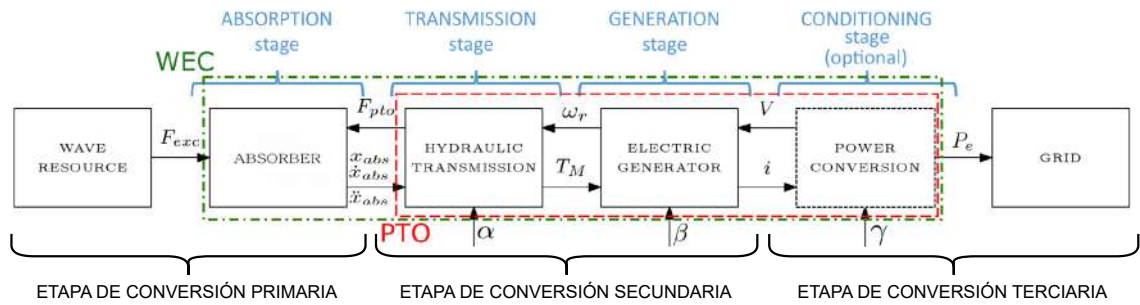


Figura 1.18: Etapas del flujo de energía en un WEC. Las flechas que ingresan a las etapas de transmisión, generación y acondicionamiento representan posibles entradas de control [80].

acondicionamiento. Antes de continuar, en este trabajo se sustituirá la última etapa llamada red eléctrica por una *carga* genérica, pudiendo representar, por ejemplo, la propia red eléctrica, así como un arreglo de baterías, una carga mecánica o hidráulica, o bien una planta desalinizadora, entre otros. De este modo, la última etapa, denominada a partir de ahora como carga, adquiere un carácter más general para representar diferentes escenarios.

Para describir las seis etapas, se utilizará el ejemplo propuesto en [49], que se muestra en la Figura 1.18. Este corresponde a un WEC genérico con un PTO basado en un sistema hidráulico, que podría representar, por ejemplo, las etapas del Wave Star Energy [31]. En este dispositivo, la etapa de absorción implica la conversión del movimiento de las olas en un movimiento oscilante del WEC, referido hasta aquí como el principio de captación de energía del convertidor. La energía absorbida se convierte en energía hidráulica durante la etapa de transmisión, donde típicamente se emplea un actuador o pistón hidráulico seguido de un circuito hidráulico que alimenta un motor hidráulico (ver Figura 1.11). Este último impulsa un generador que transforma la energía hidráulica en energía eléctrica en la etapa de generación. Posteriormente, la potencia generada se adapta en la etapa de acondicionamiento mediante convertidores electrónicos de potencia para cumplir con los requisitos de inyección a la red. Además, Penalba y colaboradores han indicado con flechas que ingresan a las etapas de transmisión, generación y acondicionamiento las posibles señales de control que el WEC podría recibir.

Es importante destacar que el sistema hidráulico presentado en la Figura 1.18 puede sustituirse por un sistema de transmisión mecánica, neumática o magnético, manteniendo así el esquema de cuatro etapas de conversión del WEC (absorción-transmisión-generación-acondicionamiento). Por ejemplo, en el caso de los converti-

dores tipo OWC, la etapa de absorción involucra una estructura fija o flotante que captura el aire entre la superficie del océano y la turbina de aire, mientras que la etapa de transmisión es neumática y está determinada por la masa de aire en movimiento dentro del recinto cerrado, la cual es impulsada por la columna de agua oscilante (ver Sección 1.2.4). Más aún, en el caso particular de los WECs con un PTO de transmisión directa basado en un generador eléctrico lineal, se elimina la etapa de transmisión, resultando en un sistema de tres etapas de conversión (absorción-generación-acondicionamiento). De esta manera, es importante notar que las etapas mostradas en la Figura 1.18, propuestas en [49], proporcionan una estructura versátil que puede adaptarse a una gran variedad de WECs con diversos principios de funcionamiento (ver Figura 1.10). Adicionalmente, notar que dentro del dispositivo WEC completo, el PTO abarca las etapas de transmisión, generación y acondicionamiento de energía, mientras que la etapa de absorción se puede entender como el principio fundamental de captación de energía en un WEC. Además, las características del recurso de olas y la carga imponen restricciones a las que el dispositivo de conversión de energía de las olas debe necesariamente adaptarse.

Cabe señalar que la Figura 1.18 original ha sido modificada para representar las etapas de conversión primaria, secundaria y terciaria propuestas por [21]. En esta sutil reinterpretación, la etapa secundaria puede, por ejemplo, representar una transmisión mecánica y la generación asociada, brindando una mayor versatilidad para describir otros dispositivos no contemplados en la Figura 1.17. Respecto a esto, es importante notar que tanto la etapa secundaria como terciaria abarcan procesos de conversión de energía que pueden estar basados en fenómenos físicos completamente distintos o bien requerir estrategias de modelado significativamente diferentes. A modo de ejemplo, en el WEC hidráulico utilizado en la figura mencionada, la etapa secundaria involucra tanto la transmisión hidráulica como la generación de energía eléctrica. Es evidente que la distinción de las seis etapas de conversión propuesta por Penalba y colaboradores facilita la separación de los procesos físicos de conversión, lo cual ayuda a determinar los requisitos de modelado y control específicos para cada una de estas etapas.

### **1.2.6. Convertidor de Energía de las Olas Propuesto**

Considerando el estado actual de los convertidores de energía de las olas, junto con los diversos avances tecnológicos hasta la fecha en la unidad de extracción de potencia, se ha propuesto un sistema de conversión de energía undimotriz para el cual se ha solicitado una patente de invención [34]. El comportamiento dinámico,

modelado y control de este convertidor de energía de las olas serán objeto de estudio a lo largo de la tesis.

En consonancia con la tendencia actual de los WEC hacia el desarrollo de absorbedores puntuales, tal como se observa en la Figura 1.9, el convertidor propuesto cuenta con una etapa de absorción que consiste en un sistema tipo brazo-flotador oscilante, como se muestra en la Figura 1.19. Dicha etapa está inspirada en WECs que no solo han alcanzado un nivel significativo de madurez tecnológica (TRL), sino que también han sido probados en entornos marinos relevantes durante años, como es el caso de Wave Star Energy [31, 43]. Además, la configuración de la etapa de absorción tipo brazo-flotador es adecuada para una instalación costera (ver Figura 1.6), resultando una opción considerablemente más económica y accesible en comparación con alternativas ubicadas en aguas poco profundas o profundas, lo cual tiene el potencial de disminuir el LCOE asociado. Asimismo, en el caso de los convertidores undimotrices tipo brazo-flotador oscilante, una práctica habitual para retirarlos de servicio consiste en izar la etapa de absorción, como se muestra en la Figura B.1, y fijarla en una posición segura, alejada del contacto con la superficie del agua. Esto resulta de gran importancia para garantizar la capacidad de supervivencia del WEC, tal como se expone en la Sección 1.2.2.

Adicionalmente, tal como se aprecia en la Figura 1.19, el WEC presenta un PTO basado en una transmisión mecánica. Como se mencionó en la Sección 1.2.4.5, las transmisiones mecánicas constituyen una tecnología bien establecida en el mercado para numerosas industrias, incluyendo casos de éxito en el sector de energía de las olas con convertidores altamente prometedores como el CorPower [66]. En este sentido, dependiendo de la tecnología utilizada, las transmisiones mecánicas pueden alcanzar altas eficiencias. Asimismo, como se observa en las Figuras 1.19b y 1.19c, la transmisión mecánica incorpora un MMR, cuyos numerosos beneficios y desafíos, principalmente en lo que respecta al modelado y control (más detalles se brindan en la Sección 1.3.1), han sido expuestos en la Sección 1.2.4.5. Notar además que los sistemas genéricos de entrada y salida del WEC, representados en la Figura 1.16, han sido detallados en la Figura 1.19 para representar los diversos subsistemas que los conforman. A continuación, se describirá el funcionamiento general del WEC utilizando las etapas de conversión de energía propuestas en [49], que se presentan en la Figura 1.19.

La etapa de absorción del convertidor undimotriz está constituida por un sistema tipo brazo-flotador oscilante que capta los movimientos de las olas y los transmite a la unidad de extracción de potencia. Se observa que el WEC propuesto incluye

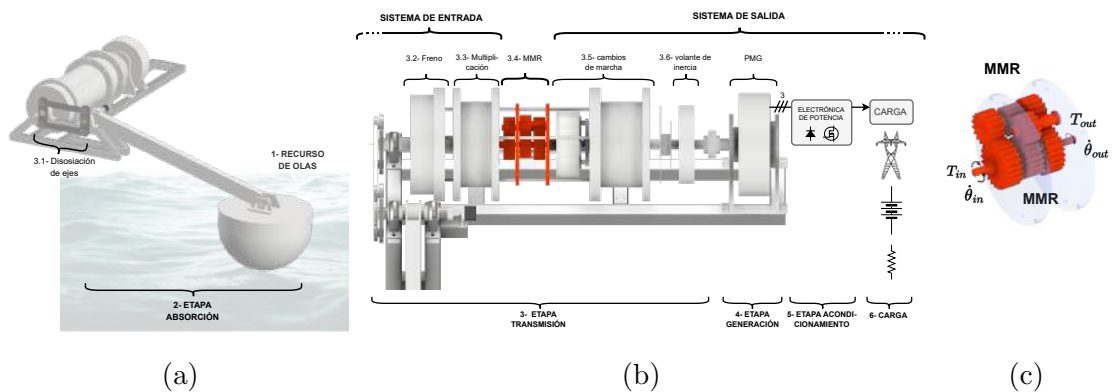


Figura 1.19: Etapas de conversión de energía y descripción de sistemas de entrada-salida de un WEC tipo brazo-flotador oscilante con un PTO basado en un MMR. (a) Recurso de olas y etapa de absorción. También se muestra la etapa de Disociación de Ejes, perteneciente a la Transmisión (etapa 3) del PTO. (b) Representación del PTO mecánico basado en un MMR. (c) Sistema MMR.

una etapa de disociación de ejes que proporciona una separación física entre la etapa de absorción, necesariamente en contacto con el océano, y los demás componentes del PTO. Este dispositivo brinda versatilidad en la instalación y además protege los componentes internos del sistema.

El movimiento captado por la etapa de absorción se transmite a una transmisión mecánica (etapa 3) ubicada en un receptáculo cerrado. Dicha transmisión consta de una etapa de multiplicación primaria que adapta velocidades bajas y altos torques, seguida por un MMR que transforma el movimiento bidireccional en uno unidireccional. Además, el PTO cuenta con una segunda adaptación mecánica basada en un mecanismo de cambios de marcha controlados, que permite al WEC ajustar la relación de transmisión final, brindando mayor versatilidad en la absorción de energía para diferentes condiciones de oleaje.

El eje de salida de este conjunto se conecta a un volante de inercia, con el cual se busca ajustar la impedancia característica del WEC a las condiciones de oleaje del sitio de instalación. Posteriormente, un generador eléctrico se conecta a este volante para producir energía eléctrica (etapa 4), mientras que un convertidor electrónico de potencia (etapa 5) adapta la salida fluctuante del generador para cumplir con las restricciones impuestas por la carga específica a la que el WEC se encuentra conectado (etapa 6).

Finalmente, es importante señalar que la etapa de transmisión incluye un freno, situado antes del MMR. De esta manera, la acción de este dispositivo puede inte-



grarse en ciertas estrategias de control hidrodinámico del WEC, como el *latching* y *declutching* [81]. Otra función del freno es la de restringir la extracción de potencia del recurso en la etapa de absorción ante eventuales condiciones de oleaje extremo, disminuyendo los esfuerzos transmitidos al resto de las etapas del convertidor y brindando así una protección ante sobrecargas (comparable a los sistemas anti wind-up utilizados en aerogeneradores).

De este modo, el convertidor undimotriz propuesto busca convertir la energía de las olas en una forma útil que pueda ser fácilmente aprovechable. Adicionalmente, en el Apéndice B se proporciona una descripción más detallada de cada etapa del convertidor undimotriz propuesto y cómo los diversos subsistemas buscan superar los desafíos que enfrentan los WEC, especialmente en relación con la tecnología del PTO (Sección 1.2.2), para lograr un aprovechamiento eficiente del recurso undimotriz.

### 1.3. Modelado y Control de Convertidores de Energía de las Olas

El modelado matemático de la dinámica de los convertidores de energía de las olas proporciona un marco fundamental para la investigación y desarrollo en esta área. Para lograr una comprensión detallada de estos dispositivos, resulta crucial disponer de un modelo dinámico integral del WEC en estudio, comúnmente denominado modelo ola-red (W2W). Este modelo es esencial para el diseño, la optimización, parametrización y evaluación del rendimiento de los WEC en diferentes condiciones de oleaje [4, 81, 6, 82, 83, 84, 85, 74]. Además, el modelo W2W permite la realización de pruebas sistemáticas de diversas estrategias de control con el objetivo de maximizar la captura de energía, considerando las interacciones existentes entre las distintas etapas de conversión del convertidor, como se ilustra en la Figura 1.18.

En este contexto, el control desempeña un papel crucial en la mejora del rendimiento económico de los WEC al reducir el LCOE. Cabe señalar que la implementación de controladores en los convertidores puede incrementar ligeramente el CAPEX; sin embargo, la producción anual de energía puede aumentar de manera significativa, lo que lleva, en última instancia, a una reducción del LCOE. Además, es importante resaltar que la interacción entre las olas y el captor de energía, la dinámica del PTO y el control están intrínsecamente acoplados de forma no lineal, y este acoplamiento no se comprende completamente, pudiendo volverse altamente complejo en ciertos casos, dependiendo del principio de funcionamiento del WEC y la tecnología PTO implementada [82, 86, 78]. Por lo tanto, para el desarrollo de WECs, resulta esencial

establecer un marco de co-diseño para abordar dicha interconexión en su totalidad. Esto implica contar con un modelo W2W adecuado mediante el cual pueda considerarse el control del dispositivo en las primeras etapas de diseño, de modo que pueda servir para retroalimentar el diseño y viceversa [87, 4]. Para este propósito, es también vital considerar el recurso de olas del sitio potencial de instalación del WEC, de modo de poder optimizar las dimensiones del captor de energía, así como el rendimiento y propiedades del PTO y cada una de las etapas de conversión asociadas, a las condiciones específicas de olas a las cuales se enfrentará el dispositivo.

Las estrategias de co-diseño han adquirido una importancia creciente en la literatura recientemente, considerándose un aspecto clave para el desarrollo y el éxito de la tecnología de los WECs [87, 4, 88, 80, 89]. Relacionado con esto, en [90] se analiza la curva de desarrollo de un WEC en el camino hacia alcanzar su viabilidad comercial, a partir de la medición de dos indicadores simultáneos. El primero de ellos es el nivel de rendimiento de la tecnología (TPL), que mide cuán bueno es el desempeño del dispositivo, mientras que el segundo es el nivel de madurez de la tecnología (TRL), que evalúa el nivel de desarrollo del dispositivo. En este sentido, el TPL puede relacionarse principalmente con el costo de la energía y el TRL con la inversión requerida. Considerando esto, el trabajo [90] propone la trayectoria de desarrollo ideal para WECs, recomendando mejorar el TPL en niveles bajos de TRL, como se ilustra en la Figura 1.20, retrasando los experimentos costosos hasta que se obtenga una alta confianza en la tecnología. En este contexto, los modelos W2W de alta fidelidad resultan entonces esenciales para evaluar exhaustivamente el rendimiento de un WEC en niveles bajos de TRL, antes de involucrarse en etapas de demostración experimental altamente costosas [80].

Con el objetivo de desarrollar estrategias de control representativas y aplicables al problema físico real que permitan optimizar la captación de energía del WEC, y optimizar su diseño y rendimiento en etapas tempranas de desarrollo, resulta esencial disponer de un modelo de simulación que integre todos los componentes necesarios para la conversión de energía y sus dinámicas. Idealmente, para el control se requiere que los modelos sean fáciles de implementar, simples, precisos y computacionalmente eficientes. Desafortunadamente, estas características a menudo entran en conflicto y se debe llegar a un compromiso para definir una estructura de modelo adecuada [82]. Las características deseables que debe reunir un modelo W2W para producir simulaciones de alta fidelidad que resulten apropiadas para el desarrollo de estrategias de control integrales se detallan a continuación [49]:

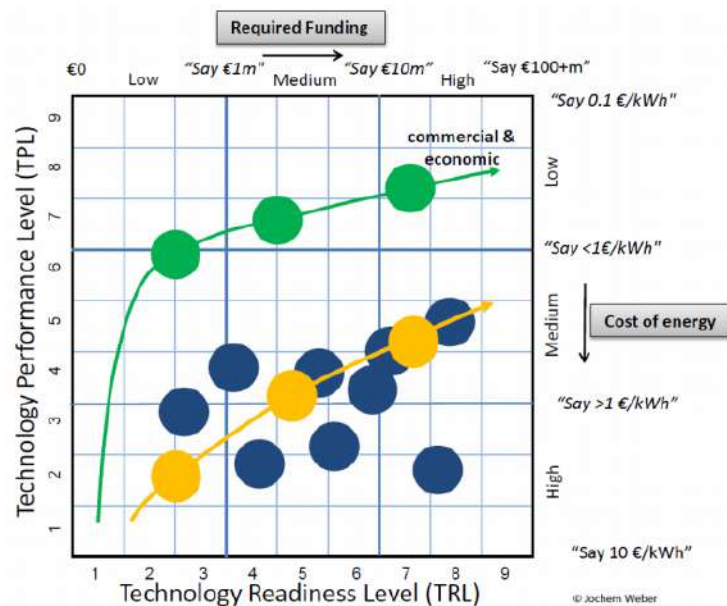


Figura 1.20: Comparación de trayectorias de desarrollo. Trayectoria sugerida de desarrollo realista (en verde) que sigue el principio de lograr un buen rendimiento antes de alcanzar un alto nivel de madurez tecnológica [90].

- Modelos equilibrados y consistentes entre sí para cada una de las etapas de conversión de energía, incorporando no linealidades cuando sea pertinente.
- Consideración de todas las posibles entradas de control en las diversas etapas de conversión de energía.
- Incorporación de las pérdidas inherentes y las curvas de eficiencia de los distintos componentes del sistema.
- Especificación de las restricciones físicas para cada componente, como desplazamiento, velocidad y fuerza (en el caso de componentes mecánicos), presión (para componentes hidráulicos o neumáticos), corriente, tensión (en componentes eléctricos) y especificación de potencia en todos los niveles. La especificación de restricciones impuestas por la red eléctrica, incluyendo medidas de calidad de energía, también puede resultar importante en ciertos casos.

Es importante destacar que los requisitos de modelado de cada etapa varían significativamente según el objetivo específico de la investigación. Por lo tanto, las características mencionadas anteriormente y los esfuerzos de modelado asociados deben ajustarse de manera adecuada a los objetivos particulares de cada caso.

### 1.3.1. Modelado de PTOs basados en un MMR y sus Requisitos para el Control

El WEC propuesto en la Sección 1.2.6, objeto de estudio de esta tesis, está compuesto por un PTO mecánico que incorpora un sistema de rectificación de movimiento. Por este motivo, a continuación se describirán los desafíos más significativos que enfrentan este tipo de PTOs en relación con el modelado W2W y el control. Además, se detallarán las características deseables que debe poseer el modelo W2W de un WEC que incluye un mecanismo de rectificación de movimiento, con el fin de lograr simulaciones de alta fidelidad que sean al mismo tiempo adecuadas para el desarrollo de estrategias de control hidrodinámicas.

El principal desafío en el modelado y control de los convertidores de energía de las olas que incorporan un MMR radica en la adecuada descripción y manejo efectivo de las no linealidades asociadas a este sistema de rectificación. Dado que el MMR constituye una etapa intermedia de conversión en el convertidor undimotriz, como se ilustra en la Figura 1.19, su influencia se manifiesta tanto en la hidrodinámica de la etapa de absorción como en los procesos de transmisión de potencia hacia la etapa de generación y el comportamiento dinámico de esta etapa. Es importante destacar además que, en principio, la única variable de control disponible en estos convertidores es el par electromagnético ejercido por el generador. A través de la manipulación de este par, se busca no solo controlar la generación de energía eléctrica, sino también manipular el comportamiento dinámico de la etapa de absorción con el objetivo de maximizar la captación de energía.

El control de la etapa de absorción y generación es directo en el caso de PTOs mecánicos que no incorporan un MMR, ya que dichas etapas del WEC se encuentran permanentemente acopladas, manteniendo siempre un sincronismo, por lo que evolucionan conjuntamente. En contraste, al integrar un MMR en el PTO mecánico, las etapas de absorción y generación pueden estar acopladas en determinados momentos, lo que genera una dinámica similar a la de un PTO sin MMR, o bien desacopladas, surgiendo así intervalos en los cuales el sistema de captación de energía y la generación del WEC evolucionan de manera independiente, es decir, se pierde el sincronismo. Esta dinámica no lineal se conoce comúnmente como “acoplamiento-desacoplamiento”, y la condición que debe cumplirse para que el WEC conmute del modo de transmisión acoplado al desacoplado se denomina condición de desacoplamiento. Cabe notar que esta dinámica no lineal afecta también la transmisión de potencia desde la etapa de absorción hacia la etapa de generación del WEC, lo cual reviste una dificultad

adicional no solo para describir los procesos de conversión de energía del convertidor undimotriz, sino también para controlarlos de manera efectiva con el objetivo de maximizar la absorción.

Dadas las significativas implicancias que presenta el mecanismo de rectificación de movimiento en el comportamiento dinámico del convertidor undimotriz en su totalidad, es imperativo que el modelo de conversión de energía de olas incorpore una descripción detallada de las no linealidades inherentes del MMR, incluyendo los diversos modos de transmisión y las condiciones de conmutación asociadas. También es vital considerar los procesos de conversión de energía asociados a la transmisión de potencia entre la etapa de absorción y la etapa de generación del convertidor.

A pesar de los numerosos modelos de MMR propuestos en la literatura [69, 91, 76, 77, 73, 74, 75, 92, 72, 71], ninguno ha logrado integrar todos estos requisitos de manera efectiva. Las limitaciones de estas formulaciones no solo afectan la precisión del modelo al representar la respuesta dinámica de los dispositivos basados en MMR, sino que también restringen la implementación de diversas estrategias de control. Actualmente, los modelos disponibles son capaces de implementar únicamente una carga de tipo amortiguamiento en su variable de control en la etapa de generación. Sin embargo, es importante señalar que esta limitación no se debe a una imposibilidad física inherente al PTO, ya que el par del generador eléctrico puede ajustarse de manera activa al controlar su corriente mediante sistemas de electrónica de potencia [93]. Más bien, se trata de una restricción intrínseca de modelado. Además, las no linealidades propias del MMR hacen que la extensión de los modelos actuales para poder lidiar con otro tipo de cargas de control no sea directa. Por lo tanto, la literatura actual se centra únicamente en un caso particular dentro del amplio espectro de posibilidades de cargas, limitando así el análisis y la discusión de otros comportamientos que podrían ser relevantes, así como la implementación de estrategias de control más avanzadas disponibles para WECs [94, 89, 95, 96], más allá del control pasivo o de amortiguamiento convencionalmente utilizado (más detalles de las estrategias de control disponibles se brindan en la Sección 1.3.3). Para superar estos desafíos, es crucial desarrollar un modelo W2W que refleje adecuadamente la dinámica no lineal asociada a los WEC que incorporan una etapa de transmisión mecánica con MMR, permitiendo así el desarrollo de estrategias de control más sofisticadas.

A continuación se presentan conceptos clave relacionados con el modelado hidrodinámico de la etapa de absorción de los WEC en general, así como algunas de las principales estrategias de control hidrodinámico abordadas en la literatura. En cuanto al modelado de las etapas de conversión de energía específicas del WEC descrito en

la Sección 1.2.6, y la evaluación del control asociado, son temas de estudio de esta tesis que se abordarán con mayor detalle en capítulos posteriores.

### 1.3.2. Modelo Hidrodinámico: Etapa de Absorción del WEC

En la literatura, se ha dedicado una cantidad considerable de actividades de investigación a la hidrodinámica de los WEC, como se resume en [97, 83, 98, 99, 100, 101]. Típicamente, el movimiento de un dispositivo de conversión de energía de las olas está regido por la Segunda Ley de Newton, expresada como:

$$\mathbf{M}\ddot{\boldsymbol{\xi}} = \mathbf{F}_{hyd} + \mathbf{F}_g + \mathbf{F}_{pto} + \mathbf{F}_{ext} \quad (1.2)$$

donde  $\mathbf{M}$  es la matriz de masas y  $\boldsymbol{\xi}$  es el desplazamiento del WEC;  $\mathbf{F}_{hyd}$ ,  $\mathbf{F}_g$ ,  $\mathbf{F}_{pto}$  y  $\mathbf{F}_{ext}$  son las fuerzas hidrodinámicas, de gravedad, PTO y externas, respectivamente. Para  $\mathbf{F}_{ext}$  no hay una representación única; puede incluir fuerzas de anclaje y otras fuerzas potencialmente no lineales, como el fin de carrera de actuadores hidráulicos, entre otras [102, 103].

Uno de los principales desafíos en el modelado de WEC es la representación de la interacción entre las olas y la estructura, es decir, la correcta descripción de  $\mathbf{F}_{hyd}$  en la ecuación (1.2). En el ámbito de la energía de las olas, se han identificado dos requisitos principales en función de los diferentes propósitos de los modelos: el costo computacional y la precisión. Así, los modelos destinados a la evaluación de la producción de energía, optimización o control requieren un bajo costo computacional con una precisión razonable. Por otro lado, aquellos utilizados para simular el comportamiento del dispositivo en estados de mar específicos o para el análisis estructural en escalas de tiempo cortas necesitan una alta fidelidad y pueden permitirse un mayor consumo de recursos computacionales. Por consiguiente, se han propuesto enfoques de modelado específicos para distintos propósitos y tipos de WECs [104].

Entre las alternativas más precisas de modelado hidrodinámico se encuentran los algoritmos basados en hidrodinámica de partículas suavizadas (SPH) [105] y dinámica de fluidos computacional (CFD) [106]. Estos enfoques tienen la capacidad de describir con precisión el espectro completo de fuerzas hidrodinámicas no lineales en tres dimensiones. No obstante, debido al considerable costo computacional asociado a estos métodos (generalmente, un segundo de simulación requiere aproximadamente una hora de cálculo), no son una buena opción como base para el diseño de control basado en modelos ni como herramienta de simulación para evaluar la eficacia de distintos diseños de control [6].

Afortunadamente, la complejidad y no linealidades asociadas a la interacción hidrodinámica entre los convertidores undimotrices y las olas oceánicas, en circunstancias específicas, pueden simplificarse. Dicha simplificación es factible principalmente en el caso de olas y movimientos oscilatorios de baja amplitud de los dispositivos, similar a la teoría de olas lineal descrita en el Apéndice A. En tales situaciones, el problema hidrodinámico se puede describir de manera precisa mediante un enfoque lineal, el cual suele ser válido a lo largo del régimen operativo del dispositivo [107]. Dicho modelo ofrece un equilibrio adecuado entre el costo computacional requerido y la precisión lograda, resultando especialmente conveniente a la hora de evaluar diversas estrategias de control, diseñar controles basados en modelo y evaluar el rendimiento de los WECs bajo distintas condiciones de olas.

A pesar de los beneficios mencionados, es preciso no perder de vista que muchos de los sistemas de control para maximizar la energía de los WECs tienden a amplificar el movimiento oscilatorio de los mismos, lo cual supone un conflicto con la suposición subyacente de los modelos de diseño de control hidrodinámico lineal, en los cuales se asume que el movimiento del dispositivo tiene una amplitud reducida. Por consiguiente, los modelos lineales utilizados como base para desarrollar estrategias de control, en realidad, están atentando contra la misma suposición sobre la que fueron construidos, conduciendo así a lo que se conoce en la literatura como la paradoja de modelado [108]. Si bien es prudente considerar esta problemática, el modelo de pequeñas amplitudes cuenta con un amplio respaldo en la literatura en términos de su idoneidad para el control, así como su eficacia en la representación de sistemas de conversión de energía de las olas, tema que ha sido extensamente investigado [99] y será adoptado a lo largo de esta tesis.

### 1.3.2.1. Modelo Hidrodinámico de Cummins

Debido a que la mayoría de los convertidores de energía de las olas pueden ser representados como un sistema de cuerpos flotantes, su dinámica puede ser descrita, al menos en sus principios más fundamentales, por modelos matemáticos ampliamente desarrollados para la industria marítima y naval [109]. La suposición de que la hidrodinámica puede considerarse lineal lleva a la aplicación de la formulación en el dominio del tiempo propuesta inicialmente por Cummins [110], la cual se basa en un sistema de ecuaciones integro-diferenciales. Al aplicar la ecuación de Cummins a un cuerpo flotante genérico sujeto a la acción de fuerzas hidrodinámicas de las olas ( $\mathbf{F}_{hyd}$ ), la fuerza de la gravedad ( $\mathbf{F}_g$ ) y otras fuerzas externas ( $\mathbf{F}_{pto}$  y  $\mathbf{F}_{ext}$ ), considerando un sistema de referencia inercial ( $xyz$ ) centrado en la posición de equilibrio del

WEC, el movimiento  $\boldsymbol{\xi}$  puede ser descrito por la siguiente expresión:

$$(\mathbf{M} + \mathbf{A}_\infty) \ddot{\boldsymbol{\xi}}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{f}_{ex}(\tau) \eta(x_0, y_0, t - \tau) d\tau - \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{k}(\tau) \dot{\boldsymbol{\xi}}(t - \tau) d\tau \\ \dots - \mathbf{S}_h \boldsymbol{\xi}(t) + \mathbf{F}_{pto}(t) + \mathbf{F}_{ext}(t), \quad (1.3)$$

donde  $\mathbf{S}_h \in \mathbb{R}^{n \times n}$  es la matriz que describe la rigidez hidrostática, la cual modela el balance entre las fuerzas de la gravedad e hidrostáticas;  $\eta$  es la elevación de la superficie libre,  $x_0$  y  $y_0$  son puntos de referencia seleccionados del WEC en su posición de equilibrio,  $\mathbf{A}_\infty \in \mathbb{R}^{n \times n}$  es la matriz de masa añadida a frecuencia infinita producto del fenómeno de radiación, y  $\boldsymbol{\xi} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$  es un vector que representa los seis modos de oscilación del WEC, denominados *heave*, *surge*, *sway* (traslaciones en  $xyz$ , respectivamente), *roll*, *pitch* y *yaw* (rotaciones alrededor de los ejes  $xyz$ , respectivamente). Además, los elementos de la matriz  $\mathbf{k} \in \mathbb{R}^{n \times n}$  son las funciones de respuesta al impulso asociadas a las fuerzas que actúan sobre el cuerpo flotante debido a la radiación de olas cuando el cuerpo oscila en cada uno de sus modos, sin la presencia de olas incidentes y difractadas [111, 81]. Dado que la fuerza de radiación y la velocidad son funciones de valores reales, los elementos de la matriz  $\mathbf{k}$  de dimensiones  $n \times n$  son funciones reales y, dado que la fuerza de radiación depende solo de las oscilaciones presentes y pasadas,  $\mathbf{k}$  es causal, es decir,  $\mathbf{k} = \mathbf{0}$  para  $t < 0$  [81]. Además, los elementos del vector  $\mathbf{f}_{ex} \in \mathbb{R}^{n \times 1}$  son las funciones de respuesta al impulso asociadas a las fuerzas que actúan sobre el cuerpo flotante debido a la excitación de olas incidentes cuando el cuerpo se encuentra fijo en su posición de equilibrio [111, 81]. Los elementos de  $\mathbf{f}_{ex}$  son funciones no causales, lo que implica que el cuerpo flotante se ve afectado por el perfil de ola incidente considerablemente antes de que la misma alcance efectivamente el WEC. Esto se debe, en parte, a que la fuerza es el resultado de la presión del fluido actuando sobre toda la superficie mojada del cuerpo, y segundo, debido a que la acción de las olas sobre la superficie libre es un fenómeno continuo, el cuerpo experimenta una fuerza antes de que una elevación de ola llegue realmente a su superficie mojada. Debido a estas razones, aunque el proceso real que conduce a la fuerza excitación es causal, cuando dicho fenómeno se expresa únicamente en términos de elevación de la superficie libre evaluada en un punto de referencia del WEC en su posición de equilibrio ( $\eta(x_0, y_0, t)$ ), dicho proceso resulta no causal. Para más detalles consultar [111, 81, 109, 6].

Adicionalmente, la dinámica de los WEC puede ser alternativamente expresada



en el dominio de la frecuencia como sigue<sup>1</sup>:

$$\frac{\tilde{\xi}(\omega)}{\tilde{\mathbf{f}}_{ex}(\omega)\tilde{\eta}(\omega) + \tilde{\mathbf{F}}_{pto}(\omega) + \tilde{\mathbf{F}}_{ext}(\omega)} = \frac{1}{\mathbf{B}(\omega) + j\omega[\mathbf{M} + \mathbf{A}_\infty + \mathbf{A}(\omega) - \mathbf{S}_h/\omega^2]} = \frac{1}{\mathbf{Z}_{wec}} \quad (1.4)$$

donde  $\tilde{\mathcal{W}}(\omega) \equiv \mathcal{F}\{\mathcal{W}(t)\}$ , y  $\mathcal{F}\{\bullet\}$  representa la transformada de Fourier. Adicionalmente,  $\mathbf{B}(\omega)$  es la matriz de resistencias de radiación,  $\mathbf{A}(\omega)$  es la matriz de masas añadidas luego de remover las singularidades presentes a frecuencia infinita ( $\mathbf{A}_\infty$ ),  $\mathbf{K}(\omega) = \mathbf{B}(\omega) + j\omega\mathbf{A}(\omega)$  es la transformada de Fourier de  $\mathbf{k}(t)$ , y  $\mathbf{Z}_{wec}$  es la matriz de impedancia característica del WEC. Típicamente,  $\tilde{\mathbf{f}}_{ex}(\omega)$ ,  $\mathbf{B}(\omega)$ ,  $\mathbf{A}(\omega)$ ,  $\mathbf{A}_\infty$  y  $\mathbf{S}_h$  se calculan numéricamente utilizando métodos de elementos de contorno (BEM) de flujo potencial, ya sea de código abierto o comerciales, como NEMOH [112] o WAMIT [113], respectivamente.

### 1.3.2.2. Comparación entre Modelos en el Dominio del Tiempo y la Frecuencia

Las ecuaciones hidrodinámicas (1.3) y (1.4) en el dominio del tiempo y la frecuencia, respectivamente, pueden relacionarse a través de las relaciones de Ogilvie [114]. Los modelos en el dominio del tiempo y frecuencia presentados son capaces de representar con precisión la dinámica de los WEC cuando los desplazamientos del cuerpo flotante son pequeños. Sin embargo, como se ha discutido anteriormente [108], esta premisa no siempre se cumple, particularmente cuando se implementa un control de maximización de potencia para amplificar el movimiento del dispositivo de captación de energía. En tales casos, aparecen ciertas fuerzas no lineales significativas que ya no pueden ser desestimadas. Para superar esta dificultad, se recurre a la utilización de métodos híbridos de modelado en los cuales se incorporan términos no lineales en la ecuación dinámica (1.3), a través de la fuerza  $\mathbf{F}_{ext}(t)$ . Es importante notar que al incorporar estos términos no lineales, la ecuación dinámica de Cummins en el dominio de la frecuencia 1.4 ya no es aplicable, lo que conlleva necesariamente a abordar el problema en el dominio del tiempo, perdiendo así las ventajas y simplicidad asociadas con la resolución en el dominio frecuencial.

<sup>1</sup>En esta ecuación se toma la licencia de representar la inversa de las matrices involucradas utilizando la notación de una división estándar, es decir, se emplea la expresión  $1/\mathbf{\Gamma}$  para representar  $\mathbf{\Gamma}^{-1}$ , siendo  $\mathbf{\Gamma}$  una matriz invertible. De este modo, las expresiones que resultan coinciden con las de un WEC con un único grado de libertad, más comúnmente encontradas en la literatura de energía de las olas.

Al incorporar ciertos términos no lineales que resulten críticos, se puede lograr una mayor fidelidad en el modelado sin un incremento significativo en el costo computacional. Sin embargo, los factores no lineales dominantes dependen en gran medida de conceptos específicos de cada WEC, el tamaño de la estructura de captación de energía, las estrategias de control que se implementen, entre otros, razón por la cual deben ser cuidadosamente considerados caso por caso [115, 100]. Por ejemplo, si el PTO es un sistema no lineal, como puede ocurrir en el caso de WECs con etapas de transmisión mecánica que incorporan un MMR, la dinámica de acoplamiento-desacoplamiento característica de estos dispositivos puede ser introducida en la ecuación (1.3) a través de la fuerza ejercida por la unidad de extracción de potencia ( $\mathbf{F}_{pto}$ ) [116, 79]. Además, una práctica común en la literatura de energía de las olas es introducir términos no lineales para describir los efectos viscosos asociados a la interacción del fluido con el flotador en contacto con el agua. Para representar este fenómeno, se incorpora un término de arrastre cuadrático a la ecuación de Cummins (1.3), como sigue:

$$\mathbf{F}_v = \frac{1}{2}\rho C_d A_s (\mathbf{u} - \dot{\boldsymbol{\xi}}) |\mathbf{u} - \dot{\boldsymbol{\xi}}| \quad (1.5)$$

donde  $A_s$  es el área del captor normal a la dirección del flujo,  $\mathbf{u}$  es la velocidad de las partículas de agua y  $C_d$  es el coeficiente viscoso. La incorporación del término de viscosidad puede mejorar significativamente la precisión del modelado, especialmente para grandes velocidades relativas entre el cuerpo flotante y el fluido. Sin embargo, es importante tener presente que caracterizar  $C_d$  no es trivial [117].

### 1.3.3. Estrategias de Control para WECs

A continuación, se presentará un breve resumen de algunas de las numerosas estrategias de control que se han desarrollado para los convertidores de energía de las olas.

#### 1.3.3.1. Control Clásico

El estudio clásico sobre el control para la maximización de potencia de convertidores de energía de las olas se remonta a 1975 [26]. Este estudio se basa en olas monocromáticas, el modelo hidrodinámico linealizado de Cummins y una unidad de extracción de potencia ideal. Las condiciones óptimas se obtienen al considerar el teorema de máxima transferencia de potencia y la ecuación dinámica (1.4) (asumiendo que  $\tilde{\mathbf{F}}_{ext} = 0$ ), por lo que el sistema PTO óptimo debe cumplir con la siguiente condición:

$$\mathbf{Z}_{pto} = \mathbf{Z}_{wec}^* \quad (1.6)$$

donde  $\mathbf{Z}_{wec}^*$  representa el complejo conjugado de la impedancia característica del WEC. De esta manera, si se cumple la condición anterior, la potencia absorbida

por el convertidor es máxima. Esta estrategia de control se conoce comúnmente en la literatura como control reactivo o complejo conjugado.

Es importante destacar que el control reactivo dado por esta ecuación requiere un flujo de potencia bidireccional. Sin embargo, existen ciertos PTOs que solo permiten un flujo de potencia unidireccional. Típicamente, estos WECs solo pueden ejercer una fuerza tipo amortiguador. En estos casos, el teorema de máxima transferencia de potencia y, por ende, el control reactivo asociado, se reduce a lo que comúnmente se conoce como control pasivo óptimo, dado por:

$$\mathbf{B}_{pto}(\omega) = |\mathbf{Z}_{wec}(\omega)| \quad (1.7)$$

La ecuación anterior se denomina condición de amplitud óptima en [111].

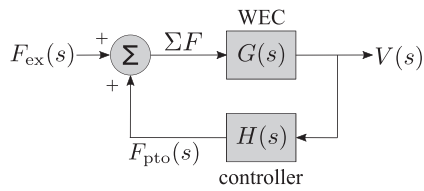
En el contexto del control reactivo, sustituyendo la ecuación de impedancia (1.6) en la ecuación hidrodinámica (1.4), y despejando la velocidad, se obtiene:

$$\tilde{\xi}_{opt}(\omega) = \frac{\tilde{\mathbf{F}}_{ex}(\omega)}{2\mathbf{B}(\omega)}, \quad (1.8)$$

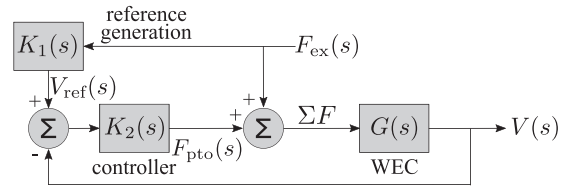
donde  $\tilde{\mathbf{F}}_{ex}(\omega) = \tilde{\mathbf{f}}_{ex}(\omega)\eta(\omega)$ . Esta ecuación indica que la velocidad del WEC debe estar en fase con la fuerza de excitación debida a las olas incidentes para extraer la máxima potencia.

Como alternativa al control pasivo óptimo, la ecuación de velocidad óptima (1.7) puede ser implementada en técnicas de control que no requieren el manejo de potencia reactiva [118]. Los conceptos básicos de estas estrategias se explican a continuación. Para una frecuencia específica, la condición de amplitud de la velocidad, obtenida al aplicar el valor absoluto a la expresión (1.8), se puede alcanzar seleccionando un amortiguador apropiado. Por otro lado, la condición de fase en la velocidad impuesta por (1.8) puede lograrse mediante controles comúnmente conocidos en la literatura como *latching* [26] o *declutching* [119].

El control *latching* retiene el cuerpo oscilante fijo en sus posiciones extremas, logrando sintonizar (poner en fase) la velocidad del WEC con la fuerza de excitación. El control *declutching* elimina la carga del PTO durante ciertos intervalos de tiempo, permitiendo que el WEC evolucione sin carga más rápidamente, buscando el mismo objetivo de sintonización de la fase de la velocidad y la fuerza de excitación. Aunque el *latching* y *declutching* no implementan el control reactivo óptimo (1.6), se presentan como alternativas subóptimas que ofrecen métodos potencialmente más simples (sin necesidad de flujo de potencia reactiva) para alcanzar la resonancia cuando el período resonante del dispositivo es mayor (*declutching*) o menor (*latching*) que el período de la ola incidente [6].



(a) Aproximación del control reactivo implementado a través de un lazo de realimentación.



(b) Aproximación del control reactivo implementado a partir de una referencia de velocidad.

Figura 1.21: Topologías para la implementación aproximada del control reactivo [4].

Si bien las ecuaciones (1.4) junto con (1.6)-(1.8) establecen una base teórica sólida para el control de los WEC, este enfoque presenta ciertas limitaciones. Su aplicación se restringe a olas monocromáticas y sistemas lineales con un PTO ideal. Además, las restricciones físicas, como el desplazamiento máximo permitido del WEC, no son fácilmente gestionables por estrategias de control clásico, lo que limita aún más su implementación. Además, las estrategias de control reactivo y el modelado lineal asociado a menudo resultan en oscilaciones poco realistas o fuerzas de control excesivas [108].

### 1.3.3.2. Estrategias de Control Moderno

Las olas oceánicas son, en general, policromáticas, y las ecuaciones (1.4) junto con (1.6)-(1.8) pueden extenderse para este escenario, de modo que se aproxime el control reactivo clásico descrito anteriormente para una ola monocromática. La estructura del sistema de control mostrado en la Figura 1.21a, que resulta óptima solo para la frecuencia de ola predominante en el estado de mar irregular, no requiere ninguna estimación o pronóstico de la fuerza de excitación de las olas, pero presenta limitaciones al manejar restricciones físicas y es difícil mejorar su robustez frente a errores de modelado. Por otro lado, la estructura presentada en la Figura 1.21b es más flexible que la anterior, ya que permite la incorporación de restricciones físicas y se utiliza comúnmente en la mayoría de las estrategias de control óptimo [120]. Sin embargo, la estructura de este sistema de control requiere del conocimiento futuro de la fuerza de excitación (pronósticos) y tiene una complejidad computacional significativamente mayor.

**Control Óptimo** En términos generales, el problema de control de los dispositivos convertidores de energía de olas puede reescribirse como un problema de control

óptimo, dado por

$$\max \int_0^T \mathbf{F}_{pto} \dot{\boldsymbol{\xi}} dt \quad (1.9)$$

$$s.t. \boldsymbol{\xi} \leq \boldsymbol{\xi}_{max} \quad (1.10)$$

$$\mathbf{F}_{pto} \leq \mathbf{F}_{max}, \quad (1.11)$$

donde  $\mathbf{F}_{max}$  y  $\boldsymbol{\xi}_{max}$  son las restricciones del PTO y el WEC en cuanto a fuerzas y desplazamientos, respectivamente. A partir de esta formulación, surgen diversos algoritmos de control óptimo, resumidos [95]. Una de las primeras aproximaciones utilizó el principio del máximo de Pontryagin y multiplicadores de Lagrange para abordar el "two-point boundary value problem" (TPBVP) resultante [121]. Sin embargo, estos métodos indirectos requieren derivaciones analíticas específicas para cada problema y tienen una región de convergencia limitada, necesitando un valor inicial adecuado.

Más recientemente, se han utilizado técnicas de control predictivo basado en modelo (MPC) [122], que han demostrado buenos resultados al lidiar con las restricciones de los WECs y descripciones hidrodinámicas lineales [123] y no lineales [124, 95], un PTO no ideal [125], e incluso para arreglos de WEC [122]. Sin embargo, el funcional de costo en el problema de maximización de energía difiere de la función objetivo cuadrática típica en MPC, lo que puede generar problemas no convexos. En estos casos, la existencia de una solución óptima depende de procesos complejos que interactúan entre sí, como las condiciones de las olas, la interacción fluido-estructura y las restricciones físicas impuestas por el propio PTO y el WEC.

En contraste, los métodos de transcripción directa discretizan la dinámica y el control de los WECs, ofreciendo un mejor equilibrio entre precisión y costo computacional, lo cual los hace adecuados para aplicaciones en tiempo real [21]. Dependiendo de la discretización empleada, estos métodos se clasifican en espectrales o pseudo-espectrales [126, 127], y han demostrado ser una alternativa atractiva al MPC, siendo útiles incluso en sistemas con no linealidades y restricciones físicas marcadas. Sin embargo, dichos enfoques no garantizan la unicidad de la solución del problema de maximización de energía, y para superar esto, surgen técnicas como la adaptación de momentos [128], que convierte el problema original en un programa de optimización cuadrático (QP) cóncavo. Sin embargo, esta formulación sólo puede manejar dinámicas lineales, lo que limita su aplicación en sistemas con fuertes no linealidades, como pueden ser los WECs que incorporan un MMR. Para superar esta limitación, se ha propuesto el uso de adaptación de momentos no lineales, formulando el OCP original como un programa no lineal (NP) de dimensiones finitas, que puede resolverse de manera eficiente computacionalmente [95].

Una alternativa al control óptimo, que aunque es mucho más simple, ofrece buenos resultados y es aplicable en el control en tiempo real, se presenta en [129]. Por otro lado, más recientemente, nuevas tendencias en el control de convertidores de energía de olas han sido el foco de esfuerzos de diversos estudios, centrándose en el control robusto y el control sin modelo (MFC) para reducir la influencia de errores de modelado, perturbaciones externas y errores en la estimación o pronóstico de la fuerza de excitación. Adicionalmente, se han hecho aportes para reducir sistemáticamente la complejidad de los modelos W2W, con el objetivo de poder utilizarlos para el control en tiempo real. Para un resumen condensado de dichos aportes, se refiere al lector a [4].

## 1.4. Estructura de la Tesis

Como se ha expuesto a lo largo de la revisión de la literatura, en los últimos años se ha explorado una amplia variedad de convertidores de energía de las olas, impulsados por el considerable potencial del recurso undimotriz, la creciente demanda energética a nivel mundial y la imperativa necesidad de proteger el medio ambiente reconocida de manera formal a través del Acuerdo de París. A pesar de que algunos prototipos han sido sometidos a pruebas a escala relevante en entornos oceánicos durante varios años, alcanzando niveles moderados de madurez tecnológica (TRL), aún no se ha logrado alcanzar la etapa de comercialización [29]. Las razones de esta situación son diversas e incluyen la gran diversidad de principios de funcionamiento de los dispositivos, así como la variedad de ubicaciones posibles para su instalación y el amplio espectro de climas de olas que puede presentarse en cada uno de ellos. Esta diversidad de enfoques, junto con la falta de convergencia tecnológica y consenso en el desarrollo de convertidores de energía de olas, ha resultado en una amplia gama de conceptos, técnicas, diseños y principios de operación.

### **WEC tipo Brazo-Flotador Oscilante con un PTO basado en un MMR**

Tras analizar el estado actual de los convertidores de energía de las olas, así como los desafíos que enfrentan y las soluciones propuestas a lo largo de los años, este trabajo presenta un WEC tipo brazo-flotador oscilante con un PTO basado en un MMR, para el cual se ha solicitado una patente de invención [34]. El funcionamiento del dispositivo se describe en la Sección 1.2.6 y en el Apéndice B se resalta cómo cada uno de los sistemas que integra el PTO busca superar los desafíos tecnológicos asociados a la conversión de energía de las olas establecidos en la Sección 1.2.2.3.

Dado el contexto establecido por el convertidor undimotriz propuesto, a lo largo de esta tesis se estudiarán el dimensionamiento y diseño paramétrico de este dispositivo, así como el modelado y control de la unidad de extracción de potencia mecánica que integra el mecanismo de rectificación de movimiento.

**Metodología de Dimensionamiento para WECs tipo Brazo-Flotador Oscilante** Los convertidores de energía de las olas suelen presentar buena eficiencia en la absorción de energía dentro de un rango específico de climas de olas. Uno de los aspectos más desafiantes y, al mismo tiempo, esenciales para el desarrollo de un WEC es la adaptación y optimización del dispositivo a las condiciones del clima de olas del sitio potencial de instalación. Esta área ha adquirido recientemente gran atención en lo que respecta a los esfuerzos de investigación.

A lo largo del Capítulo 2, se aborda esta problemática y se propone un método de dimensionamiento para los convertidores de energía de las olas tipo brazo-flotador oscilante, que representan el objeto de estudio de este trabajo. La metodología se basa en un modelo hidrodinámico semiparamétrico que permite relacionar un clima de olas específico con los parámetros fundamentales de diseño del WEC, los cuales están a su vez asociados a su capacidad de absorción de energía y a su respuesta dinámica. El modelo semiparamétrico propuesto combina las propiedades del WEC, típicamente obtenidas utilizando métodos numéricos (NEMOH o WAMIT), con los parámetros que definen las propiedades del convertidor undimotriz tipo brazo-flotador oscilante. La flexibilidad y el ahorro computacional que ofrece la utilización de este modelo lo convierten en una herramienta de gran utilidad para el diseño del convertidor y para el desarrollo de esquemas de optimización paramétrica.

Adicionalmente, en este capítulo se presenta un enfoque general para determinar un intervalo razonable de potencia de diseño, con el fin de evitar el sobredimensionamiento de la potencia instalada del convertidor. Este enfoque busca incorporar la creciente importancia que ha adquirido el reducir el LCOE en el contexto actual de desarrollo de WECs. Asimismo, la metodología, y particularmente el modelo semiparamétrico propuesto, establecen las bases para la definición de un enfoque iterativo de co-diseño, estrategia clave para avanzar de manera efectiva en el desarrollo de WECs.

**Modelo Generalizado de Dispositivos basados en un MMR** El modelado matemático de la dinámica de los convertidores de energía de las olas es esencial para la investigación y el desarrollo en este campo. En particular, un modelo integral W2W (wave-to-wire) resulta crucial para el diseño, optimización, parametrización

y evaluación del rendimiento de los WEC bajo diversas condiciones de oleaje. Este modelo W2W facilita la realización de pruebas sistemáticas de diferentes estrategias de control destinadas a maximizar la captura de energía, teniendo en cuenta las interacciones entre las distintas etapas de conversión del convertidor. Sin embargo, la obtención de un modelo que satisfaga estas condiciones resulta aún más desafiante en comparación con otros convertidores, especialmente en el caso del WEC propuesto, que presenta un sistema de PTO mecánico basado en un mecanismo de rectificación de movimiento (MMR).

El principal desafío en el modelado y control de los convertidores de energía de las olas que incorporan un MMR radica en la adecuada descripción y manejo efectivo de las no linealidades asociadas a este sistema de rectificación. A pesar de los diversos esfuerzos de modelado presentados en la literatura que abordan este problema, ninguno ha logrado integrar todos los requisitos necesarios para desarrollar un modelo dinámico del MMR que sea lo suficientemente apropiado para su utilización en el contexto de un W2W para aplicaciones de convertidores de energía de las olas. Las limitaciones de estas formulaciones no solo afectan la precisión del modelo al representar la respuesta dinámica no lineal de los WECs basados en un MMR, sino que también restringen la implementación de diversas estrategias de control.

Esta problemática se aborda en primera instancia a lo largo del Capítulo 3, el cual se centra en el modelo del MMR, independientemente de los sistemas de entrada y salida a los cuales está conectado el mecanismo de rectificación. Este enfoque permite concentrar el esfuerzo de modelado en las no linealidades asociadas al MMR, las cuales serán heredadas luego por los sistemas de entrada y salida a los que se conecte el mecanismo; en el caso de los WEC, estos sistemas corresponden a la etapa de absorción y generación, respectivamente, ver Figuras 1.16 y 1.19. Como resultado, se presenta un nuevo modelo generalizado para dispositivos basados en MMR que resuelve las limitaciones de los modelos actuales introduciendo restricciones rigurosas de velocidad y torque para deducir una nueva condición de desacoplamiento, cuatro nuevos modos de transmisión del MMR y una descripción detallada de las restricciones que presentan estos dispositivos en lo que respecta a la transmisión de potencia desde el sistema de entrada (etapa de absorción) hacia el sistema de salida (etapa de generación).

Adicionalmente, en este capítulo se introduce un algoritmo para la implementación numérica del modelo propuesto, se deriva un modelo de fricción integral para MMRs y también se proporciona un método sencillo para activar los distintos modos de transmisión introducidos que amplían las perspectivas de las estrategias de control posibles de implementar en este tipo de convertidores. Por otro lado, se conducen



verificaciones numéricas exhaustivas del modelo, y además se presenta un procedimiento de identificación paramétrica para determinar los parámetros del modelo de un prototipo MMR a escala, con el cual se valida experimentalmente.

**Modelo Circuital y Control** Por último, el Capítulo 4 se divide en dos grandes partes: una dedicada al modelado y otra al control del WEC propuesto. La primera sección aborda la problemática del modelado asociada a los WEC que integran un MMR, empleando un enfoque completamente distinto al descrito anteriormente. En este capítulo, se presenta una nueva analogía circuital para el modelado y control de un PTO basado en un MMR. Es importante destacar que la síntesis de dicho circuito no requiere del conocimiento previo de las ecuaciones dinámicas explícitas del MMR. En su lugar, los componentes fundamentales del MMR se modelan de manera individual para deducir sus analogías eléctricas y luego se conectan entre sí utilizando las condiciones cinemáticas básicas que los vinculan, obteniendo el circuito equivalente final. Más aún, en este capítulo se demuestra analíticamente que la analogía resultante es equivalente al modelo generalizado de MMRs previamente presentado, lo cual brinda aún mayor consistencia a ambos enfoques de modelado. De este modo, la analogía eléctrica desarrollada para el MMR se establece como una plataforma generalizada de modelado circuital, especialmente adecuada para simular y controlar PTOs basados en MMR en aplicaciones de energía de las olas.

En la segunda parte de este capítulo, se especializan los sistemas de entrada y salida del circuito, para representar las etapas de absorción y generación del WEC tipo brazo-flotador oscilante propuesto en la Sección 1.2.6. Para ello, se sintetiza el modelo eléctrico equivalente de la interacción ola-estructura del convertidor y se propone una carga controlada para modelar la etapa de generación. Dicho circuito se utiliza luego para evaluar la reconocida estrategia de control reactivo, evaluando el rendimiento de este método en comparación con el de un dispositivo con PTO mecánico que no integra un MMR. El análisis de los resultados muestra cómo las no linealidades introducidas por el MMR afectan la implementación del control reactivo en este tipo de convertidores. Finalmente, se realiza una optimización no lineal en el dominio del tiempo de la carga controlada para el WEC basado en MMR, considerando las frecuencias de olas más comúnmente encontradas en la naturaleza.

De este modo, a lo largo de la tesis se aborda de manera integral el problema del dimensionamiento, modelado y control de un WEC tipo brazo-flotador equipado con un PTO basado en un MMR. Aunque la motivación encuentra sus raíces en el

WEC propuesto para el cual se ha solicitado una patente, es importante señalar que el enfoque generalizado de modelado permite extender directamente los resultados obtenidos en este trabajo a una variedad más amplia de dispositivos, tal como se discute más adelante.

## Capítulo 2

# Método de Dimensionamiento de un Convertidor Undimotriz tipo Brazo-Flotador Oscilante<sup>\*</sup>

A lo largo de este capítulo se propone un método de dimensionamiento para convertidores de energía de las olas tipo brazo-flotador oscilante. La metodología se basa en un modelo hidrodinámico semiparamétrico que permite relacionar un determinado clima de olas con los parámetros fundamentales del dispositivo asociados a su capacidad de absorción de energía y respuesta dinámica en general. Este modelo resulta de gran utilidad para el diseño y apropiado para desarrollar esquemas de optimización. Adicionalmente, se presenta un enfoque general para determinar la capacidad del dispositivo que tiene como objetivo evitar el sobredimensionamiento de la potencia instalada.

### 2.1. Introducción

A lo largo de los últimos años, diferentes dispositivos de conversión de energía de las olas (WEC) han sido desarrollados. Estudios de la gran variedad existente y sus distintos métodos de clasificación pueden encontrarse en [78, 29, 130]. En particular, los absorbedores puntuales (AP) se caracterizan por tener sus dimensiones principales significativamente menores a la longitud de onda de las olas incidentes [131], lo cual permite una mejor relación potencia-volumen del convertidor [132]. Dentro del

---

<sup>\*</sup>La metodología de dimensionamiento expuesta en este capítulo se respalda en la publicación: E. M. Gelos, M. G. Judewicz, A. D. Sosa, L. N. Montanelli, and D. O. Carrica, “Dimensioning Method for Oscillating Arm-Float Wave Energy Converters” in *2022 IEEE Biennial Congress of Argentina (ARGENCON)*, IEEE, Sep. 2022, pp. 1–8. doi: 10.1109/ARGENCON55245.2022.9939719.

conjunto de los AP, el presente trabajo se enfoca en el estudio de los WECs tipo brazo-flotador oscilante, similar al reconocido Wavestar Energy [31].

La determinación de las dimensiones características y capacidad de potencia del WEC debe realizarse considerando el clima de olas del sitio donde se desea instalar el dispositivo. Este procedimiento puede llevarse a cabo al plantear un Diagrama de Budal [132] y obtener el punto de intersección  $P_c$  entre las dos cotas superiores allí representadas. Sin embargo, se ha observado en [133] que la potencia absorbida por el convertidor resulta considerablemente menor que  $P_c$ . Por esta razón, utilizar dicho punto para determinar la capacidad del equipo a instalar puede resultar en un sobredimensionamiento excesivo. Para abordar esta cuestión, en dicha referencia se establece una altura y período correspondientes a una ola de diseño, a partir de los cuales se determina la capacidad instalada del dispositivo,  $P_{wec}$ , y sus dimensiones, considerando diversas estrategias de control. A pesar de esto, es importante destacar que el método utilizado para la determinación de  $P_{wec}$  tiene limitaciones, ya que se basa en la definición de una única altura y período de ola. Más aún, el argumento utilizado para la elección de dicha ola de diseño es difícil de extender a un caso general que involucre WECs con diversos principios de funcionamiento y/o climas de olas. A modo ilustrativo, en [134] se implementa la metodología anterior.

Por otro lado, en [111] se propone que la capacidad del WEC puede aproximarse mediante un factor que depende del tipo de control que el dispositivo implemente. Para ilustrar este enfoque, se presenta un caso de estudio simple que emplea Diagramas de Budal elaborados en el trabajo, así también como aquellos proporcionados en [133, 134], para obtener el punto  $P_c$ . Luego se afecta dicho valor por un factor correspondiente al control utilizado, para determinar  $P_{wec}$ . Sin embargo, esta metodología no resuelve los problemas asociados a [133], y al mismo tiempo, presenta una limitación inherente al intentar generalizar la performance asociada a las distintas estrategias de control a través de un factor de corrección simple afectando  $P_c$ . Más aún, en [135] se analizan las distintas cotas superiores de absorción de potencia de los WEC y se muestra como el dimensionamiento del cuerpo flotante, su volumen disponible y los modos de oscilación permitidos afectan la capacidad de absorción del convertidor.

Por otro lado, [84] presenta una herramienta de diseño para el prototipo ISWEC [136] que permite calcular la producción de energía anual del convertidor en función de un clima de olas dado. El método está basado en un modelo simplificado del dispositivo para el cual se lleva a cabo una optimización de los principales parámetros que definen su capacidad de absorción, con el objetivo de maximizar la producción

anual de energía. Si bien la herramienta aborda la problemática de diseño de manera integral y considera todos los tipos de olas de un clima dado, los resultados obtenidos son de utilidad solo para el ISWEC y en principio no son extrapolables de manera directa a otros dispositivos.

Además, en [137] se propone una metodología orientada al diseño de convertidores que se encuentran en una etapa temprana de desarrollo y en [4, 138] se relevan diversas estrategias de optimización de la geometría del cuerpo flotante. Más aún, en [100] se lleva a cabo un análisis de diversos métodos para modelar WECs, identificando los principales efectos no-lineales que aparecen en el comportamiento de estos dispositivos y su relevancia en función del propósito del modelo dinámico.

Teniendo en cuenta los distintos enfoques para abordar la problemática de diseño de un WEC, en el presente capítulo se propone una metodología a partir de la cual es posible caracterizar, por un lado, las dimensiones y propiedades mecánicas fundamentales que afectan el comportamiento dinámico y absorción de potencia de un WEC AP tipo brazo-flotador oscilante. Y, por otro lado, se establece un criterio para determinar un intervalo de *potencias de diseño* que se encuentre razonablemente por debajo de los límites máximos teóricos de los Diagramas de Budal, evitando de este modo un sobredimensionamiento excesivo de los distintos componentes del convertidor undimotriz. Dichos resultados se obtienen considerando el clima de olas de un sitio de instalación de interés del WEC.

El capítulo se organiza como sigue: en la Sección 2.2 se resumen los tres pasos involucrados en la metodología, y luego se detallan en las Secciones 2.3, 2.4 y 2.5. Finalmente, en la Sección 2.6 se presentan las conclusiones junto con trabajos futuros y en vías de desarrollo.

## 2.2. Metodología Propuesta

La metodología de dimensionamiento propuesta consta de tres pasos:

1. Modelado hidrodinámico semi-paramétrico del WEC tipo brazo-flotador oscilante. Definición de un criterio para determinar la posición de equilibrio del dispositivo.
2. Cálculo de las *matrices características* del recurso y del WEC, que permiten relacionar el clima de olas de un sitio de interés con la capacidad del convertidor para absorber energía.

3. Determinación de los parámetros fundamentales del WEC y del intervalo de potencias de diseño para el dimensionamiento del dispositivo, a partir de relacionar el modelo hidrodinámico obtenido en el primer paso con las matrices características calculadas en el segundo.

## Primer Paso: Modelo Hidrodinámico semi-Paramétrico

Para obtener el modelo hidrodinámico del WEC tipo brazo-flotador representado en la Fig. 2.1, se parte de los coeficientes hidrodinámicos correspondientes a los seis modos de oscilación posibles del cuerpo flotante [111]: traslaciones *surge*, *sway*, *heave* (modos  $j = 1, 2, 3$ ), y rotaciones *roll*, *pitch*, *yaw* (modos  $j = 4, 5, 6$ ). Sin embargo, este tipo de convertidores posee un único grado de libertad de rotación provisto por la articulación ubicada en la base del brazo, punto  $O$  de la Fig. 2.1. Considerando dichas restricciones de movimiento, es posible obtener, a partir de los coeficientes hidrodinámicos correspondientes a los seis modos de oscilación del flotador, aquellos coeficientes específicos del WEC tipo brazo-flotador oscilante.

Este enfoque resulta en un modelo hidrodinámico semi-paramétrico que, entre otros aspectos, permite la cuantificación independiente de la influencia de los esfuerzos asociados a cada modo de oscilación del flotador. Asimismo, posibilita el análisis de cómo los parámetros característicos del WEC tipo brazo-flotador afectan su descripción dinámica y absorción de potencia. De este modo, las masas, momentos de inercia del convertidor undimotriz, longitud del brazo, calado del cuerpo flotante y posición angular de equilibrio del WEC se presentan explícitamente, junto con los resultados numéricos comúnmente generados por software de elementos de contorno (BEM), como NEMOH [112]. A partir de los coeficientes hidrodinámicos semi-paramétricos derivados, es posible obtener luego la ecuación dinámica linealizada en el entorno del punto de equilibrio del convertidor.

## Segundo Paso: Matrices Características

En primer lugar, se caracteriza el recurso de olas en el sitio de interés para la instalación del WEC mediante la *Matriz de Ocurrencia de Olas*. Esta representación muestra la frecuencia de cada tipo de ola (altura y período) en un horizonte de tiempo deseado, típicamente un año. Por otro lado, la *Matriz de Absorción de Potencia del WEC* describe la capacidad de absorción de potencia del dispositivo frente a los distintos tipos de olas presentes en el punto de interés. Posteriormente, multiplicando punto por punto las matrices de ocurrencia de olas y de absorción de potencia del

convertidor, se calcula la *Matriz de Absorción de Energía del WEC*. Dicha matriz indica la energía que el dispositivo puede captar en función del tipo de ola en el sitio de interés a lo largo de un año. El artículo [84] presenta un caso de estudio detallado utilizando las matrices mencionadas.

## Tercer paso: Dimensionamiento de Potencia y Caracterización del WEC

A partir de la matriz de energía del WEC calculada en el paso anterior, se determinan las alturas y períodos de olas más energéticas. Dicha información es utilizada como condición de entrada para definir las propiedades fundamentales del WEC descritas por las relaciones obtenidas en el modelo derivado en el primer paso. Adicionalmente, se obtiene un gráfico de potencia en función del aporte relativo de energía de cada tipo de ola, con el cual es posible determinar una cota superior de absorción de potencia para el dimensionamiento de las distintas etapas del convertidor undimotriz.

### 2.3. Primer Paso: Modelo Hidrodinámico Semi-paramétrico

A lo largo de esta sección, se describirán en primer lugar algunas propiedades geométricas de los WECs tipo brazo-flotador oscilante, seguido por la presentación de la ecuación dinámica que describe su comportamiento. Utilizando la Figura 2.1 como referencia, las posiciones del centro de masas (CM) del brazo, denotado como  $\mathbf{r}_{br}$ , y del flotador, denotado como  $\mathbf{r}_{fl}$ , pueden representarse en el sistema de coordenadas  $xyz$  descrito por los versores de dirección  $\hat{\mathbf{i}}, \hat{\mathbf{j}}, \hat{\mathbf{k}}$  respectivamente, de la siguiente manera:

$$\mathbf{r}_{br} = y_{br}\hat{\mathbf{j}} + z_{br}\hat{\mathbf{k}} = d_{br}\cos\theta_{br}\hat{\mathbf{j}} + d_{br}\sin\theta_{br}\hat{\mathbf{k}} \quad (2.1)$$

$$\mathbf{r}_{fl} = y_{fl}\hat{\mathbf{j}} + z_{fl}\hat{\mathbf{k}} = d_{fl}\cos\theta_{fl}\hat{\mathbf{j}} + d_{fl}\sin\theta_{fl}\hat{\mathbf{k}} \quad (2.2)$$

donde  $d_{br}$  y  $d_{fl}$  son la distancia medida desde la articulación  $O$  hasta los centros de masa del brazo ( $cm|br$ ) y flotador ( $cm|fl$ ) respectivamente, y su posición angular  $\theta_{br}(t)$  y  $\theta_{fl}(t)$  se define como:

$$\theta_{br}(t) = \theta_{eq|br} + \theta(t) \quad (2.3)$$

$$\theta_{fl}(t) = \theta_{eq|fl} + \theta(t) \quad (2.4)$$

siendo  $\theta_{eq|br}$  y  $\theta_{eq|fl}$  las posiciones angulares de equilibrio del CM del brazo y flotador (valores constantes), respectivamente, y  $\theta$  el desplazamiento angular del sistema brazo-flotador respecto a su posición de equilibrio. Notar que  $\theta$  es la única posición angular que se mide respecto a la posición de equilibrio, en lugar de hacerlo respecto al eje  $y$ , como se muestra en la Figura 2.1 para  $\theta_{eq|br}$ , por ejemplo.

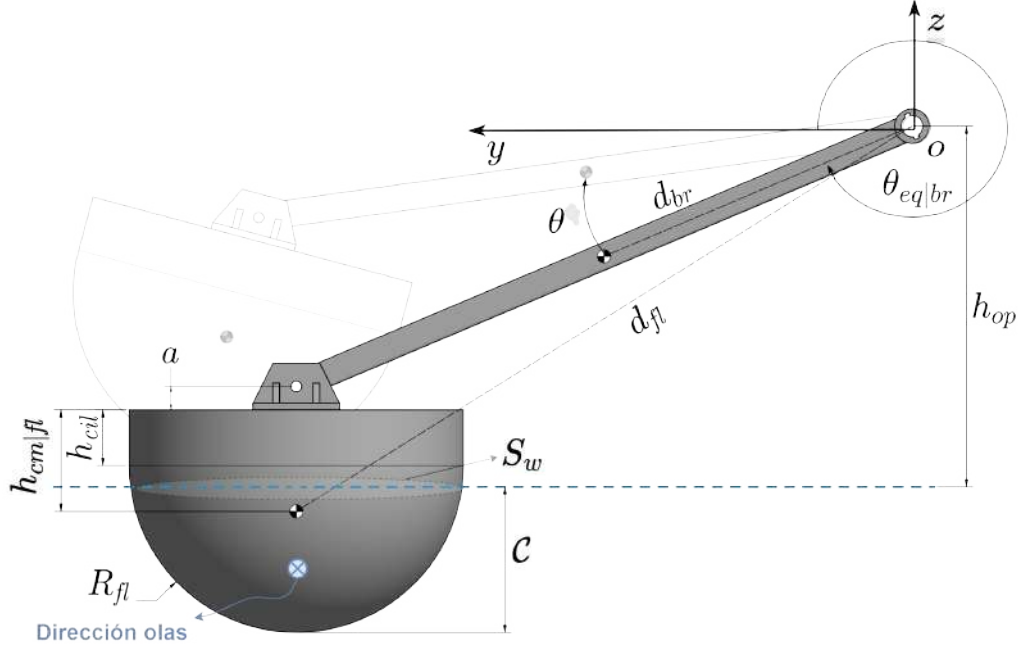


Figura 2.1: WEC tipo brazo-flotador oscilante.

Además, asumiendo que la línea media del brazo, de longitud total  $L$ , está alineada con la distancia  $d_{br}$  (ver Fig. 2.1), resulta conveniente relacionar estos parámetros por el factor adimensional:

$$f_L = \frac{d_{br}}{L} , \quad s.t. \quad 0 \leq f_L \leq 1 \quad (2.5)$$

Notar que, si la masa del brazo está distribuida de manera simétrica respecto a su CM, entonces  $f_L=0,5$ . Adicionalmente, asumiendo que el flotador es simétrico y que su CM se encuentra sobre el eje de simetría, es posible deducir a partir de la Fig. 2.1 que:

$$\mathbf{r}_{fl} = \frac{1}{f_L} \mathbf{r}_{br} + (h_{cm|fl} + a) (\sin \theta \hat{\mathbf{j}} - \cos \theta \hat{\mathbf{k}}) \quad (2.6)$$

siendo  $h_{cm|fl}$  la distancia medida desde el CM del flotador hasta el punto superior del mismo y  $a$  la altura desde el punto de vinculación hasta el cuerpo flotante.

La descripción dinámica de los WECs típicamente se lleva a cabo por medio de la ecuación de Cummins [110]. Expresando la misma en el dominio del tiempo para el único grado de libertad que posee el convertidor del tipo brazo-flotador, resulta:

$$\mathcal{T}_{ex}(t) + \mathcal{T}_{res}(t) + \mathcal{T}_{rad}(t) + \mathcal{T}_{pto}(t) = I_w \ddot{\theta}(t) \quad (2.7)$$

donde  $I_w$  es el momento de inercia (MOI) respecto a la articulación del conjunto brazo-flotador,  $\mathcal{T}_{ex}$  es el torque de excitación debido a las fuerzas combinadas de Froude-Krylov y difracción,  $\mathcal{T}_{rad}$  es el torque de radiación,  $\mathcal{T}_{pto}$  el torque producido por la unidad de extracción de potencia (PTO) y  $\mathcal{T}_{res}$  el torque de restitución. En el



caso más general, los esfuerzos hidrodinámicos que experimenta un cuerpo flotante se describen mediante un vector de fuerzas generalizadas  $F_i$  con  $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ , donde los subíndices  $i = 1, 2, 3$  corresponden a fuerzas que actúan sobre el centro de masas del flotador en las direcciones  $xyz$  respectivamente y se asocian a los modos de oscilación *surge*, *sway* y *heave* respectivamente. Por otro lado, los subíndices  $i = 4, 5, 6$  corresponden a momentos que actúan sobre el flotador en las direcciones  $xyz$  respectivamente y se asocian con los modos de oscilación *roll*, *pitch* y *yaw* [111].

No obstante, en los WECs tipo brazo-flotador oscilante no todas las fuerzas descritas intervienen en su comportamiento dinámico. Debido a las restricciones de movimiento inherentes de estos convertidores, su movimiento está limitado al plano  $yz$ , por lo que las fuerzas en la dirección  $x$  ( $F_1$ ) y los momentos en las direcciones  $y$  ( $F_5$ ) y  $z$  ( $F_6$ ), no son capaces de producir movimiento en el sistema, y como resultado, no intervienen en la ecuación dinámica (2.7). Por este motivo, a continuación se analizan las fuerzas  $F_2$ ,  $F_3$  y  $F_4$  que actúan sobre el plano de trabajo del WEC y se obtienen las expresiones linealizadas (para el entorno de la posición de equilibrio), de cada uno de los torques involucrados en (2.7).

### 2.3.1. Torque de Excitación

Asumiendo que la ola se desplaza en la dirección del eje  $x$ , como se muestra en la Fig. 2.1, de manera similar a [31], y considerando que el cuerpo flotante es axisimétrico, la Fuerza de Excitación es nula en la dirección  $y$  (*sway*), al igual que el momento en la dirección  $x$  (*roll*) [111], es decir,  $F_{ex,2} = F_{ex,4} = 0$ . Por lo tanto, en la ecuación (2.7) solo interviene la Fuerza de Excitación en el modo *heave*, y  $\mathcal{T}_{ex}$  puede expresarse como sigue:

$$\mathcal{T}_{ex}(t) = F_{ex,3}(t) d_{fl} \cos(\theta_{eq|fl} + \theta) = F_{ex,3}(t) d_{fl} \cos \theta_{eq|fl} \quad (2.8)$$

donde se ha introducido  $\theta = 0$ , dado que la Fuerza de Excitación se calcula con el flotador fijo en su posición de equilibrio.

### 2.3.2. Torque de Radiación

La expresión en amplitudes complejas de la fuerza de radiación para los 6 modos de oscilación posibles del cuerpo flotante,  $\tilde{F}_{r,i}$ , se define en el dominio de la frecuencia como sigue:

$$\tilde{F}_{r,i}(\omega) = -Z_{ij}(\omega) \tilde{\xi}_j(\omega) \quad i, j = 1, 2, 3, 4, 5, 6 \quad (2.9)$$

siendo  $\tilde{\xi}_j$  el vector de velocidades de dimensión  $6 \times 1$  cuyas componentes están asociadas a los 6 modos de oscilación, y  $Z_{ij}(\omega) = B_{ij}(\omega) + j \omega \mathcal{A}_{ij}(\omega)$ , la matriz de impedancias

de radiación de dimensión  $6 \times 6$ , compuesta por la matriz de resistencia  $B_{ij}(\omega)$  y la matriz de masa agregada  $\mathcal{A}_{ij}(\omega)$ . Es importante notar la nomenclatura adoptada en dónde  $\mathcal{A}_{ij}(\omega) = A_{ij}(\omega) + A_{\infty,ij}$ , siendo  $A_{\infty,ij} := \lim_{\omega \rightarrow \infty} \mathcal{A}_{ij}(\omega)$ . Debido a que se consideran flotadores axisimétricos que poseen dos planos de simetría (ver Fig. 2.1), las componentes no diagonales de la matriz de impedancias son nulas ( $Z_{ij} = 0$  para  $i \neq j$ ) [111]. Además,  $\tilde{\xi}_1 = \tilde{\xi}_5 = \tilde{\xi}_6 = 0$  debido a que el movimiento del WEC está limitado al plano  $yz$ , por lo tanto, las componentes de la fuerza de radiación asociadas a estos modos de oscilación también son nulas. Así,  $\mathcal{T}_{rad}(t)$  en la ecuación (2.7) puede expresarse finalmente como sigue:

$$\mathcal{T}_{rad}(t) = F_{r,2}(t) d_{fl}(-\sin \theta_{fl}) + F_{r,3}(t) d_{fl} \cos \theta_{fl} + F_{r,4}(t) \quad (2.10)$$

Asumiendo que el flotador es excitado por olas regulares, las fuerzas  $F_{r,i}(t)$  en (2.10) pueden escribirse mediante una expresión combinada en el dominio del tiempo y frecuencia, evitando así resolver la convolución asociada a (2.9) [31]. Considerando esto y el hecho de que  $\tilde{\xi}_2 = \dot{y}_{fl}$ ,  $\tilde{\xi}_3 = \dot{z}_{fl}$  y  $\tilde{\xi}_4 = \dot{\theta}$ , entonces:

$$F_{r,2}(t) = -B_{22}(\omega) \dot{y}_{fl}(t) - \mathcal{A}_{22}(\omega) \ddot{y}_{fl}(t) \quad (2.11)$$

$$F_{r,3}(t) = -B_{33}(\omega) \dot{z}_{fl}(t) - \mathcal{A}_{33}(\omega) \ddot{z}_{fl}(t) \quad (2.12)$$

$$F_{r,4}(t) = -B_{44}(\omega) \dot{\theta}(t) - \mathcal{A}_{44}(\omega) \ddot{\theta}(t) \quad (2.13)$$

Derivando (2.2) respecto al tiempo y linealizando las expresiones en su punto de equilibrio, la velocidad y aceleración del CM del flotador resultan:

$$\mathbf{v}_{fl} \approx -d_{fl} \sin(\theta_{eq|fl}) \dot{\theta} \hat{\mathbf{j}} + d_{fl} \cos(\theta_{eq|fl}) \dot{\theta} \hat{\mathbf{k}} \quad (2.14a)$$

$$\mathbf{a}_{fl} \approx -d_{fl} \sin(\theta_{eq|fl}) \ddot{\theta} \hat{\mathbf{j}} + d_{fl} \cos(\theta_{eq|fl}) \ddot{\theta} \hat{\mathbf{k}} \quad (2.14b)$$

Introduciendo (2.14a-2.14b) en (2.11-2.12) y reemplazando  $F_{r,2}$ ,  $F_{r,3}$  y  $F_{r,4}$  en la expresión (2.10) linealizada en el entorno del punto de equilibrio, resulta:

$$\mathcal{T}_{rad} \approx -B_{\theta}(\omega) \dot{\theta} - \mathcal{A}_{\theta}(\omega) \ddot{\theta} \quad (2.15)$$

donde,

$$B_{\theta}(\omega) = (d_{fl} \sin \theta_{eq|fl})^2 B_{22}(\omega) + (d_{fl} \cos \theta_{eq|fl})^2 B_{33}(\omega) + B_{44}(\omega) \quad (2.16)$$

$$\mathcal{A}_{\theta}(\omega) = (d_{fl} \sin \theta_{eq|fl})^2 \mathcal{A}_{22}(\omega) + (d_{fl} \cos \theta_{eq|fl})^2 \mathcal{A}_{33}(\omega) + \mathcal{A}_{44}(\omega) \quad (2.17)$$

### 2.3.3. Torque de Restitución

El Torque de Restitución [111] se define como la suma del torque hidrostático  $T_{hs}$  y el torque debido a fuerzas gravitatorias  $T_G$ , asumiendo condiciones de aguas calmas, es decir, sin excitación de olas:

$$\mathcal{T}_{res} = T_{hs} + T_G \quad (2.18)$$

En particular, para el caso de los sistemas brazo-flotador oscilantes:

$$T_{hs} = F_{hs} d_{by} \cos \theta_{by} \quad (2.19)$$

$$T_G = -m_{fl} g d_{fl} \cos \theta_{fl} - m_{br} g d_{br} \cos \theta_{br} \quad (2.20)$$

dónde  $m_{br}$  y  $m_{fl}$  son las masas del brazo y flotador respectivamente, y  $d_{by}$  es la distancia medida desde la articulación del brazo al centro de empuje. Además, la fuerza hidrostática se define como:

$$F_{hs} = \rho g V_{sm}(\theta_{fl}) , \quad s.t. \quad 0 \leq V_{sm} \leq V_{fl} \quad (2.21)$$

donde  $V_{sm}$  y  $V_{fl}$  representan el volumen sumergido y el volumen total del flotador, respectivamente. A su vez,  $V_{sm}$  puede expresarse alternativamente como la suma del volumen sumergido en equilibrio  $V_{sm|eq} = cte$  y el volumen diferencial  $V^*(\theta)$ :

$$V_{sm}(\theta_{fl}) = V_{sm|eq} + V^*(\theta) , \quad s.t. \quad 0 \leq V_{sm} \leq V_{fl} \quad (2.22)$$

Linealizando la componente en  $y$  (dirección dada por el versor  $\hat{j}$ ) de la expresión (2.6) alrededor de la posición de equilibrio del brazo y flotador, respectivamente, se obtiene:

$$(d_{br}/f_L) \cos \theta_{eq|br} \approx d_{fl} \cos \theta_{eq|fl} \quad (2.23)$$

De manera similar, en pequeñas oscilaciones es posible asumir que la distancia horizontal a la articulación del WEC medida desde el CM del flotador y el centro de empuje son aproximadamente iguales, resultando en:

$$d_{fl} \cos \theta_{eq|fl} \approx d_{by} \cos \theta_{by} \quad (2.24)$$

Más aún, teniendo presente que en la posición de equilibrio del WEC se cumple:

$$\rho g V_{sm|eq} - m_{fl} g - f_L m_{br} g = 0 \quad (2.25)$$

luego, (2.18) linealizada en el entorno de la posición de equilibrio resulta:

$$\mathcal{T}_{res}(\theta) \approx \rho g V^*(\theta) d_{fl} \cos \theta_{eq|fl} \quad (2.26)$$

A continuación, se expresará (2.26) en función del coeficiente de restitución  $S_{h,\theta}$ , parámetro típicamente utilizado en la descripción dinámica de WECs [111].

### 2.3.3.1. Coeficiente de Restitución

Para deducir una expresión analítica de  $S_{h,\theta}$ , es necesario en primer lugar definir la geometría del cuerpo flotante. En este caso, se adopta una geometría similar a la del Wavestar energy [31], que consta de una parte hemisférica y otra cilíndrica, como se muestra en la Figura 2.1. De esta manera, el volumen sumergido en la posición de equilibrio resulta:

$$V_{sm|eq} = \frac{\pi}{3} (3R_{fl}^2 C^2 - C^3) + \pi R_{fl}^2 \max \{0, C - R_{fl}\} \quad (2.27)$$

donde  $R_{fl}$  y  $\mathcal{C}$  son el radio y el calado del flotador. Note en la Fig. 2.1 que el calado define la superficie mojada plana,  $S_w$ , del WEC [111]. A continuación, se asume que  $\mathcal{C} \leq R_{fl}$ , por lo tanto el segundo término de (2.27), que corresponde al volumen cilíndrico sumergido, es nulo. Considerando esto junto con la expresión (2.22), es posible aproximar el volumen diferencial  $V^*$  en el entorno de la posición de equilibrio del convertidor mediante la siguiente expresión:

$$V^*(\theta) \approx \frac{\pi}{3} (3R_{fl}(\mathcal{C} - \Delta z)^2 - (\mathcal{C} - \Delta z)^3) - V_{sm|eq} \quad (2.28)$$

donde  $\Delta z$  es el desplazamiento vertical del flotador respecto a su posición de equilibrio, definido utilizando la expresión (2.2) como:

$$\Delta z = d_{fl} \sin(\theta_{eq} + \theta) - d_{fl} \sin \theta_{eq} \approx d_{fl} \cos \theta_{eq} \theta \quad (2.29)$$

Introduciendo la aproximación de primer orden de  $\Delta z$  en (2.28) y despreciando los términos de segundo orden se obtiene:

$$V^*(\theta) \approx -\pi \underbrace{(2R_{fl}\mathcal{C} - \mathcal{C}^2)}_{:=S_w} \underbrace{d_{fl} \cos \theta_{eq}|_{fl} \theta}_{\approx \Delta z}, \quad (2.30)$$

donde se define una expresión analítica para la superficie mojada plana  $S_w(R_{fl}, \mathcal{C})$ .

Reemplazando (2.30) en (2.26), el torque de restitución linealizado en el entorno de la posición de equilibrio resulta finalmente:

$$\mathcal{T}_{res}(\theta) \approx -S_{h,\theta} \theta \quad (2.31)$$

siendo,

$$S_{h,\theta} = \rho g S_w (d_{fl} \cos \theta_{eq}|_{fl})^2 \quad (2.32)$$

### 2.3.4. Ecuación Dinámica Linealizada

Considerando las expresiones para los torques de excitación, radiación y restitución, (2.8), (2.15) y (2.31), respectivamente, es posible reescribir la ecuación dinámica (2.7) linealizada en el entorno de la posición de equilibrio del WEC como sigue:

$$F_{ex,3}(t) d_{fl} \cos \theta_{eq}|_{fl} - S_{h,\theta} \theta(t) - B_\theta(\omega) \dot{\theta}(t) - \mathcal{T}_{pto}(t) = (I_w + \mathcal{A}_\theta(\omega)) \ddot{\theta}(t), \quad (2.33)$$

válida para olas regulares de período  $T=2\pi/\omega$ . A su vez, expresando (2.33) en función de sus amplitudes complejas [31] resulta:

$$\frac{\tilde{\theta}(\omega)}{\tilde{\mathcal{T}}_{ex}(\omega) - \tilde{\mathcal{T}}_{pto}(\omega)} = \frac{1}{B_\theta(\omega) + j\omega \left( [I_w + \mathcal{A}_\theta(\omega)] - \frac{S_{h,\theta}}{\omega^2} \right)}, \quad (2.34)$$

de la cual es posible deducir la frecuencia de resonancia  $\omega_0(\omega)$  del WEC tipo brazo-flotador oscilante:

$$\omega_0(\omega) = \sqrt{\frac{S_{h,\theta}}{I_w + \mathcal{A}_\theta(\omega)}} \quad (2.35)$$

Es importante resaltar en este punto que, tanto el torque de excitación  $\mathcal{T}_{ex}$  (2.8), las componentes resistivas  $B_\theta(\omega)$  y de masa agregada  $\mathcal{A}_\theta(\omega)$  de la impedancia de radiación del WEC, (2.16) y (2.17), respectivamente, como también el coeficiente de restitución  $S_{h,\theta}$ , (2.32), dependen explícitamente de  $\theta_{eq|fl}$  y  $d_{fl}$ , dos valores que quedan determinados al definir la posición de equilibrio del sistema.

Dada su relevancia, a continuación se establece un criterio para definir la posición de equilibrio de un WEC tipo brazo-flotador oscilante. Teniendo en cuenta esto, luego se derivan relaciones que permiten caracterizar las masas y momentos de inercia del dispositivo al relacionarlos con la frecuencia de resonancia del convertidor.

### 2.3.5. Determinación de la Posición de Equilibrio

A continuación se asume que el eje de simetría del flotador coincide con la dirección del eje  $z$  del sistema de referencia cuando el WEC está en la posición de equilibrio (ver Fig. 2.1). Considerando esto, la posición de equilibrio del brazo resulta:

$$\theta_{eq|br} = \arcsin \left( -\frac{h_{op} - (h_{fl} - \mathcal{C}) - a}{L} \right), \quad (2.36)$$

siendo  $h_{fl}$  la altura del flotador y  $h_{op}$  la altura de operación determinada por la distancia vertical entre la línea de marea media y la articulación del WEC. Por otro lado, es posible obtener  $d_{fl}$  por trigonometría:

$$d_{fl} = \sqrt{(L \cos \theta_{eq|br})^2 + (-L \sin \theta_{eq|br} + h_{cm|fl} + a)^2} \quad (2.37)$$

Y por último, la posición de equilibrio del CM del flotador resulta:

$$\theta_{eq|fl} = \arcsin \left( -\frac{-L \sin \theta_{eq|br} + h_{cm|fl} + a}{d_{fl}} \right) \quad (2.38)$$

A continuación, se utilizarán las ecuaciones (2.36)–(2.38) para establecer un criterio que permita determinar la posición de equilibrio, analizando la influencia del calado en los esfuerzos dinámicos del WEC. Posteriormente, se establecerá una condición relacionada con las masas del conjunto brazo-flotador que debe satisfacerse para alcanzar la posición angular deseada en el equilibrio.

#### 2.3.5.1. Influencia del Calado del WEC

En el siguiente análisis se considerarán fijas las dimensiones del cuerpo flotante, el brazo y la altura de operación:  $h_{fl}$ ,  $L$ ,  $a$  y  $h_{op}$  respectivamente. De este modo, es posible analizar la influencia del calado en la determinación de la posición de equilibrio del WEC.

**Influencia de  $\mathcal{C}$  sobre  $\mathcal{T}_{ex}$  y  $\mathcal{T}_{res}$**  Considerando que las dimensiones del cuerpo flotante son significativamente menores a la longitud de onda de la ola incidente ( $\lambda$ ) por tratarse de un absorbedor puntual, es posible aplicar la “aproximación de cuerpo pequeño”[111]. Por lo tanto, la fuerza de excitación en modo heave puede expresarse como sigue:

$$F_{ex,3} \approx \left[ \rho g S_w - \omega^2 (\rho V_{sm|eq} + \mathcal{A}_{33}(\omega) \frac{\sinh(kz_r + kd)}{\sinh(kd)}) \right] \frac{H}{2}. \quad (2.39)$$

Para valores de  $\omega = 2\pi/T$  bajos, donde la aproximación de cuerpo pequeño es válida, el primer término de la expresión (2.39) correspondiente a la fuerza hidrostática es el dominante, y el segundo puede despreciarse, obteniendo de ese modo los valores extremos de la función. Además, si la geometría del flotador es conocida, es posible reemplazar  $S_w H/2$  por  $V^*(H)$  y la expresión (2.39) se puede reescribir como sigue:

$$F_{ex,3} \approx \rho g V^*(H) \quad (2.40)$$

Como resultado, el torque de excitación (2.8) puede aproximarse por:

$$\mathcal{T}_{ex} \approx \rho g V^*(H) d_{fl} \cos \theta_{eq|fl}. \quad (2.41)$$

En esta situación,  $V^*$  depende exclusivamente de la altura de la ola, ya que por definición  $\theta=0$  al calcular las fuerzas de excitación. Al comparar (2.41) con la expresión (2.26), puede apreciarse que resultan iguales excepto por el hecho que  $V^*$  en esta última expresión depende de  $\theta$ , dadas las condiciones de aguas calmas a partir de las cuales se calcula por definición la fuerza de restitución.

Ahora bien, considerando las restricciones de  $V_{sm}$  expresadas en (2.22), es posible establecer un límite superior e inferior del volumen diferencial como sigue:

$$V^* = V_{sm} - V_{sm|eq} \quad s.t. \quad -V_{sm|eq} \leq V^* \leq V_{fl} - V_{sm|eq} \quad (2.42)$$

Esto determina a su vez las cotas superior e inferior de los torques de restitución y excitación,  $\mathcal{T}_{res}$  y  $\mathcal{T}_{ex}$  de acuerdo a (2.26) y (2.41), respectivamente. De este modo, definiendo el calado,  $\mathcal{C}$ , queda determinado en consecuencia  $V_{sm|eq}$  según (2.27), y con ello las cotas superior e inferior de los torques de excitación y restitución.

**Criterio de Decisión** Considerando la influencia de  $V_{sm|eq}(\mathcal{C})$  en  $\mathcal{T}_{ex}$  y  $\mathcal{T}_{res}$ , se pueden establecer diversos criterios para definir la posición de equilibrio del WEC. En este estudio, se elige definir  $V_{sm|eq}(\mathcal{C})=V_{fl}/2$ , lo que resulta en  $-V_{fl}/2 \leq V^* \leq V_{fl}/2$ , de modo que las cotas superior e inferior de los torques de excitación y restitución resultan idénticas. Esto facilita un comportamiento simétrico en la oscilación ascendente y descendente del flotador, evitando los puntos de saturación de  $\mathcal{T}_{ex}$  y  $\mathcal{T}_{res}$ . Además, se previenen fenómenos extremos, como la completa salida y reingreso del flotador

al agua, los cuales podrían comprometer la integridad del WEC. Vale destacar que podrían utilizarse otros criterios a partir de realizar diversos estudios basados en el modelo hidrodinámico aquí propuesto. No obstante, esto escapa al alcance de este trabajo.

### 2.3.5.2. Restricción de Masas en Equilibrio

En la posición de equilibrio,  $\mathcal{T}_{res}=0$  y se satisface la igualdad:  $d_{br}/f_L \cos \theta_{eq|br} = d_{by} \cos \theta_{eq|by} = d_{fl} \cos \theta_{eq|fl}$ . Considerando esto y la expresión (2.5), la especialización de (2.18) en el punto de equilibrio resulta:

$$\mathcal{T}_{res} = (\rho g V_{sm|eq} - m_{fl} g - f_L m_{br} g) L \cos \theta_{eq|br} = 0 \quad (2.43)$$

Más aún, introduciendo un factor adimensional de relación de masas  $f_m$  tal que:

$$m_{br} = f_m m_{fl} , \quad s.t. \quad f_m > 0 , \quad (2.44)$$

e igualando a cero el término entre paréntesis de (2.43), es posible obtener la siguiente expresión:

$$m_{fl} = \frac{\rho V_{sm|eq}}{1 + f_L f_m} \quad (2.45)$$

La ecuación (2.45) se interpreta como una condición necesaria para las masas del sistema brazo-flotador a fin de garantizar que el volumen sumergido en la posición de equilibrio coincida con el valor deseado. Por lo tanto, si se conoce  $f_L$  (aproximadamente 0,5 de acuerdo a la Sección 2.3) y se establece el volumen de equilibrio deseado  $V_{sm|eq}$  basado en el criterio mencionado anteriormente, es posible calcular  $m_{fl}$  y  $m_{br}$  para un valor dado de  $f_m$ .

Por otro lado, las masas del sistema se relacionan con el MOI del conjunto brazo-flotador del siguiente modo:

$$I_w = I_{cm|fl} + m_{fl}(f_m) d_{fl}^2 + I_{cm|br} + m_{br}(f_m) d_{br}^2$$

donde  $I_{cm|br}$  e  $I_{cm|fl}$  son los MOI respecto al centro de masas del brazo y el flotador respectivamente. La expresión anterior puede reescribirse del siguiente modo:

$$I_w = I_{cm|fl} + I_{cm|br} + m_{fl}(f_m) d_{fl}^2 \left[ 1 + f_m \left( \frac{L}{2d_{fl}} \right)^2 \right] \quad (2.46)$$

La expresión (2.46) muestra que  $I_w$  es función de  $f_m$ , lo que implica que la frecuencia de resonancia del WEC, dada por (2.35), también depende de dicha variable. Teniendo en cuenta esto, junto con el hecho de que  $S_{h,\theta}$  en (2.32) se determina en función de la posición de equilibrio del WEC, ecuación (2.36), es factible ajustar la frecuencia de resonancia  $\omega_0$  del convertidor al clima de olas de un emplazamiento específico seleccionando adecuadamente la relación de masas entre el brazo y el flotador, es decir, el parámetro  $f_m$ .

## 2.4. Segundo Paso: Matrices Características

A continuación, se obtendrán las matrices características del recurso de olas y del WEC. Para confeccionarlas, no solo es necesario caracterizar el clima de olas de un sitio de interés, sino que también deben definirse algunas propiedades básicas del convertidor. Por este motivo, se propone a continuación un caso de estudio de un WEC tipo brazo-flotador oscilante a instalarse en las cercanías de la costa de la ciudad de Mar del Plata, Argentina. El principal objetivo del presente caso de estudio es mostrar la implementación de la metodología de dimensionamiento propuesta, en lugar de enfocarse en los detalles específicos de la confección de las matrices de las olas y del WEC. Por consiguiente, se han empleado diversas hipótesis simplificadoras al construir dichas matrices, las cuales no afectan la viabilidad de la implementación del método, con el fin de facilitar su aplicación.

Considerando lo anterior, se asume que la dirección de avance de las olas es perpendicular a la línea costera, y que el WEC se encuentra posicionado según se indica en la Fig. 2.1, de manera que su plano de trabajo ( $yz$ ) es siempre ortogonal a la velocidad de propagación de las olas. Además, se adoptan las dimensiones características básicas listadas en la Tabla 2.1, correspondientes al reconocido Wavestar Energy [139], el cual posee el mismo principio de funcionamiento que el WEC analizado en este trabajo y un nivel de madurez de la tecnología (TRL) elevado. Adicionalmente, el volumen cilíndrico y hemisférico del flotador se relacionan según  $V_{cil} = V_{esf}/2$ , lo que implica  $h_{cil} = R_{fl}/3$ , ver Fig. 2.1. Se considera además que  $f_L = 0,5$  y que el centro de masas del flotador coincide con su centro de gravedad, luego  $h_{cm|fl} = 1,3$  m. Por último, la dimensión “ $a$ ” se considera despreciable.

En lo que sigue, se utilizará el caso de estudio descrito como punto de partida para implementar la metodología propuesta con el fin de definir las variables de diseño restantes del WEC en función del clima de olas del emplazamiento seleccionado. Estas son el calado ( $\mathcal{C}$ ), la posición de equilibrio del conjunto ( $\theta_{eq|br}$  y  $\theta_{eq|fl}$ ), la distribución de masas entre el brazo y el flotador ( $f_m$ ) y el intervalo de potencias de diseño del equipo ( $P_{dis}$ ).

### 2.4.1. Matriz de Ocurrencia de Olas

A partir del trabajo realizado por el Servicio de Hidrografía Naval [140], se confecciona la matriz de ocurrencia de olas en Mar del Plata, Fig. 2.2a. Los datos de alturas y períodos corresponden a olas regulares, y la profundidad en la zona se estima en  $d \approx 15$  m. La matriz muestra la distribución horaria anual de cada tipo de



Tabla 2.1: Dimensiones Características del WEC.

Descripción	Símbolo	Valor
Diámetro Flotador	$D_{fl}$	5 m
Largo Brazo	$L$	10 m
Altura de Operación	$h_{op}$	5,5 m

ola en función de su altura  $H$  y período  $T$ . Se observa que las olas más comunes se encuentran en el rango de  $H = [0,5, 1)$  metros y  $T = 8$  segundos.

Utilizando la teoría lineal de olas [141], es posible calcular la potencia transportada por unidad de longitud de cresta, o flujo de energía, para cada par de  $H$  y  $T$  mediante:

$$P(H, T) = \frac{1}{32\pi} \rho g^2 H^2 T \tanh \left[ 1 + \frac{2kd}{\sin(2kd)} \right], \quad (2.47)$$

siendo  $\rho$  la densidad del agua,  $g$  la aceleración de la gravedad,  $d$  la profundidad,  $k = 2\pi/\lambda$  el número de ola y  $\lambda$  la longitud de onda definida como:

$$\lambda = \frac{g}{2\pi} T^2 \tanh \left( \frac{2\pi}{\lambda} d \right). \quad (2.48)$$

### 2.4.2. Matriz de Potencia del WEC

Para confeccionar la matriz de absorción de potencia del WEC, es necesario inicialmente estimar la potencia que el convertidor puede absorber para los diferentes tipos de olas que se muestran en la Fig. 2.2a. Para este propósito, se empleará un método sencillo basado en datos publicados sobre el ancho de captura relativo (CWR) correspondiente a otros convertidores tipo brazo-flotador oscilante, similar al propuesto en este trabajo. Esta elección se fundamenta en su simplicidad, lo que facilita notablemente la confección de la matriz de potencia del WEC, evitando así largas simulaciones y la necesidad de optimizar el control para cada estado de mar.

Este enfoque está alineado con el principal objetivo del caso de estudio, que es demostrar la implementación de la metodología de dimensionamiento de manera directa. Más aún, es importante resaltar que, si bien el tercer paso de la metodología es naturalmente dependiente de la potencia absorbida por el WEC, la aplicación conceptual del mismo resulta independiente del procedimiento con el que se obtuvo dicha potencia absorbida por el convertidor. De hecho, la estimación de potencia del WEC, junto con la confección de la matriz asociada, puede complejizarse tanto como la aplicación lo requiera, sin alterar el proceder de la metodología de dimensionamiento.

De cualquier modo, al final de este capítulo, se discutirán algunas de las implicancias de las hipótesis simplificadoras aquí adoptadas.

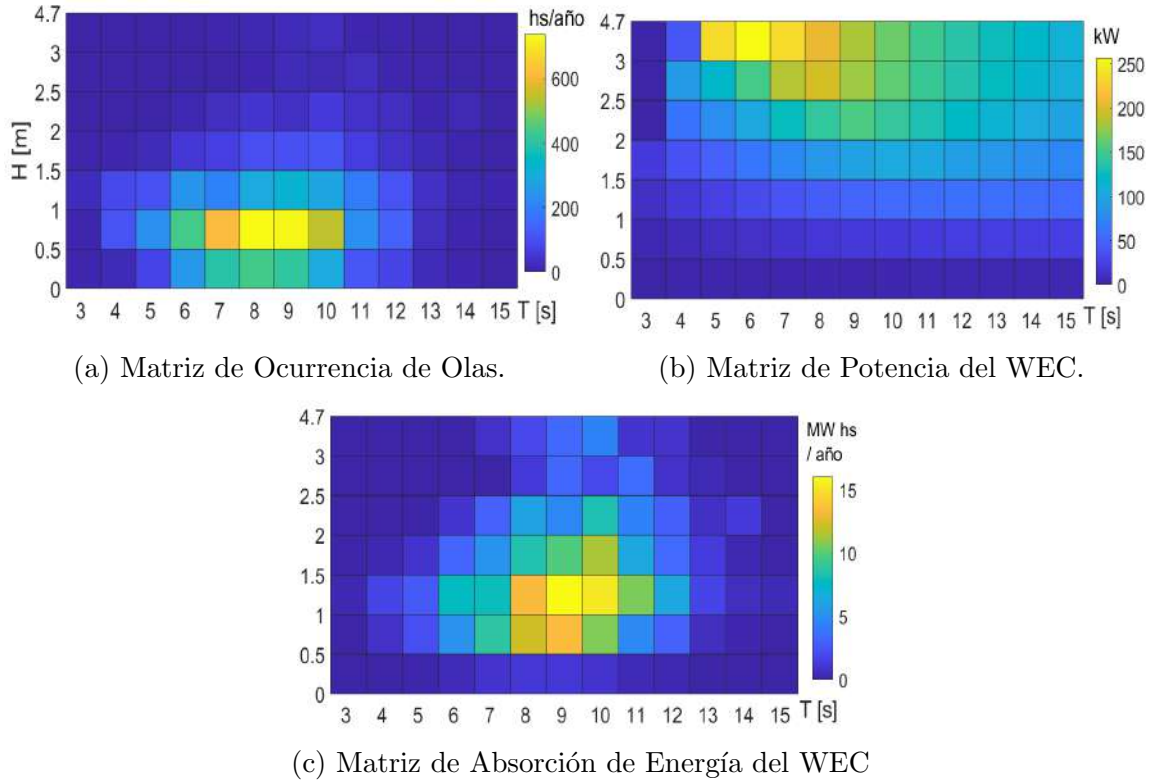


Figura 2.2: Matrices características.

#### 2.4.2.1. Estimación de Potencia

El ancho de captura ( $CW$ ) de un WEC se define como la relación entre la potencia absorbida por el mismo ( $P_a$ ) y el flujo de energía de la ola ( $P$ ), representado mediante:

$$CW = \frac{P_a}{P}. \quad (2.49)$$

Este parámetro se interpreta como el “ancho de ola” que el WEC es capaz de absorber por completo, siendo una medida de rendimiento comúnmente utilizada en el contexto de convertidores de energía de las olas. Por otro lado, el  $CWR$  se define como la relación entre el ancho de captura ( $CW$ ) y una dimensión característica del convertidor unidimotriz ( $B$ ) [112]:

$$CWR = \frac{CW}{B} \iff CWR = \frac{P_a}{PB} = \frac{P_a}{P_{nom}} \quad (2.50)$$

Al introducir la expresión para el  $CW$  (2.49) y definir la potencia nominal incidente como  $P_{nom} = PB$ , se obtiene la expresión de la derecha. En esta última, se evidencia que el  $CWR$  representa la proporción de potencia absorbida por el WEC en relación a la potencia incidente que transporta la ola a lo largo de la dimensión característica  $B$  del convertidor.

En este caso de estudio, se calcula la potencia absorbida por el WEC ( $P_a$ ) utilizando la ecuación del CWR. Para ello, se establece el diámetro del flotador como la dimensión característica, de modo que  $B = 2R_f$ , y se determina el flujo de energía ( $P$ ) correspondiente a cada tipo de ola presentado en la Figura 2.2a a través de la ecuación (2.47). Finalmente, se emplea la cota superior del CWR correspondiente al Wavestar Energy, es decir,  $CWR = 0.6$ . De este modo, es posible representar gráficamente la potencia absorbida por el WEC en función del período de la ola, para cada altura relevante. Un caso ilustrativo se presenta en la Figura 2.3 para las alturas de ola de  $H = 1,5$  y  $2,5$  m, curvas representadas con líneas sólidas.

A continuación, se establecerán las cotas superiores de absorción de potencia y se visualizarán en la Figura 2.3, configurando así el diagrama de Budal, con la intención de delimitar la absorción de potencia calculada según el procedimiento descrito.

#### 2.4.2.2. Diagrama de Budal

Típicamente, en el análisis de la absorción de potencia de un WEC, se consideran dos límites superiores: la cota superior teórica,  $P_A$ , que representa el escenario en el cual toda la energía transportada por la ola es capturada por el WEC [133]; y la cota superior práctica o de Budal (BUB),  $P_B$ , que refleja la situación donde se aprovechan al máximo las dimensiones y la amplitud de oscilación del convertidor. Dado que el movimiento del WEC en cuestión está restringido al plano  $yz$  y solo la componente  $F_{ex,3}$  de la fuerza de excitación interviene en su dinámica (ver Sección 2.3.1), la definición de la cota de potencia teórica se define como sigue:

$$P_A = \frac{|\tilde{F}_{ex,3}(\omega)|^2}{8B_{33}} = P \frac{\lambda}{2\pi} = P CW_m, \quad (2.51)$$

donde se introduce el concepto de ancho de captura máximo  $CW_m = \lambda/2\pi$ . Este límite se corresponde con la condición de amplitud y fase óptimas [111], expresada en el Diagrama de Budal de la Fig. 2.3, para las alturas  $H = \{1,5, 2,5\}$  m. Notar que las curvas correspondientes presentan un comportamiento monótono creciente.

Por otro lado, la cota superior de potencia de Budal se define a partir de las magnitudes máximas de la fuerza de excitación y velocidad en modo *heave*,  $\left|\tilde{F}_{ex,3}\right|_{max}$  y  $\left|\tilde{\xi}_3\right|_{max}$ , respectivamente, del siguiente modo:

$$P_B = \frac{1}{2} \left|\tilde{F}_{ex,3}(\omega)\right|_{max} \left|\tilde{\xi}_3(\omega)\right|_{max}. \quad (2.52)$$

Considerando la aproximación de la fuerza de excitación dada por la ecuación (2.40), y aplicando el criterio para definir la posición de equilibrio tal cual se expone en la Sección 2.3.5, donde se establece  $V_{sm|eq}(\mathcal{C}) = V_f/2$ , la máxima fuerza de excitación puede expresarse como:  $\left|\tilde{F}_{ex,3}\right|_{max} = \rho g V_f/2$ . Por otro lado, se asume que la

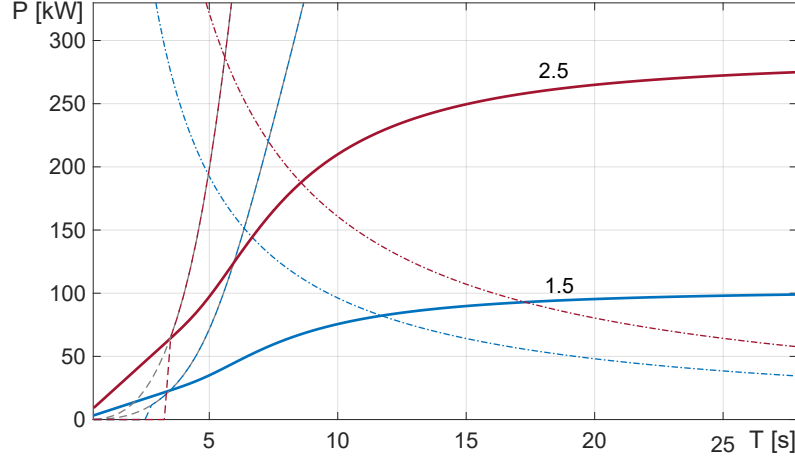


Figura 2.3: Diagrama de Budal.

máxima amplitud admisible en el movimiento de elevación (heave) del convertidor es  $\left| \tilde{\xi}_3(\omega) \right|_{max} = \max \{ H/2, C \}$  [111]. En consecuencia, la máxima velocidad de excursión del WEC resulta  $\left| \dot{\tilde{\xi}}_3(\omega) \right|_{max} = \omega \left| \tilde{\xi}_3(\omega) \right|_{max}$ . Teniendo en cuenta estos conceptos, la expresión (2.52) para el caso del WEC analizado resulta:

$$P_B = \frac{1}{2} \left( \rho g \frac{V_{fl}}{2} \right) \left( \omega \max \left\{ \frac{H}{2}, C \right\} \right) \quad (2.53)$$

Más aún, notar que al determinar  $V_{sm|eq}$  y tomando en cuenta las dimensiones del cuerpo flotante detalladas en la Tabla 2.1, se puede calcular el calado utilizando la ecuación (2.27), lo que resulta en  $C = 2,08 \text{ m}$ . Del mismo modo, los valores de  $\theta_{eq|fl} = -31^\circ$  y  $d_{fl} = 10,6 \text{ m}$  se derivan de las expresiones (2.36)-(2.38). De esta manera, es posible representar finalmente en la Fig. 2.3, la cota de Budal  $P_B$  para las alturas  $H = \{1,5, 2,5\} \text{ m}$ , siendo sus curvas monótonas decrecientes.

**Límite por rompimiento de olas** Para evitar realizar un análisis de absorción de potencia con olas que se encuentran fuera del rango de trabajo deseado, se calcula la altura de rompimiento de ola para cada período como:

$$H_r(T) = \begin{cases} H_{r1} = 0,142 \lambda(T) & \text{si } T < \tau_r \\ H_{r2} = 0,78 d & \text{si } T \geq \tau_r \end{cases} \quad (2.54a)$$

$$(2.54b)$$

Los valores correspondientes a  $H_{r1}$ ,  $H_{r2}$ , y  $\tau_r \approx 6,5 \text{ s}$  se derivan de la Fig. 2.4, publicada en [142]. La consideración de los límites de rompimiento de las olas se integra en el diagrama de Budal al establecer que, si  $H > H_r(T)$ , es decir, la ola analizada se encuentra por encima del umbral de rompimiento, el WEC será retirado de servicio, resultando en una absorción de potencia nula para este escenario. Dado

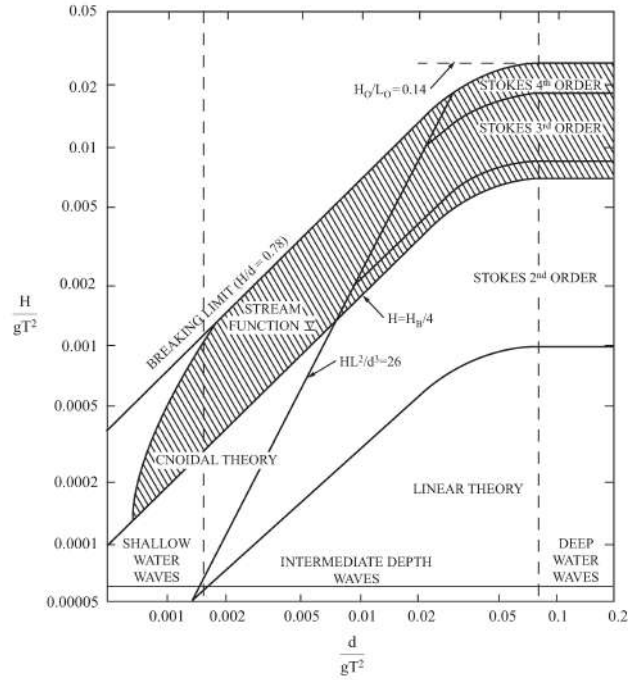


Figura 2.4: Regiones de Validez de las distintas Teorías de Olas.

que el límite de rompimiento de olas solo afecta los períodos más bajos, se redefine simplemente la cota superior teórica como:

$$P_A = \begin{cases} P(H, T) \frac{\lambda(T)}{2\pi} & \text{si } H \leq H_r(T) \\ 0 & \text{si } H > H_r(T) \end{cases} \quad (2.55a)$$

$$(2.55b)$$

En la Fig. 2.3, puede apreciarse la corrección asociada a este fenómeno.

### 2.4.2.3. Confección de la Matriz de Potencia del WEC

Al calcular la potencia absorbida por el WEC utilizando la ecuación (2.50) para el régimen de olas ilustrado en la Figura 2.2a, y considerando las cotas superiores descritas previamente, se obtiene la matriz que muestra la distribución de la potencia absorbida por el sistema, tal como se presenta en la Fig. 2.2b. Es importante destacar que el máximo nivel de absorción se observa en el caso de olas con alturas en el rango de  $H=[3, 4, 7]$  m y períodos  $T=6$  s.

### 2.4.3. Matriz de Energía

Multiplicando elemento por elemento la matriz de ocurrencia de olas con la matriz de potencia del convertidor, representadas en las Figuras 2.2a y 2.2b, respectivamente, se obtiene la matriz de energía del WEC, como se muestra en la Figura 2.2c. Esta

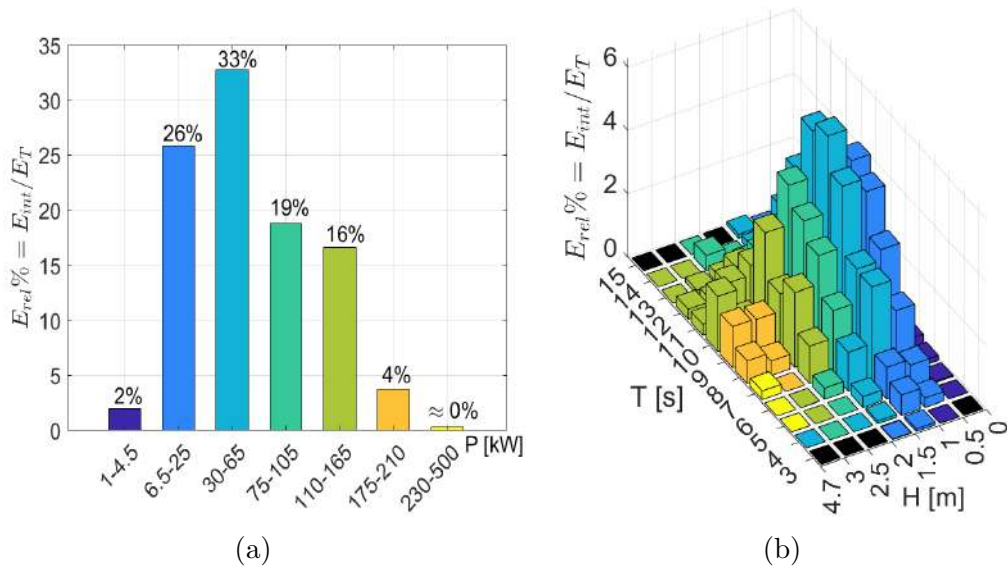


Figura 2.5: Determinación del intervalo de potencias de diseño

matriz indica la cantidad de energía absorbida por el convertidor para cada tipo de ola analizada a lo largo de un año, medida en  $\text{kWh/año}$ . Además, la energía total absorbida por el WEC en el emplazamiento de interés se calcula sumando las contribuciones de todos los tipos de olas, resultando en  $E_T = 255 \text{ MW h/año}$ .

## 2.5. Tercer Paso: Dimensionamiento del WEC

### 2.5.1. Potencia de Dimensionamiento

A continuación se determina un intervalo de potencias de diseño ( $P_{dis}$ ) cuya cota superior se encuentre razonablemente por debajo de los límites máximos teóricos de los diagramas de Budal. Esto se lleva a cabo con el fin de evitar un sobredimensionamiento excesivo de los componentes del convertidor undimotriz.

Tal como puede observarse en la Figura 2.2 correspondiente al caso de estudio propuesto, ni la ola más frecuente ni aquella para la cual el WEC absorbe la mayor potencia representan las que aportan la mayor cantidad de energía a lo largo de un año. De hecho, el tipo de “ola más energética” presenta una altura comprendida entre  $H=[1, 1.5)$  m y un período de  $T=9$  s, tal como puede apreciarse en la Figura 2.2c. Por este motivo, a diferencia de otros estudios [133, 134, 111], en este análisis se considera el espectro completo de olas para determinar un punto por debajo de los máximos  $P_c$  en el diagrama de Budal (Figura 2.3), en lugar de basarse únicamente en un tipo de ola con altura y período fijos asociados a la mayor frecuencia o potencia absorbida.

Para determinar el intervalo de potencias de diseño, se analiza la matriz de potencia y energía del WEC (Figuras 2.2b y 2.2c) de la siguiente manera: las potencias absorbidas por el WEC se organizan de forma ascendente y se agrupan en intervalos adecuados. Luego, se calcula el porcentaje de absorción de energía relativa ( $E_r \%$  sobre el total  $E_T$ ) para cada intervalo y se representa esta información en un gráfico de  $P$  versus  $E_r \%$  (Figura 2.5a). A partir del análisis de esta figura, se establece un objetivo de absorción de energía, por ejemplo, en este caso se considera  $E_{obj} \geq 85 \%$ . Al sumar el aporte energético de los cinco primeros intervalos, se alcanza una energía relativa de aproximadamente  $96 \%$ , lo que corresponde a potencias de absorción comprendidas entre  $P_{dis} = [1, 165]$  kW, denominado como el “intervalo de potencias de diseño”.

Adicionalmente, a través de la matriz de la Figura 2.5b, se puede determinar qué tipo de olas se deben absorber en cada intervalo de potencia, lo cual brinda información relevante para la fase de diseño del convertidor. En este caso, notar que los cinco primeros intervalos de la Figura 2.5a abarcan todo el espectro de alturas posibles, tal como se señala en Figura 2.5b a través del patrón de colores. De este modo, el convertidor debe ser capaz de absorber de manera efectiva la energía asociada a las olas de dichos intervalos para asegurar el logro del objetivo establecido. Adicionalmente, el diseño del WEC debe ser capaz de soportar los esfuerzos asociados a dichos estados de mar.

Por otro lado, es importante notar en la Figura 2.5a que no se ha incluido el sexto intervalo de potencia, dado que solo supone un aumento del  $4 \%$  en la energía relativa absorbida. Sin embargo, esta adición conlleva un incremento del  $30 \%$  en la cota superior del intervalo de potencias de diseño, es decir,  $P_{dis} = [1, 210]$  kW. Además, con el objetivo de acotar dicho intervalo, se podría descartar también el primer intervalo (de 1 a 4,5 kW), ya que su contribución energética resulta marginal.

### 2.5.2. Definición de Masas y Frecuencia de Resonancia del WEC

A continuación, se define el parámetro  $f_m$  con el objetivo de ajustar la frecuencia de resonancia del WEC a la frecuencia de las olas más energéticas. Con este enfoque, se busca alcanzar la condición de fase óptima del convertidor undimotriz para dicha frecuencia con un menor esfuerzo de control.

Inicialmente, se calcula el período  $T_e$  más energético, al sumar el aporte de energía que tienen las olas en cada uno de los períodos mostrados en la Figura 2.5b (excluyendo el aporte de las olas cuyas potencias se encuentran por fuera del intervalo  $P_{dis}$ ). De

este modo, se determina que  $T_e = 10$  s o  $\omega_e \approx 0,62$  rad/s, son el período y la frecuencia más energéticos. Luego, en la Figura 2.6, se representan gráficamente en función del parámetro  $f_m$ , por un lado, las masas del brazo y el flotador calculadas utilizando las ecuaciones (2.44) y (2.45) respectivamente, y por otro lado, la frecuencia de resonancia del WEC ( $\omega_0$ ) utilizando (2.35). En este caso, la masa agregada del WEC ( $\mathcal{A}_\theta$ ), definida por medio de la expresión (2.17), está especializada en  $\omega = 0,62$  rad/s [143].

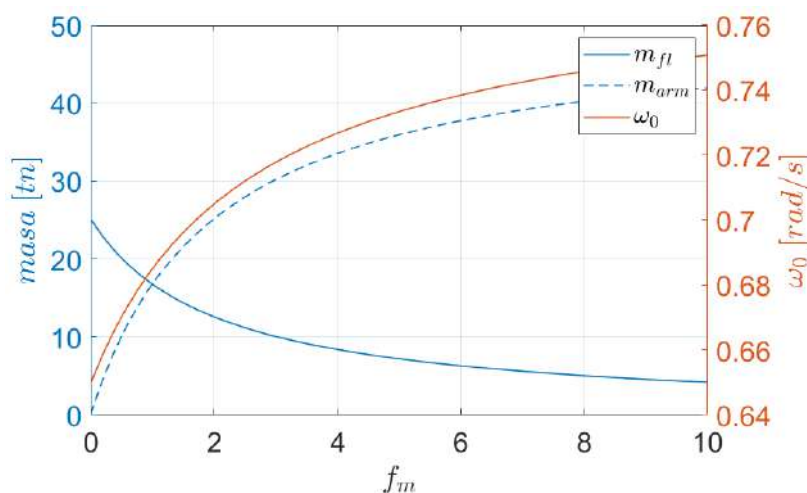


Figura 2.6: Determinación de masas y frecuencia de resonancia.

La Figura 2.6 indica que, con la configuración inicial de parámetros característicos detallados en la Tabla 2.1, y la aplicación del criterio para definir el calado y posición de equilibrio descritos en la Sección 2.3.5, no es posible ajustar  $f_m$  para que la frecuencia de resonancia del equipo sea igual a  $\omega_e \approx 0,62$  rad/s, ni siquiera disminuyendo su valor al mínimo. En este sentido, notar a partir de la definición (2.44), que para  $f_m = 0$ , toda la masa del WEC se concentra en el flotador, distribuyéndose en ambos cuerpos a medida que aumenta dicho factor. Considerando esto, aunque se podría buscar minimizar  $f_m$  para aproximar  $\omega_0$  a la frecuencia de las olas más energéticas lo más posible, concentrar la masa en el flotador no resulta viable desde un punto de vista tecnológico.

Una alternativa razonable es elegir un valor adecuado para  $f_m$  considerando las restricciones de lastrar ambos cuerpos dadas por su propio volumen y el tipo de material a utilizar. En este contexto, se propondrá un valor de  $f_m = 1$ , lo que implica asignar masas iguales tanto al brazo como al flotador, resultando en  $m_{br} = m_{fl} = 16,7$  tn, lo cual permite determinar también el MOI del sistema utilizando la ecuación (2.46).



Más allá de esto, para ajustar correctamente la frecuencia de resonancia del equipo a la de las olas más energéticas, es necesario reconsiderar la configuración de los parámetros característicos del WEC, listados en la Tabla 2.1, con el objetivo de obtener una frecuencia de resonancia menor, más apropiada para el punto de instalación seleccionado. El modelo semi-paramétrico presentado en la etapa inicial resulta esencial en este proceso iterativo de ajuste fino del diseño. Aunque esta metodología iterativa escapa el alcance de esta tesis, se presentarán brevemente algunos lineamientos en la siguiente sección con el objetivo de orientar futuros trabajos.

## 2.6. Conclusiones

A lo largo de este capítulo, se presenta una metodología de tres pasos que permite determinar un intervalo de potencias de diseño de un WEC tipo brazo-flotador oscilante y caracterizar sus propiedades fundamentales en función del clima de olas de un sitio de interés. Por un lado, el modelo semi-paramétrico derivado en el primer paso permite analizar de manera independiente la influencia de los esfuerzos hidrodinámicos asociados a cada modo de oscilación. Adicionalmente, posibilita determinar cómo impactan en la dinámica y absorción de potencia del WEC, sus parámetros característicos, las restricciones de movimiento del dispositivo y la orientación del mismo respecto a la dirección de avance de las olas. Además, la utilización del modelo semi-paramétrico elimina la necesidad de realizar largas simulaciones con software BEM para obtener los coeficientes hidrodinámicos asociados a cada una de las configuraciones del WEC, representando un gran ahorro de tiempo y costo computacional.

Adicionalmente, el segundo y tercer paso relacionan el modelo hidrodinámico semi-paramétrico propuesto con el clima de olas de un sitio específico, con el objetivo de optimizar las características del dispositivo para ese entorno. De este modo, se define un intervalo de potencias de diseño razonable, evitando un sobredimensionamiento excesivo del convertidor. Además, se propone un ajuste de los parámetros del WEC para lograr aproximar su frecuencia de resonancia a la frecuencia correspondiente a las olas más energéticas. Con este enfoque, se busca alcanzar la condición de fase óptima del convertidor undimotriz para dicha frecuencia con un menor esfuerzo de control.

En este punto, es relevante resaltar que se utilizó un caso de estudio simple para ilustrar el método propuesto, con el fin de facilitar su implementación y presentación. Durante este proceso, se evaluó un emplazamiento específico, se consideraron ciertas

hipótesis simplificadoras para el cálculo de las matrices características y se establecieron algunas de las dimensiones básicas del sistema brazo-flotador de antemano. En relación con este último aspecto, cabe mencionar que los demás parámetros del WEC se ajustaron conforme al clima de olas y/o siguiendo los criterios de diseño desarrollados a lo largo del capítulo. Sin embargo, es fundamental destacar que cualquier parámetro del WEC incluido explícitamente en el modelo hidrodinámico semi-paramétrico desarrollado puede ser optimizado en función del recurso de olas, permitiendo la búsqueda de diversos objetivos. Esta flexibilidad, junto con el ahorro computacional que supone la utilización del modelo semi-paramétrico, y la facilidad de implementación, representan algunas de las ventajas fundamentales de la metodología propuesta.

Como perspectiva de investigación a futuro, y en curso de desarrollo, se plantea la integración de la metodología propuesta en un esquema de optimización de los parámetros del WEC, cuyo funcional a maximizar está definido por la generación de energía del dispositivo en una ubicación de instalación específica. Dicho esquema de optimización debe estar sujeto además a las restricciones físicas del WEC y del sistema de control. Más aún, en este contexto resulta fundamental considerar una estrategia de control adecuada y debidamente optimizada para cada estado de mar analizado. De este modo, la propuesta involucra un enfoque de co-diseño donde las implicancias del control se abordan desde las etapas iniciales del diseño del convertidor undimotriz, realimentándose mutuamente [4]. Finalmente, es importante resaltar que, a pesar de existir los aspectos aquí mencionados susceptibles de mejora, la metodología presentada en este capítulo ofrece un marco de trabajo valioso, con características apropiadas para su integración en un esquema de optimización del diseño de convertidores undimotrices de tipo brazo-flotador oscilante.

En el próximo capítulo, se abordará la problemática de modelado asociada a la integración de un mecanismo de rectificación de movimiento en el PTO del convertidor undimotriz, enfatizando la adecuada descripción de su dinámica no lineal y los procesos relacionados con la conversión de potencia.

## Capítulo 3

# Modelo Generalizado de un PTO Mecánico basado en un MMR<sup>\*</sup>

Este capítulo presenta un nuevo modelo dinámico generalizado para rectificadores de movimiento mecánico (MMR) de entrada única y salida única (SISO), integrados dentro de la unidad de extracción de potencia (PTO) de diversos convertidores de energía de las olas. Los modelos existentes de MMRs tienen limitaciones que afectan su precisión en la representación de la respuesta dinámica del sistema y restringen la aplicabilidad de estrategias de control. Estas limitaciones se resuelven a lo largo del capítulo, introduciendo restricciones rigurosas de velocidad y torque para deducir una nueva condición de desacoplamiento, cuatro nuevos modos de transmisión y la restricción de transmisión de potencia unidireccional. Estas características se integran en un conjunto conciso de ecuaciones de movimiento generalizadas capaces de manejar torques de salida arbitrarios. El modelo resultante proporciona una descripción dinámica más precisa y sirve como un enfoque de modelado unificado para dispositivos basados en MMR SISO. Aprovechando las características distintivas de la formulación propuesta, se deriva un modelo de fricción integral para MMRs y también se proporciona un método sencillo para activar los distintos modos de transmisión introducidos, controlando el torque de salida correspondientemente. Más aún, se presenta un algoritmo para implementar numéricamente el modelo propuesto y, utilizando esta herramienta, se verifican sus capacidades mediante simulación numérica. Adicionalmente, se propone un procedimiento de identificación basado en pruebas experimentales y un esquema de optimización para ajustar los diversos parámetros correspondientes al

---

<sup>\*</sup>El Modelo Generalizado de un PTO Mecánico basado en un MMR presentado en este capítulo se respalda en la publicación:

E. M. Gelos, M. G. Judewicz, A. P. Cisilino, and D. O. Carrica, “Generalized model of mechanical motion rectifiers,” *Mechanism and Machine Theory*, vol. 199, p. 105678, 2024, doi: <https://doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2024.105678>.

modelo de un prototipo MMR a escala. Finalmente, el modelo es validado al comparar simulaciones numéricas con los resultados experimentales obtenidos mediante pruebas realizadas con el prototipo MMR, demostrando la precisión del modelo para replicar la respuesta dinámica no lineal del sistema.

### 3.1. Introducción

Los rectificadores de movimiento mecánico (MMR) convierten el movimiento bidireccional en unidireccional y se utilizan en diversas aplicaciones, como transmisiones variables continuas [144, 145], dispositivos de captura de energía para vehículos y ferrocarriles [71, 146, 147, 148], y convertidores de energía de las olas (WEC) [68, 69, 91, 74, 77].

Particularmente, en el campo de la energía de las olas, ha habido un aumento reciente en la atención sobre la aplicación de MMRs para WECs con principios de funcionamiento distintos. Ejemplos de diferentes implementaciones se pueden encontrar en [77] y [149], que propusieron un absorbedor puntual compuesto por un flotador oscilante amarrado al lecho marino, y un WEC de brazo oscilante en tierra firme, respectivamente.

Los sistemas basados en MMR se dividen en dos tipos principales: de entrada única y salida única (SISO) [91] y de múltiples entradas y salida única (MISO) [150]. Este estudio se centra específicamente en dispositivos SISO, que constan de tres módulos: el sistema de entrada, el sistema de salida y el MMR que conecta a ambos. Esta configuración facilita modelar la interacción entre el MMR y los sistemas de entrada/salida genéricos planteados, en función de los torques y velocidades de entrada y salida, designados como  $T_{in}$ ,  $T_{out}$ ,  $\dot{\theta}_{in}$  y  $\dot{\theta}_{out}$ , como se muestra en la Figura 3.1. Este enfoque permite representar diversos dispositivos SISO basados en MMR, como se discutirá más adelante. Para una descripción detallada del MMR utilizado en este desarrollo, consultar la Sección 3.3.

Los MMRs logran la rectificación del movimiento mediante el uso de rodamientos unidireccionales (OWB), lo que conduce a su característica dinámica de acoplamiento-desacoplamiento y restricciones físicas no lineales [70, 74, 72]. Como resultado, el comportamiento dinámico general de los dispositivos basados en MMR, como sistemas de captura de energía o convertidores de energía de las olas, se ve significativamente influenciado por los diferentes modos de transmisión del MMR, las restricciones inherentes de velocidad, torque y potencia, así como las pérdidas asociadas [23, 47]. Para analizar y comprender exhaustivamente estos sistemas, es crucial un modelo dinámico

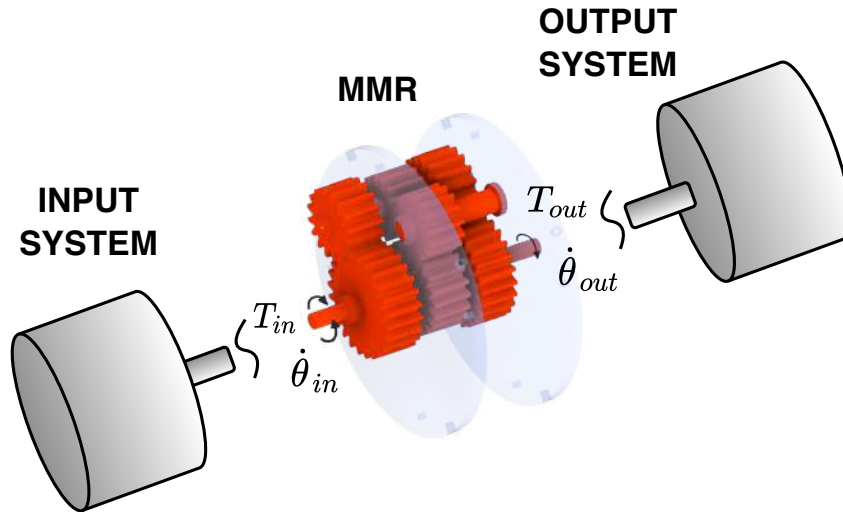


Figura 3.1: Dispositivo genérico basado en un MMR SISO: Sistemas de entrada y salida conectados mediante un mecanismo de rectificación.

que considere todas las características no lineales del MMR [49]. Este modelo desempeña un papel central en el diseño, optimización, parametrización y la determinación de la capacidad de potencia de los WECs [83, 84, 85, 74]. Además, en aplicaciones de energía de las olas, dicho modelo facilita las pruebas sistemáticas de diferentes estrategias de control para maximizar la captura de energía [6, 81, 100, 151, 78, 149].

En la literatura, las dinámicas no lineales de los MMR se modelan comúnmente utilizando un enfoque por tramos. Esto implica una ecuación de movimiento para el modo *acoplado* (*engaged*) (E-EQM) y un conjunto de dos ecuaciones para el modo *desacoplado* (*disengaged*) (D-EQM). La transición entre estos modos generalmente se determina mediante una condición de *desacoplamiento* (*disengagement condition*) basada en la velocidad. Además, el torque de salida suele representarse como una combinación de una masa rotativa (conocida como *inertor*), y una carga de amortiguamiento, proporcionales a la aceleración y velocidad angular, respectivamente. Para más detalles, consultar [69, 91, 74, 72]. A pesar de que se han propuesto numerosas versiones de este modelo de MMR en la literatura, demostrando resultados valiosos, los mismos presentan limitaciones que deben ser resueltas, las cuales se pueden resumir de la siguiente manera:

1. Falta de generalidad en el modelo de torque de salida, limitando la representación a torques de tipo masa-amortiguador. Extender la formulación para manejar funciones más generales es desafiante debido a las no linealidades que presentan los MMR.

2. Definición inadecuada de la condición de desacoplamiento, es decir, el criterio para cambiar entre la E-EQM y D-EQM.
3. Falta de consideración del modo de transmisión *bloqueado* (*locked*), donde los ejes de entrada y salida del MMR quedan bloqueados, impidiendo el movimiento de todo el dispositivo.
4. Omitir la restricción de transmisión de potencia unidireccional dentro de la formulación del modelo, la cual implica que la potencia solo puede ser transmitida del eje de entrada del MMR al eje de salida.

Estas limitaciones afectan la precisión del modelo al representar la respuesta dinámica de los dispositivos basados en MMR y limitan la aplicabilidad de estrategias de control, como se discute más en detalle en la Sección 3.2.

Por otro lado, otro aspecto de importancia para una correcta descripción del comportamiento real de un dispositivo basado en MMR, es el proceso de identificación paramétrica que se realiza para caracterizar el sistema. En este sentido, en [152] se propone un método de identificación para caracterizar un MMR. Sin embargo, utilizan para ello un modelo simplificado, excitado con funciones oscilatorias. En este escenario, si bien las variables promediadas que se evalúan en este trabajo proporcionan un buen indicador para evaluar la precisión de simulación en estado estacionario, no garantizan un buen desempeño del modelo durante fenómenos transitorios debido a las no linealidades intrínsecas que presenta el MMR, dadas por su dinámica característica de acoplamiento-desacoplamiento. Teniendo en cuenta la importancia que tienen estas no linealidades en el comportamiento dinámico de todo el dispositivo, resulta necesario considerar un método de identificación que resulte en un modelo parametrizado capaz de describir de manera precisa los fenómenos transitorios no lineales típicos de los dispositivos basados en MMR.

Para superar estas limitaciones, la Sección 3.3 presenta un modelo integral para dispositivos SISO basados en MMR. Este modelo se basa en restricciones rigurosas de velocidad y torque, introduciendo cuatro nuevos modos de transmisión del MMR, una nueva condición de desacoplamiento basada en torque y la restricción de transmisión de potencia unidireccional. Estas características se consolidan en un conjunto conciso de ecuaciones dinámicas generalizadas capaces de representar funciones de torque de salida arbitrarias.

La formulación resultante ofrece una alternativa versátil y más precisa a los enfoques actuales para modelar MMRs SISO. Además, esta sección proporciona un

método sencillo para activar los modos de transmisión del MMR introducidos mediante el control del torque de salida, así como la implementación de un modelo de fricción completo para dispositivos basados en MMR. La Sección 3.4 presenta una verificación del modelo propuesto basada en simulaciones. Para ello, primero se proporciona un algoritmo para la implementación numérica del modelo. Posteriormente, se realiza una simulación exhaustiva donde los torques de salida del MMR se utilizan como entradas de control para evaluar el rendimiento del modelo mientras el sistema se ve obligado a transitar todos sus modos de transmisión y condiciones no lineales.

La Sección 3.5 se centra en validar el modelo propuesto mediante la comparación de resultados experimentales con simulaciones numéricas, incorporando un modelo completo de fricción no lineal y la dinámica de dos máquinas eléctricas. Esto muestra la versatilidad y robustez del modelo. Adicionalmente, se presenta un método de identificación paramétrica para caracterizar un dispositivo basado en MMR, que resulta en un modelo capaz de describir correctamente los fenómenos transitorios no lineales característicos de estos sistemas. Finalmente, la Sección 3.6 analiza los resultados de verificación y validación experimental en el contexto de las limitaciones de los modelos actuales y explora posibles aplicaciones para WECs basados en un MMR.

## **3.2. Limitaciones del Modelo del MMR**

En esta sección, se examinan críticamente las limitaciones de los modelos MMR actuales.

### **3.2.1. Restricción del Modelo de Torque de Salida**

Como se mencionó anteriormente, la representación convencional del torque de salida se basa en una masa rotativa y una carga de amortiguamiento. Si bien este enfoque es ampliamente utilizado, presenta limitaciones, ya que solo es capaz de describir comportamientos dinámicos del sistema de salida que se asemejan a un torque tipo masa-amortiguador, ver la Figura 3.1. No obstante, en dispositivos de captura de energía y convertidores de energía de las olas, el par del generador eléctrico, parte del sistema de salida, puede ajustarse activamente controlando su corriente mediante sistemas de electrónica de potencia [93]. Esta flexibilidad permite que el generador ejerza diversas funciones de par, lo que posibilita la implementación de diversas estrategias de control [94, 89, 95, 96]. Sin embargo, los modelos actuales de MMR no capturan esta flexibilidad y limitan las estrategias de control a métodos pasivos simples [77, 71, 74, 153]. Otro ejemplo son las limitaciones impuestas por los

modelos actuales al representar las pérdidas por fricción, que solo pueden describir un término viscoso asociado con el sistema de salida, tal como se discute en la Sección 3.6. Por lo tanto, se necesita un modelo del MMR más general para el par de salida.

Representar de manera efectiva torques de salida generales en el modelo del MMR requiere de tres características clave:

1. Definiciones claras de las restricciones cinemáticas asociadas al MMR acoplado.
2. Una expresión general para el torque de salida.
3. Una ecuación de movimiento adecuada para el MMR acoplado (E-EQM), derivada teniendo en cuenta las características 1 y 2.

La E-EQM resultante es no lineal, ya que depende explícitamente de la función signo de la velocidad de entrada, como se demuestra en la Sección 3.3.5.6 de este trabajo. Además, este enfoque de modelado permite expresar la E-EQM en términos de velocidades de entrada o de salida, a diferencia de las formulaciones actualmente disponibles.

La mayoría de los modelos existentes de sistemas MMR SISO carecen de las tres características mencionadas. En algunos estudios [68, 76, 74, 75, 154, 73, 92, 72, 155, 71, 148, 147], las restricciones cinemáticas del MMR acoplado no son provistas o bien están definidas de manera imprecisa. En [69, 91], se considera parcialmente la *característica 1*, ya que, aunque definen las restricciones de velocidad del sistema acoplado, no proporcionan sus derivadas temporales. Por otro lado, el modelo propuesto por [76] contempla la *característica 2*, pero omite la función signo de velocidad de entrada en la forma general de las ecuaciones de movimiento del MMR acoplado debido a una definición inexacta de la característica 1. La ausencia, inexactitud o incompletitud de la característica 1 implica que la *característica 3* está ausente o potencialmente contiene inconsistencias. Por lo tanto, estos modelos no pueden aplicarse directamente para representar funciones de torque de salida genéricos.

### **3.2.2. Limitaciones en la Definición de la Condición de Desacoplamiento del MMR**

Los modelos dinámicos actuales definidos por tramos a menudo dependen de una condición de desacoplamiento basada en la velocidad para describir el cambio entre los modos de transmisión acoplado y desacoplado [69, 91, 76, 77, 73, 74, 75, 92, 72, 71]. En este enfoque, tanto la E-EQM como la D-EQM deben resolverse simultáneamente cuando el sistema está acoplado, y las velocidades se comparan para determinar si el



MMR permanece acoplado o cambia al modo desacoplado. Sin embargo, este método determina los tiempos de desacoplamiento solo después de que hayan ocurrido, lo que dificulta establecer, predecir o controlar este evento con precisión. Además, no presentan una prueba matemática para esta condición de conmutación; se introduce basándose en el comportamiento observado y el análisis de las ecuaciones dinámicas existentes. Este enfoque también pasa por alto la restricción de torque de los MMR, que es la razón física real por la cual el sistema cambia del modo acoplado al modo desacoplado (consulte la Sección 3.3.5.4). Como resultado, estos modelos presentan una E-EQM que no está debidamente restringida en términos de torque, lo que los hace inadecuados para describir la dinámica del sistema con pares de entrada/salida arbitrarios. Además, ninguno de los trabajos mencionados analiza la idoneidad de sus condiciones de conmutación para controlar el modo de transmisión activo del MMR y la *relación de desacoplamiento* (duración relativa del modo desacoplado durante un período de tiempo característico) [76, 74, 92].

Ciertos estudios [71, 146, 76, 75, 156, 157, 158, 159] han intentado desarrollar una condición de desacoplamiento analítica asumiendo que el MMR está impulsado por una fuente de velocidad. En tales casos, la complejidad del sistema se reduce significativamente, facilitando el cálculo de los tiempos de desacoplamiento porque la velocidad de entrada se trata como una variable independiente. Sin embargo, este enfoque resulta limitado, especialmente en aplicaciones donde la velocidad de entrada depende del sistema de salida, como en los convertidores de energía de las olas [111]. De cualquier modo, este método no resuelve ninguno de los problemas mencionados anteriormente asociados con las condiciones de desacoplamiento existentes.

### 3.2.3. Omisión del Modo de Transmisión Bloqueado

Ninguno de los modelos examinados analiza en detalle el escenario en el que tanto la velocidad de entrada como de salida son cero simultáneamente, como se muestra en la Figura 3.1. Como se explica en la Sección 3.3.9, no solo es posible alcanzar la condición de desacoplamiento en este escenario, sino que también puede ocurrir otro comportamiento no lineal cuando el par aplicado al eje de salida bloquea el eje de entrada. Esto resulta en el modo de acoplamiento bloqueado, donde tanto el eje de entrada como el de salida del MMR permanecen estáticos. Además, el torque de *bloqueo* introduce una restricción adicional a la E-EQM, que no ha sido abordada en ninguno de los trabajos mencionados anteriormente.

### 3.2.4. Falta de Consideración de la Restricción de Transmisión de Potencia Unidireccional

Los modelos actuales de dispositivos basados en MMR no consideran en sus formulaciones una restricción crucial relacionada con la unidireccionalidad inherente de la transmisión de potencia a través del MMR. En aplicaciones como dispositivos de recolección de energía y convertidores de energía de las olas, comprender los procesos de conversión de potencia es fundamental para maximizar la producción de energía. Esta restricción es particularmente significativa para los WECs basados en MMR, ya que afecta la viabilidad de implementar diversas estrategias de control encontradas en la literatura existente, como el control reactivo [81], que implica transferir potencia del sistema de salida al de entrada. Además, esta restricción limita el desarrollo de nuevas estrategias de control. De acuerdo con la exhaustiva revisión de literatura llevada a cabo, la restricción de transmisión de potencia unidireccional de los MMRs, aunque reconocida en algunos trabajos [77], no ha sido integrada formalmente en el modelo del MMR, ni se han discutido sus implicancias.

## 3.3. Modelo Integral de un MMR

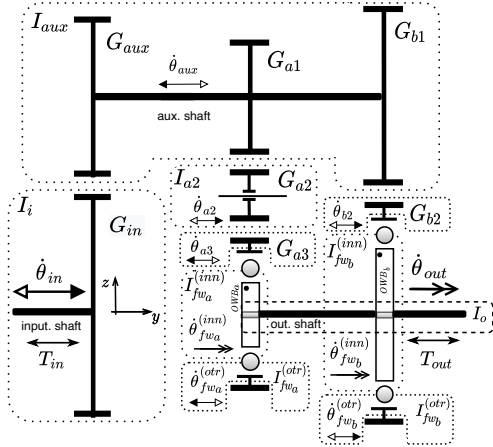
En esta sección se presenta un modelo completo de MMRs que resuelve las limitaciones expuestas. El MMR utilizado se ilustra en la Figura 3.1 y se representa esquemáticamente en la Fig. 3.2a. El movimiento se transmite desde la entrada hasta el eje auxiliar y luego al eje de salida. El engranaje de entrada, denominado  $G_{in}$ , está fijo en el eje de entrada y engrana con  $G_{aux}$ , unido al eje auxiliar. Los radios de  $G_{in}$  y  $G_{aux}$  se denotan como  $R_{in}$  y  $R_{aux}$ , respectivamente. Los engranajes restantes se dividen en dos ramas. En la “rama a”, el engranaje  $G_{a1}$  (fijo al eje auxiliar) engrana con  $G_{a3}$  a través de un engranaje intermedio,  $G_{a2}$ . El engranaje  $G_{a3}$  está fijo en el anillo exterior de  $OWB_a$ , como se ve en la Figura 3.2b-3.2c. Los radios de  $G_{a1}$ ,  $G_{a2}$  y  $G_{a3}$  se representan como  $R_{a1}$ ,  $R_{a2}$  y  $R_{a3}$ , respectivamente. En la “rama b”, se encuentra el conjunto de engranajes acoplados  $G_{b1}$  (unido al eje auxiliar) y  $G_{b2}$  con radios  $R_{b1}$  y  $R_{b2}$ , respectivamente. De manera similar, el engranaje  $G_{b2}$  está fijo en el anillo exterior de  $OWB_b$ . Además, los anillos internos de ambos OWBs están fijados al eje de salida y orientados en la misma dirección, como indican los pequeños puntos en el lado izquierdo de los anillos internos de los OWBs en la Fig. 3.2a.

En la Figura 3.2a, los parámetros  $\dot{\theta}_{in}$ ,  $\dot{\theta}_{aux}$  y  $\dot{\theta}_{out}$  representan las velocidades angulares de los ejes de entrada, auxiliar y de salida, respectivamente. Para otros componentes del MMR, se utiliza su nombre respectivo en la nomenclatura para denotar

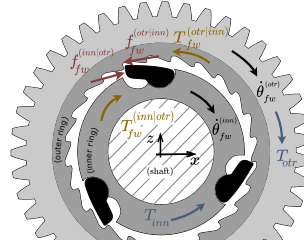
sus posiciones, velocidades y aceleraciones. Por ejemplo, el movimiento angular del engranaje  $G_{a1}$  se describe mediante  $\theta_{a1}$ ,  $\dot{\theta}_{a1}$  y  $\ddot{\theta}_{a1}$ . Adicionalmente, se sigue la convención de la mano derecha para el movimiento angular y los torques. Las flechas de doble sentido indican la dirección de rotación de los componentes sujetos a un movimiento bidireccional. Dentro de estas flechas, las puntas sólidas y vacías representan velocidades positivas y negativas del eje de entrada del MMR, respectivamente. Las velocidades de los anillos internos de los OWBs y del eje de salida, que solo permiten una rotación unidireccional positiva, se representan con flechas de un solo sentido y doble punta. Siguiendo el patrón de flechas, es posible observar que el movimiento se transmite del eje de entrada al de salida a través de la rama “a” o “b”, dependiendo del sentido de la velocidad de entrada ( $\dot{\theta}_{in}$ ).

Es importante notar que los torques de entrada y salida representados en la Figura 3.2a,  $T_{in}$  y  $T_{out}$ , actuando en los ejes de entrada y salida respectivamente, representan fuerzas generalizadas dentro del formalismo de Lagrange. En consecuencia, no tienen en cuenta ninguna fuerza de restricción del MMR, cuyo trabajo virtual neto se anula, y solo consideran los torques aplicados conocidos, para los cuales el trabajo virtual es distinto de cero [160]. Específicamente,  $T_{in}$  engloba los pares aplicados externamente al eje de entrada, así como otros pares que surgen de fenómenos físicos asociados con aquellos componentes del MMR que permiten movimiento bidireccional (como las pérdidas por fricción en los engranajes). De manera similar,  $T_{out}$  incluye los pares aplicados externamente al eje de salida y aquellos asociados a fenómenos físicos de los componentes del MMR que presentan movimiento unidireccional.

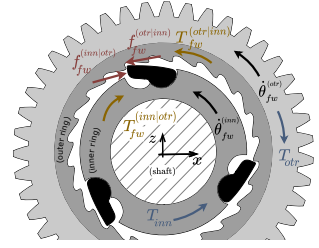
Finalmente, los diferentes momentos de inercia (MOI) del MMR se representan en la Figura 3.2a como áreas punteadas alrededor de las distintas partes del mecanismo, donde pueden apreciarse los MOIs de los arreglos de entrada  $I_i$ , auxiliar  $I_{aux}$  y salida  $I_o$ . En particular,  $I_i$  representa los momentos de inercia del eje de entrada al MMR y el engranaje  $G_{in}$ , es decir, todas aquellas masas que rotan de manera sincrónica entre sí (el mismo concepto puede aplicarse para describir  $I_{aux}$  y  $I_o$ ). Sin embargo, es importante notar que los términos  $I_i$  y  $I_o$  deben expandirse, cuando sea necesario, para incluir los MOIs de los sistemas de entrada y salida,  $I_{in}$  e  $I_{out}$ , respectivamente. Por ejemplo, en aplicaciones de recolección de energía y energía de las olas, el MOI de entrada debe tener en cuenta el dispositivo captor de energía, mientras que el MOI de salida puede incluir la inercia de un generador, una caja multiplicadora (normalmente utilizada para aumentar la velocidad de operación del sistema) y un volante de inercia (utilizado para suavizar el perfil de velocidad y ajustar las propiedades mecánicas del dispositivo).



(a) Patrón de flechas indican la transmisión del movimiento.



(b) Anillo interior accionado por anillo exterior con velocidad angular positiva.



(c) Anillo exterior accionado por anillo interior con velocidad angular negativa.

Figura 3.2: (a) Vista general de un MMR estándar. (b)-(c) Transferencia de torque en un OWB acoplado. Engranaje recto y eje fijados a los anillos externo e interno del OWB, respectivamente.

La derivación del modelo comienza con el análisis de la dinámica de los OWBs, centrándose en particular en sus restricciones de velocidad y torque, ya que influyen significativamente en la dinámica general del MMR. En la siguiente sección, los OWBs se tratan como cuerpos rígidos que no presentan fricción. Sin embargo, tal cual se muestra en la Sección 3.3.10, es posible incorporar posteriormente un modelo de fricción completo a la formulación del MMR que tenga en cuenta las pérdidas de los OWBs. Utilizando un enfoque similar, cualquier otro fenómeno también se puede integrar en el modelo, como se resaltaré en la Sección 3.6.

### 3.3.1. Dinámica de los OWBs

Independientemente de su tecnología específica, todos los OWB presentan dos modos de transmisión fundamentales: acoplado y desacoplado. El modo de transmisión activo depende de la velocidad angular relativa entre el anillo interno ( $\dot{\theta}_{fw}^{(inn)}$ ) y el anillo externo ( $\dot{\theta}_{fw}^{(otr)}$ ), calculada como  $\dot{\theta}_{fw}^{(rel)} = \dot{\theta}_{fw}^{(inn)} - \dot{\theta}_{fw}^{(otr)}$ .

En el modo de transmisión acoplado, cuando la velocidad angular relativa es cero, los anillos interno y externo están engranados, permitiendo la transferencia de torque a través del OWB. En estas condiciones pueden ocurrir dos casos: o bien el anillo interno es impulsado por el anillo externo con una velocidad angular positiva (ver Fig. 3.2b), o bien el anillo externo es impulsado por el anillo interno con una velocidad angular negativa (ver Fig. 3.2c). En el primer caso, el torque aplicado al anillo externo

( $T_{otr}$ ) se considera el torque de excitación, mientras que el torque aplicado al anillo interno ( $T_{inn}$ ) actúa como el torque resistivo. Por el contrario, en el segundo caso,  $T_{inn}$  y  $T_{otr}$  intercambian roles.

Es importante destacar que las fuerzas de acción y reacción ( $\mathbf{f}_{fw}^{(inn|otr)} = -\mathbf{f}_{fw}^{(otr|inn)}$ ) y sus torques asociados ( $\mathbf{T}_{fw}^{(inn|otr)} = -\mathbf{T}_{fw}^{(otr|inn)} = T_{fw} \hat{\mathbf{j}}$ ) tienen el mismo sentido en ambos casos. El subíndice “fw” representa el comportamiento dinámico de “rueda libre” de los OWB, y el superíndice “inn—otr” indica la fuerza o torque que actúa en el anillo interno debido a la acción del anillo externo (la interpretación de la notación inversa, “otr|inn”, es entonces directa);  $T_{fw}$  denota la magnitud del torque de transmisión a través de los anillos del OWB, y  $\hat{\mathbf{j}}$  es un vector unitario (versor) que apunta en la dirección  $y$  positiva.

Los conceptos aquí presentados se resumen formalmente de la siguiente manera:

**Definición 1** *Un OWB se encuentra en el modo de transmisión acoplado si la velocidad relativa entre sus anillos interno y externo es cero:  $\dot{\theta}_{fw}^{(rel)} = \dot{\theta}_{fw}^{(inn)} - \dot{\theta}_{fw}^{(otr)} = 0$ .*

**Observación 1** *El torque de transmisión a través de un OWB acoplado satisface la siguiente restricción:  $T_{fw} \geq 0$ .*

De acuerdo con la Observación 1 y las Figuras 3.2b y 3.2c, se deduce que el anillo exterior del OWB solo puede transmitir un torque positivo al anillo interior ( $T_{otr} > 0$ ), y, a su vez, el anillo interior solo puede transmitir un torque negativo al anillo exterior ( $T_{inn} < 0$ ). Además, para simplificar el modelado posterior, el modo acoplado se divide en los modos de acoplamiento estático y dinámico basados en velocidad:

**Definición 2** *Un OWB se encuentra acoplado en el modo de transmisión dinámico si las velocidades de sus anillos interior y exterior satisfacen la condición:  $\dot{\theta}_{fw}^{(inn)} = \dot{\theta}_{fw}^{(otr)} \neq 0$ .*

**Definición 3** *Un OWB se encuentra acoplado en el modo de transmisión estático si las velocidades de sus anillos interior y exterior satisfacen la condición:  $\dot{\theta}_{fw}^{(inn)} = \dot{\theta}_{fw}^{(otr)} = 0$ .*

Cuando el OWB está desacoplado, sus anillos no están engranados; en su lugar, están deslizando, lo que resulta en una velocidad relativa estrictamente positiva entre los anillos. En este escenario, no es posible la transmisión de torque a través del OWB. Esto se puede resumir de la siguiente manera:

**Definición 4** Un OWB se encuentra en el modo de transmisión desacoplado si la velocidad relativa entre sus anillos interior y exterior satisface:  $\dot{\theta}_{fw}^{(rel)} = \dot{\theta}_{fw}^{(inn)} - \dot{\theta}_{fw}^{(otr)} > 0$ .

**Observación 2** El torque de transmisión a través de un OWB desacoplado satisface la siguiente restricción:  $T_{fw} = 0$ .

Adicionalmente, es importante observar a partir de las Figuras 3.2b y 3.2c que un valor negativo de la velocidad angular relativa del OWB,  $\dot{\theta}_{fw}^{(rel)} < 0$ , es un modo de acoplamiento no factible. Basándose en los comentarios, definiciones y observaciones anteriores, se pueden afirmar las siguientes restricciones de velocidad y torque, independientemente del modo de acoplamiento activo del OWB:

$$\begin{cases} \dot{\theta}_{fw}^{(rel)} = \dot{\theta}_{fw}^{(inn)} - \dot{\theta}_{fw}^{(otr)} \geq 0, & (3.1a) \\ T_{fw} \geq 0. & (3.1b) \end{cases}$$

Vale la pena destacar que el modo acoplado y sus subdivisiones, estático y dinámico, así como el modo desacoplado, son todos modos de acoplamiento basados en la velocidad. Estos conceptos se extienden posteriormente al sistema MMR.

Finalmente, la potencia transmitida a través de un OWB se puede definir de la siguiente manera:

$$P_{fw} = \dot{\theta}_{fw}^{(inn)} T_{fw} = \dot{\theta}_{fw}^{(otr)} T_{fw}. \quad (3.2)$$

A partir de las definiciones y observaciones anteriores, se puede deducir que  $P_{fw} \neq 0$  solo cuando el OWB opera en el modo de acoplamiento dinámico ( $\dot{\theta}_{fw}^{(inn)} = \dot{\theta}_{fw}^{(otr)} \neq 0$ ) y el torque transmitido a través de sus anillos es estrictamente mayor que cero ( $T_{fw} > 0$ ). En este escenario, la dirección del flujo de potencia, indicada por el signo de la potencia, está determinada por el sentido de rotación de los anillos:

$$\begin{cases} P_{fw} > 0 & \text{si } \dot{\theta}_{fw}^{(inn)} = \dot{\theta}_{fw}^{(otr)} > 0 & (3.3a) \\ P_{fw} < 0 & \text{si } \dot{\theta}_{fw}^{(inn)} = \dot{\theta}_{fw}^{(otr)} < 0 & (3.3b) \end{cases} \quad (s.t. T_{fw} > 0)$$

En otras palabras, la potencia es positiva cuando se transmite del anillo exterior al interior y negativa cuando se transfiere en sentido opuesto. Las velocidades, fuerzas y torques asociados a estos casos se pueden observar en las Figuras 3.2b y 3.2c.

### 3.3.2. Restricciones Cinemáticas

Asumiendo que no hay deslizamiento entre los engranajes, las velocidades tangenciales en los puntos de contacto de  $G_{in}$  y  $G_{aux}$  satisfacen:

$$\text{Entrada-Auxiliar} \left\{ \begin{array}{l} R_{in} \dot{\theta}_{in} = -R_{aux} \dot{\theta}_{aux} \end{array} \right. \quad (3.4)$$

Dado que  $G_{aux}$ ,  $G_{a1}$  y  $G_{b1}$  están conectados rígidamente al eje auxiliar, se cumple la siguiente relación:

$$\text{Eje Auxiliar} \left\{ \begin{array}{l} \dot{\theta}_{aux} = \dot{\theta}_{a1} = \dot{\theta}_{b1} \end{array} \right. \quad (3.5)$$

Del mismo modo, dentro de las ramas “a” y “b”, incluyendo los anillos exteriores de  $OWB_a$  y  $OWB_b$ , se satisface:

$$\text{Rama a} \left\{ \begin{array}{l} R_{a1} \dot{\theta}_{a1} = -R_{a2} \dot{\theta}_{a2} = R_{a3} \dot{\theta}_{a3} \\ \dot{\theta}_{a3} = \dot{\theta}_{fw_a}^{(otr)} \end{array} \right. \quad (3.6)$$

$$\text{Rama b} \left\{ \begin{array}{l} R_{b1} \dot{\theta}_{b1} = -R_{b2} \dot{\theta}_{b2} \\ \dot{\theta}_{b2} = \dot{\theta}_{fw_b}^{(otr)} \end{array} \right. \quad (3.7)$$

Adicionalmente, dado que los anillos internos de los OWBs están fijados al eje de salida:

$$\text{Eje de Salida} \left\{ \begin{array}{l} \dot{\theta}_{fw_a}^{(inn)} = \dot{\theta}_{fw_b}^{(inn)} = \dot{\theta}_{out} \end{array} \right. \quad (3.8)$$

Las relaciones de velocidad (3.4) a (3.10), así como las relaciones asociadas de posición angular y aceleración, se satisfacen siempre. Considerando estas ecuaciones, se pueden deducir las siguientes restricciones de velocidad para el eje de salida del MMR:

$$\dot{\theta}_{fw_a}^{(rel)} = \dot{\theta}_{fw_a}^{(inn)} - \dot{\theta}_{fw_a}^{(otr)} \geq 0 \iff \dot{\theta}_{out} \geq -\frac{R_{a1}}{R_{a3}} \frac{R_{in}}{R_{aux}} \dot{\theta}_{in} \quad (3.11a)$$

$$\dot{\theta}_{fw_b}^{(rel)} = \dot{\theta}_{fw_b}^{(inn)} - \dot{\theta}_{fw_b}^{(otr)} \geq 0 \iff \dot{\theta}_{out} \geq \frac{R_{b1}}{R_{b2}} \frac{R_{in}}{R_{aux}} \dot{\theta}_{in} \quad (3.11b)$$

Para mantener una relación de transmisión consistente en ambas ramas (ver Fig. 3.2a), los radios de las relaciones de los engranajes  $G_{a1}:G_{a3}$  y  $G_{b1}:G_{b2}$  deben cumplir:

$$N_{ab} = \frac{R_{a1}}{R_{a3}} = \frac{R_{b1}}{R_{b2}} \implies N_r = N_{ab} \frac{R_{in}}{R_{aux}} \quad (3.12)$$

donde  $N_r$  representa la relación de transmisión global del sistema MMR. Sustituyendo esto en las ecuaciones (3.4)-(3.9), se deduce:

$$\dot{\theta}_{fw_a}^{(otr)} = -\dot{\theta}_{fw_b}^{(otr)} \implies \left\{ \begin{array}{l} \dot{\theta}_{fw_a}^{(otr)} = -N_r \dot{\theta}_{in} \\ \dot{\theta}_{fw_b}^{(otr)} = N_r \dot{\theta}_{in} \end{array} \right. \quad (3.13)$$

Este resultado implica que las velocidades de  $G_{a3}$  y  $G_{b2}$  siempre tienen la misma magnitud pero sentido opuesto. Considerando la ecuación (3.12), las restricciones (3.11a)-(3.11b) se pueden expresar de manera más concisa:

$$\dot{\theta}_{out} \geq N_r |\dot{\theta}_{in}| \geq 0. \quad (3.14)$$

Esta expresión establece una importante restricción de velocidad semidefinida positiva para el eje de salida, demostrando la capacidad de rectificación del movimiento del sistema MMR.

### 3.3.3. Modos de Transmisión basados en Velocidad del MMR

La restricción (3.14) conduce a dos posibles escenarios:

**Escenario i:**

Suponiendo  $\dot{\theta}_{out} = N_r |\dot{\theta}_{in}|$ , esta condición, combinada con las restricciones cinemáticas (3.4)-(3.10) y las Observaciones 1 y 2, lleva a lo siguiente:

$$\begin{cases} \dot{\theta}_{fw_a}^{(rel)} > 0 & , & \dot{\theta}_{fw_b}^{(rel)} = 0 & , & \text{si } \dot{\theta}_{in} > 0 \end{cases} \quad (3.15a)$$

$$\begin{cases} \dot{\theta}_{fw_a}^{(rel)} = 0 & , & \dot{\theta}_{fw_b}^{(rel)} > 0 & , & \text{si } \dot{\theta}_{in} < 0 \end{cases} \quad (3.15b)$$

$$\begin{cases} \dot{\theta}_{fw_a}^{(rel)} = \dot{\theta}_{fw_b}^{(rel)} = 0 & , & \text{si } \dot{\theta}_{in} = 0, \end{cases} \quad (3.15c)$$

y

$$\begin{cases} T_{fw_a} = 0 & , & T_{fw_b} \geq 0 & , & \text{si } \dot{\theta}_{in} > 0 \end{cases} \quad (3.16a)$$

$$\begin{cases} T_{fw_a} \geq 0 & , & T_{fw_b} = 0 & , & \text{si } \dot{\theta}_{in} < 0 \end{cases} \quad (3.16b)$$

$$\begin{cases} T_{fw_a} \geq 0 & , & T_{fw_b} \geq 0 & , & \text{si } \dot{\theta}_{in} = 0, \end{cases} \quad (3.16c)$$

Si  $\dot{\theta}_{out} = N_r |\dot{\theta}_{in}|$  y la velocidad de entrada es positiva, el  $OWB_a$  está desacoplado (Definición 4), mientras que el  $OWB_b$  está acoplado en el modo dinámico (Definición 2), como se muestra en (3.15a) y las flechas de punta sólida en la Figura 3.2a. Por el contrario, si la velocidad de entrada es negativa,  $OWB_a$  está acoplado en el modo dinámico y  $OWB_b$  está desacoplado, como se observa en (3.15b) y las flechas de punta vacía en la Figura 3.2a. Además, cuando  $\dot{\theta}_{out} = N_r |\dot{\theta}_{in}| = 0$ , los dos  $OWBs$  están en el modo estático (Definición 3), por lo tanto, ambos están acoplados simultáneamente según (3.15c). Estos resultados conducen a las siguientes definiciones para los modos de acoplamiento basados en velocidad del MMR:

**Definición 5** *Un MMR está en el modo de transmisión acoplado si las velocidades de sus ejes de entrada y salida satisfacen:  $\dot{\theta}_{out} = N_r |\dot{\theta}_{in}|$ .*



**Definición 6** Un MMR está acoplado en el modo dinámico si las velocidades de sus ejes de entrada y salida satisfacen:  $\dot{\theta}_{out} = N_r |\dot{\theta}_{in}| > 0$ .

**Definición 7** Un MMR está acoplado en el modo estático si las velocidades de sus ejes de entrada y salida son simultáneamente cero:  $\dot{\theta}_{out} = N_r |\dot{\theta}_{in}| = 0$ .

Las expresiones (3.15a) y (3.16a), así como (3.15b) y (3.16b), indican que el eje de salida es impulsado a través del OWB<sub>a</sub> u OWB<sub>b</sub>, dependiendo de la dirección de la velocidad de entrada, como se muestra en la Figura 3.2a. Sin embargo, cuando el MMR está estático, siempre y cuando no se alcance el modo de acoplamiento bloqueado, el eje de salida también es impulsado alternativamente por un OWB a la vez, dependiendo de la dirección del par de entrada, como se explicará en las Secciones 3.3.5.2 y 3.3.5.3. El engrane alternativo de los dos OWBs motiva la introducción del *torque de transmisión generalizado de los OWBs*:

$$T_{fw_G} = \frac{(1 - sg^*(\dot{\theta}_{in}))}{2} T_{fw_a} + \frac{(1 + sg^*(\dot{\theta}_{in}))}{2} T_{fw_b} \quad (3.17)$$

donde la *función de signo generalizada* para la velocidad angular del eje de entrada se define de la siguiente manera:

$$sg^*(\dot{\theta}_{in}) = \begin{cases} 1 & \text{si } \dot{\theta}_{in} > 0 \\ -1 & \text{si } \dot{\theta}_{in} < 0 \\ sg(T_{in}) & \text{si } \dot{\theta}_{in} = 0. \end{cases} \quad (3.18)$$

donde  $sg(T_{in}) := 1$  para  $T_{in} = 0$ . Se observa, a partir de (3.17) y (3.18), que  $T_{fw_G}$  es o bien  $T_{fw_a}$  o  $T_{fw_b}$  dependiendo de  $sg^*(\dot{\theta}_{in})$ . Por lo tanto,  $T_{fw_G}$  puede interpretarse de manera más general como el par que se transfiere a través del MMR por medio de sus OWBs. Teniendo en cuenta esto, la Observación 1 se puede extender al MMR de la siguiente manera:

**Observación 3** El torque de transmisión a través de un MMR acoplado satisface la siguiente restricción:  $T_{fw_G} \geq 0$ .

**Escenario ii:**

Suponiendo  $\dot{\theta}_{out} > N_r |\dot{\theta}_{in}|$ , y al combinarlo con (3.4)-(3.10), se obtiene:

$$\dot{\theta}_{fw_a}^{(rel)} > 0, \text{ y } \dot{\theta}_{fw_b}^{(rel)} > 0, \quad (3.19)$$

indicando que ambos OWBs están simultáneamente desacoplados según la Definición 4. El modo de transmisión desacoplado se extiende al MMR de la siguiente manera:

**Definición 8** Un MMR está en el modo de transmisión desacoplado si las velocidades de sus ejes de entrada y salida satisfacen:  $\dot{\theta}_{out} > N_r |\dot{\theta}_{in}|$ .

Además, en este escenario:

$$T_{fw_a} = 0, \text{ y } T_{fw_b} = 0. \quad (3.20)$$

debido a la Observación 2. Por lo tanto, su extensión al MMR es inmediata:

**Observación 4** *El torque de transmisión a través de un MMR desacoplado cumple la siguiente restricción:  $T_{fw_G} = 0$ .*

### 3.3.4. Transmisión de Potencia

La transmisión de potencia a través de los dos OWBs se expresa de la siguiente manera:

$$P_{fw_a} = \dot{\theta}_{fw_a}^{(inn)} T_{fw_a} = \dot{\theta}_{fw_a}^{(otr)} T_{fw_a}, \quad (3.21a)$$

$$P_{fw_b} = \dot{\theta}_{fw_b}^{(inn)} T_{fw_b} = \dot{\theta}_{fw_b}^{(otr)} T_{fw_b}. \quad (3.21b)$$

Considerando (3.16), (3.17), y (3.20), la acción individual de  $T_{fw_a}$  y  $T_{fw_b}$  puede ser sustituida por  $T_{fw_G}$  (excepto en el modo de transmisión bloqueado, en el cual la transmisión de potencia es cero porque el MMR está estático). Con esta sustitución y considerando las restricciones cinemáticas (3.10)-(3.13) y las relaciones de velocidad (3.15a-3.15c), entonces (3.21a-3.21b) se pueden condensar en la *transmisión de potencia generalizada de los OWBs*:

$$P_{fw_G} = N_r |\dot{\theta}_{in}| T_{fw_G} = \dot{\theta}_{out} T_{fw_G}. \quad (3.22)$$

La variable introducida  $P_{fw_G}$  representa la transmisión de potencia a través del MMR mediante sus OWBs. Cabe destacar que  $P_{fw_G}$  no depende de la dirección de la velocidad de entrada, y siempre es mayor o igual a cero, dado que  $|\dot{\theta}_{in}|$ ,  $\dot{\theta}_{out}$  y  $T_{fw_G}$  son funciones positivas semidefinidas. Por consiguiente, la potencia siempre se transmite desde los anillos exteriores de los OWBs a los anillos interiores, o bien desde el eje de entrada al eje de salida del MMR.

**Observación 5** *La transmisión de potencia a través de un MMR es unidireccional: solo se puede transferir desde el eje de entrada al eje de salida. Esto se puede expresar de manera concisa como:  $P_{fw_G} \geq 0$ .*

Las ecuaciones de movimiento para los modos de transmisión acoplado y desacoplado, denotadas como E-EQM y D-EQM, serán derivadas en las Secciones 3.3.5 y 3.3.6. Posteriormente, las expresiones resultantes se consolidarán en las ecuaciones generalizadas de movimiento (G-EQM) en la Sección 3.3.7.

### 3.3.5. Modelado Dinámico de los Modos de Transmisión Acoplados

Un sistema MMR acoplado puede operar en modo dinámico o estático, como se establece en las Definiciones 6 y 7. Debido a sus restricciones características, las ecuaciones de movimiento se derivan de forma separada. Las ecuaciones de movimiento para el MMR dinámico se establecen en la Sección 3.3.5.1, seguidas por la derivación de las ecuaciones de movimiento para el MMR estático, que incluye la definición de los modos de transmisión bloqueado y *desbloqueado* basados en torque, en las Secciones 3.3.5.2 y 3.3.5.3.

La Sección 3.3.5.4 presenta la condición de desacoplamiento basada en torque propuesta, que sirve como base para definir los modos de transmisión basados en torque denominados *transmisión-de-potencia* y *stand-by* en la Sección 3.3.5.5. Finalmente, consolidando estos resultados, se proporciona la presentación formal de las ecuaciones acopladas de movimiento (E-EQM) en la Sección 3.3.5.6.

#### 3.3.5.1. Modo de Transmisión Dinámico

La cinemática del MMR involucra doce coordenadas, incluyendo las posiciones angulares de los ejes de entrada, auxiliar y salida ( $\theta_{in}$ ,  $\theta_{aux}$  y  $\theta_{out}$ ), así como las de los engranajes en las ramas a y b ( $\theta_{a1}$ ,  $\theta_{a2}$ ,  $\theta_{a3}$ ,  $\theta_{b1}$  y  $\theta_{b2}$ ), junto con los anillos interiores y exteriores de  $OWB_a$  y  $OWB_b$  ( $\theta_{fw_a}^{(inn)}$ ,  $\theta_{fw_b}^{(inn)}$ ,  $\theta_{fw_a}^{(otr)}$  y  $\theta_{fw_b}^{(otr)}$ ). Un MMR acoplado tiene once restricciones de movimiento, diez provenientes de las relaciones cinemáticas (3.4)-(3.10), y una de la condición de velocidad de acoplamiento en la Definición 5. Estas restricciones definen un problema holonómico, siempre y cuando el MMR permanezca acoplado, es decir, que no se cumpla la condición de desacoplamiento. Por lo tanto, el MMR acoplado puede tratarse como un mecanismo con un solo grado de libertad, adecuado para su análisis con una sola coordenada. Sin embargo, resulta más conveniente deducir ecuaciones de movimiento separadas para los sistemas de entrada y salida. Por lo tanto, se utilizan las coordenadas  $\theta_{in}$  y  $\theta_{out}$ . La derivación individual de estas ecuaciones será beneficiosa en el análisis posterior.

La dinámica del MMR se deriva utilizando el formalismo de Lagrange, dado por:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \mathcal{L}^*}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}^*}{\partial q_i} = Q_i, \quad (3.23)$$

en el cual  $q_1 = \theta_{in}$  y  $q_2 = \theta_{out}$  son las coordenadas generalizadas, y  $Q_1 = Q_{in}$  y  $Q_2 = Q_{out}$  son las fuerzas generalizadas correspondientes. El Lagrangiano  $\mathcal{L}^*$  se define como:

$$\mathcal{L}^* = \mathcal{K} + \lambda(t) \left( N_r |\dot{\theta}_{in}| - \dot{\theta}_{out} \right), \quad (3.24)$$

donde  $\mathcal{K}$  es la energía cinética,  $\lambda(t)$  es un multiplicador de Lagrange dependiente del tiempo, y  $N_r|\dot{\theta}_{in}| - \dot{\theta}_{out} = 0$  representa la condición de velocidad de acoplamiento en la Definición 5. A lo largo del análisis, se asume que el MMR no disipa energía. La energía cinética se expresa como:

$$\begin{aligned} \mathcal{K} = & \frac{1}{2} (I_{in} + I_i) \dot{\theta}_{in}^2 + \frac{1}{2} I_{aux} \dot{\theta}_{aux}^2 + \frac{1}{2} (I_o + I_{out}) \dot{\theta}_{out}^2 + \frac{1}{2} I_{a2} \dot{\theta}_{a2}^2 + \frac{1}{2} I_{fw_a}^{(otr)} \left( \dot{\theta}_{fw_a}^{(otr)} \right)^2 + \\ & \dots + \frac{1}{2} I_{fw_b}^{(otr)} \left( \dot{\theta}_{fw_b}^{(otr)} \right)^2 + \frac{1}{2} I_{fw_a}^{(inn)} \left( \dot{\theta}_{fw_a}^{(inn)} \right)^2 + \frac{1}{2} I_{fw_b}^{(inn)} \left( \dot{\theta}_{fw_b}^{(inn)} \right)^2, \end{aligned} \quad (3.25)$$

Los momentos de inercia asociados al MMR están definidos en la Figura 3.2a. Por otro lado, como se mencionó anteriormente  $I_{in}$  representa la inercia asociada al sistema de entrada, rígidamente conectado al eje de entrada del MMR, de modo que todas estas masas rotan sincrónicamente. La misma idea se aplica al MOI del sistema de salida  $I_{out}$ . La expresión para el Lagrangiano se obtiene combinando la ecuación (3.25) y las restricciones cinemáticas (3.4)-(3.10) en (3.24), lo que resulta en:

$$\mathcal{L}^* = \frac{1}{2} \check{I}_{in} \dot{\theta}_{in}^2 + \frac{1}{2} \check{I}_{out} \dot{\theta}_{out}^2 + \lambda(t)(N_r|\dot{\theta}_{in}| - \dot{\theta}_{out}), \quad (3.26)$$

donde,

$$\check{I}_{in} = I_{in} + I_i + \left( \frac{R_{in}}{R_{aux}} \right)^2 \left[ I_{aux} + \left( \frac{R_{a1}}{R_{a2}} \right)^2 I_{a2} + \left( \frac{R_{a1}}{R_{a3}} \right)^2 I_{fw_a}^{(otr)} + \left( \frac{R_{b1}}{R_{b2}} \right)^2 I_{fw_b}^{(otr)} \right] \quad (3.27)$$

$$\check{I}_{out} = I_{out} + I_o + I_{fw_a}^{(inn)} + I_{fw_b}^{(inn)}. \quad (3.28)$$

Las fuerzas generalizadas  $Q_{in}$  y  $Q_{out}$  se obtienen a partir de sus trabajos virtuales,  $\delta W_{in}$  y  $\delta W_{out}$ , respectivamente. Considerando los desplazamientos virtuales  $\delta\theta_{in}$  y  $\delta\theta_{out}$  causados por los torques externos  $T_{in}$  y  $T_{out}$  (consultar Fig. 3.2a), se tiene:

$$\begin{aligned} \delta W_{in} &= Q_{in} \delta\theta_{in} = T_{in} \delta\theta_{in} \implies Q_{in} = T_{in} \\ \delta W_{out} &= Q_{out} \delta\theta_{out} = T_{out} \delta\theta_{out} \implies Q_{out} = T_{out}. \end{aligned}$$

Las ecuaciones de movimiento para la primera coordenada generalizada se derivan sustituyendo (3.26) en (3.23) y especializando para  $\theta_{in}$ . Notar que la derivada parcial de  $\mathcal{L}^*$  con respecto a  $\theta_{in}$  es cero. Además, utilizando:

$$\frac{\partial|\dot{\theta}_{in}|}{\partial\dot{\theta}_{in}} = sg(\dot{\theta}_{in}) \quad \forall \dot{\theta}_{in} \neq 0, \quad (3.29)$$

y

$$\frac{d}{dt} \left( sg(\dot{\theta}_{in}) \right) = 0 \quad \forall \dot{\theta}_{in} \neq 0, \quad (3.30)$$

la ecuación diferencial de movimiento para  $\theta_{in}$  resulta finalmente en:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \mathcal{L}^*}{\partial \dot{\theta}_{in}} \right) &= \check{I}_{in} \ddot{\theta}_{in} + \dot{\lambda}(t) N_r sg(\dot{\theta}_{in}) = T_{in} \\ &\quad \forall \dot{\theta}_{in} \neq 0. \end{aligned} \quad (3.31a)$$

De manera similar, la ecuación diferencial de movimiento para  $\theta_{out}$  es:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial \mathcal{L}^*}{\partial \dot{\theta}_{out}} \right) = \check{I}_{out} \ddot{\theta}_{out} - \dot{\lambda}(t) = T_{out}. \quad (3.31b)$$

En (3.31a)-(3.31b), la derivada temporal del multiplicador de Lagrange,  $\dot{\lambda}(t)$ , representa el torque de transmisión a través del OWB activo, denotado como  $T_{fw_G}$  e introducido en (3.17). En consecuencia, las ecuaciones de movimiento para un MMR acoplado en el modo de transmisión dinámico pueden expresarse como:

$$\begin{cases} T_{in} - sg(\dot{\theta}_{in}) N_r T_{fw_G} = \check{I}_{in} \ddot{\theta}_{in} & (3.32a) \end{cases}$$

$$\begin{cases} T_{fw_G} + T_{out} = \check{I}_{out} \ddot{\theta}_{out} & (3.32b) \\ s.t. \quad \dot{\theta}_{out} = N_r |\dot{\theta}_{in}| > 0. \end{cases}$$

Es fundamental tener en cuenta que  $T_{in}$  y  $T_{out}$  no incluyen los términos de inercia de los sistemas de entrada y salida, ya que estos términos han sido considerados previamente en  $\check{I}_{in}$  y  $\check{I}_{out}$ , respectivamente. Además, en este contexto, la condición de acoplamiento de la Definición 5 puede expresarse de manera alternativa como:

$$\dot{\theta}_{out} = sg(\dot{\theta}_{in}) N_r \dot{\theta}_{in} \quad , \quad \forall \dot{\theta}_{in} \neq 0. \quad (3.33)$$

### 3.3.5.2. MMR Estático: Modo de Transmisión Bloqueado

Cuando el MMR está acoplado en el modo estático (Definición 7), las velocidades de los anillos de los OWBs satisfacen (3.15c). De acuerdo con (3.16c), el torque puede ser potencialmente transmitido a través de uno o ambos anillos de los OWBs. Sin embargo, en el análisis que sigue, se asume que el par se transmite exclusivamente desde los anillos internos a los externos de los OWBs. En este escenario, los anillos internos de ambos OWBs, que están conectados rígidamente al eje de salida, transmiten par simultáneamente a sus respectivos anillos externos debido a la acción del torque de salida negativo, como se indica en el patrón de colores en la Fig. 3.3a. Además, se debe tener en cuenta que en esta situación el torque de entrada puede ser tanto positivo como negativo, y todos los componentes del MMR tienen velocidad cero, como se muestra en las flechas amarillas. En este contexto,

$$\begin{cases} T_{fw_a} > 0 & (3.34a) \end{cases}$$

$$\begin{cases} T_{fw_b} > 0. & (3.34b) \end{cases}$$

y se satisfacen simultáneamente las siguientes restricciones cinemáticas de los OWBs (junto con sus derivadas temporales):

$$\begin{cases} \dot{\theta}_{fw_a}^{(inn)} = \dot{\theta}_{fw_a}^{(otr)} & (3.35a) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{\theta}_{fw_b}^{(inn)} = \dot{\theta}_{fw_b}^{(otr)}. & (3.35b) \end{cases}$$

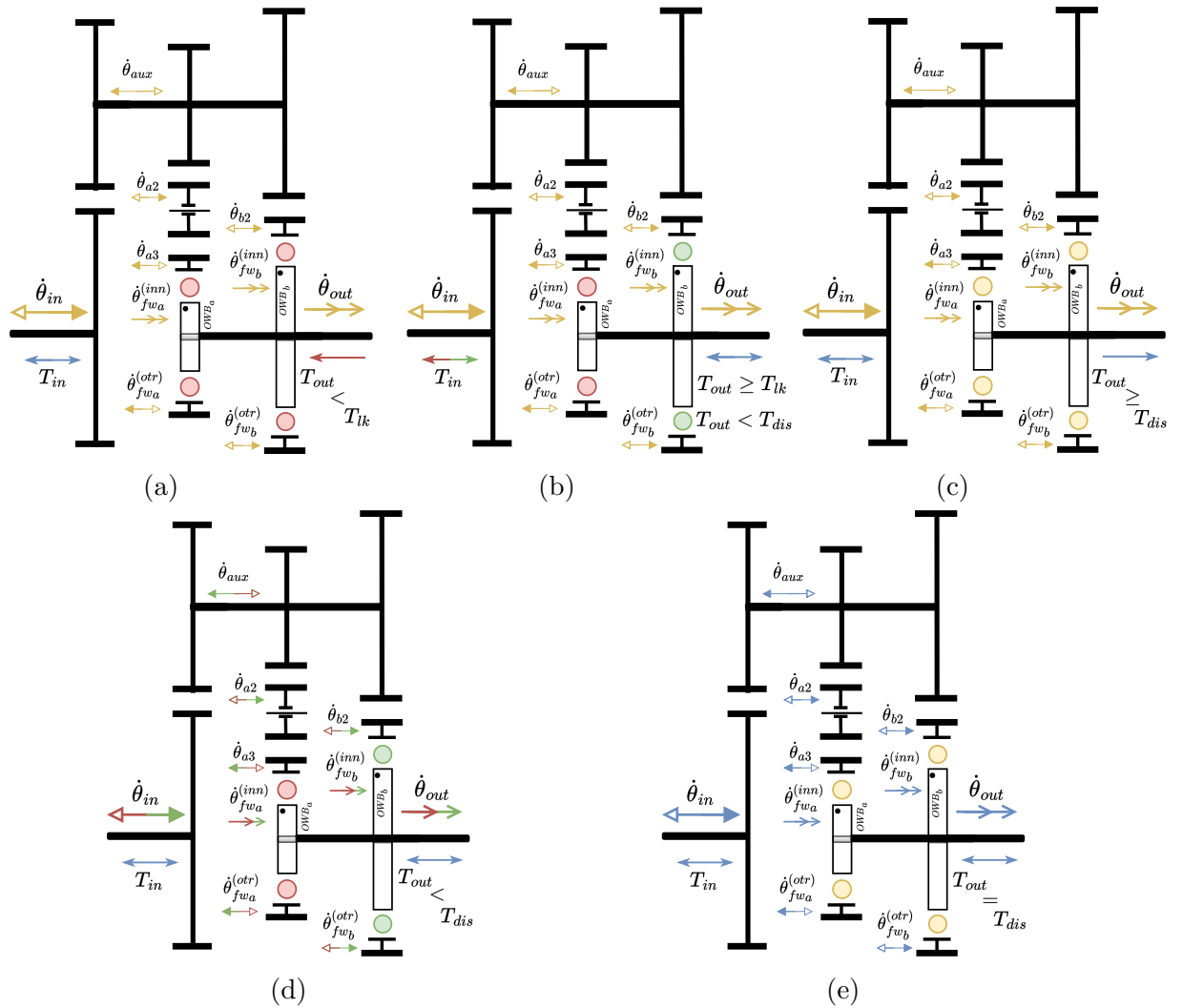


Figura 3.3: Dinámica del MMR durante la operación en los modos de transmisión acoplados. La relación de velocidades  $\dot{\theta}_{out} = N_r |\dot{\theta}_{in}|$  se cumple en todos los escenarios. (a) Bloqueado. (b) Desbloqueado con  $T_{lk} \leq T_{out} < T_{dis}$ . (c) Desbloqueado con  $T_{out} \geq T_{dis}$ . (d) Transmisión de potencia. (e) Stand-by. El color amarillo denota magnitudes nulas, mientras que el rojo y el verde relacionan el OWB activo (que transmite torque) con el sentido de velocidades o torques. Las magnitudes azules pueden variar dentro de las restricciones del modo de transmisión correspondiente.

Bajo estas condiciones, el MMR tiene doce restricciones de movimiento: dos de las expresiones anteriores y diez de las relaciones cinemáticas (3.4)-(3.10). En este contexto, el MMR no tiene grados de libertad, y el Lagrangiano correspondiente es:

$$\mathcal{L}^* = \frac{1}{2}\check{I}_{in}\dot{\theta}_{in}^2 + \frac{1}{2}\check{I}_{out}\dot{\theta}_{out}^2 + \lambda_a(t) \left( -N_r \dot{\theta}_{in} - \dot{\theta}_{out} \right) + \lambda_b(t) \left( N_r \dot{\theta}_{in} - \dot{\theta}_{out} \right). \quad (3.36)$$

Considerando esto junto con la energía cinética (3.25), las ecuaciones bloqueadas de movimiento (LK-EQM) resultan:

$$\text{LK-EQM} \left\{ \begin{array}{l} T_{in} + N_r (T_{fw_a} - T_{fw_b}) = \check{I}_{in} \ddot{\theta}_{in} \end{array} \right. \quad (3.37a)$$

$$\left. \begin{array}{l} T_{fw_a} + T_{fw_b} + T_{out} = \check{I}_{out} \ddot{\theta}_{out} \end{array} \right\} \quad (3.37b)$$

$$s.t. \quad \dot{\theta}_{out} = N_r |\dot{\theta}_{in}| = 0,$$

$$T_{out} < T_{lk},$$

Además, las derivadas temporales de las restricciones cinemáticas de los OWBs (3.35a-3.35b) pueden expresarse como  $\ddot{\theta}_{out} = -N_r \ddot{\theta}_{in}$  y  $\ddot{\theta}_{out} = N_r \ddot{\theta}_{in}$ . Por lo tanto, las aceleraciones de entrada y salida son necesariamente  $\ddot{\theta}_{out} = \ddot{\theta}_{in} = 0$ . Al introducir esto en las LK-EQM (3.37a-3.37b), los torques de transmisión individuales de los OWBs resultan en:

$$\left\{ \begin{array}{l} T_{fw_a} = \dot{\lambda}_a(t) = \frac{-T_{in}/N_r - T_{out}}{2} \end{array} \right. \quad (3.38a)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} T_{fw_b} = \dot{\lambda}_b(t) = \frac{T_{in}/N_r - T_{out}}{2} \end{array} \right. \quad (3.38b)$$

$$s.t. \quad \dot{\theta}_{out} = N_r |\dot{\theta}_{in}| = 0,$$

$$T_{out} < T_{lk},$$

donde  $T_{lk}$  es el torque de bloqueo que resulta después de sustituir las condiciones de transmisión de torque de los OWBs (3.34a-3.34b) en sus definiciones (3.38a-3.38b), dando como resultado:

$$T_{fw_a} > 0 \iff T_{out} < -\frac{T_{in}}{N_r}, \quad (3.39a)$$

$$T_{fw_b} > 0 \iff T_{out} < \frac{T_{in}}{N_r}. \quad (3.39b)$$

Alternativamente, las dos expresiones anteriores pueden escribirse de la siguiente manera:

$$T_{out} < T_{lk} = -\frac{|T_{in}|}{N_r} = -\frac{sg(T_{in})}{N_r} T_{in} \leq 0, \quad (3.40)$$

lo que implica que el torque de salida debe ser negativo para lograr el modo de transmisión bloqueado, como se muestra en la Fig. 3.3a.

Los conceptos discutidos definen formalmente el modo de transmisión bloqueado (basado en torque) de los MMR de la siguiente manera:

**Definición 9** Un MMR está acoplado en el modo de transmisión bloqueado si se satisfacen las siguientes condiciones:

$$\begin{cases} \dot{\theta}_{out} = N_r |\dot{\theta}_{in}| = 0 & (3.41a) \\ T_{out} < T_{lk} = -\frac{|T_{in}|}{N_r} \leq 0. & (3.41b) \end{cases}$$

### 3.3.5.3. MMR Estático: Modo de Transmisión Desbloqueado

En el análisis que sigue, se asume que el MMR está en modo estático y que el torque se transmite solo desde los anillos exteriores de los OWBs a sus anillos interiores, lo que hace que el modo de transmisión bloqueado sea inalcanzable. Además, se asume que la condición de desacoplamiento no se cumple. En esta situación, todos los componentes del MMR tienen velocidad cero, como muestran las flechas amarillas en la Fig. 3.3b. Considerando esto, junto con los comentarios que siguen a la Observación 1, la expresión (3.16c) se extiende de la siguiente manera:

$$\begin{cases} T_{fw_a} = 0, T_{fw_b} \geq 0, & \text{si } T_{in} > 0 & (3.42a) \end{cases}$$

$$\begin{cases} T_{fw_a} \geq 0, T_{fw_b} = 0, & \text{si } T_{in} < 0 & (3.42b) \end{cases}$$

$$\begin{cases} T_{fw_a} = 0, T_{fw_b} = 0, & \text{si } T_{in} = 0 & (3.42c) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} s.t. \quad & \dot{\theta}_{out} = N_r |\dot{\theta}_{in}| = 0, \\ & T_{out} \geq T_{lk}. \end{aligned}$$

Nótese que si  $T_{in} > 0$ , el torque de reacción es negativo en el anillo exterior de OWB<sub>a</sub> y positivo en el anillo exterior de OWB<sub>b</sub> (ver Fig. 3.2a). Bajo estas condiciones, el torque solo puede ser transmitido a través de OWB<sub>b</sub>, como se muestra en la Fig. 3.3b con el patrón de color verde de  $T_{in}$  y el OWB<sub>b</sub>, por lo tanto,  $T_{fw_a} = 0$ , de acuerdo con (3.42a). La situación contraria ocurre cuando  $T_{in} < 0$  en (3.42b), ilustrado por el patrón de color rojo en la Fig. 3.3b. En última instancia, tanto  $T_{fw_a}$  como  $T_{fw_b}$  son necesariamente cero cuando  $T_{in} = 0$ , como se muestra en (3.42c). Es importante notar que  $T_{out}$  puede ser positivo o negativo en esta situación, como se puede ver en la Fig. 3.3b. Adicionalmente, cabe destacar que las expresiones (3.42a-3.42c) están sujetas a restricciones de velocidad y torque, lo que impide que el modo de transmisión bloqueado sea alcanzado en este contexto.

Más aún, un escenario específico de transmisión de torque a través de los OWBs surge cuando el MMR alcanza o supera el torque de desacoplamiento. Esto se discutirá en detalle en la Sección 3.3.9, luego de deducir la condición de desacoplamiento en la siguiente sección.



A partir del análisis anterior, se deduce que la transmisión alternada de torque a través de los OWBs, que experimenta el MMR al operar en el modo de acoplamiento desbloqueado, depende de la dirección del par de entrada, como se ilustra en la Fig. 3.3b. En este contexto, se satisfacen las siguientes relaciones cinemáticas:

$$\dot{\theta}_{fw_b}^{(otr)} = \dot{\theta}_{fw_b}^{(inn)} \iff \dot{\theta}_{out} = \frac{R_{b1}}{R_{b2}} \frac{R_{in}}{R_{aux}} \dot{\theta}_{in}, \quad \text{si } T_{in} > 0, \quad (3.43a)$$

$$\dot{\theta}_{fw_a}^{(otr)} = \dot{\theta}_{fw_a}^{(inn)} \iff \dot{\theta}_{out} = -\frac{R_{a1}}{R_{a3}} \frac{R_{in}}{R_{aux}} \dot{\theta}_{in}, \quad \text{si } T_{in} < 0. \quad (3.43b)$$

Estas ecuaciones pueden combinarse en una forma particular de la condición de acoplamiento del MMR:

$$\dot{\theta}_{out} = sg(T_{in}) N_r \dot{\theta}_{in}, \quad \text{s.t.} \quad \dot{\theta}_{in} = 0. \quad (3.44)$$

En este escenario, el sistema tiene once restricciones: diez de las relaciones cinemáticas (3.4)-(3.10) y una de (3.44), lo que resulta en un solo grado de libertad. El Lagrangiano correspondiente es:

$$\mathcal{L}^* = \frac{1}{2} \check{I}_{in} \dot{\theta}_{in}^2 + \frac{1}{2} \check{I}_{out} \dot{\theta}_{out}^2 + \lambda(t) (sg(T_{in}) N_r \dot{\theta}_{in} - \dot{\theta}_{out}). \quad (3.45)$$

Considerando esto, junto con la energía cinética  $\mathcal{K}$ , las ecuaciones de movimiento de un MMR en el modo de transmisión desbloqueado resultan:

$$\begin{cases} T_{in} - sg(T_{in}) N_r T_{fw_G} = \check{I}_{in} \ddot{\theta}_{in} & (3.46a) \\ T_{fw_G} + T_{out} = \check{I}_{out} \ddot{\theta}_{out} & (3.46b) \end{cases}$$

$$\text{s.t.} \quad \begin{cases} \dot{\theta}_{out} = N_r |\dot{\theta}_{in}| = 0, \\ T_{out} \geq T_{lk}. \end{cases}$$

Los conceptos introducidos hasta ahora permiten definir formalmente el modo de transmisión desbloqueado de la siguiente manera:

**Definición 10** *Un MMR está acoplado en el modo de transmisión desbloqueado si se cumplen las siguientes condiciones:*

$$\begin{cases} \dot{\theta}_{out} = N_r |\dot{\theta}_{in}| = 0 & (3.47a) \\ T_{out} \geq T_{lk} = -\frac{|T_{in}|}{N_r} \leq 0. & (3.47b) \end{cases}$$

Los modos bloqueado y desbloqueado se denominan modos de acoplamiento basados en torque, ya que dependen explícitamente de una condición de torque. Esta nomenclatura se extiende a los modos de transmisión de potencia y standby introducidos en la Sección 3.3.5.5.

### 3.3.5.4. Condición de Desacoplamiento

La condición de desacoplamiento provoca la transición del modo de transmisión acoplado al modo desacoplado. Esta transición está dictada por la restricción de torque de los OWBs, como se describe en la Observación 1, y se extiende al MMR en la Observación 3. Las ecuaciones de movimiento para los modos dinámico y desbloqueado, (3.32a-3.32b) y (3.46a-3.46b), respectivamente, se pueden combinar en un sistema unificado de ecuaciones:

$$\begin{cases} T_{in} - sg^*(\dot{\theta}_{in}) N_r T_{fw_G} = \check{I}_{in} \ddot{\theta}_{in}, & (3.48a) \\ T_{fw_G} + T_{out} = \check{I}_{out} \ddot{\theta}_{out}, & (3.48b) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} s.t. \quad & \dot{\theta}_{out} = N_r |\dot{\theta}_{in}|, \\ & T_{out} \geq T_{lk} \text{ para } \dot{\theta}_{out} = N_r |\dot{\theta}_{in}| = 0, \end{aligned}$$

donde se ha incorporado la función signo generalizada para la velocidad angular de entrada definida en (3.18). Considerando (3.33) y (3.44), junto con la definición de  $sg^*(\dot{\theta}_{in})$ , la condición de velocidad acoplada de la Definición 5 puede reescribirse como:

$$\dot{\theta}_{out} = N_r |\dot{\theta}_{in}| = sg^*(\dot{\theta}_{in}) N_r \dot{\theta}_{in}, \quad (3.49)$$

La derivada temporal de (3.49) es:

$$\ddot{\theta}_{out} = \frac{d}{dt} [sg^*(\dot{\theta}_{in})] N_r \dot{\theta}_{in} + sg^*(\dot{\theta}_{in}) N_r \ddot{\theta}_{in}$$

donde el primer término siempre es cero según la definición (3.18). Por lo tanto,

$$\ddot{\theta}_{out} = sg^*(\dot{\theta}_{in}) N_r \ddot{\theta}_{in}. \quad (3.50)$$

Además, el torque generalizado de transmisión de los OWB se deriva al introducir (3.50) en (3.48a-3.48b), resultando en:

$$T_{fw_G} = \frac{sg^*(\dot{\theta}_{in}) N_r \check{I}_{out} T_{in} - \check{I}_{in} T_{out}}{\check{I}_{in} + N_r^2 \check{I}_{out}}. \quad (3.51)$$

Sin embargo, dado que  $T_{fw_G} \geq 0$  se cumple para cada combinación de los torques de entrada y salida (Observación 3), la ecuación (3.51) solo es válida cuando:

$$T_{out} \leq sg^*(\dot{\theta}_{in}) \frac{N_r \check{I}_{out}}{\check{I}_{in}} T_{in}. \quad (3.52)$$

Si la última expresión no se cumple, entonces (3.51) resulta en un valor negativo que no es físicamente posible. En ese caso,  $T_{fw_G}$  necesariamente es igual a cero (ver también Fig. 3.2b-3.2c).

Por lo tanto, al definir el torque de desacoplamiento como:

$$T_{dis} = sg^*(\dot{\theta}_{in}) \frac{N_r \check{I}_{out}}{\check{I}_{in}} T_{in}, \quad (3.53)$$

se obtiene la siguiente expresión por tramos para el torque generalizado de transmisión de los OWB:

$$T_{fw_G} = \frac{(1 - sg^*(\dot{\theta}_{in}))}{2} T_{fw_a} + \frac{(1 + sg^*(\dot{\theta}_{in}))}{2} T_{fw_b} = \dots$$

$$= \begin{cases} \frac{sg^*(\dot{\theta}_{in}) N_r \check{I}_{out} T_{in} - \check{I}_{in} T_{out}}{\check{I}_{in} + N_r^2 \check{I}_{out}} & si \ T_{out} \leq T_{dis} \\ 0 & ai \ T_{out} > T_{dis} \end{cases} \quad (3.54a)$$

$$s.t. \quad \dot{\theta}_{out} = N_r |\dot{\theta}_{in}|, \\ T_{out} \geq T_{lk} \quad para \ \dot{\theta}_{out} = N_r |\dot{\theta}_{in}| = 0. \quad (3.54b)$$

Esta definición refleja el comportamiento no lineal característico acoplado-desacoplado del MMR. Al sustituir (3.53) y (3.54a-3.54b) en (3.48a-3.48b), se obtienen las siguientes relaciones entre las aceleraciones de entrada y salida:

$$\begin{cases} \ddot{\theta}_{out} = sg^*(\dot{\theta}_{in}) N_r \ddot{\theta}_{in} & si \ T_{out} \leq T_{dis} \\ \ddot{\theta}_{out} > sg^*(\dot{\theta}_{in}) N_r \ddot{\theta}_{in} & si \ T_{out} > T_{dis} \end{cases} \quad (3.55a)$$

$$\quad (3.55b)$$

$$s.t. \quad \dot{\theta}_{out} = N_r |\dot{\theta}_{in}|, \\ T_{out} \geq T_{lk} \quad para \ \dot{\theta}_{out} = N_r |\dot{\theta}_{in}| = 0.$$

De esta manera, si  $T_{out} > T_{dis}$  y se satisface la condición de velocidad de acoplamiento del MMR (3.49), entonces las aceleraciones de entrada y salida están relacionadas por (3.55b). Como consecuencia, un instante después de que se cumple esta condición de torque, las velocidades satisfarán  $\dot{\theta}_{out} > N_r |\dot{\theta}_{in}|$ , lo que indica que el MMR cambiará al modo desacoplado según la Definición 8. Este comportamiento se resume en la siguiente definición:

**Definición 11** *El MMR cambia del modo de transmisión acoplado al desacoplado inmediatamente después de satisfacer la siguiente condición de desacoplamiento basada en torque:*

$$T_{out} > T_{dis} = sg^*(\dot{\theta}_{in}) \frac{N_r \check{I}_{out}}{\check{I}_{in}} T_{in} \\ (dado que \ \dot{\theta}_{out} = N_r |\dot{\theta}_{in}|)$$

### 3.3.5.5. Modo de Transmisión de Potencia y Stand-by

La condición de desacoplamiento basada en el torque, combinada con la restricción de transmisión de potencia unidireccional del MMR (Observación 5), define los modos de transmisión de potencia y stand-by del MMR. Estos modos se derivan de las expresiones (3.54a-3.54b) y (3.55a-3.55b), junto con la ecuación de transmisión de potencia (3.22), y se consideran subcategorías del modo dinámico (Definición 6).

**Definición 12** *Un MMR está en el modo de transmisión de potencia si se cumplen las siguientes condiciones:*

$$\begin{cases} \dot{\theta}_{out} = N_r |\dot{\theta}_{in}| > 0 \\ T_{out} < T_{dis}. \end{cases}$$

**Observación 6** *El torque de transmisión a través de un MMR en el modo de transmisión de potencia es positivo:  $T_{fw_G} > 0$ .*

Es importante notar que el torque transmitido a través de los OWBs cuando el MMR opera en el modo de transmisión de potencia depende de la dirección de la velocidad de entrada, como se establece en las ecuaciones (3.15a-3.15b) junto con (3.16a-3.16b), y se indica mediante el patrón de colores verde-rojo en la Figura 3.3d.

**Definición 13** *Un MMR está en el modo de transmisión stand-by si se cumplen las siguientes condiciones:*

$$\begin{cases} \dot{\theta}_{out} = N_r |\dot{\theta}_{in}| > 0 \\ T_{out} = T_{dis}. \end{cases}$$

**Observación 7** *El torque de transmisión a través de un MMR en el modo de transmisión stand-by es nulo:  $T_{fw_G} = 0$ .*

Cuando el MMR opera en el modo stand-by, el torque de transmisión a través de ambos OWBs es cero, como se observa en la Figura 3.3e. La ausencia del patrón de colores verde-rojo indica que el torque de transmisión a través de los OWBs ya no depende de la dirección de la velocidad de entrada, a diferencia del modo de transmisión de potencia.

Además, observe en las Definiciones (8)-(10), (12), y (13), así como en la Figura 3.3, que el modo de transmisión de potencia es el único en el cual  $\dot{\theta}_{in}$ ,  $\dot{\theta}_{out}$ , y  $T_{fw_G}$  son simultáneamente no nulos. Por lo tanto, este modo es el único en el cual realmente se transmite potencia a través del MMR, específicamente desde el eje de entrada al eje de salida, como se detalla en la Observación 5.

### 3.3.5.6. Ecuaciones Acopladas de Movimiento

Las ecuaciones acopladas de movimiento (E-EQM) se derivan al incorporar las restricciones de la condición de desacoplamiento y del modo bloqueado en la aceleración angular del MMR acoplado (3.50), resultando en:

$$\ddot{\theta}_{out} = sg^*(\dot{\theta}_{in}) N_r \ddot{\theta}_{in} \quad (3.58)$$

$$\begin{aligned} s.t. \quad & \dot{\theta}_{out} = N_r |\dot{\theta}_{in}|, \\ & T_{out} \leq T_{dis}, \\ & T_{out} \geq T_{lk} \text{ para } \dot{\theta}_{out} = N_r |\dot{\theta}_{in}| = 0. \end{aligned}$$

Sustituyendo (3.58) en (3.48a-3.48b), las dos ecuaciones de movimiento se combinan en una única expresión, ya sea en términos de las velocidades angulares y aceleraciones de entrada o de salida:

$$\mathbf{E-EQM}_{in}: \quad T_{in} + sg^*(\dot{\theta}_{in}) N_r T_{out} = \check{I}_{in|out} \ddot{\theta}_{in} \quad (3.59a)$$

$$\mathbf{E-EQM}_{out}: \quad \frac{sg^*(\dot{\theta}_{in})}{N_r} T_{in} + T_{out} = \frac{\check{I}_{in|out}}{N_r^2} \ddot{\theta}_{out} \quad (3.59b)$$

$$\begin{aligned} s.t. \quad & \dot{\theta}_{out} = N_r |\dot{\theta}_{in}|, \\ & T_{out} \leq T_{dis}, \\ & T_{out} \geq T_{lk} \text{ para } \dot{\theta}_{out} = N_r |\dot{\theta}_{in}| = 0. \end{aligned}$$

Aquí,  $\check{I}_{in|out} = \check{I}_{in} + N_r^2 \check{I}_{out}$ , representa el momento de inercia del MMR acoplado. Estas ecuaciones pueden usarse de manera intercambiable, considerando las relaciones cinemáticas (3.49) y (3.58).

### 3.3.6. Ecuaciones Desacopladas de Movimiento

En un MMR desacoplado, ambos OWBs están desacoplados, satisfaciendo  $T_{fw_a} = T_{fw_b} = 0$  de acuerdo a las ecuaciones (3.19) y (3.20). Por consiguiente, el torque generalizado de transmisión de los OWBs,  $T_{fw_c}$ , es nulo, en concordancia con la Observación 4. Como resultado, los sistemas de entrada y salida están desacoplados, lo que significa que no hay restricciones cinemáticas que los relacionen. En este escenario, el MMR tiene doce coordenadas generalizadas y diez restricciones cinemáticas dadas por (3.4)-(3.10), lo que resulta en dos grados de libertad. El Lagrangiano del sistema total puede expresarse como:

$$\mathcal{L}^* = \frac{1}{2} \check{I}_{in} \dot{\theta}_{in}^2 + \frac{1}{2} \check{I}_{out} \dot{\theta}_{out}^2, \quad (3.60)$$

y la dinámica asociada queda descrita por las ecuaciones desacopladas de movimiento:

$$\mathbf{D-EQM} \begin{cases} T_{in} = \check{I}_{in} \ddot{\theta}_{in} & (3.61a) \\ T_{out} = \check{I}_{out} \ddot{\theta}_{out} & (3.61b) \end{cases}$$

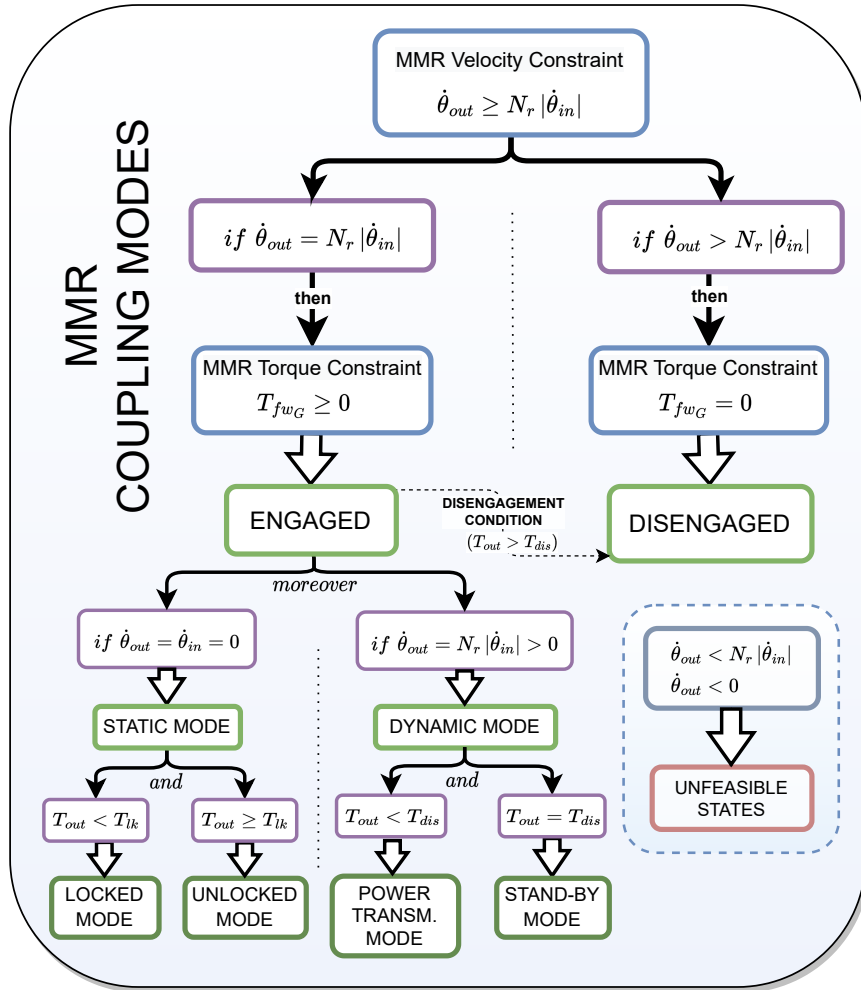


Figura 3.4: Modos de transmisión del MMR junto con sus restricciones de velocidad y torque, y la condición de desacoplamiento.

$$s. t. \quad \dot{\theta}_{out} > N_r |\dot{\theta}_{in}|.$$

Es importante notar que las D-EQM (3.61a-3.61b) son independientes entre sí.

### 3.3.7. Ecuaciones Generalizadas de Movimiento

Los modos de transmisión basados en velocidad y torque del MMR, junto con sus restricciones correspondientes, se resumen en el diagrama de flujo en la Figura 3.4. Este diagrama también incorpora la condición de desacoplamiento. Además, las ecuaciones generalizadas de movimiento (G-EQM) consolidan las ecuaciones del modo acoplado (3.48a-3.48b) y las ecuaciones del modo desacoplado (D-EQM) (3.61a-3.61b) en un único sistema de ecuaciones:

$$\mathbf{G-EQM} \begin{cases} T_{in} - sg^*(\dot{\theta}_{in})N_r T_{fw_G} = \check{I}_{in} \ddot{\theta}_{in} & (3.62a) \\ T_{fw_G} + T_{out} = \check{I}_{out} \ddot{\theta}_{out} & (3.62b) \end{cases}$$

$$s.t. \quad T_{out} \geq T_{lk} \quad \text{para} \quad \dot{\theta}_{out} = N_r |\dot{\theta}_{in}| = 0.$$

El torque generalizado de transmisión de los OWBs en las G-EQM se deriva considerando la Observación 4 para el modo desacoplado y las ecuaciones (3.54a-3.54b) para los modos acoplados. La definición por partes resultante (3.63) incorpora de manera natural la condición de desacoplamiento en las G-EQM. Además, la relación entre  $T_{fw_G}$  y los torques de transmisión individuales de los OWBs se puede establecer considerando las restricciones de torque (3.16), (3.20), y (3.42), lo que conduce a la expresión (3.64).

$$T_{fw_G} = \frac{(1-sg^*(\dot{\theta}_{in}))}{2} T_{fw_a} + \frac{(1+sg^*(\dot{\theta}_{in}))}{2} T_{fw_b} = \begin{cases} \text{ENGAGED} \quad (\dot{\theta}_{out} = N_r |\dot{\theta}_{in}|) \\ \hline \frac{sg^*(\dot{\theta}_{in}) N_r \check{I}_{out} T_{in} - \check{I}_{in} T_{out}}{\check{I}_{in} + N_r^2 \check{I}_{out}} & \text{if } T_{out} \leq T_{dis} \\ 0 & \text{if } T_{out} > T_{dis} \\ \hline \text{DISENGAGED} \quad (\dot{\theta}_{out} > N_r |\dot{\theta}_{in}|) \\ 0 \end{cases}$$

$$s.t. \quad T_{out} \geq T_{lk} \quad \text{for} \quad \dot{\theta}_{out} = N_r |\dot{\theta}_{in}| = 0, \quad (3.63)$$

$$T_{fw_G} = \begin{cases} \text{ENGAGED} \quad (\dot{\theta}_{out} = N_r |\dot{\theta}_{in}|) \\ \hline \left. \begin{array}{l} T_{fw_a} \quad \text{if } sg^*(\dot{\theta}_{in}) < 0 \\ T_{fw_b} \quad \text{if } sg^*(\dot{\theta}_{in}) > 0 \end{array} \right\} \text{and if } T_{out} \leq T_{dis} \\ T_{fw_a} = T_{fw_b} = 0 \quad \text{if } T_{out} > T_{dis} \\ \hline \text{DISENGAGED} \quad (\dot{\theta}_{out} > N_r |\dot{\theta}_{in}|) \\ T_{fw_a} = T_{fw_b} = 0 \end{cases}$$

$$s.t. \quad T_{out} \geq T_{lk} \quad \text{for} \quad \dot{\theta}_{out} = N_r |\dot{\theta}_{in}| = 0. \quad (3.64)$$

Es importante destacar que estas ecuaciones no son aplicables al modo de transmisión bloqueado. Las ecuaciones de movimiento para el modo bloqueado se derivan utilizando el Lagrangiano (3.36), lo que resulta en la LK-EQM (3.37a-3.37b), junto con los torques de transmisión de los OWBs dados por (3.38a-3.38b).

Además, es importante destacar que las expresiones de los Lagrangianos (3.26), (3.36) y (3.45), presentadas durante la derivación del modelo, son aplicables a otros

MMRs SISO mediante el ajuste de los momentos de inercia  $\check{I}_{in}$  y  $\check{I}_{out}$ . Esta generalización es posible porque las restricciones introducidas a través de los multiplicadores de Lagrange son comunes a todos los MMRs SISO. Además, las expresiones de  $T_{in}$  y  $T_{out}$  se pueden especializar para representar fenómenos específicos asociados con los sistemas de entrada y salida, así como con el propio MMR. Por lo tanto, las G-EQM y LK-EQM, junto con los modos de transmisión introducidos y sus condiciones de conmutación, proporcionan un marco versátil para describir la dinámica de cualquier dispositivo basado en un MMR SISO. De hecho, en las secciones subsiguientes 3.3.10 y 3.5, los torques de entrada y salida se adaptan para incluir pérdidas por fricción, y el modelo del MMR se especializa para representar una aplicación específica utilizada para la validación experimental, respectivamente.

### 3.3.8. Ecuaciones de Balance de Potencia

Las ecuaciones de balance de potencia del MMR (PWR-BAL) se obtienen multiplicando la G-EQM (3.62a-3.62b) por  $\dot{\theta}_{in}$  y  $\dot{\theta}_{out}$ , respectivamente, y considerando la definición de transmisión de potencia del MMR (3.22), lo que resulta en:

$$\mathbf{PWR-BAL} \begin{cases} P_{in} - P_{fw_G} = P_{m|in} & (3.65a) \\ P_{fw_G} + P_{out} = P_{m|out} & (3.65b) \end{cases}$$

$$s.t. \quad T_{out} \geq T_{lk} \quad \text{cuando} \quad \dot{\theta}_{out} = N_r |\dot{\theta}_{in}| = 0,$$

donde:

$$P_{in} = T_{in} \dot{\theta}_{in} \quad (3.66)$$

$$P_{out} = T_{out} \dot{\theta}_{out} \quad (3.67)$$

$$P_{m|in} = (\check{I}_{in} \ddot{\theta}_{in}) \dot{\theta}_{in} \quad (3.68)$$

$$P_{m|out} = (\check{I}_{out} \ddot{\theta}_{out}) \dot{\theta}_{out} \quad (3.69)$$

Se observa a partir de las definiciones (3.66) y (3.67) que las potencias de los sistemas de entrada y salida,  $P_{in}$  y  $P_{out}$ , pueden ser tanto positivas como negativas. Un valor positivo indica que el sistema correspondiente está transfiriendo potencia, mientras que un valor negativo denota que está absorbiendo potencia. La convención de signos opuesta se aplica a la potencia inercial de los elementos rotativos de entrada y salida,  $P_{m|in}$  y  $P_{m|out}$ .

Además, es importante destacar que las ecuaciones de balance de potencia (PWR-BAL) incorporan inherentemente la restricción de transmisión de potencia unidireccional del MMR. Como resultado, se puede demostrar fácilmente a partir de la Observación 5 y la ecuación (3.65a) que el sistema de entrada solo puede absorber potencia



( $P_{in} < 0$ ) de los elementos rotativos de entrada ( $P_{m|in} < 0$ ). Además, para un MMR dinámico (Definición 6), se puede demostrar considerando (3.52) y las expresiones (3.66)-(3.67), que la condición de desacoplamiento (Definición 11) se alcanza si el sistema de salida comienza a transferir potencia ( $P_{out} > 0$ ), mientras el sistema de entrada está absorbiendo potencia ( $P_{in} < 0$ ). En otras palabras, el sistema de salida no puede transferir potencia al sistema de entrada mientras el MMR está en modo de transmisión dinámico.

### 3.3.9. Torque de Salida como Entrada de Control

Esta sección explora cómo el torque de salida puede utilizarse como una entrada de control para activar los diversos modos de transmisión del MMR. Los diagramas en la Figura 3.5 ilustran las relaciones entre  $T_{out}$  y los modos activos de transmisión del MMR. La Figura 3.5a muestra un MMR en modo dinámico, donde el sistema puede operar en los modos de transmisión de potencia o stand-by ajustando  $T_{out}$  en relación con el torque de desacoplamiento  $T_{dis}$  (consulte la Figura 3.4). La Figura 3.5b muestra un MMR estático, donde los modos de bloqueo o desbloqueo pueden lograrse ajustando  $T_{out}$  con respecto al torque de bloqueo  $T_{lk}$ . Es importante destacar que los sistemas de entrada y salida solo pueden bloquearse cuando el MMR presenta velocidad nula y se aplica un torque activo negativo,  $T_{out} < 0$ , siguiendo la Definición 9. Por otro lado, la condición de desacoplamiento basada en el torque (Definición 11) puede ocurrir cuando el MMR está acoplado en ambos modos, dinámico y estático, como se muestra en las Figuras 3.5a y 3.5b, respectivamente. Por lo tanto, si se satisface  $T_{out} > T_{dis}$  mientras el MMR está acoplado, cambiará inmediatamente al modo de desacoplado.

Es importante destacar que  $T_{dis}$ , tal como se define en (3.53), puede ser positivo o negativo cuando el MMR está en modo dinámico. En contraste,  $T_{dis}$  siempre es mayor o igual a cero para el modo estático:

$$T_{dis} = sg(T_{in}) \frac{N_r \check{I}_{out}}{\check{I}_{in}} T_{in} = -\frac{N_r^2 \check{I}_{out}}{\check{I}_{in}} T_{lk} \geq 0 \quad (3.70)$$

$$(s.t. \quad \dot{\theta}_{out} = N_r |\dot{\theta}_{in}| = 0).$$

Esto se debe a que  $T_{lk} \leq 0$  según la definición (3.40). Por lo tanto, para lograr la condición de desacoplamiento mientras el MMR está estático, se debe aplicar un torque activo positivo,  $T_{out} > 0$ , como se indica en la Figura 3.3c.

Además, como se puede observar en la Figura 3.5a, cuando el MMR opera en los modos de transmisión de potencia o stand-by, el sistema permanece acoplado, ya

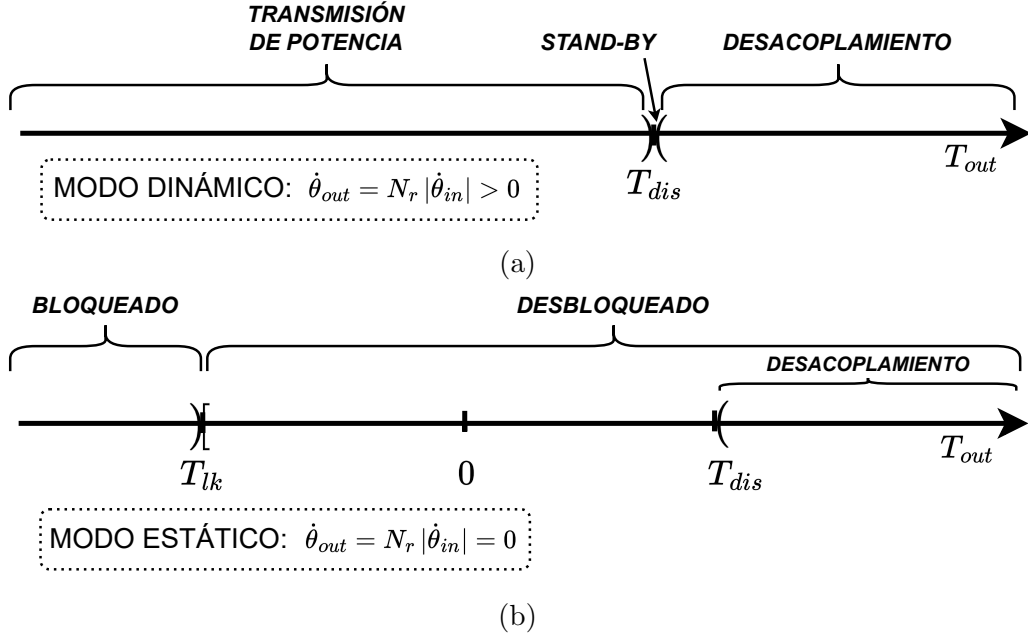


Figura 3.5: Control del modo de acoplamiento activo del MMR usando el torque de salida. El MMR está acoplado en (a) modo dinámico y (b) modo estático. La condición de desacoplamiento también se ilustra en ambos casos.

que no se satisface la condición de desacoplamiento. En contraste, cuando el MMR está desbloqueado, la condición de desacoplamiento puede alcanzarse, y pueden tener lugar tres escenarios de aceleración diferentes dependiendo de cómo se ajuste el torque de salida. En primer lugar, cuando  $T_{out} = T_{lk}$ , tanto las aceleraciones de entrada como de salida son cero según la G-EQM, por lo que el MMR permanece inmóvil. En segundo lugar, si se cumple  $T_{lk} < T_{out} \leq T_{dis}$ , lo que implica  $T_{in} \neq 0$ , la condición de desacoplamiento no se cumple. En este caso, tanto las aceleraciones de entrada como de salida son diferentes de cero y satisfacen (3.55a), lo que hace que el MMR inicie su movimiento y cambie al modo dinámico (Definición 6). Además, se puede deducir de (3.63) que  $T_{fw_G} > 0$  para  $T_{lk} \leq T_{out} < T_{dis}$ . El torque transmitido a través del OWB activo en este escenario se representa en la Figura 3.3b, de acuerdo con (3.64). Adicionalmente, cuando  $T_{out} = T_{dis}$ , ninguno de los OWBs transmite torque ya que (3.63) resulta en  $T_{fw_G} = 0$ . La dinámica correspondiente se ilustra en la Figura 3.3c. Se debe notar que la ausencia del patrón de colores rojo-verde indica que la nula transmisión de torque a través de los OWBs no depende de la dirección del torque de entrada, a diferencia del caso anterior mostrado en la Figura 3.3b.

Finalmente, el tercer caso se da cuando el MMR está desbloqueado y se cumple  $T_{lk} \leq T_{dis} < T_{out}$ , escenario en el cual se satisface la condición de desacoplamiento, por lo que las aceleraciones de entrada y salida se representan mediante (3.55b). Como

resultado, el sistema de salida inicia su movimiento necesariamente. En este contexto, el sistema de entrada comienza a moverse solo si  $T_{lk} < T_{dis} < T_{out}$ , lo que significa que  $T_{in} \neq 0$ . Independientemente de si el sistema de entrada se mueve o no, la dinámica correspondiente al MMR desbloqueado que alcanza la condición de desacoplamiento se ilustra en la Figura 3.3c. En este escenario, la transmisión de torque a través de los OWBs es cero, de acuerdo con (3.63) y (3.64).

En resumen, el análisis presentado aquí ilustra que los modos de acoplamiento del MMR pueden ser activados o mantenidos a lo largo del tiempo ajustando el torque de salida según sea necesario, siguiendo la Figura 3.4. A diferencia de las formulaciones existentes en la literatura, este modelo permite, a través de los conceptos introducidos, el control activo de la respuesta dinámica del sistema, la transmisión de potencia a través del MMR y la relación de desacoplamiento del dispositivo.

### 3.3.10. Modelo de Fricción No Lineal de un MMR

Un modelo de fricción completo para dispositivos basados en MMR debe considerar las pérdidas de los sistemas de entrada y salida, así como las asociadas con los componentes del MMR. Entre estas últimas, es crucial incluir un modelo de fricción que contemple las pérdidas relacionadas con los anillos internos y externos de los OWBs, ya que estos componentes están directamente vinculados al comportamiento no lineal de acoplamiento-desacoplamiento del MMR.

Cabe destacar que el modelo presentado aquí se deriva inicialmente sin considerar fuerzas disipativas para obtener una descripción más general. No obstante, el enfoque de modelado propuesto permite la posterior incorporación de fuerzas de fricción al incluir los términos correspondientes en las fuerzas generalizadas  $Q_{in}$  y  $Q_{out}$  del formalismo de Lagrange, de la siguiente manera:

$$Q_{in} = T_{in} = T_{exc|in} - T_{L|in} - N_r T_{L|fw_a} + N_r T_{L|fw_b}, \quad (3.71a)$$

$$Q_{out} = T_{out} = T_{exc|out} - T_{L|out} - T_{L|fw_a} - T_{L|fw_b}, \quad (3.71b)$$

Aquí,  $T_{exc|in}$  y  $T_{exc|out}$  representan torques de excitación genéricos de entrada y salida, respectivamente;  $T_{L|in}$  y  $T_{L|out}$  representan las pérdidas de los sistemas de entrada y salida, así como aquellas asociadas con los componentes del MMR sincrónicos a cada sistema, incluyendo todas las partes móviles internas (excepto los OWBs), la interacción entre ellas y también con el lubricante, si es que hay uno presente. Además,  $T_{L|fw_a}$  y  $T_{L|fw_b}$  representan las pérdidas por fricción asociadas a la interacción entre los anillos internos y externos del OWB<sub>a</sub> y OWB<sub>b</sub>, respectivamente. Estas pérdidas se reflejan desde los anillos externos correspondientes de los OWBs al eje de entrada como  $-N_r T_{L|fw_a}$  y  $N_r T_{L|fw_b}$  (ver Fig. 3.2a).

Es importante señalar que el torque de fricción de los OWBs en su anillo interno siempre es negativo, y su reacción en el anillo externo siempre es positiva, es decir,  $T_{L|fw} = T_{L|fw}^{(otr)} = -T_{L|fw}^{(inn)} \geq 0$ . Esto se puede deducir considerando la dinámica de los OWBs y examinando las Figuras 3.2b-3.2c.

En este trabajo, se implementa el modelo de fricción propuesto en [161]. El modelo comprende pérdidas dinámicas ( $T_{D|sy}$ ) y pérdidas estáticas ( $T_{Z|sy}$ ) para los sistemas de entrada/salida y los OWBs (denominados como 'sy = fw'):

$$T_{L|sy} = \begin{cases} T_{D|sy} & \text{if } |\dot{\theta}_{sy}| > 0 \\ T_{Z|sy} & \text{if } \dot{\theta}_{sy} = 0 \end{cases} \quad (3.72a)$$

$$(3.72b)$$

Al considerar las pérdidas en los OWBs, las ecuaciones del modelo de fricción deben evaluarse utilizando  $\dot{\theta}_{fw}^{(rel)}$ . Las pérdidas dinámicas se definen de la siguiente manera:

$$T_{D|sy} = sg(\dot{\theta}_{sy}) (T_{c|sy} + S_{sy}) + B_{sy} \dot{\theta}_{sy}, \quad (3.73)$$

donde  $T_c$  es el torque de fricción de Coulomb,  $B$  es el coeficiente viscoso y  $S_{sy}$  es el término de Stribeck dado por:

$$S_{sy} = (T_{s|sy} - T_{c|sy}) \exp\left(-\left|\dot{\theta}_{sy}/\omega_{str|sy}\right|^{\delta_{str|sy}}\right), \quad (3.74)$$

en la cual  $T_s$  es el torque de fricción estático y  $\omega_{str}$  junto con  $\delta_{str}$  son los parámetros del modelo de fricción de Stribeck. Además, las pérdidas estáticas,  $T_{Z|sy}$ , para el sistema de entrada ('sy = in') son:

$$T_{Z|sy} = \begin{cases} T_{xt|sy} & \text{si } |T_{xt|sy}| \leq T_{s|sy} \\ T_{s|sy} sg(T_{xt|sy}) & \text{si } |T_{xt|sy}| > T_{s|sy}. \end{cases} \quad (3.75a)$$

$$(3.75b)$$

Por otro lado, el torque estático para el sistema de salida ('sy = out') y cada uno de los dos OWBs ('sy = fw<sub>a</sub>' y 'sy = fw<sub>b</sub>'), puede modelarse de la siguiente manera:

$$T_{Z|sy} = \begin{cases} T_{xt|sy} & \text{si } 0 \leq T_{xt|sy} \leq T_{s|sy} \\ T_{s|sy} & \text{si } T_{xt|sy} > T_{s|sy}. \\ 0 & \text{si } T_{xt|sy} < 0. \end{cases} \quad (3.76a)$$

$$(3.76b)$$

$$(3.76c)$$

El torque externo aplicado al eje de entrada del MMR, incluido en (3.75) y denotado como  $T_{xt|in}$ , es:

$$T_{xt|in} = T_{exc|in}. \quad (3.77)$$

Además, para determinar el torque externo aplicado al eje de salida,  $T_{xt|out}$ , incluido en (3.76), se debe considerar un MMR estático (ver (3.72) y la restricción de velocidad (3.14)). En este escenario, el torque externo resultante aplicado al eje de salida se

puede definir por la acción combinada de  $T_{exc|out}$  y el torque neto aplicado por el sistema de entrada del MMR,  $T_{MMR|in} = T_{exc|in} - T_{L|in}$  (reflejado en el eje de salida del MMR), resultando en:

$$T_{xt|out} = T_{exc|out} + \text{sg}(T_{MMR|in})T_{MMR|in}/N_r. \quad (3.78)$$

Más aún, los torques externos aplicados a los OWBs presentes en (3.76), denominados como  $T_{xt|fw_a}$  y  $T_{xt|fw_b}$ , respectivamente, se derivan en el Apéndice C.1 y resultan:

$$T_{xt|fw_a} = \frac{(T_{MMR|in}/N_r + T_{MMR|out}) - (1 - \text{sg}^*(\dot{\theta}_{in})) / 2 (\check{I}_{in} \ddot{\theta}_{in}/N_r + \check{I}_{out} \ddot{\theta}_{out})}{2}, \quad (3.79)$$

$$T_{xt|fw_b} = \frac{(-T_{MMR|in}/N_r + T_{MMR|out}) - (1 + \text{sg}^*(\dot{\theta}_{in})) / 2 (-\check{I}_{in} \ddot{\theta}_{in}/N_r + \check{I}_{out} \ddot{\theta}_{out})}{2}, \quad (3.80)$$

donde  $T_{MMR|out} = T_{exc|out} - T_{L|out}$  es el torque neto aplicado por el sistema de salida. Finalmente, considerando (3.78)-(3.80), se puede demostrar que la condición (3.76c), especializada para 'out' y 'fw', representa un MMR bloqueado y un OWB que transfiera torque entre sus anillos ( $T_{fw} > 0$ ), respectivamente. Dado que las pérdidas por fricción no intervienen en ninguno de estos fenómenos,  $T_{Z|sy} = 0$ . De esta manera, se tienen en cuenta en el modelo de fricción implementado las restricciones inherentes de los OWBs así como las del MMR.

### 3.3.10.1. Modelo de Fricción Equivalente

Al considerar cuidadosamente las definiciones y observaciones proporcionadas para describir la dinámica del MMR, sintetizadas en la Fig. 3.4, junto con las ecuaciones de movimiento G-EQM y LK-EQM, se puede incorporar una formulación equivalente del modelo de fricción proporcionado en (3.71a-3.71b), en los torques de entrada y salida de la siguiente manera:

$$T_{in} = T_{exc|in} - T_{L|in} - \text{sg}^*(\dot{\theta}_{in}) N_r \left( T_{Z|fw}^{(st)} + T_{D|fw}^{(dyn)} - T_{Z|fw}^{(dmt)} + T_{D|fw_{in}}^{(dis)} \right), \quad (3.81a)$$

$$T_{out} = T_{exc|out} - T_{L|out} - \left( T_{Z|fw}^{(st)} + T_{D|fw}^{(dyn)} + T_{Z|fw}^{(dmt)} + T_{D|fw_{out}}^{(dis)} \right). \quad (3.81b)$$

En este caso,  $T_{L|in}$  y  $T_{L|out}$  son iguales a los presentados en (3.71a-3.71b), y los términos entre paréntesis representan el modelo de fricción equivalente para los dos OWBs. Consulte el Apéndice C.2 para sus definiciones y consideraciones adicionales. Por lo tanto, los torques de entrada y salida proporcionados en (3.71a-3.71b) y (3.81a-3.81b) pueden usarse de manera intercambiable. Sin embargo, la principal ventaja del modelo equivalente es que consolida los numerosos estados de los sistemas de entrada/salida y los OWBs en un conjunto más pequeño de estados factibles del MMR. Esta consolidación se aprovecha principalmente para deducir el modelo de fricción simplificado presentado a continuación.

### 3.3.10.2. Modelo de Fricción Simplificado

El modelo de fricción equivalente en (3.81a-3.81b) puede simplificarse aún más asumiendo que cada uno de los OWBs presenta torques estáticos y de Coulomb iguales, denominados como  $T_{s|fw}=T_{c|fw}$ . Las formulaciones resultantes para los torques de entrada y salida son:

$$T_{in} = T_{exc|in} - \check{T}_{L|in}, \quad (3.82a)$$

$$T_{out} = T_{exc|out} - \check{T}_{L|out}, \quad (3.82b)$$

donde  $\check{T}_{L|in}$  y  $\check{T}_{L|out}$  se determinan utilizando (3.72)-(3.76), junto con (3.77) y (3.78), respectivamente. Estas ecuaciones deben ser especializadas introduciendo los siguientes *parámetros compuestos de fricción*:  $\check{T}_{s|in}=T_{s|in}$ ,  $\check{T}_{c|in}=T_{c|in}$ ,  $\check{B}_{in}=B_{in} + 2N_r^2 B_{fw}$ ,  $\check{T}_{s|out}=T_{s|out} + 2T_{s|fw}$ ,  $\check{T}_{c|out}=T_{c|out} + 2T_{c|fw}$ ,  $\check{B}_{out}=B_{out} + 2B_{fw}$ . Más aún, bajo esta suposición, los términos de Stribeck de los OWBs se cancelan, ver (3.74), lo que resulta en  $\check{S}_{in}=S_{in}$  y  $\check{S}_{out}=S_{out}$ .

El modelo de fricción simplificado facilita la evaluación de las pérdidas al solo requerir conocer las velocidades de entrada y salida. También evita las expresiones más complejas relacionadas con los modelos de fricción de los OWBs proporcionados en (3.71a-3.71b) y (3.81a-3.81b). Además, el modelo de fricción simplificado elimina la necesidad de determinar independientemente cada uno de los parámetros de fricción para su implementación, utilizando en su lugar las representaciones compuestas. Adicionalmente, esta consolidación de parámetros simplifica significativamente el proceso de identificación al eliminar la necesidad de acceder a los componentes individuales internos del MMR o de realizar enfoques numéricos para estimar cada uno de ellos de forma independiente. Como resultado, el proceso de identificación del modelo de fricción simplificado puede llevarse a cabo con el MMR ensamblado por medio de pruebas experimentales simples, tal cual se detalla en la Sección 3.5.2.

Finalmente, es importante señalar que la única simplificación en este modelo de fricción es asumir  $T_{s|fw} = T_{c|fw}$ , lo que significa que los términos estáticos, de Coulomb y viscosos de los OWBs son debidamente considerados. Por lo tanto, el mínimo compromiso en la representatividad del modelo de fricción simplificado se compensa con los beneficios que esta formulación ofrece. Más detalles sobre su implementación se proporcionan en la validación experimental realizada en la Sección 3.5.

## 3.4. Verificación del Modelo

La verificación del modelo consta de dos secciones. La primera detalla la implementación del algoritmo para simular numéricamente el modelo del MMR. La segunda

emplea la herramienta de simulación para evaluar el rendimiento del modelo a medida que el MMR atraviesa todos sus modos de transmisión y condiciones no lineales. La evaluación incluye pruebas de las restricciones de velocidad, torque y potencia del MMR, y la evaluación de las capacidades del modelo para propósitos de control.

### 3.4.1. Implementación Numérica del Modelo del MMR

A continuación se proporciona un algoritmo para simular numéricamente el modelo del MMR propuesto. Este se implementa utilizando el algoritmo incremental mostrado en la Figura 3.6. Los datos de entrada requeridos al inicio de la simulación incluyen el horizonte temporal  $[t_0, t_{end}]$  y los valores iniciales de las variables de estado,  $\dot{\theta}_{in}(t_0)$  y  $\dot{\theta}_{out}(t_0)$ , junto con sus posiciones angulares correspondientes cuando sea necesario.

El árbol de decisión de tipo SI-NO opera en base a los valores actuales de  $\dot{\theta}_{in}(t_i)$ ,  $\dot{\theta}_{out}(t_i)$ ,  $T_{in}(t_i)$  y  $T_{out}(t_i)$ , con  $t_i$  denotando el  $i$ -ésimo paso de tiempo. Inicialmente, se determina el modo de transmisión activo basado en la velocidad. Si el MMR está desacoplado, entonces se sustituye  $T_{fw_G}(t_i) = 0$  en las G-EQM (3.62a-3.62b), de acuerdo con (3.63). Por el contrario, si el MMR está acoplado, se evalúa adicionalmente si está en modo estático o dinámico. En el modo estático, se compara  $T_{out}(t_i)$  con  $T_{lk}(t_i)$  para establecer si el MMR está bloqueado. Si es afirmativo, los torques de transmisión de los OWB se calculan utilizando (3.38a-3.38b) y se sustituyen en las LK-EQM<sup>1</sup> (3.37a-3.37b). En cambio, si el MMR está desbloqueado, el diagrama de flujo sigue el mismo camino que en el modo de transmisión dinámico, y el torque de salida se compara con  $T_{dis}$  para verificar si se cumple la condición de desacoplamiento. En todos estos escenarios, el torque transmitido a través del MMR se calcula utilizando (3.63) y subsecuentemente se incorpora en las G-EQM. Posteriormente, las aceleraciones  $\ddot{\theta}_{in}(t_i)$  y  $\ddot{\theta}_{out}(t_i)$  se calculan utilizando las ecuaciones de movimiento para el estado correspondiente del MMR. Estas aceleraciones sirven como entradas a un solver de ecuaciones diferenciales ordinarias (ODE) adecuado para calcular las velocidades  $\dot{\theta}_{in}(t_{i+1})$  y  $\dot{\theta}_{out}(t_{i+1})$ . Para lograr esto, se emplea una implementación recursiva del método de Rosenbrock para ecuaciones diferenciales rígidas [162]. El algoritmo itera hasta que la simulación alcance el tiempo final especificado.

---

<sup>1</sup>Alternativamente, cuando solo se consideran aceleraciones, la expresión  $\ddot{\theta}_{in} = \ddot{\theta}_{out} = 0$  se puede emplear directamente.

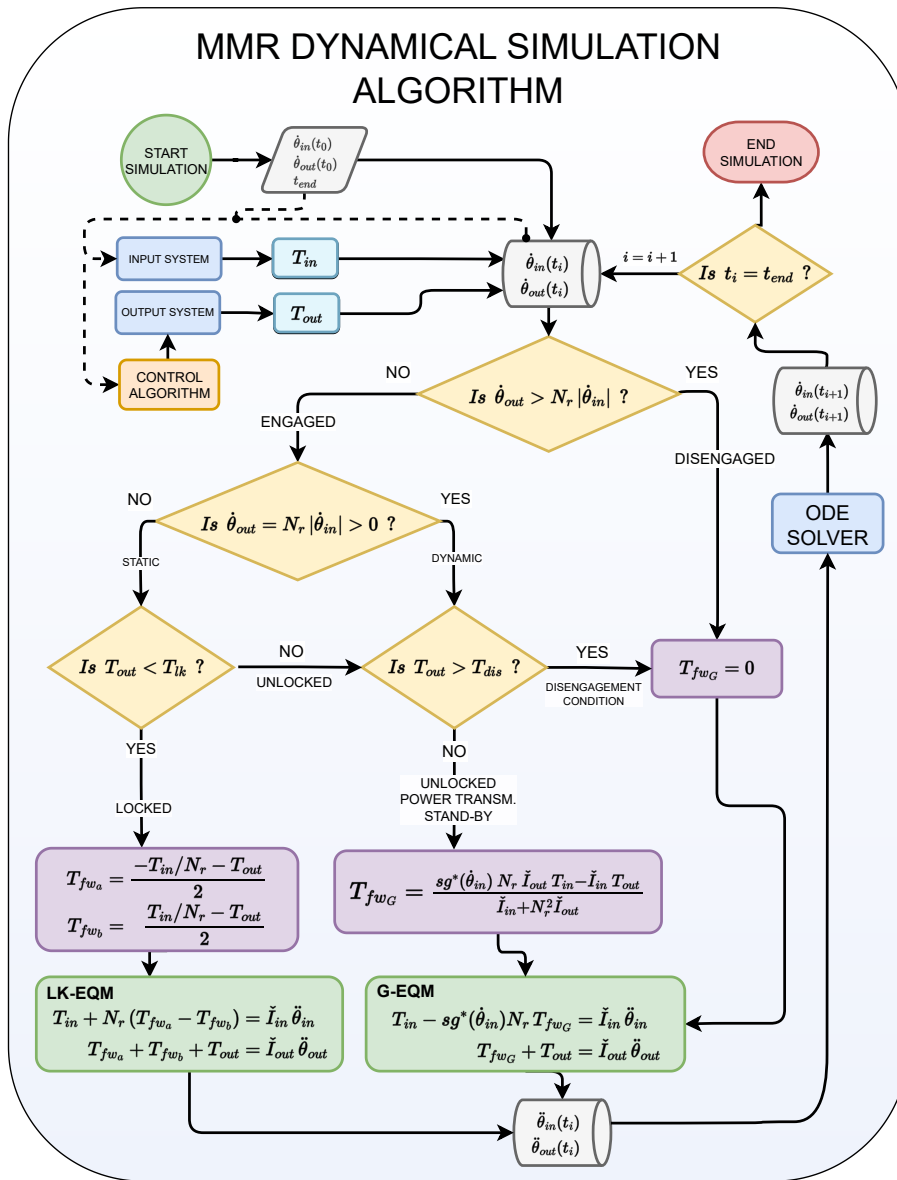


Figura 3.6: Diagrama de flujo para implementar el modelo dinámico del MMR.



### 3.4.2. Simulación

El torque de entrada se define como:

$$T_{in}(t) = \hat{a}_{in} \cos\left(\frac{2\pi}{t_p} t\right), \quad (3.83)$$

donde  $\hat{a}_{in}=1$  Nm y  $t_p=8$  s permanecen constantes a lo largo de la simulación. Por el contrario, el torque de salida se utiliza como una variable de control para conducir el sistema a través de diferentes escenarios. Cinco etapas caracterizan este proceso:

- *ETAPA 1*: El torque de salida se modela como una carga de amortiguamiento, siendo el escenario más común en la literatura [74].
- *ETAPA 2*: El MMR se ve obligado a estar continuamente acoplado, lo que resulta en una relación de desacoplamiento nula.
- *ETAPA 3*: El MMR se ve forzado a desacoplarse y permanecer en este modo de transmisión, resultando en una relación de desacoplamiento unitaria.
- *ETAPA 4*: El MMR se ve inicialmente forzado a ingresar al modo estático para luego permanecer en el modo bloqueado. Un caso particular del modo desbloqueado se simula al final de esta etapa.
- *ETAPA 5*: El sistema comienza en el modo estático y cambia directamente al modo desacoplado, omitiendo el modo dinámico. Posteriormente,  $T_{out}$  se establece como una combinación de torques viscosos y de Coulomb, los cuales son comúnmente utilizados en la literatura para describir modelos de fricción [68, 76].

Los resultados de la simulación, representados en la Figura 3.7, ilustran la evolución de las velocidades de entrada y salida ( $N_r \dot{\theta}_{in}$  y  $\dot{\theta}_{out}$ ) a lo largo de las cinco etapas (Figura 3.7a). Además, la Figura 3.7b muestra los torques de entrada y salida correspondientes ( $T_{in}$  y  $T_{out}$ ), designados como variables prescritas, junto con los resultados de los torques de desacoplamiento, bloqueo y transmisión del MMR ( $T_{dis}$ ,  $T_{lk}$  y  $T_{fwG}$ , respectivamente). Las barras de colores en la parte inferior de ambas figuras indican el modo de transmisión activo en cada momento durante la simulación. Los intervalos de tiempo de las cinco etapas están delineados en la Figura 3.7.

Los parámetros mecánicos utilizados para caracterizar el modelo incluyen  $N_r=1$ ,  $\check{I}_{in}=\check{I}_{out}/4$  y  $\check{I}_{out}=0,1050$  kg m<sup>2</sup>.

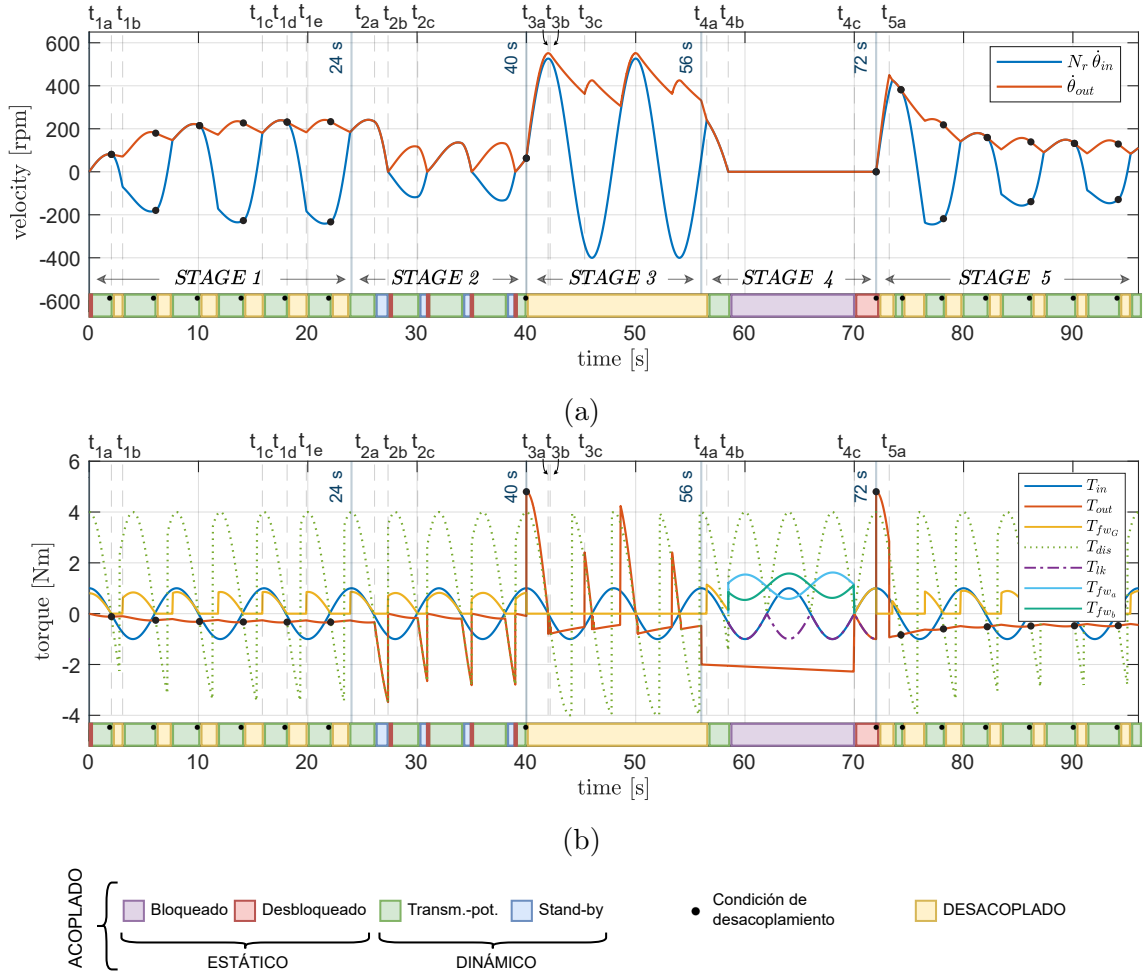


Figura 3.7: Resultados de la simulación del MMR: (a) velocidades y (b) torques. Los modos de transmisión activos para cada instante de tiempo junto con los eventos de desacoplamiento se destacan en la parte inferior de las figuras.

## ETAPA 1

En la *ETAPA 1*, el torque de salida se modela como una carga de amortiguamiento definida por:

$$ETAPA 1: T_{out} = -B \dot{\theta}_{out} \quad t \in [0, 24) \quad (3.84)$$

Aquí,  $B = 0,0137 \text{ Nm/s}$  representa el coeficiente de amortiguamiento. Las condiciones iniciales  $\dot{\theta}_{in} = \dot{\theta}_{out} = 0$  colocan al MMR en modo de transmisión estático con  $T_{out} = 0$ .

El valor inicial positivo de  $T_{in}$  ( $T_{in} = \hat{a}_{in} > 0$ ) lleva a que  $T_{lk} < 0$  y  $T_{dis} > 0$  según (3.40) y (3.53), respectivamente. En consecuencia,  $T_{out} > T_{lk}$  inicialmente, indicando que el MMR está en modo desbloqueado, como se muestra por la delgada barra roja en la parte inferior de la Figura 3.7.

Además, dado que  $T_{out} < T_{dis}$  en  $t=0$ , las aceleraciones de entrada y salida satisfacen  $\ddot{\theta}_{out} = \text{sgn}^*(\dot{\theta}_{in}) N_r \ddot{\theta}_{in} > 0$  de acuerdo con (3.55a) y (3.59), lo que provoca un cambio inmediato del modo desbloqueado al modo de transmisión dinámico.

El MMR acelera en modo dinámico hasta  $t_{1a}$ . En este punto, la condición  $T_{out} > T_{dis}$  provoca un cambio inmediato al modo desacoplado (marcado por el punto negro en la Figura 3.7). Mientras está en modo desacoplado, se cumple la relación de velocidades  $\dot{\theta}_{out} > N_r |\dot{\theta}_{in}|$  hasta  $t_{1b}$ , momento en el cual  $\dot{\theta}_{out} = N_r |\dot{\theta}_{in}|$ , indicando que el sistema vuelve al modo acoplado. Este ciclo se repite a lo largo de la etapa, como se muestra en la Figura 3.7.

Además, es importante destacar que durante el intervalo de tiempo  $(t_{1c}, t_{1d})$ , por ejemplo, el MMR está acoplado con una velocidad distinta de cero y  $T_{out} < T_{dis}$ . En consecuencia, el sistema se encuentra en modo de transmisión de potencia según la Definición 12. En este escenario,  $T_{fw_G} = T_{fw_b} > 0$  según la Observación 6 y (3.64), y por lo tanto, la transmisión de potencia a través del MMR es  $P_{fw_G} > 0$  basado en (3.22), indicando la transferencia de potencia desde la entrada del MMR hasta su eje de salida. Es importante señalar que esta observación está en línea con la restricción unidireccional de transmisión de potencia establecida en la Observación 5. Es crucial destacar que, si no se consideran las restricciones asociadas con  $T_{fw_G}$  y la condición de desacoplamiento, esto podría llevar a valores negativos de  $P_{fw_G}$ .

Por otro lado, cuando el MMR cumple con la condición de desacoplamiento, como en  $t_{1d}$ , o se encuentra en el modo desacoplado durante  $(t_{1d}, t_{1e})$ , entonces  $T_{fw_G} = 0$ , lo que resulta en  $P_{fw_G} = 0$ . Este comportamiento demuestra una transmisión cíclica de potencia desde el sistema de entrada hacia el de salida a lo largo de esta etapa. La relación de desacoplamiento, calculada como  $t_{dis}/t_p$ , donde  $t_{dis}$  es el tiempo que el MMR permanece desacoplado evaluado sobre una ventana deslizante de tamaño  $t_p$ , alcanza un estado estable después de aproximadamente  $t=10$  s. En este caso, la relación de desacoplamiento también se puede utilizar para cuantificar la periodicidad del ciclo de transmisión de potencia, como es común en la literatura. A pesar de la transmisión alternante de potencia, al examinar las Figuras 3.7a-3.7b, se observa que  $P_{out}$  se registra consistentemente como negativa durante la etapa, indicando que el sistema de salida absorbe potencia incluso cuando el MMR está desacoplado. En tales casos, se puede deducir fácilmente de la ecuación de balance de potencia (3.65b) que los elementos rotativos de salida transfieren potencia desde su energía cinética acumulada al sistema de salida ( $P_{m|out} = P_{out} < 0$ ). Esto es evidente en la Figura 3.7a al observar la reducción en la magnitud de la velocidad de salida durante los intervalos en los que el MMR está desacoplado.

## ETAPA 2

Para mantener el MMR acoplado independientemente del torque y la velocidad de entrada, es suficiente garantizar que  $T_{out} \leq T_{dis}$  (ver Definición 11). Por lo tanto, durante la *ETAPA 2*, el torque de salida se define de la siguiente manera:

$$ETAPA\ 2: \quad T_{out} = \min_{t=[24,40)} \left\{ -B \dot{\theta}_{out}, T_{dis} \right\}. \quad (3.85)$$

Así,  $T_{out} = -B \dot{\theta}_{out}$  se mantiene desde el inicio de la etapa en  $t=24$  s (momento en el que el sistema ya está acoplado), hasta  $t_{2a}$ , momento en el que cambia a  $T_{out} = T_{dis}$  para evitar el desacoplamiento. Este escenario persiste hasta  $t_{2b}$ , momento en el que el torque de salida vuelve a la carga de amortiguamiento, continuando de esta manera hasta  $t_{2c}$ . Este patrón dinámico se repite en el tiempo.

El cumplimiento de la condición de acoplamiento durante toda la etapa se puede confirmar observando en la Figura 3.7a que las velocidades siempre satisfacen  $\dot{\theta}_{out} = N_r |\dot{\theta}_{in}|$ . Como consecuencia, la relación de desacoplamiento es cero en esta etapa, dado que  $t_{dis} = 0$ .

Como es de esperar, la transmisión de potencia sigue un patrón similar al de la *ETAPA 1* durante los intervalos en los que se aplica la carga de amortiguamiento, como en  $(t_{2b}, t_{2c})$ , donde el MMR se encuentra en el modo de transmisión de potencia. Sin embargo, durante  $[t_{2a}, t_{2b})$ , por ejemplo, el MMR se encuentra en modo stand-by dado que  $T_{out} = T_{dis}$  y las velocidades son distintas de cero (Definición 13). En este escenario,  $T_{fw_G} = 0$  según la Observación 7, lo que resulta en  $P_{fw_G} = 0$  debido a (3.22), indicando que no se está transmitiendo potencia a través del MMR.

Sin embargo, se puede observar en las Figuras 3.7a-3.7b que el sistema de salida sigue absorbiendo potencia de la energía cinética acumulada en los elementos rotativos del sistema de salida ( $P_{m|out} = P_{out} < 0$ ). Aunque desde una perspectiva de conversión de potencia, esta situación es análoga al intervalo de tiempo  $(t_{1d}, t_{1e})$  en la *ETAPA 1*, la diferencia clave ahora es que el MMR permanece acoplado. También cabe destacar que, a diferencia de la etapa anterior, en este escenario la relación de desacoplamiento no se puede utilizar para cuantificar la periodicidad del ciclo de transmisión de potencia.

Finalmente, vale la pena señalar que el sistema pasa por el modo desbloqueado (Definición 10) en los instantes de tiempo especificados con barras delgadas rojas en la parte inferior de la Figura 3.7, donde  $\dot{\theta}_{in} = \dot{\theta}_{out} = 0$  y  $T_{out} > T_{lk} = -|T_{in}|/N_r$ .

### ETAPA 3

Para forzar el desacoplamiento del MMR y mantenerlo en modo desacoplado durante toda la ETAPA 3, el torque de salida se define de la siguiente manera:

$$ETAPA\ 3: \quad T_{out} = \begin{cases} T_{dis} + f_1 |T_{dis}| & \text{si } \dot{\theta}_{out} \leq N_r |\dot{\theta}_{in}| + \Delta\dot{\theta} \\ -B \dot{\theta}_{out} & \text{si } \dot{\theta}_{out} > N_r |\dot{\theta}_{in}| + \Delta\dot{\theta}. \end{cases} \quad (3.86a)$$

$$t=[40, 56) \quad (3.86b)$$

Aquí, el factor adimensional  $f_1=0,2$  se introduce para garantizar que  $T_{out} > T_{dis}$  cuando la velocidad de salida  $\dot{\theta}_{out}$  se encuentra dentro del rango  $[N_r |\dot{\theta}_{in}|, N_r |\dot{\theta}_{in}| + \Delta\dot{\theta}]$ , donde  $\Delta\dot{\theta}=25$  rpm. Si la velocidad de salida excede este rango, se aplica la carga de amortiguamiento. Es importante destacar que aunque la aplicación de (3.86a) sola es suficiente para mantener el MMR desconectado, resultaría en un valor medio positivo de  $\ddot{\theta}_{out}$  y, consecuentemente, un aumento sostenido en la velocidad de salida. Para mitigar este efecto, se incorpora (3.86b) en la función de torque de salida.

Al inicio de la etapa, el MMR se encuentra acoplado, por lo que la velocidad de salida es  $\dot{\theta}_{out}=N_r |\dot{\theta}_{in}|$ , estando dentro del rango de velocidad especificado en (3.86). Por lo tanto, el torque de salida se establece de acuerdo con (3.86a), asegurando que  $T_{out} > T_{dis}$ , cumpliendo así la condición de desacoplamiento. Esto provoca que el MMR cambie inmediatamente al modo de transmisión desacoplado.

La misma función de torque de salida persiste hasta que  $\dot{\theta}_{out}$  excede el rango de velocidad en  $t = t_{3b}$ , momento en el que se cambia a la carga de amortiguamiento (3.86b). La velocidad de salida disminuye hasta que nuevamente cae dentro del rango de velocidad en  $t=t_{3c}$ , como se ilustra en la Figura 3.7a. En este punto,  $T_{out}$  vuelve a (3.86a) para evitar que el MMR se acople. Este patrón cíclico continúa a lo largo de toda la etapa.

Durante esta etapa, con el sistema permanentemente desacoplado,  $t_{dis} = t_p$ , lo que resulta en una relación de desacoplamiento unitaria. Al mismo tiempo,  $T_{fw_G}=0$  y  $P_{fw_G}=0$ , indicando que no hay transmisión de potencia a través del MMR. Es importante destacar que  $T_{out} > 0$  y  $\dot{\theta}_{out} > 0$  persisten en el intervalo  $(40, t_{3a})$ , lo que resulta en  $P_{out} > 0$ . Esto indica que el sistema de salida está suministrando potencia para acelerar los elementos rotativos de salida ( $P_{m|out}=P_{out} > 0$ ), según (3.65b). Como resultado, la velocidad de salida aumenta, como se muestra en la Figura 3.7a. La velocidad máxima se alcanza en  $t = t_{3a}$ , dado que durante el intervalo  $(t_{3a}, t_{3c})$ , el torque  $T_{out}$  es negativo, lo que lleva a  $P_{out} < 0$ . Por lo tanto, la potencia suministrada previamente a los elementos rotativos de salida se transfiere de vuelta al sistema de salida ( $P_{m|out} = P_{out} < 0$ ), lo que provoca que la velocidad de salida disminuya a lo largo de  $(t_{3a}, t_{3c})$ .

## ETAPA 4

En la parte inicial de la *ETAPA 4*, específicamente dentro del intervalo  $[56, t_{4c})$ , el torque de salida se determina mediante una combinación de una constante y una función de rampa:

$$ETAPA\ 4a: \quad T_{out} = -2,25 \hat{a}_{in} - 0,02 (t - 8 t_p). \quad (3.87)$$

$t=[56, t_{4c})$

La magnitud de  $T_{out}$ , como se muestra en la Figura 3.7b, induce una rápida disminución en la velocidad del sistema de salida. En  $t_{4a}$ , el sistema cambia del modo desacoplado al modo acoplado. A medida que la velocidad se aproxima a cero en  $t_{4b}$ , el MMR entra en el modo estático. En este punto, el torque de bloqueo supera al torque de salida, lo que resulta en que el MMR quede bloqueado según la Definición 9. En consecuencia, el sistema permanece estático independientemente de que la excitación del torque de entrada sea distinta de cero.

En este escenario, el modo bloqueado impide que el MMR transfiera potencia del sistema de salida al sistema de entrada, lo cual es consistente con la restricción unidireccional de transmisión de potencia establecida en la Observación 5. Además, durante este intervalo, las G-EQM (3.62a-3.62b) y  $T_{fw_G}$  en (3.63), no están definidas, como puede apreciarse en sus expresiones y en la ausencia de la curva de  $T_{fw_G}$  en la Figura 3.7b. En cambio, las dinámicas se describen mediante las LK-EQM (3.37a-3.37b), donde  $T_{fw_a} - T_{fw_b} = -T_{in}/N_r$  y  $T_{fw_a} + T_{fw_b} = -T_{out}$ , de acuerdo con (3.38a-3.38b), resultando en  $\ddot{\theta}_{in} = \ddot{\theta}_{out} = 0$ . En la Figura 3.7b, se representa el torque transmitido a través del OWB<sub>a</sub> y OWB<sub>b</sub> ( $T_{fw_a}$  y  $T_{fw_b}$ , respectivamente) durante el intervalo en el que el MMR opera en el modo de transmisión bloqueado. Ambos OWBs transmiten torque simultáneamente durante este período, como se explica en la Sección 3.3.5.2. Es importante destacar que en  $t_{4b}$  se observa un aumento repentino en la transmisión de torque a través de ambos OWBs. Se debe notar que esta no linealidad surge del cambio en las restricciones cinemáticas que implica el modo bloqueado, en lugar de ser producto de cambios en los torques de entrada y salida, los cuales no muestran discontinuidades cerca de  $t_{4b}$ , como se muestra en la Figura 3.7b. Justo antes de  $t_{4b}$ , dado que la velocidad de entrada es positiva,  $T_{fw_a}$  no transfiere torque conforme a (3.64). Por lo tanto, la transmisión de torque a través de OWB<sub>a</sub> cambia de cero al valor expresado por (3.38a) cuando se logra el modo bloqueado en  $t_{4b}$  (consultar Figura 3.7b). En contraste, OWB<sub>b</sub> ya está transfiriendo torque antes de alcanzar el modo bloqueado, es decir,  $T_{fw_G} = T_{fw_b}$ . En consecuencia, la discontinuidad experimentada por  $T_{fw_b}$  pasa de  $T_{fw_G}$  al valor provisto por la expresión (3.38b).

El MMR permanece bloqueado hasta  $t_{4c}$ , momento en el cual el torque de salida cambia a:

$$ETAPA 4b: \quad T_{out} = T_{lk}. \quad (3.88)$$

$t=[t_{4c}, 72)$

Como se muestra en la Figura 3.5b e indicado por las barras de colores en la Figura 3.7, en este contexto, el MMR está operando en el modo desbloqueado (Definición 10). Sin embargo, dado que  $\ddot{\theta}_{out} = \text{sgn}^*(\dot{\theta}_{in}) N_r \ddot{\theta}_{in} = 0$  (consultar (3.55a) y (3.59)), el sistema permanece estático, como se explica en la Sección 3.3.9. En consecuencia, el MMR opera en el modo de transmisión desbloqueado hasta el final de la etapa.

Adicionalmente, es importante notar que los OWBs experimentan una disminución abrupta en la transmisión de torque en  $t_{4c}$ . A diferencia del caso anterior en  $t_{4b}$ , esta discontinuidad no se debe únicamente al cambio en las restricciones cinemáticas que resulta de la transición entre los modos bloqueado y desbloqueado, sino también a las discontinuidades en la configuración de  $T_{out}$ . Como se explica en la Sección 3.3.5.3, durante el modo desbloqueado, solo un OWB transfiere torque a la vez basándose en la dirección del torque de entrada. Específicamente, en este escenario,  $T_{fw_G} = T_{fw_b}$  de acuerdo con (3.64). Finalmente, cabe destacar que durante esta etapa no se transmite potencia, dado que el MMR está estático, ya sea en modo bloqueado o desbloqueado.

## ETAPA 5

Durante esta etapa se especifican dos torques de salida secuencialmente. Primero,

$$ETAPA 5a: \quad T_{out} = T_{dis} + f_1 |T_{dis}|, \quad (3.89a)$$

$t=[72, t_{5a})$

lo que resulta en  $T_{lk} < T_{dis} < T_{out}$ . En consecuencia, se alcanza la condición de desacoplamiento al comienzo de la etapa mientras el MMR aún se encuentra en el modo de transmisión desbloqueado (ver Fig. 3.5b). En este momento, tanto los torques de entrada como de salida son mayores que cero. Por lo tanto, se cumple  $\ddot{\theta}_{out} > \text{sgn}^*(\dot{\theta}_{in}) N_r \ddot{\theta}_{in} > 0$  (ver 3.55b y 3.62). Como resultado, el sistema cambia directamente del modo *desbloqueado* al modo *desacoplado* estrictamente después de  $t=72$  s, saltándose el modo dinámico. Es interesante notar que el MMR acelera más rápido en comparación con la situación análoga en  $t=0$  en la *ETAPA 1*, en la cual el MMR acelera desde velocidad nula en el modo dinámico.

Además, debido a que  $T_{out} > T_{dis}$ , el sistema permanece *desacoplado* y no se transmite potencia a través del MMR ( $P_{fw_G} = 0$ ). En su lugar, las potencias de los sistemas de entrada y salida se utilizan para acelerar los elementos rotativos de dichos sistemas. Por lo tanto,  $P_{m|in} = P_{in} > 0$  y  $P_{m|out} = P_{out} > 0$ , de acuerdo con las ecuaciones de balance de potencia (3.65a) y (3.65b), respectivamente.

En la segunda parte de la etapa, el torque de salida se especifica de la siguiente manera:

$$ETAPA\ 5b: \quad T_{out} = -B \dot{\theta}_{out} - T_{c|out} . \quad (3.90a)$$

$t \geq t_{5a}$

Aquí,  $T_{C|out}=0,2855$  Nm representa el torque de Coulomb. Este término provoca que las velocidades disminuyan hasta que el sistema alcance un estado estacionario similar al de la *ETAPA 1*, pero con magnitudes de velocidades más pequeñas.

## 3.5. Validación Experimental del Modelo

Las pruebas experimentales se llevaron a cabo utilizando un prototipo a escala reducida del MMR diseñado y fabricado en la Universidad Nacional de Mar del Plata (UNMDP), destinado a aplicaciones de energía de las olas. El diseño del prototipo se muestra en las Figuras 3.8a-3.8b, basado en el diseño general ilustrado en las Figuras 3.1 y 3.2a. El MMR tiene una relación de transmisión de  $N_r = 1$  y las siguientes dimensiones totales de la carcasa: diámetro de 110 mm y longitud de 194 mm. El sistema está lubricado mediante un baño de aceite, como se muestra en la Figura 3.8b.

Se realizaron pruebas experimentales para caracterizar los parámetros del circuito MMR, siguiendo un procedimiento específico de identificación. Posteriormente, se llevaron a cabo dos pruebas experimentales para comparar sus resultados con las simulaciones realizadas utilizando el algoritmo presentado anteriormente. El objetivo fue validar la precisión y la eficacia del modelo en representar el comportamiento no lineal del sistema MMR.

### 3.5.1. Configuración del Banco de Pruebas Experimental

La configuración experimental se ilustra en la Figura 3.8c. La tensión aplicada al Motor de Corriente Continua de Imanes Permanentes (DCPM) ③ se controla mediante un convertidor electrónico de potencia tipo puente H ②, el cual es alimentado por una fuente de banco ①. El motor DCPM está conectado al eje de entrada del MMR ④. En el eje de salida, está conectado el volante de inercia ⑤, que a su vez está acoplado a un generador de flujo axial de imanes permanentes (AFPM) trifásico ⑥.

Las posiciones angulares y velocidades de los ejes de entrada y salida se miden utilizando los encoders ⑦a) y ⑦b), respectivamente. Una placa personalizada ⑧, diseñada y fabricada en la UNMDP, se utiliza para medir las tensiones y corrientes del

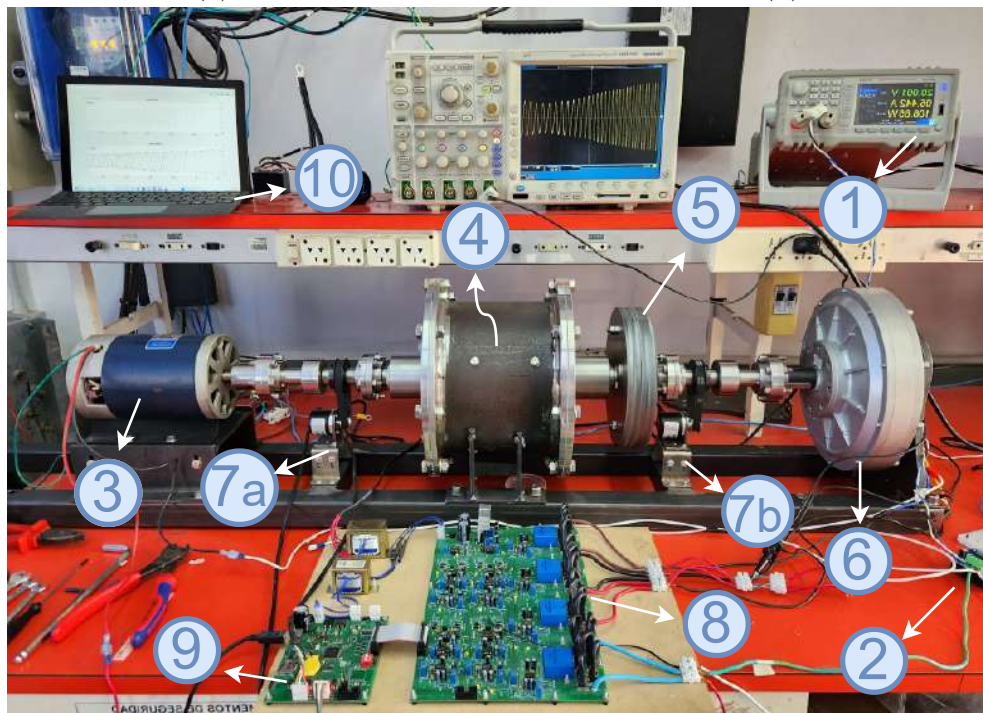




(a)



(b)



(c)

Figura 3.8: (a) y (b) Prototipo a escala reducida del MMR. (c) Configuración del banco de pruebas experimental.

motor DCPM y del generador AFPM. Además, se emplea una placa de adquisición digital personalizada ⑨ para almacenar los datos de los sensores en una tarjeta SD y transmitir las señales en tiempo real a la PC ⑩ para su visualización.

La placa de adquisición está equipada con un convertidor ADC de 12 bits y puede muestrear simultáneamente hasta 9 canales analógicos, con una frecuencia de muestreo máxima de 2,5 Ms/s. Incorpora 4 sensores de corriente que pueden medir en un rango de  $\pm 25$  A y 4 circuitos de medición de tensión que cubren un rango de  $\pm 25$  V.

### 3.5.2. Identificación Paramétrica

Siguiendo la descripción general de los dispositivos SISO en la Sección 3.1, el sistema experimental de entrada consta del motor DCPM ③, mientras que el sistema de salida comprende el volante de inercia ⑤ y el generador AFPM ⑥. A continuación, las ecuaciones LK-EQM (3.37a-3.37b) y G-EQM (3.62a-3.62b) se especializan para describir el sistema mostrado en la Figura 3.8c. Para esto, es necesario caracterizar los momentos de inercia y torques de entrada y salida,  $\check{I}_{in}$ ,  $\check{I}_{out}$ ,  $T_{in}$  y  $T_{out}$  respectivamente.

Por un lado, según las definiciones establecidas en la ecuación (3.27),  $I_{in}$  representa en este caso el momento de inercia del motor DCPM, como así también el correspondiente a los ejes y accesorios del sistema de entrada que rotan sincrónicos con el eje de entrada del MMR. De manera similar, según la ecuación (3.28),  $I_{out}$  incluye los MOIs del generador AFPM, el volante de inercia, junto con los ejes y accesorios del sistema de salida. El resto de los MOI que conforman los momentos de inercia equivalentes de entrada y salida,  $\check{I}_{in}$  y  $\check{I}_{out}$ , quedan determinados por los componentes del MMR, ver Figura 3.2a.

Por otro lado, los torques de entrada y salida se obtienen utilizando (3.82a-3.82b), a partir del modelo de fricción simplificado descrito en la Sección 3.3.10.2:

$$T_{in} = T_{exc|in} - \check{T}_{L|in} = T_{em|DCPM} - \check{T}_{L|in} \quad (3.91a)$$

$$T_{out} = T_{exc|out} - \check{T}_{L|out} = (T_{em|AFPM} + T_{act}) - \check{T}_{L|out} \quad (3.91b)$$

Aquí,  $T_{em|DCPM}$  y  $T_{em|AFPM}$  representan los torques electromagnéticos de las máquinas DCPM y AFPM, respectivamente, y  $T_{act}$  es un torque activo aplicado en el eje de salida del MMR. Para representar (3.91a) y (3.91b), se incorporan los modelos dinámicos de las dos máquinas eléctricas, mediante los cuales se definen sus respectivos torques electromagnéticos:

$$T_{em|DCPM} = k_t i_{dc}, \quad (3.92)$$

$$T_{em|AFPM} = \frac{3P}{2} [\lambda'_m i_q + (L_d - L_q) i_q i_d], \quad (3.93)$$

donde  $k_t$  es la constante de torque,  $i_{dc}$  es la corriente de armadura,  $P$  es el número de polos,  $\lambda'_m$  es el flujo máximo concatenado, y  $L_q$ ,  $L_d$ ,  $i_q$  e  $i_d$  son las inductancias y

corrientes  $qd$ , respectivamente [93]. Los valores de estas constantes fueron medidos y se detallan en la Tabla 3.1. Para caracterizar los parámetros eléctricos de las máquinas DCPM y AFPM, se utilizaron procedimientos estándar [93]. A continuación, se describe la metodología de identificación utilizada para determinar los parámetros restantes del MMR.

Este estudio presenta un procedimiento secuencial de 4 pasos para adquirir los parámetros del modelo de manera precisa para el sistema MMR representado por el modelo propuesto. El procedimiento está diseñado con base en la dinámica no lineal del sistema MMR, utilizando su comportamiento distintivo para mejorar la precisión en la determinación paramétrica y facilitar el proceso de identificación. El procedimiento de 4 pasos implica una secuencia de pruebas experimentales y esquemas de optimización asociados. En estas pruebas, se utiliza específicamente el motor DCPM (parte de la configuración experimental descrita) como el impulsor primario para llevar el sistema a los escenarios requeridos. Además, es importante mencionar que los coeficientes viscosos y el torque de Coulomb de las máquinas eléctricas DCPM y AFPM se determinan previamente mediante las pruebas detalladas en el paso 1 de la identificación paramétrica, que se describe a continuación.

### 3.5.2.1. Paso 1: Pruebas con Velocidad Constante

Los sistemas de entrada y salida son impulsados individualmente en dos pruebas diferentes a varios puntos de velocidad constante. En estos escenarios, el torque de excitación coincide con las pérdidas viscosas y de Coulomb. Como resultado, se puede obtener una estimación inicial de  $\check{B}_{in}^{\pm}$ ,  $\check{T}_{c|in}^{\pm}$ ,  $\check{B}_{out}$  y  $\check{T}_{c|out}$  mediante el ajuste de curvas de los puntos de datos experimentales.

**Pérdidas Dinámicas del Sistema de Salida** A continuación, se determinan los términos viscosos y de Coulomb para el sistema de salida ( $\check{B}_{out}$ ,  $\check{T}_{c|out}$ ), correspondientes al modelo de fricción simplificado. Para esta determinación, el impulsor primario (motor DCPM) se conecta al eje de salida del MMR, dejando libre el eje de entrada. Esta configuración resulta en  $T_{exc|in} = 0$  y  $T_{exc|out} = T_{pm}$ , siendo este último el torque asociado al impulsor primario. Considerando que se utiliza el motor DCPM ③,  $T_{pm}$  es el torque electromagnético ejercido por dicha máquina, calculado mediante (3.92) y midiendo la corriente de excitación  $i_{dc}$ . De este modo, el impulsor primario excita el sistema de salida del MMR hasta llevarlo a una velocidad positiva constante. En este escenario se cumple  $\dot{\theta}_{out} > N_r |\dot{\theta}_{in}| = 0$ , por lo que los dos OWBs están desacoplados, es decir,  $T_{fw_G} = T_{fw_a} = T_{fw_b} = 0$ , y no se transfiere energía al sistema de entrada.

En este contexto, las pérdidas de entrada no intervienen según (3.72a), por lo que  $\check{T}_{L|in} = \check{T}_{Z|in} = 0$ ; y las pérdidas de salida vienen dadas por (3.73), es decir,  $\check{T}_{L|out} = T_{D|out}$ . Además, dado que las velocidades evaluadas son lo suficientemente altas, se puede despreciar el efecto de los términos de Stribeck. Por lo tanto, los torques de entrada y salida son:

$$T_{in} = T_{exc|in} - \check{T}_{L|in} = 0 \quad (3.94)$$

$$T_{out} = T_{exc|out} - \check{T}_{L|out} = T_{pm} - T_{c|pm} - B_{pm}\dot{\theta}_{out} \quad (3.95)$$

Al introducir estos torques en la G-EQM (3.62b), considerando que  $\ddot{\theta}_{out} = 0$  debido a la velocidad constante, obtenemos:

$$T_{pm} = T_{c|pm} + T_{c|MMR_{out}} + (B_{pm} + B_{MMR_{out}})\dot{\theta}_{out} \quad (3.96)$$

donde  $T_{c|MMR_{out}}$  y  $B_{MMR_{out}}$  representan los coeficientes de Coulomb y viscoso de los componentes del MMR sincronizados con el sistema de salida, i.e., aquellos que admiten movimiento unidireccional como por ejemplo, el eje de salida y los rodamientos de salida que le brindan soporte, entre otros. Restando y sumando los términos viscosos y de Coulomb del impulsor primario y del generador AFPM, respectivamente, se obtiene:

$$\check{T}_{c|out} + \check{B}_{out}\dot{\theta}_{out} = T_{pm} - (T_{c|pm} + B_{pm}\dot{\theta}_{out}) + T_{c|AFPM} + B_{AFPM}\dot{\theta}_{out} \quad (3.97)$$

$$= (T_{c|MMR_{out}} + T_{c|AFPM}) + (B_{MMR_{out}} + B_{AFPM})\dot{\theta}_{out} \quad (3.98)$$

Se realizaron pruebas experimentales a distintos puntos de velocidad constante, midiendo la velocidad de salida ( $\dot{\theta}_{out}$ ) y el torque del impulsor primario ( $T_{pm}$ ) de forma indirecta. Los resultados se grafican en la Figura 3.9a para el lado derecho de la ecuación (3.97) en función de  $\dot{\theta}_{out}$ . Luego, el torque de Coulomb  $T_{c|out}$  se aproxima extrapolando la curva de pérdidas hasta la condición de velocidad cero, y  $\check{B}_{out}$  es simplemente la pendiente de la recta de mejor ajuste. Es importante destacar que, debido a la restricción de velocidad del MMR (3.14), solo se evaluaron velocidades positivas del sistema de salida.

**Pérdidas Dinámicas del Sistema de Entrada** En lo que sigue, se identifican los términos viscosos y de Coulomb para el sistema de entrada ( $\check{B}_{in}^{\pm}$ ,  $\check{T}_{c|in}^{\pm}$ ). Para esta determinación, el impulsor primario está conectado al eje de entrada, mientras que el eje de salida está conectado al generador AFPM operando en una configuración de circuito abierto, como se muestra en la Fig. 3.8c. Esta configuración resulta en  $T_{exc|in} = T_{pm}$  y  $T_{exc|out} = 0$ . Las velocidades del sistema de entrada y del sistema de salida se mantienen constantes mediante el impulsor primario, manteniendo el MMR acoplado, es decir, satisfaciendo la relación  $\dot{\theta}_{out} = N_r |\dot{\theta}_{in}| > 0$ .

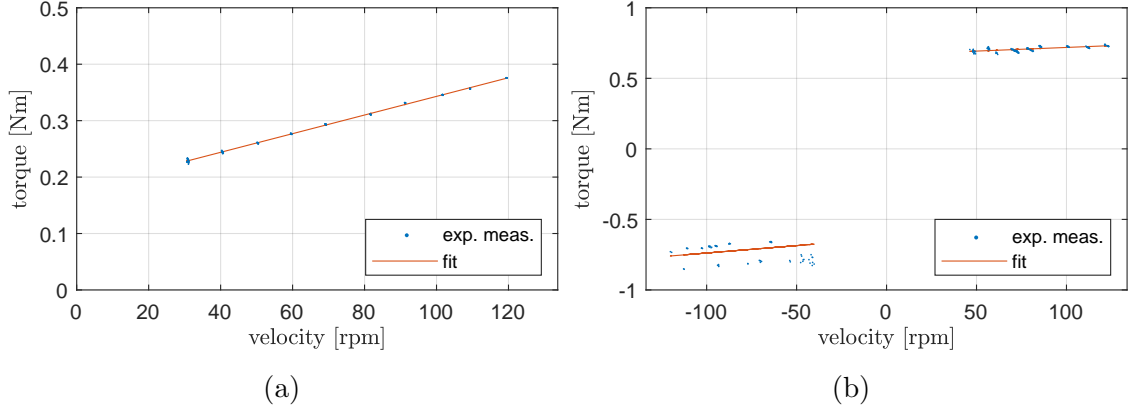


Figura 3.9: Pérdidas por fricción del (a) sistema de salida y del (b) sistema de entrada en función de las velocidades de salida y entrada, respectivamente. Se muestran las mediciones experimentales y la recta de mejor ajuste.

En este contexto, solo intervienen las pérdidas dinámicas de los sistemas de entrada y salida, de acuerdo con (3.72a). Además, al igual que en el caso anterior, los puntos de ajuste de velocidad constante deben ser elegidos de manera que los términos de Stribeck puedan ser despreciados. Por lo tanto, las pérdidas de entrada se expresan como sigue:

$$\begin{aligned}\check{T}_{L|in}^{\pm} &= \check{T}_{D|in}^{\pm} = sg(\dot{\theta}_{in}) (T_{c|pm}^{\pm} + T_{c|MMR_{in}}^{\pm}) + (B_{pm}^{\pm} + B_{MMR_{in}^{\pm}}) \dot{\theta}_{in} \\ &= sg(\dot{\theta}_{in}) (T_{c|DCPM}^{\pm} + T_{c|MMR_{in}}^{\pm}) + (B_{DCPM}^{\pm} + B_{MMR_{in}^{\pm}}) \dot{\theta}_{in}\end{aligned}$$

donde  $T_{c|MMR_{in}}$  y  $B_{MMR_{in}}$  representan los coeficientes de Coulomb y viscoso de los componentes del MMR sincronizados con el sistema de entrada, i.e., aquellos que admiten movimiento bidireccional, como por ejemplo el eje de entrada y el eje auxiliar, junto con los engranajes y rodamientos asociados a ellos y la interacción el fluido lubricante. Dado que el motor DCPM es parte del sistema de entrada de la configuración experimental que se desea caracterizar (ver Fig. 3.8c), las pérdidas de entrada asociadas a esta prueba son:

$$\check{T}_{L|in}^{\pm} = \check{T}_{D|in}^{\pm} = sg(\dot{\theta}_{in}) \check{T}_{c|in}^{\pm} + \check{B}_{in}^{\pm} \dot{\theta}_{in}. \quad (3.99)$$

Por otro lado, las pérdidas de salida se expresan como:

$$\check{T}_{L|out} = \check{T}_{D|out} = \check{T}_{c|out} + \check{B}_{out} \dot{\theta}_{out}, \quad (3.100)$$

Así, los torques de entrada y salida se determinan como:

$$T_{in} = T_{exc|in} - \check{T}_{L|in} = T_{pm} - sg(\dot{\theta}_{in}) \check{T}_{c|in}^{\pm} - \check{B}_{in}^{\pm} \dot{\theta}_{in} \quad (3.101)$$

$$T_{out} = T_{exc|out} - \check{T}_{L|out} = -\check{T}_{c|out} - \check{B}_{out} \dot{\theta}_{out} \quad (3.102)$$

Introduciendo estos torques en la E-EQM (3.59a), se obtiene:

$$sg(\dot{\theta}_{in}) \check{T}_{c|in}^{\pm} + \check{B}_{in}^{\pm} \dot{\theta}_{in} = T_{pm} + sg(\dot{\theta}_{in}) N_r (\check{T}_{c|out} + \check{B}_{out} \dot{\theta}_{out}) \quad (3.103)$$

Es importante destacar que la función  $sg(\dot{\theta}_{in})$  se utiliza para considerar tanto velocidades positivas como negativas del sistema de entrada. Se realizaron pruebas experimentales a diferentes puntos de velocidad constante, midiendo indirectamente la velocidad de entrada y salida ( $\dot{\theta}_{out} = sg(\dot{\theta}_{in}) N_r \dot{\theta}_{in}$ ) y el torque del impulsor primario ( $T_{pm}$ ). Los resultados se grafican en la Figura 3.9b para el lado derecho de la ecuación (3.103) en función de  $\dot{\theta}_{in}$ . Luego, de manera similar al caso anterior, se estiman los torques de Coulomb y los coeficientes viscosos correspondientes,  $\check{T}_{c|in}^+$ ,  $\check{T}_{c|in}^-$ , y  $\check{B}_{in}^+$ ,  $\check{B}_{in}^-$ .

### 3.5.2.2. Paso 2: Pruebas con Velocidad Variable

Este paso comprende dos pruebas distintas de velocidad variable. Inicialmente, se realizan pruebas de decaimiento libre en los sistemas de entrada y salida con el MMR desacoplado para estimar los momentos de inercia de entrada y salida,  $\check{I}_{in}$  y  $\check{I}_{out}$ . A continuación, el MMR se excita mediante una función de corriente alterna (AC), lo que conduce a la dinámica distintiva de acoplamiento-desacoplamiento del MMR. A partir de estos experimentos, se selecciona una serie de  $N$  intervalos donde el MMR está desacoplado para optimizar de forma independiente los conjuntos de parámetros  $\{\check{B}_{in}^+, \check{B}_{in}^-, \check{T}_{c|in}^+, \check{T}_{c|in}^-, \check{I}_{in}\}$  para el sistema de entrada y  $\{\check{B}_{out}, \check{T}_{c|out}, \check{I}_{out}\}$  para el sistema de salida. Es importante señalar que los momentos de inercia estimados de los sistemas de entrada y salida en la primera parte de este paso, junto con los términos viscosos y de Coulomb obtenidos en el primer paso, y las constantes de torque del motor DCPM y el generador AFPM, proporcionan la condición inicial para el esquema de optimización llevado a cabo.

En todos los escenarios evaluados durante el *Paso 2*, se mantiene la relación de velocidad  $\dot{\theta}_{out} > N_r |\dot{\theta}_{in}| > 0$ , lo que significa que ambos OWBs están desacoplados y  $T_{fw_G} = T_{fw_a} = T_{fw_b} = 0$ . En esta situación, debido a las velocidades no nulas de entrada y salida, las pérdidas del modelo simplificado de fricción son  $\check{T}_{L|in} = \check{T}_{D|in}$  y  $\check{T}_{L|out} = \check{T}_{D|out}$ , según (3.72a). Luego, los torques de entrada y salida son:

$$T_{in} = T_{exc|in} - \check{T}_{L|in} = T_{exc|in} - sg(\dot{\theta}_{in}) (\check{T}_{c|in}^\pm + \check{S}_{in}) - \check{B}_{in}^\pm \dot{\theta}_{in} \quad (3.104)$$

$$T_{out} = T_{exc|out} - \check{T}_{L|out} = T_{exc|out} - \check{T}_{c|out} - \check{S}_{out} - \check{B}_{out} \dot{\theta}_{out} \quad (3.105)$$

Esto conduce a las G-EQM (3.62a-3.62b):

$$T_{exc|in} - sg(\dot{\theta}_{in}) (\check{T}_{c|in}^\pm + \check{S}_{in}) - \check{B}_{in}^\pm \dot{\theta}_{in} = \check{I}_{in} \ddot{\theta}_{in}, \quad (3.106a)$$

$$T_{exc|out} - \check{T}_{c|out} - \check{S}_{out} - \check{B}_{out} \dot{\theta}_{out} = \check{I}_{out} \ddot{\theta}_{out}, \quad (3.106b)$$

**Determinación de los Momentos de Inercia de Entrada y Salida** El impulsor primario se conecta al eje de entrada del MMR, mientras que al eje de salida se conectan volantes de inercia calibrados junto con el generador AFPM en una configuración de circuito abierto ( $T_{exc|out}=0$ ) (ver Figura 3.8c). El impulsor primario excita el MMR hasta alcanzar una velocidad específica donde se interrumpe el suministro de energía ( $T_{exc|in}=0$ ), lo que provoca un decaimiento libre en los sistemas de entrada y salida, como se muestra en la Figura 3.10a. Es importante notar que debido a los volantes de inercia adicionales, la curva de decaimiento del sistema de salida tarda más en detenerse en comparación con el sistema de entrada.

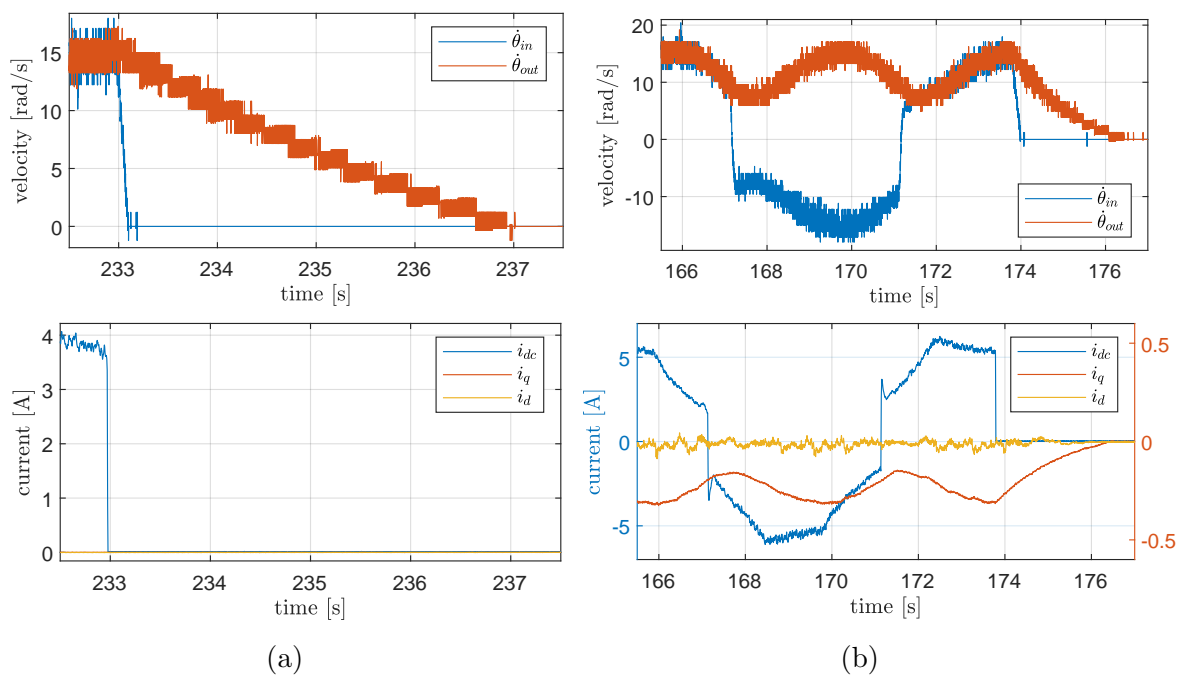


Figura 3.10: Pruebas de velocidad variable con el MMR desacoplado. (a) Curvas de decaimiento libre de los sistemas de entrada y salida. (b) Pruebas forzadas de velocidad variable utilizadas para la optimización de los parámetros de pérdidas dinámicas de entrada y salida. Arriba: Velocidades de entrada-salida. Abajo: Corrientes del motor DCPM y del generador AFPM.

Las curvas de decaimiento libre con el MMR desacoplado se analizan a una velocidad suficientemente alta para despreciar la influencia de los términos de Stribeck. Para determinar los momentos de inercia  $\check{I}_{in}$  y  $\check{I}_{out}$ , se multiplican las ecuaciones (3.106a) y (3.106b) por sus respectivas velocidades y se integran a ambos lados entre los instantes de tiempo inicial y final,  $t_0$  y  $t_f$ , respectivamente. Así, los momentos de

inercia se calculan como sigue:

$$\check{I}_{in} = \frac{-2 \int_{t_0}^{t_f} sg(\dot{\theta}_{in}) T_{c|in}^{\pm} \dot{\theta}_{in} dt - 2 \int_{t_0}^{t_f} B_{in}^{\pm} \dot{\theta}_{in}^2 dt}{\dot{\theta}_{in}^2(t_f) - \dot{\theta}_{in}^2(t_0)} \quad (3.107)$$

$$\check{I}_{out} = \frac{-2 \int_{t_0}^{t_f} T_{c|out}^{\pm} \dot{\theta}_{out} dt - 2 \int_{t_0}^{t_f} B_{out}^{\pm} \dot{\theta}_{out}^2 dt}{\dot{\theta}_{out}^2(t_f) - \dot{\theta}_{out}^2(t_0)} \quad (3.108)$$

En el caso del sistema de entrada, se consideran decaimientos libres con velocidades tanto positivas como negativas, capturadas mediante la función  $sg(\dot{\theta}_{in})$ . Los torques de Coulomb y los coeficientes viscosos para los sistemas de entrada y salida, determinados en el *Paso 1*, se introducen en las ecuaciones anteriores. Los valores de velocidad inicial y final se miden de manera indirecta, mientras que las integrales se resuelven numéricamente para obtener una estimación de  $\check{I}_{in}$  y  $\check{I}_{out}$ , respectivamente.

**Optimización de Parámetros** El impulsor primario se conecta al eje de entrada del MMR, mientras que el generador AFPM, con un arreglo de resistencias tipo Y en su salida eléctrica, está conectado al eje de salida del MMR. En este contexto, el impulsor principal excita al MMR con una función alterna, lo que resulta en la dinámica característica de acoplamiento-desacoplamiento, como se muestra en la Figura 3.10b. En este escenario, tanto los torques de excitación de entrada como de salida son diferentes de cero y se determinan mediante las ecuaciones (3.92) y (3.93), respectivamente.

En cierto punto, aproximadamente a  $t \approx 174$  s en la Figura 3.10b, la fuente de alimentación del impulsor primario se interrumpe ( $T_{exc|in} = 0$ ), lo que da como resultado una curva de decaimiento con carga del sistema de salida.

Para el proceso de optimización del conjunto de parámetros de entrada  $\{\check{B}_{in}^+, \check{B}_{in}^-, \check{T}_{c|in}^+, \check{T}_{c|in}^-, \check{I}_{in}, k_t\}$ , se seleccionan  $N$  dominios de optimización, similares a los mostrados en la Figura 3.11, a partir de la prueba general de velocidad variable representada en la Figura 3.10b. De manera similar, para el esquema de optimización del conjunto de parámetros de salida  $\{\check{B}_{out}, \check{T}_{c|out}, \check{I}_{out}, \lambda_m\}$ , se seleccionaron otros  $N$  dominios diferentes, similares al mostrado en la Figura 3.12.

Los dominios de optimización de los parámetros de entrada y salida se eligen de modo que el MMR permanezca desacoplado y opere a una velocidad lo suficientemente alta como para despreciar los términos de Stribeck. Es importante destacar que para el sistema de entrada se consideran intervalos donde la velocidad  $\dot{\theta}_{in}$  es positiva y negativa, como se muestra en las Figuras 3.11a y 3.11b. De esta manera, el esquema



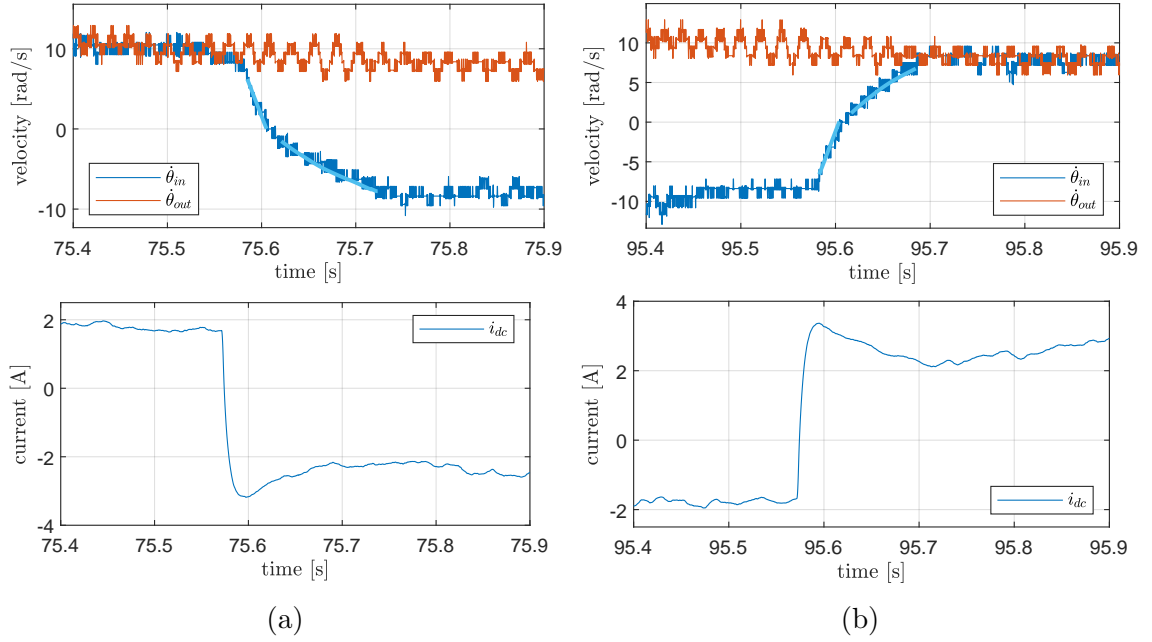


Figura 3.11: Optimización de los momentos de inercia del sistema de entrada y los parámetros de fricción a lo largo de diferentes pruebas de velocidad variable. Se muestran las simulaciones realizadas dentro del dominio de optimización  $i$ -ésimo con los parámetros optimizados vs. las mediciones experimentales de velocidad.

adoptado permite un ajuste independiente de los conjuntos de parámetros de entrada y salida, reduciendo la complejidad de la optimización y el costo computacional asociado.

Cada iteración del proceso de optimización implica  $N$  simulaciones numéricas, utilizando las ecuaciones desacopladas de movimiento (3.106a-3.106b), donde se calcula el error cuadrático medio entre las velocidades instantáneas experimentales y simuladas para cada dominio seleccionado como sigue:

$$e_{mse|sy}^i = \frac{1}{t_f^i - t_0^i} \int_{t_0^i}^{t_f^i} \left( \dot{\theta}_{sy|exp}^i(t) - \dot{\theta}_{sy|simu}^i(t) \right)^2 dt \quad (3.109)$$

donde  $sy$  puede tomar los valores  $in$  o  $out$ , dependiendo del sistema analizado. La función de costo a minimizar se define como:

$$\mathcal{J}_{sy} := e_{mse|sy} = \sum_{i=1}^N e_{mse|sy}^i, \quad (3.110)$$

Este enfoque optimiza simultáneamente los conjuntos de parámetros de entrada y salida considerando los  $N$  dominios, con el objetivo de generalizar los resultados y evitar el sobreajuste a una única curva experimental. La Figura 3.12 muestra múltiples simulaciones correspondientes a iteraciones del proceso de optimización, ilustrando cómo las curvas simuladas se ajustan a las mediciones experimentales de velocidad.

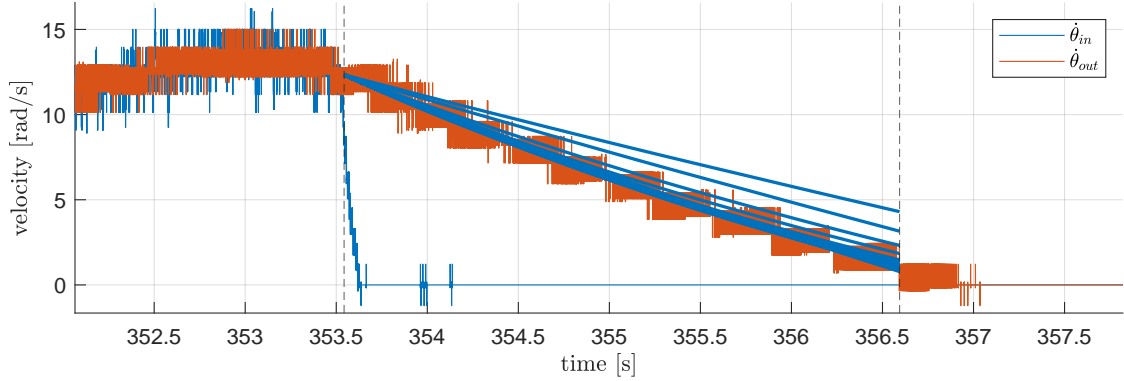


Figura 3.12: Optimización del conjunto de parámetros del sistema de salida dentro del dominio  $i$ -ésimo. Se muestran múltiples curvas de simulación, cada una correspondiente a una iteración de proceso de optimización, ilustrando la evolución del esquema planteado.

Este método asegura un ajuste integral de los parámetros del modelo a lo largo de una amplia gama de velocidades operativas, garantizando así la robustez y la precisión del modelo optimizado.

### 3.5.2.3. Paso 3: Pruebas Estáticas

Este paso involucra dos pruebas estáticas distintas. En la primera, mientras el sistema de entrada permanece estático, el sistema de salida se acelera para asegurar que el MMR esté desacoplado. Además, se aplica un torque de excitación en rampa al sistema de entrada para iniciar su movimiento, lo que permite la determinación de  $\tilde{T}_{s|in}$  justo en el punto de arranque, donde el torque de excitación coincide con el torque estático de fricción de entrada. En la segunda prueba, el MMR está inicialmente estático, y tanto el sistema de entrada como el de salida se aceleran en el modo acoplado cuando son excitados por el torque de excitación en rampa aplicado al sistema de entrada. Con  $\tilde{T}_{s|in}$  ya determinado,  $\tilde{T}_{s|out}$  se calcula utilizando esta configuración.

El proceso implica una prueba de dos partes para determinar los torques estáticos de los sistemas de entrada y salida:  $\tilde{T}_{s|in}$  y  $\tilde{T}_{s|out}$ .

**Pruebas con el MMR Desacoplado** El impulsor primario se conecta al eje de entrada del MMR ( $T_{exc|in} = T_{pm}$ ), mientras que el sistema de salida se acelera manualmente para asegurar que el MMR permanezca desacoplado. Esto significa que en ningún momento se transfiere potencia desde el sistema de entrada al de salida, dado que  $T_{fw_G} = T_{fw_a} = T_{fw_b} = 0$ . Para forzar el arranque del sistema de entrada, se aplica un torque de excitación tipo rampa con el impulsor primario.

Inicialmente, antes de que el MMR acelere, se cumple la condición  $\dot{\theta}_{out} > N_r|\dot{\theta}_{in}| = 0$ , y las pérdidas de entrada vienen dadas por la ecuación (3.75). En este contexto, el torque externo aplicado al eje de entrada es  $T_{xt|in} = T_{exc|in} = T_{pm}$  según (3.77). Es importante notar que, justo antes de que el sistema de entrada arranque,  $\check{T}_{Z|in} = sg(T_{xt|in})\check{T}_{s|in}$  y  $\check{\theta}_{in} = 0$ . Considerando el escenario descrito, la G-EQM (3.62a) resulta:

$$T_{pm} = sg(T_{pm})\check{T}_{s|in} \quad (3.111)$$

Este método permite entonces la determinación de  $\check{T}_{s|in}$  mediante la medición de  $T_{pm}$  justo antes del instante de arranque del sistema de entrada. No obstante, debido a tolerancias de fabricación y ensamblaje, el torque estático  $\check{T}_{s|in}$  de la plataforma experimental presenta variaciones con respecto a la posición angular del eje de entrada. Por este motivo, el torque estático se evalúa en diferentes posiciones  $\theta_{in}$ . Una prueba estática ilustrativa para  $\theta_{in} = 60^\circ$  se presenta en la Figura 3.13a. El movimiento se detecta mediante la medición de la evolución de la posición del sistema de entrada utilizando el encoder (7a). Dos umbrales de posición distintos, señalados por círculos, se analizan individualmente para estimar el instante en que realmente comienza el movimiento. De este modo, es posible analizar y diferenciar los efectos del backlash sobre el arranque del sistema. Una vez determinado el punto de arranque, el torque estático se calcula utilizando la ecuación (3.111). Para cada posición del eje de entrada, se realizan múltiples pruebas obteniendo  $\check{T}_{s|in}^i |_{\theta_{in}}$  para cada una, ver Figura 3.13b. El valor promedio de estas pruebas se calcula para determinar el torque estático final para una posición específica del eje de entrada, denominado  $\check{T}_{s|in} |_{\theta_{in}}$ .

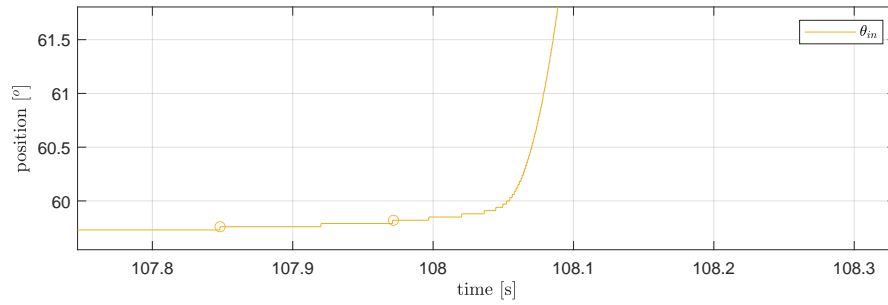
Este proceso se repite con una resolución de  $30^\circ$  en la posición del eje de entrada para obtener los resultados globales mostrados en la Figura 3.14.

**Pruebas con el MMR Estático** El impulsor principal se conecta al eje de entrada del MMR ( $T_{exc|in} = T_{pm}$ ), mientras que el eje de salida se conecta al generador AFPM en una configuración de circuito abierto ( $T_{exc|out} = 0$ ). Inicialmente, el MMR está estático, por lo que  $\dot{\theta}_{out} = N_r|\dot{\theta}_{in}| = 0$ , y las pérdidas de entrada y salida están dadas por la ecuación (3.75). Justo antes de que comience el movimiento del MMR, las aceleraciones de entrada y salida son nulas, y  $\check{T}_{Z|in} = sg(xt|in)\check{T}_{s|in}$  y  $T_{Z|out} = \check{T}_{s|out}$ . En este escenario, la E-EQM (3.59a) resulta:

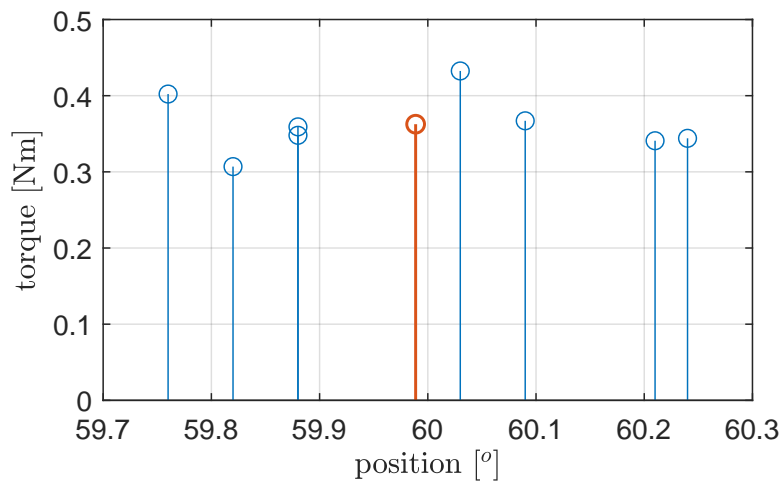
$$T_{pm} - sg(T_{xt|in})\check{T}_{s|in} - sg(T_{in})N_r\check{T}_{s|out} = 0 \quad (3.112)$$

Reorganizando la ecuación anterior, teniendo en cuenta que  $sg(T_{in}) = sg(T_{exc|in}) = sg(T_{pm})$ , arroja:

$$\check{T}_{s|out} = |T_{pm}| - \check{T}_{s|in} \quad (3.113)$$



(a) Posición del sistema de entrada en función del tiempo para la prueba estática i-ésima.



(b) Conjunto de valores de torques estáticos para  $\theta_{in} = 60^\circ$ ,  $\check{T}_{s|in}^i|_{60^\circ}$ , junto con su promedio  $\check{T}_{s|in}|_{60^\circ}$ .

Figura 3.13: Prueba estática para  $\theta_{in} = 60^\circ$ , realizada con el MMR desacoplado.

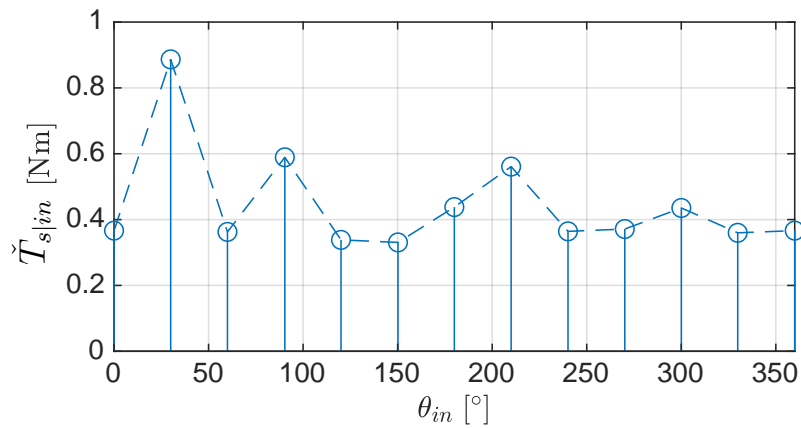


Figura 3.14: Torque estático del sistema de entrada en función de la posición angular.

De esta manera, mediante la medición de  $T_{pm}$ , es posible obtener el torque estático de salida  $\check{T}_{s|out}$ , considerando que  $\check{T}_{s|in}$  se conoce del paso anterior. A diferencia del sistema de entrada,  $\check{T}_{s|out}$  no depende significativamente de la posición angular del eje de salida  $\theta_{out}$ . Para determinar su valor, se lleva a cabo el siguiente procedimiento. Primero, se posiciona el eje de entrada en una de las posiciones específicas evaluadas en las pruebas con el MMR desacoplado descritas anteriormente. Luego, el impulsor primario suministra un incremento gradual de torque de excitación hasta que se detecta el movimiento del eje de salida a través del encoder (7b), ver Figura 3.15a. Para cada posición del eje de entrada, se llevan a cabo múltiples pruebas, obteniendo  $T_{pm}^i|_{\theta_{in}}$  para cada una, como se muestra en la Figura 3.15b. Restando el torque estático de entrada  $\check{T}_{s|in}|_{\theta_{in}}$  (conocido del paso anterior) del promedio de los torques relevados del impulsor principal en la posición dada del eje de entrada,  $T_{pm}|_{\theta_{in}}$ , se obtiene una estimación del torque estático de salida para  $\theta_{in}$ , de acuerdo con (3.113), designado como  $\check{T}_{s|out}|_{\theta_{in}}$ . El valor final de  $\check{T}_{s|out}$  se obtiene promediando los valores obtenidos para cada posición del rotor de entrada.

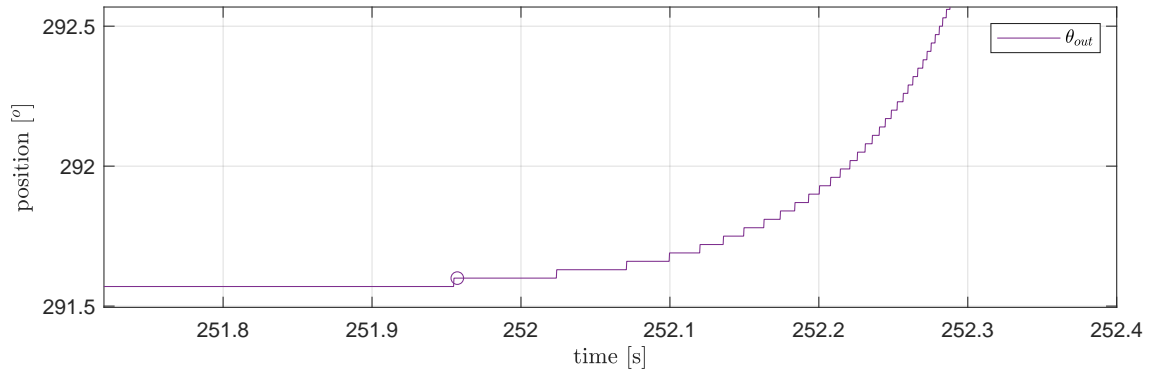
#### 3.5.2.4. Paso 4: Pruebas a Bajas Velocidades

En primer lugar, se obtiene una estimación inicial de los parámetros de fricción de Stribeck utilizando [161]. Posteriormente, se realiza un ajuste fino de estos parámetros mediante un procedimiento de optimización similar al descrito en el segundo paso, utilizando los mismos experimentos de velocidad variable. Sin embargo, en este caso, a diferencia del *Paso 1*, las curvas se analizan a velocidades más bajas, próximas a cero, donde la influencia del término de Stribeck es más significativa.

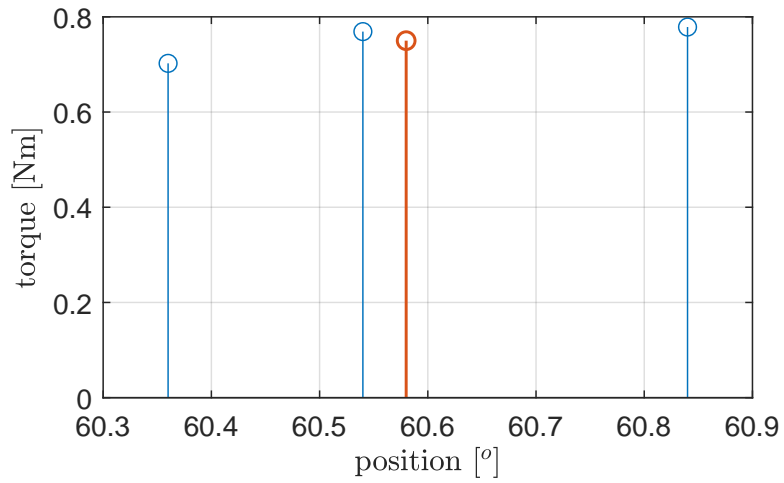
Tabla 3.1: Parámetros Experimentales.

Símbolo	Valor	Símbolo	Valor	Símbolo	Valor
$\check{I}_{in}$	$4.5722e^{-3} \text{ kg m}^2$	$k_t$	0.3056 Nm/A	$\check{\delta}_{str in}^{\pm}$	0.5025
$\check{I}_{out}$	$0.0845 \text{ kg m}^2$	$\check{T}_{c in}^+$	0.4138 Nm	$\check{T}_{s out}$	0.2959 Nm
$N_r$	1	$\check{T}_{c in}^-$	0.4271 Nm	$\check{T}_{c out}$	0.173 Nm
$\lambda'_m$	0.1189 Nm/A	$\check{B}_{in}^+$	$6.521e^{-3} \text{ Nm/rad/s}$	$\check{B}_{out}$	0.0153 Nm/rad/s
$L_d$	553.4566 $\mu\text{H}$	$\check{B}_{in}^-$	$3.976e^{-3} \text{ Nm/rad/s}$	$\check{\omega}_{str out}$	0.2 rad/s
$L_q$	553.4566 $\mu\text{H}$	$\check{\omega}_{str in}^{\pm}$	0.2 rad/s	$\check{\delta}_{str out}$	0.5
$P$	20				

Por medio del procedimiento secuencial de 4 pasos descrito, es posible caracterizar los momentos de inercia del MMR experimental, así como los parámetros asociados al



(a) Posición del sistema de salida en función del tiempo para la prueba estática  $i$ -ésima.



(b) Conjunto de valores de torques estáticos para  $\theta_{in} = 60^\circ$ ,  $\check{T}_{s|in}^i|_{60^\circ}$ , junto con su promedio  $\check{T}_{s|in}|_{60^\circ}$ .

Figura 3.15: Prueba estática para  $\theta_{in} = 60^\circ$ , realizada con el MMR inicialmente estático.

modelo de fricción. Los valores obtenidos luego de aplicar el procedimiento propuesto se muestran en la Tabla 3.1. A continuación, se evaluará el desempeño del modelo parametrizado para describir la dinámica no lineal de la plataforma experimental que integra el MMR.

### 3.5.3. Pruebas Experimentales

Se llevaron a cabo dos pruebas experimentales en laboratorio para validar diferentes aspectos del modelo propuesto. La primera prueba tiene como objetivo validar la G-EQM y la condición de desacoplamiento basada en torque, que son fundamentales para caracterizar los modos de transmisión de potencia y stand-by. La segunda prueba se centró en validar los modos de transmisión bloqueado y desbloqueado, así como la transición entre ellos.

Las variables experimentales necesarias para las dos pruebas de validación son medidas directamente o calculadas utilizando las mediciones adquiridas. El procedimiento descrito a continuación se lleva a cabo. La corriente del DCPM,  $i_{dc}$ , se mide directamente y se utiliza para calcular el torque electromagnético del DCPM,  $T_{em|DCPM}$ , utilizando la ecuación (3.92). Además, la posición angular del generador AFPM, así como sus tres corrientes de línea, también se miden directamente y se emplean para calcular las corrientes  $qd$ ,  $i_q$  e  $i_d$ , utilizando la transformación de Park [93]. Estas corrientes se utilizan luego para determinar el torque electromagnético del AFPM,  $T_{em|AFPM}$ , a través de la ecuación (3.93). Además, los torques electromagnéticos de las dos máquinas se sustituyen en las ecuaciones (3.72)-(3.78), junto con las posiciones y velocidades medidas directamente, para calcular las pérdidas de entrada y salida,  $\tilde{T}_{L|in}$  y  $\tilde{T}_{L|out}$ . Finalmente, los torques de entrada, salida y desacoplamiento,  $T_{in}$ ,  $T_{out}$  y  $T_{dis}$ , se calculan utilizando las ecuaciones (3.91a), (3.91b) y (3.53), respectivamente.

#### 3.5.3.1. Prueba 1

El torque electromagnético del DCPM,  $T_{em|DCPM}$ , se genera alimentando al motor con una fuente DC y un puente H. La función de tensión aplicada es periódica, con una amplitud pico a pico de 16 V y un período de  $t_p=8$  s. Es importante destacar que la corriente de armadura,  $i_{dc}$ , no está controlada y depende de la carga del sistema. El torque electromagnético del generador AFPM,  $T_{em|AFPM}$ , se produce conectando un arreglo en forma de Y de tres resistencias, cada una con un valor de  $56 \Omega$ . Además, el torque activo,  $T_{act}$ , es cero para la *Prueba 1*. Las velocidades experimentales de entrada

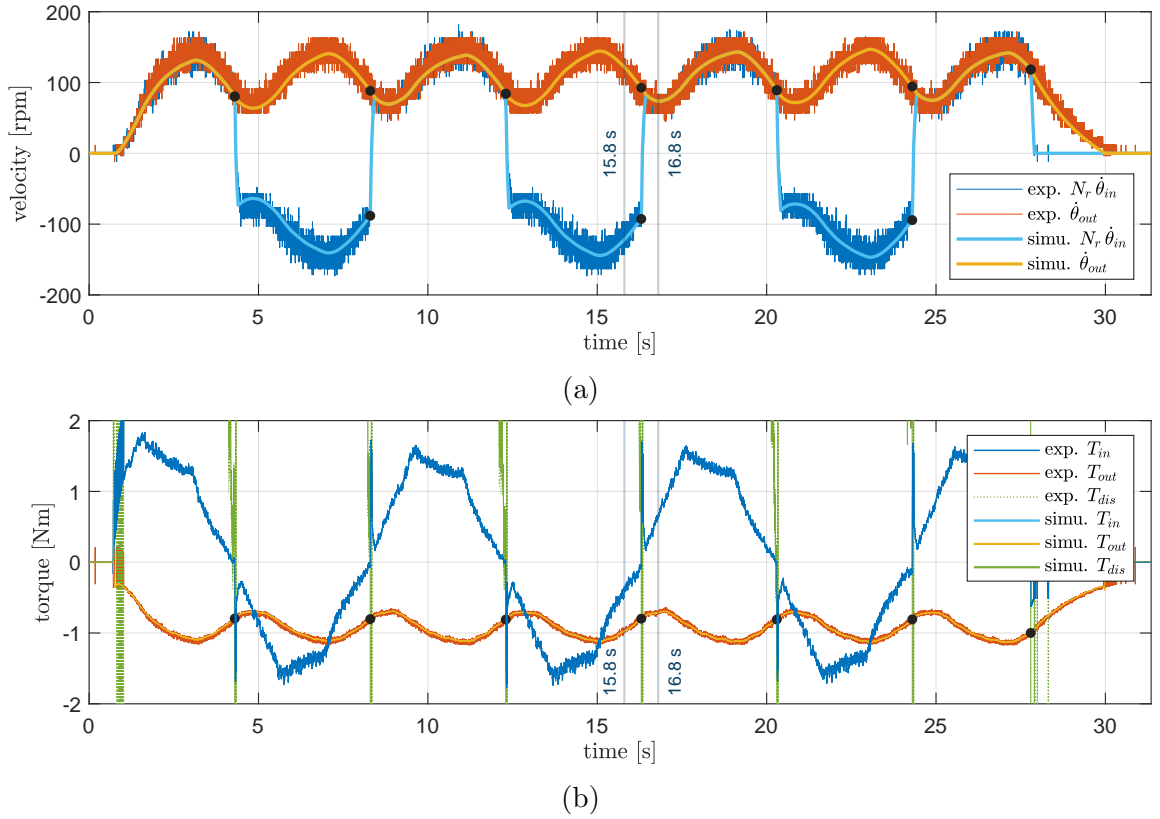


Figura 3.16: Prueba Experimental 1: validación de la G-EQM y la condición de desacoplamiento. Comparación de las (a) velocidades y (b) torques experimentales y simulados.

y salida medidas,  $N_r \dot{\theta}_{in}$  y  $\dot{\theta}_{out}$ , junto con los torques experimentales de entrada, salida y desacoplamiento,  $T_{in}$ ,  $T_{out}$  y  $T_{dis}$ , se presentan en las Figuras 3.16a y 3.16b, respectivamente.

Además, se realiza una simulación numérica para comparar los resultados del modelo propuesto con las mediciones experimentales. La simulación toma como entrada los torques experimentales (medidos indirectamente)  $T_{em|DCPM}$  y  $T_{em|AFPM}$ , y genera como salidas  $\theta_{in}$ ,  $\dot{\theta}_{in}$ ,  $\theta_{out}$ ,  $\dot{\theta}_{out}$ ,  $T_{in}$ ,  $T_{out}$  y  $T_{dis}$ , siguiendo el procedimiento descrito a continuación. Primero, se establecen las condiciones iniciales para la simulación de acuerdo con las posiciones y velocidades de los ejes de entrada y salida medidos directamente en  $t=0$  s. Luego, los torques experimentales  $T_{em|DCPM}$  y  $T_{em|AFPM}$ , junto con las posiciones y velocidades simuladas, se utilizan para calcular las pérdidas  $T_{L|in}$  y  $T_{L|out}$  para el  $i$ -ésimo paso de tiempo usando las ecuaciones (3.72-3.78). Posteriormente,  $T_{in}$  y  $T_{out}$  se determinan utilizando (3.91a)-(3.91b). Luego, los torques de entrada y salida se introducen en la G-EQM o LK-EQM, según corresponda, siguiendo el algoritmo presentado en la Sección 3.4.1, para calcular las posiciones y velocidades en el siguiente paso de tiempo. Durante este proceso,  $T_k$  y  $T_{dis}$  se calculan sustituyendo los



valores simulados de  $\dot{\theta}_{in}$ ,  $T_{in}$  y  $T_{out}$  en las ecuaciones (3.40) y (3.53), respectivamente.

Los resultados de la simulación para las velocidades y torques se presentan junto con las mediciones experimentales correspondientes en las Figuras 3.16a y 3.16b, respectivamente. La comparación revela que el modelo del MMR reproduce con precisión la respuesta experimental en general. En particular, el acuerdo entre los conjuntos de datos de torque simulados y experimentales hace que en algunos casos sean casi indistinguibles.

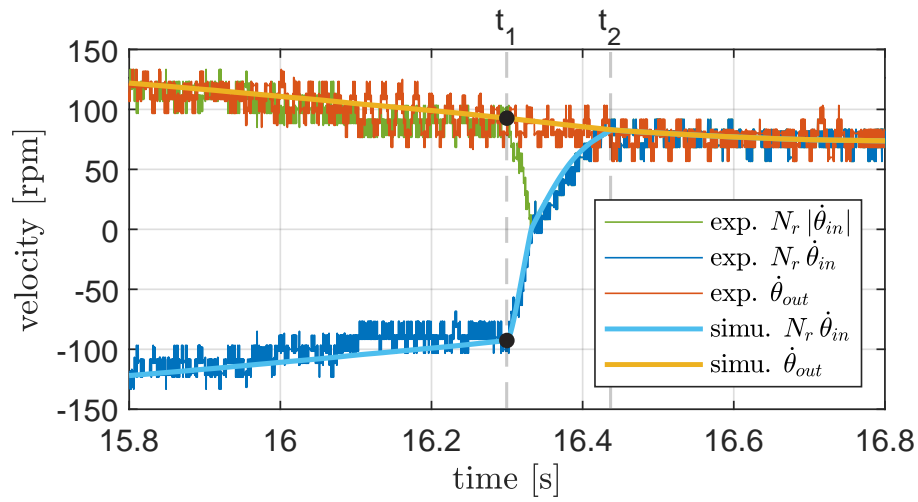
Para mejorar la claridad y examinar detalladamente un evento de desacoplamiento, la Figura 3.17 proporciona una visión detallada de los resultados en el intervalo (15,8, 16,8) s. Notar que el torque simulado  $T_{fw_G}$  también se incluye en esta representación.

Como se muestra en la Figura 3.17a, el MMR está acoplado (Definición 5) durante (15,8,  $t_1$ ], donde las velocidades experimentales y simuladas satisfacen  $\dot{\theta}_{out} = N_r |\dot{\theta}_{in}|$ . La condición de desacoplamiento (Definición 11) se cumple cuando  $T_{out} > T_{dis}$  en  $t_1$ , como se muestra en la Figura 3.17b. Aquí, las aceleraciones de entrada y salida satisfacen (3.55b), lo que hace que las velocidades de entrada y salida comiencen a diferir. En otras palabras, el MMR cambia al modo desacoplado donde  $\dot{\theta}_{out} > N_r |\dot{\theta}_{in}|$  se mantiene (Definición 8). Desde  $t_1$  en adelante, el sistema permanece desacoplado hasta que las velocidades se igualan en  $t_2$ , indicando un cambio de vuelta al modo acoplado.

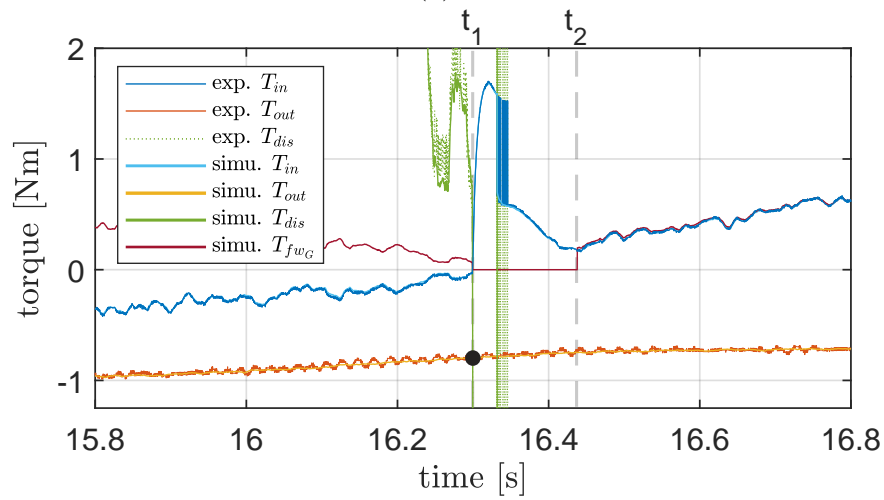
Además, se observa que  $T_{fw_G} > 0$  y  $\dot{\theta}_{out} = N_r |\dot{\theta}_{in}|$  durante los intervalos (15,8,  $t_1$ ) y [ $t_2$ , 16,8), por lo tanto, el MMR está acoplado en el modo de transmisión de potencia según la Definición 12. También se observa que  $T_{fw_G} = 0$  para el evento de desacoplamiento en  $t_1$ , y también mientras el MMR está desacoplado durante ( $t_1$ ,  $t_2$ ). En consecuencia, no se transmite potencia a través del MMR,  $P_{fw_G} = 0$ , a lo largo de [ $t_1$ ,  $t_2$ ).

Sin embargo, se puede deducir de la Figura 3.17a-3.17b que la potencia del sistema de salida,  $P_{out} = T_{out} \dot{\theta}_{out}$ , durante todo el intervalo (15,8, 16,8) s, satisface  $P_{out} < 0$ . Esto significa que el sistema de salida está absorbiendo potencia no solo cuando el MMR está acoplado en el modo de transmisión de potencia, sino también cuando está desacoplado y no se está transmitiendo potencia a través del MMR.

Además, cabe destacar que la constante paramétrica  $N_r \check{I}_{out} / \check{I}_{in} \approx 22$  para la configuración experimental específica ilustrada en la Figura 3.8c (consulte la Tabla 3.1). Como se define en (3.53) para  $T_{dis}$ , la magnitud de  $T_{in}$  se magnifica significativamente por esta constante. Esto resulta en valores de torque de desacoplamiento que están fuera del área del gráfico tanto de la Figura 3.16b como de la Figura 3.17b,



(a)



(b)

Figura 3.17: *Prueba Experimental 1*: validación de la G-EQM y la condición de desacoplamiento basada en torque. Comparación de las (a) velocidades y (b) torques experimentales y simulados durante un evento de desacoplamiento.

los cuales han sido intencionalmente omitidos con fines de visualización. No obstante, examinando  $T_{in}$  y considerando el valor de  $sg^*(\dot{\theta}_{in})$ , se pueden inferir los segmentos omitidos de la curva de torque de desacoplamiento utilizando la definición (3.53).

Otra consecuencia de la significativa amplificación del torque de entrada experimental es el aumento del ruido intrínseco heredado por la curva experimental  $T_{dis}$ , como se ilustra en la Figura 3.17b. Además de esto, el ruido presente en la variable  $\dot{\theta}_{in}$  experimental, mostrado en la Figura 3.17a, causa oscilaciones en el cálculo de  $T_{dis}$  cuando la velocidad de entrada está cerca de cero. Estas oscilaciones resultan de la presencia de  $sg^*(\dot{\theta}_{in})$  en la definición (3.53), y de cómo se determinan el torque de desacoplamiento y el torque de entrada basados en los parámetros experimentales. Sin embargo, es importante destacar que este fenómeno no afecta la detección del evento de desacoplamiento, dado que el MMR ya está desacoplado cuando la velocidad de entrada cruza por cero.

La excelente concordancia observada entre el experimento y la simulación durante el evento de desacoplamiento confirma la eficacia de la condición de desacoplamiento basada en torque propuesta en este trabajo. Además, la validación de esta condición implica que no puede transferirse potencia desde el eje de salida al eje de entrada, de acuerdo con (3.22) y la Observación 5.

Dado que  $T_{out}$  en esta prueba es un torque pasivo determinado por las pérdidas por fricción del sistema de salida y las resistencias conectadas al generador, no es posible alcanzar el modo de acoplamiento bloqueado (consulte la Figura 3.5b). Esto motiva la realización de la *Prueba 2*.

### 3.5.3.2. Prueba 2

La segunda prueba tiene como objetivo validar los modos de transmisión bloqueado y desbloqueado del MMR, así como la condición de conmutación asociada, determinada por el torque de bloqueo. Para lograr esto, se adjunta una barra con un peso calibrado al eje de salida del MMR, aplicando un torque activo negativo de  $T_{act} = -1,98$  Nm (ver Fig. 3.18), mientras que el generador AFPM se mantiene en circuito abierto, por lo tanto  $T_{em|AFPM}$  es cero.

La Figura 3.19 presenta las velocidades y torques de salida experimentales y simulados de la *Prueba 2*. Inicialmente, hasta  $t_1$ , el MMR está estático y no se aplica excitación al DCPM, por lo que  $T_{em|DCPM} = T_{L|in} = 0$ , por lo tanto,  $T_{in}$  también es cero considerando (3.91a). Además,  $T_{L|out} = 0$  ya que  $T_{xt|out} = T_{act} < 0$ , ver (3.76), lo que resulta en  $T_{out} = T_{act} < T_{lk} = 0$ , de acuerdo a las definiciones de los torques de bloqueo y de salida (3.40) y (3.91b), respectivamente. En esta situación, el sistema

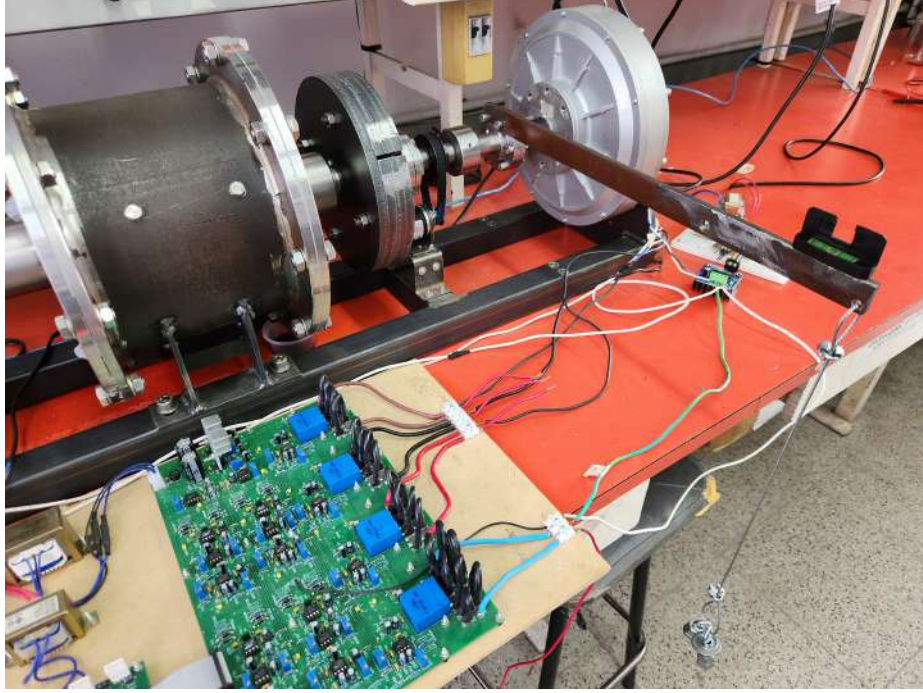
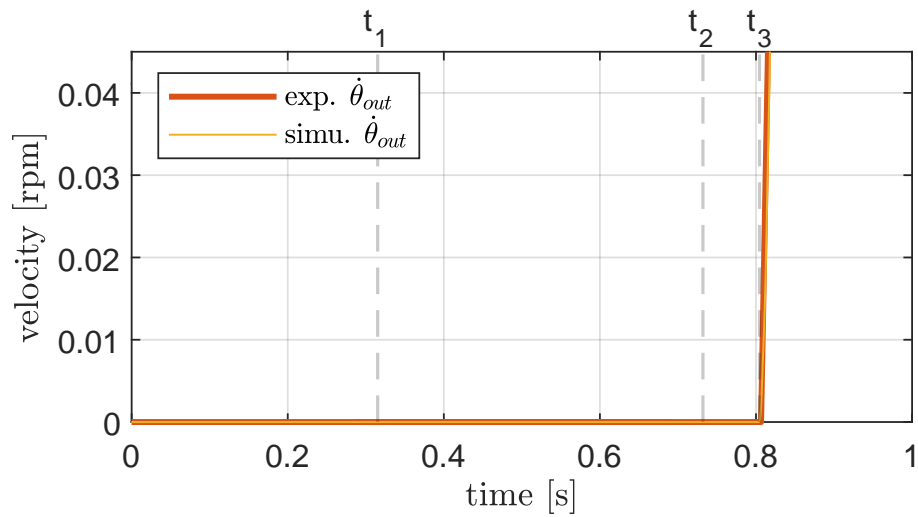


Figura 3.18: Configuración experimental para la *Prueba 2*. Se conecta un brazo de peso calibrado al MMR para aplicar un torque activo negativo a su eje de salida.

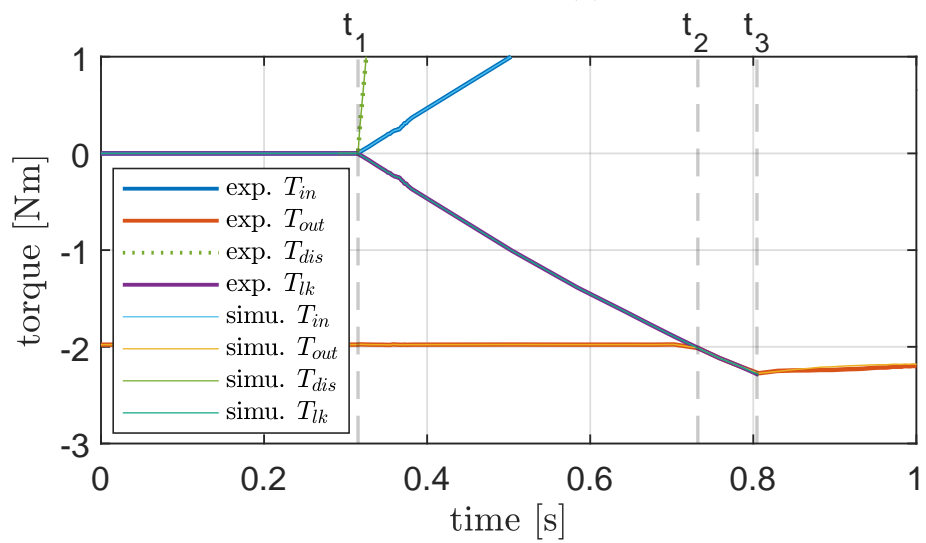
está bloqueado (Definición 9), y como resultado, permanece estático, como se puede observar en la Fig. 3.19a. Cabe destacar que este escenario también es consistente con la restricción de potencia unidireccional del MMR descrita en la Observación 5.

A partir de  $t_1$  en adelante, el motor DCPM se alimenta con una función rampa de tensión de 25 V/s para inducir el crecimiento del torque de entrada mostrado en la Fig. 3.19b. Tanto en la simulación como en el experimento, el sistema permanece bloqueado hasta  $t_2$ . En esos instantes,  $T_{out}=T_{lk}$ , lo que hace que el sistema se desbloquee según la Definición 10. Esta igualdad de torque persiste durante el intervalo  $[t_2, t_3)$ , como se muestra en la Fig. 3.19b, lo que resulta en que el MMR permanezca estático (Definición 7).

La condición  $T_{out}=T_{lk}$  se mantiene a lo largo del tiempo debido a los efectos de fricción estática, tal cual se explica detalladamente a continuación. Durante  $[t_2, t_3)$ , tanto las velocidades de entrada como de salida son cero, y también  $T_{in} = T_{em|DCPM} - \check{T}_{s|in} > 0$ , dado que  $|T_{xt|in}| > \check{T}_{s|in}$ . Sin embargo, como  $0 < T_{xt|out} < \check{T}_{s|out}$ , entonces se satisface que  $\check{T}_{L|out}=T_{xt|out}=T_{exc|AFPm}+T_{act}+|T_{in}|/N_r$ , de acuerdo con (3.72) y (3.78). Al sustituir este resultado en la definición del torque de salida (3.91b), se obtiene  $T_{out} = -|T_{in}|/N_r = T_{lk}$ . Finalmente, si el torque de salida se sustituye en la E-EQM (3.59b), resulta en  $\ddot{\theta}_{out} = 0$ , por lo tanto, el MMR permanece estático en el modo



(a)



(b)

Figura 3.19: *Prueba Experimental 2*: validación de las LK-EQM y G-EQM. Velocidades de salida (a) y torques (b) experimentales vs. simulados.

desbloqueado durante  $[t_2, t_3)$ . Es importante notar que esta situación es similar a la dinámica observada al final de la *ETAPA 4* durante la verificación del modelo.

Finalmente, en el instante  $t_3$  se cumple la condición de torque  $T_{lk} < T_{out} < T_{dis}$ . A partir de este momento, las aceleraciones de salida y entrada están relacionadas por  $\ddot{\theta}_{out} = sg^*(\dot{\theta}_{in}) N_r \ddot{\theta}_{in} > 0$ , como se indica en (3.55a) y (3.59b). En consecuencia, el eje de salida comienza a acelerar, tal cual puede apreciarse en la Figura 3.19a, y el MMR comienza a operar en el modo dinámico (Definición 6). Cabe destacar la gran concordancia que existe entre los resultados experimentales y simulados, tanto en las variables de velocidad como de torque.

## 3.6. Discusión

Esta sección discute los resultados de la verificación y validación del modelo del MMR propuesto, en el contexto de las limitaciones de los modelos actuales (ver Sección 3.2) que motivaron este estudio. A lo largo de la sección, se destaca cómo el modelo propuesto resuelve dichas limitaciones y se exploran posibles aplicaciones en WECs basados en MM.R

### 3.6.1. Modelado del Torque de Salida

Los estudios actuales sobre dispositivos basados en MMR [77, 74, 72, 147, 71] suelen representar el torque de salida del MMR como una combinación de una masa rotativa y una carga de amortiguamiento, junto con una condición de desacoplamiento basada en velocidad. Suponiendo que el MMR está acoplado, y sustituyendo el torque  $T_{out} = -B \dot{\theta}_{out} - I_\alpha \ddot{\theta}_{out}$  en la G-EQM, junto con las relaciones de velocidad y aceleración acopladas (3.49) y (3.58), se obtienen las siguientes formas específicas de la E-EQM:

$$T_{in} - B N_r \dot{\theta}_{in} = (\check{I}_{in|out} + N_r^2 I_\alpha) \ddot{\theta}_{in} \quad (3.114a)$$

$$\frac{sg^*(\dot{\theta}_{in})}{N_r} T_{in} - B \dot{\theta}_{out} = (\check{I}_{in|out}/N_r^2 + I_\alpha) \ddot{\theta}_{out} \quad (3.114b)$$

$$s.t. \quad \dot{\theta}_{out} = N_r |\dot{\theta}_{in}|,$$

$$T_{out} \leq T_{dis},$$

$$T_{out} \geq T_{lk} \quad \text{para} \quad \dot{\theta}_{out} = N_r |\dot{\theta}_{in}| = 0.$$

Se observa que  $sg^*(\dot{\theta})$  se cancela en la forma específica (3.114a), pero no en su expresión equivalente (3.114b). En este punto, algunas de las limitaciones mencionadas en la Sección 3.2 se hacen evidentes. En primer lugar, se debe tener en cuenta que los modelos actualmente disponibles en la literatura utilizan la forma particular de la E-EQM (3.114a), la cual no puede extenderse directamente para manejar funciones generales del torque de salida, ya que (3.59a) no se puede obtener a partir de

(3.114a). Esta limitación restringe los fenómenos del sistema de salida que el modelo puede representar, así como las estrategias de control que se pueden implementar. Además, modelar el torque de salida como una carga tipo masa-amortiguador implica necesariamente que  $T_{out}$  sea cero cuando el MMR está estático, es decir, no puede representar torques activos a velocidad cero. Como resultado, el modo de transmisión bloqueado, así como la condición de desacoplamiento cuando el MMR está estático, resultan inalcanzables si se utiliza este modelo, tal como puede comprobarse en la Figura 3.5b.

En este trabajo, el modelo propuesto de MMR incorpora las tres características detalladas en la Sección 3.2.1, lo que le permite manejar torques de salida arbitrarios. Cabe destacar que las funciones de torque de salida utilizadas en los análisis de verificación y validación, expresadas en las ecuaciones (3.85)-(3.90a) y (3.91b), respectivamente, no pueden implementarse directamente utilizando los modelos actuales para MMR SISO porque no presentan una representación general de  $T_{out}$ . Por ejemplo, en la *ETAPA 5* de la verificación del modelo, la mera inclusión de un torque de Coulomb en  $T_{out}$  hace que la forma específica de la E-EQM (3.114a) sea inadecuada. Además, el modelo propuesto permite la representación de torques activos incluso cuando el MMR está estático, como se demostró en la *ETAPA 4* y en la *Prueba 2*.

Adicionalmente, la capacidad del modelo para manejar torques de salida generales permitió la derivación de un modelo completo de fricción para dispositivos basados en MMR, que comprende los términos estático, de Coulomb, de Stribeck y viscoso tanto para los sistemas de entrada como de salida, así como para los dos OWBs en el MMR (consultar la Sección 3.3.10). La derivación de estas representaciones de fricción no hubiera sido posible sin el modelo de MMR generalizado presentado en este trabajo. En particular, el modelo de fricción simplificado se implementó y validó experimentalmente en la Sección 3.5, demostrando su representatividad. En contraste, las formulaciones existentes en la literatura que utilizan variaciones del caso particular de la E-EQM (3.114a), como por ejemplo [68, 91, 76], solo pueden incorporar el término viscoso en el torque de salida. Si bien estos trabajos demuestran consistencia entre los resultados de simulación y los experimentos, existe incertidumbre sobre cómo estos modelos de fricción resultan compatibles con sus ecuaciones dinámicas. Esta incertidumbre surge porque las formulaciones mencionadas carecen de una representación general del torque de salida, omiten la función signo generalizada (ver ecuación (3.59a)) y no consideran las restricciones impuestas por el modo bloqueado del MMR y los OWBs, entre otros, lo que hace que su compatibilidad no esté clara.

Finalmente, es importante resaltar que cualquier fenómeno específico asociado al MMR o bien aspectos únicos de la tecnología de los OWBs empleada, pueden integrarse sin problemas en el modelo dinámico agregando los términos correspondientes a las fuerzas generalizadas  $Q_{in}$  y  $Q_{out}$  del formalismo de Lagrange (similar a cómo se incorporaron las fuerzas disipativas en la dinámica del MMR).

En conclusión, las variaciones de la E-EQM (3.114a), ampliamente utilizadas en la literatura, están limitadas a representaciones dinámicas simples, como la mostrada en la *ETAPA 1* de la Sección 3.4. En contraste, el modelo propuesto en este trabajo demuestra robustez y versatilidad, permitiendo acomodar representaciones dinámicas complejas y facilitando la integración de diferentes fenómenos asociados al dispositivo MMR que se desea representar. Esto proporciona al modelo una mayor versatilidad, lo que conduce a descripciones de alta fidelidad del comportamiento dinámico del dispositivo basado en MMR y de los procesos de conversión de energía. En particular, la capacidad del modelo propuesto para manejar funciones generales de torque de salida es crucial en aplicaciones como la captura de energía y los convertidores de energía de las olas. Esta flexibilidad permite modelar diferentes convertidores basados en MMR, así como la implementación de estrategias avanzadas de control más allá de los métodos de control pasivo (amortiguamiento) tradicionales [111].

### 3.6.2. Definición de la Condición de Desacoplamiento

Los modelos actualmente disponibles en la literatura utilizan la forma particular de la E-EQM (3.114a) sin considerar las restricciones de torque introducidas en este trabajo, dadas por la condición de desacoplamiento basada en torque. Esta omisión puede resultar en representaciones poco realistas, problemas de control mal planteados o incluso en una violación de las restricciones de velocidad y potencia del MMR proporcionadas en (3.14) y la Observación 5, respectivamente. A diferencia de estos modelos, que incorporan una condición de desacoplamiento basada en velocidad deducida heurísticamente, la condición de desacoplamiento basada en torque introducida en este trabajo se deriva formalmente a partir de considerar las restricciones de torque inherentes de los OWBs (Observación 1).

Como resultado, la E-EQM (3.59a-3.59b) incorpora las restricciones de torque impuestas por  $T_{dis}$ , evitando las desventajas de los modelos actuales. Además, la condición de desacoplamiento propuesta permite la consolidación de las descripciones dinámicas por tramos proporcionadas por la E-EQM y la D-EQM en la G-EQM, lo que conduce a una formulación más concisa de la respuesta dinámica del MMR en



comparación con los enfoques existentes. Cabe destacar que la precisión de la G-EQM propuesta se demuestra en las pruebas experimentales realizadas en la Sección 3.5.

Además, la eficacia de la condición de desacoplamiento en el manejo del modo de transmisión activo del MMR se demuestra durante la verificación del modelo. Específicamente, en  $t = 40\text{s}$  en la *ETAPA 2*, se muestra cómo el MMR puede ser controlado fácilmente para hacer la transición del modo de transmisión activo al modo desacoplado. Lograr este nivel de control es desafiante con los modelos existentes, especialmente aquellos que emplean una condición de conmutación basada en velocidad. Además, las *ETAPAS 2* y *3* ilustran la capacidad inherente del modelo propuesto para mantener el MMR en el modo acoplado o desacoplado, configurando adecuadamente  $T_{out}$  con respecto a  $T_{dis}$ .

En esencia, la condición de desacoplamiento basada en torque facilita el control activo de la relación de desacoplamiento del MMR, en contraste con los enfoques existentes que lo controlan pasivamente ajustando la carga masa-amortiguador [76, 74, 92]. Además, la validación experimental en la *Prueba 1* demuestra efectivamente la precisión de la condición basada en torque en la modelización de eventos de desacoplamiento. Las figuras 3.16 y 3.17 muestran claramente la determinación y predicción precisa de los momentos de desconexión, superando las limitaciones de las condiciones basadas en velocidad, que solo pueden detectar estos eventos a posteriori. Por lo tanto, estas pruebas experimentales confirman aún más la viabilidad de establecer restricciones predefinidas directamente en la variable de control  $T_{out}$ , como se mencionó en la Sección 3.3.9 y se llevó a cabo durante la verificación del modelo, para activar o mantener a lo largo del tiempo un modo de transmisión específico, ofreciendo un enfoque más sencillo en comparación con los modelos que dependen de condiciones de conmutación basadas en velocidad.

El control de la dinámica general del MMR facilitado por la condición de desacoplamiento propuesta podría potencialmente impulsar el desarrollo de nuevas estrategias de control para maximizar la energía en aplicaciones como los convertidores de energía de las olas o la cosecha de energía. Además, permite la implementación de técnicas de control establecidas, como la *declutching* en el caso de los WECs, permitiendo el desacoplamiento del sistema de salida y de modo que el sistema de entrada se mueva sin carga [81]. Adicionalmente, la condición propuesta facilita distinguir entre los modos de transmisión de potencia y stand-by. Esta distinción puede resultar útil cuando se requiere mantener requisitos específicos de transmisión de potencia y al mismo tiempo mantener acoplado el MMR, como se ejemplifica en la *ETAPA 2*. Asimismo, la condición basada en torque posibilita la implementación de diversos

perfiles de velocidad ajustando  $T_{out}$  en relación con  $T_{dis}$ . Esta flexibilidad puede ser ventajosa, por ejemplo, para lograr una rápida aceleración desde un estado de reposo, como se muestra al comienzo de la *ETAPA 5*.

Más aún, la condición de desacoplamiento podría ser aprovechada durante el proceso de diseño del dispositivo basado en MMR al reconocer que la constante  $N_r \check{I}_{out} / \check{I}_{in}$  juega un papel fundamental en determinar el valor general del torque de desacoplamiento, como se destaca en la *Prueba 1*. Esto permite ajustar la relación de engrajes del MMR y los parámetros de inercia de entrada/salida para lograr respuestas dinámicas específicas. Estos conceptos pueden ser potencialmente incorporados en una estrategia de co-diseño [4], que tiene como objetivo integrar las implicancias de las técnicas de control en las primeras etapas del proceso de diseño del dispositivo.

Adicionalmente, detectar con precisión los eventos de desacoplamiento en combinación con la descripción detallada proporcionada por el modelo generalizado permite evaluar los torques que afectan a los diferentes componentes del MMR. Por ejemplo, en la Figura 3.17, se observa que después de que ocurre el desacoplamiento del MMR, el torque de entrada experimenta un aumento significativo. Sin embargo, durante el período desacoplado, los OWBs no transfieren torque, dado que  $T_{fw_G} = 0$ . Por lo tanto, durante este intervalo, el aumento en la magnitud del torque de entrada no afecta al torque de transmisión de los OWBs. Por otro lado, es importante señalar que  $T_{dis}$  es un valor umbral que no afecta a ninguno de los componentes del MMR a menos que  $T_{out}$  se establezca intencionalmente por encima de  $T_{dis}$  para lograr el desacoplamiento. Por ejemplo, los torques de desacoplamiento más allá del área del gráfico de la Figura 3.16 y 3.17 son simplemente umbrales teóricos que en realidad no se alcanzan. En tal caso, si  $T_{out}$  se configurara intencionalmente para superar  $T_{dis}$  y forzar el desacoplamiento del MMR, es esencial mantener el torque de salida dentro del rango de diseño nominal del dispositivo. De este modo, estas perspectivas brindadas por el modelo generalizado aquí propuesto tienen el potencial de influir en varios aspectos constructivos del MMR, pudiendo resultar ventajosas al momento de dimensionar sus diferentes componentes, incluyendo los OWBs.

### 3.6.3. Modelado del Modo de Transmisión Bloqueado

El análisis del modo estático del MMR condujo a la derivación del modo de transmisión bloqueado, cuyas características dinámicas fueron posteriormente verificadas a través de simulación numérica en la *ETAPA 4*. Además, por medio de la *Prueba 2*, se validó experimentalmente la precisa modelización de la respuesta dinámica del MMR en los modos bloqueado y desbloqueado, utilizando respectivamente la LK-EQM y la

G-EQM, así como el torque de bloqueo,  $T_{lk}$ , para determinar la conmutación entre estas formulaciones.

Es importante resaltar que la dinámica del MMR bloqueado, observada durante la verificación y validación del modelo, no pueden ser representadas por los modelos existentes, ya que no consideran este comportamiento no lineal específico. Al utilizar estos modelos, la ausencia del modo bloqueado puede llevar a la predicción de un estado físicamente imposible del MMR, incluyendo una velocidad de salida negativa, lo cual viola las restricciones de transmisión unidireccional de potencia y velocidad del MMR proporcionadas en la Observación 5 y la ecuación (3.14), respectivamente.

Las implicancias dinámicas del modo bloqueado podrían potencialmente aprovecharse para diseñar estrategias específicas de control de movimiento del MMR. Además, se puede utilizar para implementar métodos existentes de maximización de energía para convertidores de energía de las olas, como el control *latching* [81]. Esto implica mantener el sistema de entrada fijo aplicando un torque de salida apropiado, buscando la sincronización de las oscilaciones del WEC con las olas incidentes. Además, en el contexto de supervivencia de los WEC, el modo bloqueado podría ayudar a asegurar el sistema de entrada en una posición fija durante períodos en los que el WEC está fuera de servicio debido a condiciones climáticas extremas.

En cuanto a la implementación del modo bloqueado del dispositivo MMR, la precisión en establecer  $T_{lk}$ , que depende de determinar con precisión  $T_{in}$  como se muestra en la Ec.(3.40), es crucial para identificar la conmutación entre los modos de transmisión bloqueado y desbloqueado. Por lo tanto, las incertidumbres en la determinación de  $T_{in}$  debido a errores de medición, malas estimaciones o fenómenos no modelados (como el backlash), podrían afectar la identificación de la transición bloqueo/desbloqueo. Sin embargo, la importancia de detectar con precisión el evento de conmutación varía según las aplicaciones específicas para las cuales se utiliza el modo de transmisión bloqueado. Por ejemplo, en aplicaciones de control como el *latching* en un WEC basado en MMR, la precisión en medir o estimar  $T_{lk}$  para garantizar un rendimiento satisfactorio del algoritmo puede ser más crítica que su relevancia para consideraciones de supervivencia.

Otra consideración importante para implementar el modo de transmisión bloqueado es evaluar con precisión los torques de transmisión a través de los OWBs del MMR. Como se destaca en la ETAPA 4 de la verificación del modelo, el cambio en las restricciones cinemáticas al alcanzar el modo de acoplamiento bloqueado puede resultar en un aumento repentino del torque transmitido a través de los OWBs. Por lo tanto, si se pretende que el MMR opere repetidamente en el modo de transmisión bloqueado,

por ejemplo al implementar una estrategia de control específica, minimizar el impacto de la discontinuidad en la transmisión de torque en los OWBs al entrar en el modo bloqueado podría ser esencial para extender su vida útil.

#### **3.6.4. Consideración de la Restricción de Transmisión de Potencia Unidireccional**

En contraste con las formulaciones dinámicas actualmente disponibles, el modelo propuesto incorpora de manera inherente la restricción de transmisión de potencia unidireccional del MMR dentro de la descripción dinámica proporcionada por las G-EQM (3.62a-3.62b) y LK-EQM (3.37a-3.37b), así como las ecuaciones de balance de potencia resultantes, PWR-BAL (3.65a-3.65b). Es especialmente importante destacar que las ecuaciones PWR-BAL proporcionan una descripción general de los distintos procesos de conversión de potencia involucrados en la dinámica no lineal del MMR.

En dispositivos de conversión de energía como los WECs, la consideración de la unidireccionalidad de potencia es vital, especialmente al diseñar nuevas estrategias de control para maximizar la energía. Además, esta característica de potencia impone restricciones sobre la implementación de esquemas de control existentes que involucran transferencia de potencia desde los sistemas de salida a los de entrada, como el ampliamente conocido control reactivo [81]. Por lo tanto, abordar efectivamente el desafío técnico de la unidireccionalidad de la transmisión de potencia es crucial para optimizar la captura de energía de estos dispositivos. En este sentido, el modelo propuesto permite un análisis y diseño directo de la conversión de potencia para diferentes sistemas basados en MMR.

### **3.7. Conclusiones**

Este capítulo presenta un modelo generalizado para sistemas SISO MMR que supera las limitaciones de las formulaciones existentes. El modelo propuesto es capaz de representar de manera efectiva torques de salida arbitrarios, proporciona una nueva condición de desacoplamiento basada en torque y tiene en cuenta de forma inherente el modo de transmisión bloqueado y la restricción de transmisión de potencia unidireccional de los MMR SISO. Además, introduce cuatro modos de transmisión basados en torque que ofrecen una descripción completa de la dinámica de los MMR: modo bloqueado, desbloqueado, de transmisión de potencia y stand-by. A lo largo del trabajo, se proporcionan definiciones y observaciones rigurosas sobre estos modos de transmisión, junto con sus condiciones de conmutación y restricciones de torque

asociadas. El modelo propuesto mejora las formulaciones dinámicas existentes de los MMR SISO integrando todas las características mencionadas anteriormente en un conjunto conciso de ecuaciones generalizadas de movimiento.

En este estudio, la dinámica del MMR se deriva intencionalmente sin considerar ningún fenómeno específico de una aplicación en particular, ni se incorporan en primera instancia fuerzas disipativas. Por consiguiente, la formulación del modelo resultante del MMR aborda de manera general las no linealidades inherentes relacionadas con el torque y la transmisión de potencia, junto con la dinámica de sus diversos modos de transmisión y las condiciones de conmutación correspondientes. Notablemente, el robusto enfoque de modelado adoptado permite la fácil integración de cualquier fenómeno asociado a una aplicación en particular, ajustando los torques de entrada y salida y los momentos de inercia en las ecuaciones de movimiento generalizadas. Además, es importante destacar que las definiciones y observaciones respecto a las características dinámicas no lineales de los sistemas MMR siguen siendo válidas incluso después de incorporar fenómenos específicos en el modelo.

Estas características se aprovecharon en este estudio para deducir un modelo completo no lineal de fricción para MMRs, que captura con precisión las pérdidas tanto de los sistemas de entrada como de salida, así como de todos los componentes del MMR, incluidos los OWBs. Este modelo resuelve las inconsistencias existentes en las formulaciones actuales de fricción para MMRs. Además, el enfoque de modelado general permite la representación de diferentes aplicaciones de MMRs, lo que lo hace fácilmente adaptable a dispositivos con diversos mecanismos de rectificación y sistemas de entrada/salida, como WECs basados en MMR [69], dispositivos de recolección de energía en ferrocarriles y vehículos [147, 71], o transmisiones de variación continua [144]. Esto establece el modelo generalizado propuesto como un marco robusto para describir diversas aplicaciones de MMR, incluyendo todos sus fenómenos asociados. También contribuye a avanzar hacia la modelización unificada de dispositivos basados en MMR SISO y puede servir como base para extender el modelo para adaptarse a diversas configuraciones de sistemas MMR MISO.

Además, la capacidad del modelo para manejar torques de salida arbitrarios permite la implementación y diseño de estrategias de control más avanzadas. Esto lo diferencia de los modelos actuales de MMR SISO, que están limitados a esquemas de torque tipo masa-amortiguador para representar los sistemas de salida. Adicionalmente, este trabajo proporciona un método sencillo para activar o mantener los diversos modos de transmisión del MMR controlando el torque de salida de acuerdo

con las condiciones de conmutación derivadas, incluida la condición de desacoplamiento propuesta. Este enfoque permite el control activo de la respuesta dinámica del sistema, incluida la gestión de la transmisión de potencia a través del MMR y la imposición de la relación de desacoplamiento del dispositivo, distinguiéndolo de la literatura existente. Estas características se demuestran a lo largo de la sección de verificación, en la que se evalúa el rendimiento del modelo mientras el MMR se ve forzado a atravesar todos sus modos de transmisión y condiciones no lineales mediante el control adecuado del torque de salida. Se proporciona un algoritmo para implementar numéricamente el modelo propuesto. Además, la inclusión de la condición de desacoplamiento, junto con la representación detallada de la dinámica del MMR proporcionada por el modelo generalizado, tiene el potencial de impactar en el diseño inicial y dimensionamiento de dispositivos basados en MMR, especialmente aquellos desarrollados dentro de un marco de co-diseño.

El modelo generalizado fue especializado en este estudio para representar un prototipo de MMR a escala. El modelo, incluidas las pérdidas por fricción asociadas al sistema y las particularidades de la configuración experimental, fue validado a través de dos pruebas. Los resultados de validación muestran la versatilidad y robustez del modelo, reproduciendo efectivamente la respuesta dinámica no lineal del sistema. Además, se ha llevado a cabo una discusión exhaustiva, analizando los resultados de verificación y validación experimental en el contexto de las limitaciones de los modelos actuales que motivaron este estudio.

De esta manera, el modelo generalizado de MMR presentado en este trabajo permite una descripción completa de la dinámica no lineal de los MMR SISO, proporcionando una plataforma robusta para su diseño, control y optimización. Además, las mejoras realizadas para superar las limitaciones de los modelos actuales permiten la exploración de diversos temas de investigación dentro del desarrollo y control de dispositivos basados en MMR.

En el próximo capítulo, se abordará en primer lugar la problemática del modelado mediante una analogía eléctrica y se demostrará su equivalencia con el modelo aquí presentado. Luego, se utilizará el circuito derivado para representar un modelo W2W completo del WEC tipo brazo-flotador oscilante, a través del cual se evalúa la reconocida estrategia de control reactivo, comparándolo con un WEC de características similares que no integra un MMR. Además, se evaluará la carga óptima para el WEC tipo brazo-flotador oscilante en relación con el espectro de olas más comúnmente encontrado en la naturaleza.

## Capítulo 4

# Modelo Circuital y Análisis de Control Reactivo de un WEC basado en un MMR<sup>\*</sup>

Este capítulo introduce una nueva analogía circuital para modelar y controlar una unidad de extracción de potencia basada en un rectificador de movimiento mecánico, utilizada en aplicaciones de extracción de energía de las olas. Los componentes constitutivos fundamentales del MMR se modelan individualmente, enfatizando sus restricciones de velocidad y torque para deducir sus analogías eléctricas. Luego, el circuito completo del MMR se sintetiza utilizando las restricciones cinemáticas básicas de dichos componentes. Adicionalmente, se introduce una analogía eléctrica del modelo no lineal completo de fricción presentado en el Capítulo 3, y se integra en el circuito resultante del MMR, superando las limitaciones de los enfoques actuales.

El circuito propuesto se utiliza para deducir las condiciones explícitas de dos de las no linealidades inherentes del MMR: la condición de desacople basada en torque y el modo de transmisión bloqueado. Además, se demuestra analíticamente que el circuito derivado es equivalente al modelo generalizado de MMR SISO presentado anteriormente. Más aún, el circuito propuesto se valida experimentalmente por medio de las mismas pruebas descritas en el Capítulo 3, demostrando su precisión para replicar la respuesta dinámica no lineal del sistema y su equivalencia con el modelo

---

<sup>\*</sup>El Modelo Circuital de un WEC con un PTO basado en un MMR presentado en este capítulo se respalda en las publicaciones:

E.M. Gelos, M.G. Judewicz, D.O. Carrica, M.A. Funes, Circuit Modeling and Reactive Control Analysis of a Mechanical Motion Rectifier-Based Wave Energy Converter, *XX Reunión de Trabajo En Procesamiento de la Información y Control*. XX (2023) 6.

E.M. Gelos, M.G. Judewicz, M.A. Funes, D.O. Carrica, Circuit Modeling of Mechanical Motion Rectifiers in Wave Energy Applications, *IEEE Transactions on Industrial Electron.* (2024) 10. (under review)

generalizado. De este modo, la analogía eléctrica desarrollada del MMR se constituye como una plataforma generalizada de modelado circuital para dispositivos basados en MMR, especialmente adecuada para simular y controlar PTOs basados en MMR utilizados en aplicaciones de energía de las olas.

Esta característica se demuestra al especializar los sistemas de entrada y salida genéricos introducidos para representar un WEC tipo brazo-flotador oscilante y una carga controlada, respectivamente. Dicho circuito se utiliza luego para evaluar la reconocida estrategia de control reactivo bajo excitación de olas regulares. El rendimiento del control reactivo implementado en el WEC basado en MMR se compara con el de un dispositivo lineal clásico, es decir, sin MMR. El análisis de los resultados muestra cómo las no linealidades introducidas por el MMR afectan la implementación del control reactivo. Finalmente, se realiza una optimización no lineal en el dominio del tiempo de la carga controlada para el WEC basado en MMR, considerando las frecuencias de olas existentes en la naturaleza.

## 4.1. Introducción

El flujo de energía de un sistema WEC genérico se puede dividir en seis etapas: 1) recurso de olas, 2) absorción, 3) transmisión, 4) generación, 5) acondicionamiento y 6) carga [49]. Estas etapas se representan en las Figuras 4.1a-4.1b, que muestran un WEC tipo brazo-flotador oscilante. La unidad de extracción de potencia o PTO comprende las etapas de transmisión, generación y acondicionamiento. Su función principal es convertir el movimiento mecánico de las olas capturado en la etapa de absorción en una forma de energía más conveniente, típicamente eléctrica [23].

Los sistemas de transmisión (etapa 3) en los WECs son comúnmente categorizados como neumáticos, hidráulicos o mecánicos. En particular, los PTOs mecánicos pueden incorporar un MMR, como se muestra en la Figura 4.1b, que permite la transformación del movimiento de entrada bidireccional en movimiento unidireccional [68, 69, 74, 77]. Los rodamientos unidireccionales (OWB) se utilizan para la rectificación del movimiento en PTOs basados en MMR [144, 69] y son responsables de la dinámica no lineal y restricciones de *acoplamiento-desacoplamiento* típicas del dispositivo [70, 144, 71, 74, 72]. Las no linealidades en los PTOs basados en MMR afectan significativamente el comportamiento general de todo el dispositivo, así como los procesos de conversión de energía correspondientes. Comprender estos sistemas requiere de un modelo dinámico integral que considere todas las características del PTO [49], el cual desempeña un papel central en el diseño, control, optimización y



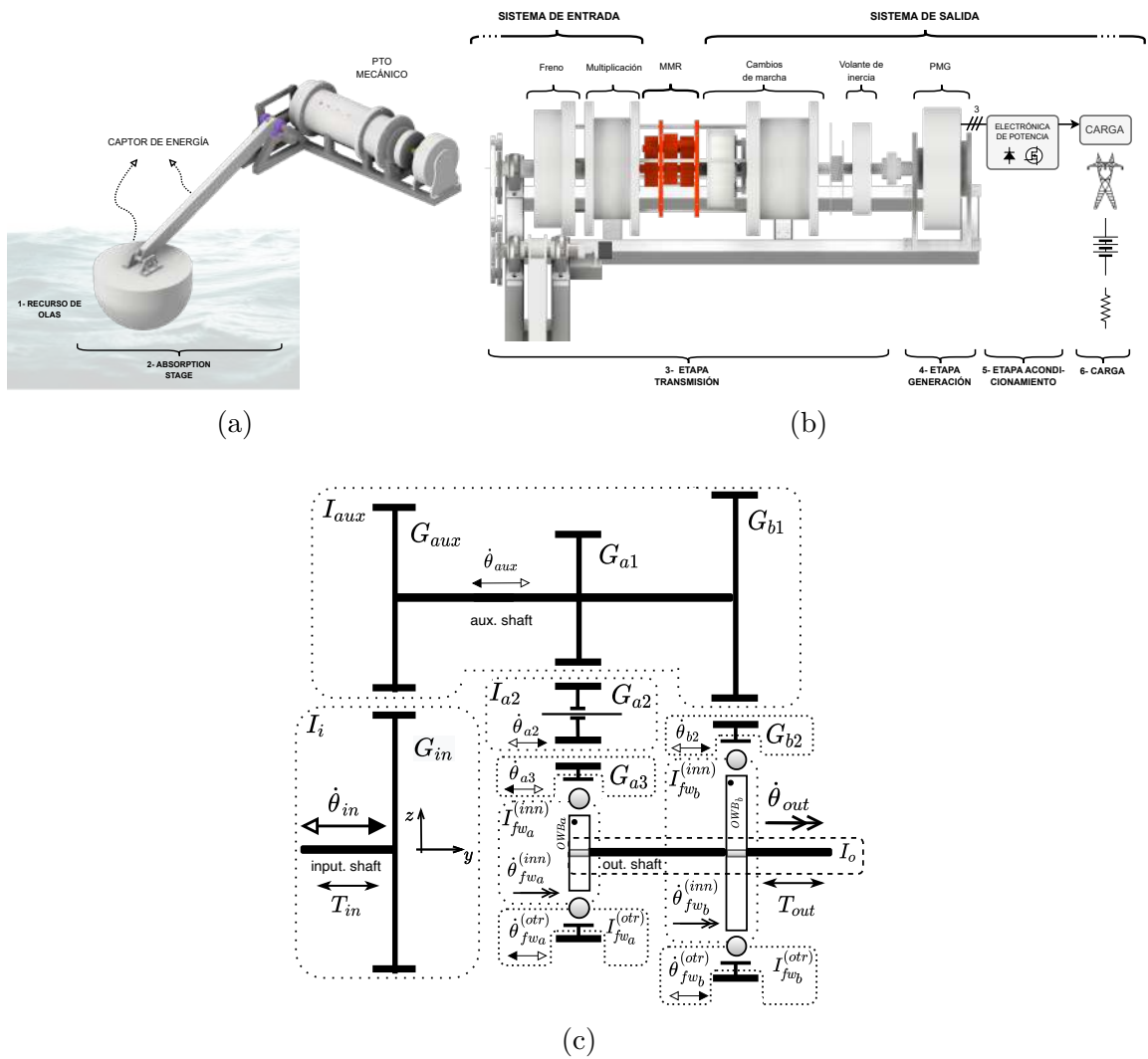


Figura 4.1: (a) Flujo de energía y descripción de sistemas de entrada-salida de un WEC tipo brazo-flotador oscilante. (b) Representación del PTO mecánico basado en MMR. (c) Sistema MMR.

determinación de la capacidad de potencia de los convertidores de energía de las olas [83, 84, 85, 74]. Un modelo de este tipo permite probar sistemáticamente diferentes estrategias de control con el objetivo de maximizar la captura de energía [81, 100]. Sin embargo, en el caso particular de los PTOs basados en MMR, su dinámica no lineal añade complejidad a la tarea ya desafiante de describir la respuesta dinámica de un WEC y formular el correspondiente problema de control de absorción de energía [78].

Un modelo circuital análogo del sistema WEC puede proporcionar una plataforma uniforme para el desarrollo de esquemas de simulación y control. Dado su entorno eléctrico, dicho modelo es especialmente adecuado para representar la etapa de generación y el control de la electrónica de potencia asociada. De esta manera, para facilitar el desarrollo de esquemas de simulación y control, en [152] se propuso una analogía eléctrica de torque-corriente para un PTO basado en MMR. Sin embargo, la metodología propuesta para deducir el circuito MMR presenta una limitación inherente dado que depende de las ecuaciones dinámicas explícitas del propio MMR. En este sentido, es importante destacar que el modelo dinámico en el que se basa el circuito tiene numerosas desventajas, especialmente en la descripción de las no linealidades del sistema, como se explica a continuación.

Las ecuaciones MMR presentadas en [152], así como en [69, 91, 76, 77, 73, 74, 75, 92, 72, 71], se basan en una condición de desacople basada en velocidad para describir el cambio entre los modos de transmisión acoplado y desacoplado. Sin embargo, dicha condición no considera las restricciones de torque de los OWBs, que es la razón física real por la cual el MMR cambia del modo acoplado al desacoplado. En consecuencia, los tiempos de desacople solo pueden detectarse después de que hayan ocurrido, lo que dificulta establecer, predecir o controlar con precisión estos eventos.

Además, los modelos explícitos de MMR en estos trabajos no consideran la no linealidad dada por el modo de transmisión *bloqueado*, donde los ejes de entrada y salida se bloquean, lo que resulta en ausencia de movimiento (ver Fig. 4.1b). La falta de consideración de las restricciones de torque de los OWBs, en conjunto con la omisión del modo bloqueado, implica que estas formulaciones también pasan por alto la restricción inherente de transmisión de potencia unidireccional del MMR.

Por último, estos modelos presentan una falta de generalidad en la descripción del torque de salida, restringiendo la representación a torques tipo masa-amortiguador [68, 76, 74, 154, 72, 71, 148, 147]. Extender la formulación para manejar funciones más generales no es directo debido a las no linealidades propias del MMR. Debido a las razones mencionadas anteriormente, estos modelos explícitos no proporcionan una base sólida para deducir la analogía eléctrica del circuito. Si bien se propuso un

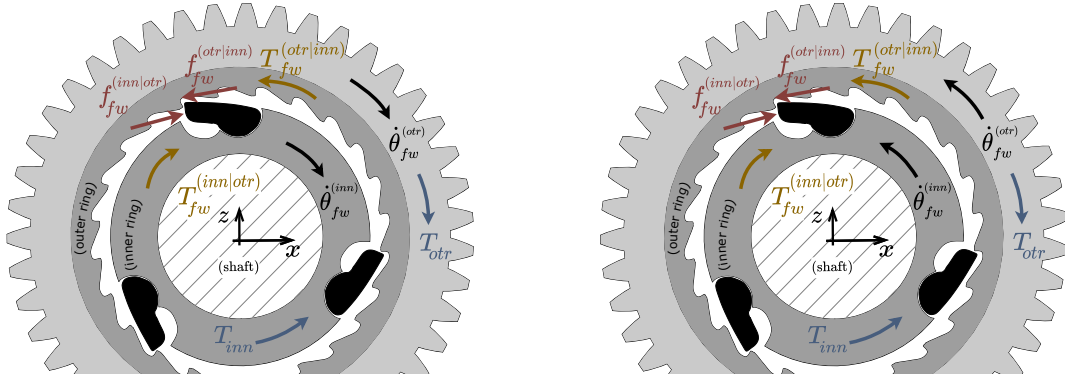
modelo generalizado de los MMR en [79], que supera las limitaciones expuestas de todos los modelos anteriores, sintetizar una analogía eléctrica utilizando este modelo generalizado no es una tarea sencilla. En cualquier caso, deducir la analogía eléctrica del MMR a partir de sus ecuaciones de movimiento explícitas es un procedimiento que presenta un desafío significativo a la hora de generalizar la metodología de síntesis del circuito a diferentes dispositivos basados en MMR.

Además, el circuito MMR propuesto en [152] implementa un modelo de fricción limitado, al solo considerar los términos viscosos y de Coulomb, lo que restringe la representatividad para aplicaciones del mundo real. Más aún, este estudio no ofrece un análisis de la dinámica no lineal del MMR resultante del circuito propuesto y cómo se puede controlar.

En respuesta a las limitaciones mencionadas, este capítulo presenta una nueva analogía eléctrica de torque-voltaje para dispositivos basados en MMR, que permite una representación más concisa en comparación con la analogía torque-corriente existente en la literatura. Al mismo tiempo, la metodología propuesta elimina la dependencia de expresiones no lineales complejas de la dinámica del MMR para sintetizar el circuito. Esta simplificación facilita la generalización de la metodología de derivación del circuito para diversas configuraciones y tipos de MMR. Además, las ecuaciones de movimiento explícitas para el MMR se derivan a partir de la inspección del circuito resultante, en lugar de al revés, junto con sus principales no linealidades: la condición de desacople basada en torque y el modo de transmisión bloqueado del MMR. La definición explícita de estas no linealidades ofrece un marco de trabajo para el control de la dinámica del MMR. Además, se demuestra que las ecuaciones derivadas del circuito se alinean con el modelo generalizado derivado en el Capítulo 3. Por otro lado, se introduce una analogía eléctrica del modelo de fricción completo y se integra dentro del circuito del MMR. El modelo de circuito MMR propuesto se valida utilizando las pruebas experimentales conducidas con el prototipo MMR expuesto en el capítulo anterior.

## 4.2. Modelado del PTO basado en un MMR

El MMR utilizado en este trabajo está representado esquemáticamente en la Fig. 4.1c. El funcionamiento del dispositivo de rectificación, junto con los detalles de los vínculos existentes entre los distintos componentes del MMR, se brindaron en el capítulo anterior, a lo largo de la Sección 3.3. A continuación, se establecerá el marco



(a) Anillo interior accionado por anillo exterior con velocidad angular positiva.

(b) Anillo exterior accionado por anillo interior con velocidad angular negativa.

Figura 4.2: Transferencia de torque en un OWB acoplado. Engranaje recto y eje fijados a los anillos externo e interno del OWB, respectivamente.

matemático para modelar los bloques fundamentales del MMR. Algunas de las restricciones cinemáticas y de torque aquí expuestas fueron presentadas en el capítulo anterior; sin embargo, se incluyen nuevamente para la comodidad del lector, considerando además su relevancia para la posterior derivación del modelo eléctrico.

#### 4.2.1. Dinámica de los OWBs

Independientemente de su tecnología, los OWBs presentan los modos de transmisión acoplado y desacoplado. Como se indica en el Capítulo 3, cuando el OWB está en el modo acoplado, la velocidad angular relativa entre el anillo interno ( $\dot{\theta}_{fw}^{(inn)}$ ) y el anillo externo ( $\dot{\theta}_{fw}^{(otr)}$ ) es cero:  $\dot{\theta}_{fw}^{(rel)} = \dot{\theta}_{fw}^{(inn)} - \dot{\theta}_{fw}^{(otr)} = 0$ . Esto significa que los dos anillos están engranados, permitiendo la transmisión de torque a través del OWB.

Mientras los OWBs operan en el modo acoplado, pueden ocurrir dos escenarios, representados en la Fig. 4.2. Si el anillo interior es accionado por el anillo exterior con una velocidad angular positiva, el torque aplicado al anillo exterior ( $T_{otr}$ ) es el torque de excitación, y el torque en el anillo interior ( $T_{inn}$ ) es el torque resistente. Por el contrario, si el anillo exterior es accionado por el anillo interior con una velocidad negativa, los roles de  $T_{otr}$  y  $T_{inn}$  se invierten. Independientemente del escenario activo, las fuerzas de acción y reacción ( $\mathbf{f}_{fw}^{(inn|otr)} = -\mathbf{f}_{fw}^{(otr|inn)}$ ) y sus respectivos torques ( $\mathbf{T}_{fw}^{(inn|otr)} = -\mathbf{T}_{fw}^{(otr|inn)} = T_{fw} \hat{\mathbf{j}}$ ) tienen las mismas direcciones, lo que conduce a  $T_{fw} \geq 0$ .

Cuando el OWB está *desacoplado*, sus anillos no están engranados sino que se encuentran deslizando entre sí, por lo tanto,  $\dot{\theta}_{fw}^{(rel)} > 0$ . En este modo, no se transmite torque a través del OWB, por lo que  $T_{fw} = 0$ . Además, observe en la Fig. 4.2 que

un escenario en el que la velocidad angular relativa del OWB es estrictamente menor que cero ( $\dot{\theta}_{fw}^{(rel)} < 0$ ) resulta en un modo de transmisión no factible.

Se puede concluir que, independientemente del modo de transmisión activo (acoplado o desacoplado), se cumplen las siguientes restricciones de velocidad y torque:

$$\begin{cases} \dot{\theta}_{fw}^{(rel)} = \dot{\theta}_{fw}^{(inn)} - \dot{\theta}_{fw}^{(otr)} \geq 0, & (4.1a) \\ T_{fw} \geq 0. & (4.1b) \end{cases}$$

#### 4.2.2. Restricciones Cinemáticas: Conexión entre Bloques

Suponiendo que no hay deslizamiento entre los engranajes en contacto, las velocidades tangenciales en los puntos de contacto de  $G_{in}$  y  $G_{aux}$  satisfacen:

$$Input-Aux. \left\{ R_{in} \dot{\theta}_{in} = -R_{aux} \dot{\theta}_{aux}. \right. \quad (4.2)$$

Dado que  $G_{aux}$ ,  $G_{a1}$  y  $G_{b1}$  están conectados rígidamente al eje auxiliar, se cumple la siguiente relación:

$$Aux. Shaft \left\{ \dot{\theta}_{aux} = \dot{\theta}_{a1} = \dot{\theta}_{b1}. \right. \quad (4.3)$$

Dentro de las ramas “a” y “b”, incluyendo los anillos exteriores de  $OWB_a$  y  $OWB_b$ , se cumplen las relaciones de velocidad subsecuentes:

$$Branch \text{ “a”} \left\{ \begin{aligned} R_{a1} \dot{\theta}_{a1} &= -R_{a2} \dot{\theta}_{a2} = R_{a3} \dot{\theta}_{a3} & (4.4) \\ \dot{\theta}_{a3} &= \dot{\theta}_{fw_a}^{(otr)}, & (4.5) \end{aligned} \right.$$

$$Branch \text{ “b”} \left\{ \begin{aligned} R_{b1} \dot{\theta}_{b1} &= -R_{b2} \dot{\theta}_{b2} & (4.6) \\ \dot{\theta}_{b2} &= \dot{\theta}_{fw_b}^{(otr)}. & (4.7) \end{aligned} \right.$$

Además, como los anillos interior y exterior están fijos al eje de salida:

$$Output Shaft \left\{ \dot{\theta}_{fw_a}^{(inn)} = \dot{\theta}_{fw_b}^{(inn)} = \dot{\theta}_{out}. \right. \quad (4.8)$$

De las restricciones cinemáticas básicas (4.2)-(4.8), se pueden deducir las siguientes restricciones de velocidad para el eje de salida del MMR:

$$\dot{\theta}_{fw_a}^{(rel)} = \dot{\theta}_{fw_a}^{(inn)} - \dot{\theta}_{fw_a}^{(otr)} \geq 0 \iff \dot{\theta}_{out} \geq -\frac{R_{a1}}{R_{a3}} \frac{R_{in}}{R_{aux}} \dot{\theta}_{in}, \quad (4.9a)$$

$$\dot{\theta}_{fw_b}^{(rel)} = \dot{\theta}_{fw_b}^{(inn)} - \dot{\theta}_{fw_b}^{(otr)} \geq 0 \iff \dot{\theta}_{out} \geq \frac{R_{b1}}{R_{b2}} \frac{R_{in}}{R_{aux}} \dot{\theta}_{in}. \quad (4.9b)$$

Para mantener una relación de transmisión consistente en ambas ramas (ver Fig. 4.1c), los radios de las relaciones de los engranajes  $G_{a1}:G_{a3}$  y  $G_{b1}:G_{b2}$  deben cumplir:

$$N_{ab} = \frac{R_{a1}}{R_{a3}} = \frac{R_{b1}}{R_{b2}} \implies N_r = N_{ab} \frac{R_{in}}{R_{aux}}, \quad (4.10)$$

donde  $N_r$  representa la relación de transmisión global del sistema MMR. Sustituyendo esto en las ecuaciones (4.2)-(4.7), se deduce:

$$\dot{\theta}_{fw_a}^{(otr)} = -\dot{\theta}_{fw_b}^{(otr)} \implies \begin{cases} \dot{\theta}_{fw_a}^{(otr)} = -N_r \dot{\theta}_{in} \\ \dot{\theta}_{fw_b}^{(otr)} = N_r \dot{\theta}_{in} \end{cases} . \quad (4.11)$$

Este resultado implica que las velocidades de  $G_{a3}$  y  $G_{b2}$  siempre tienen la misma magnitud pero sentido opuesto. Considerando la ecuación (4.10), las restricciones (4.9a)-(4.9b) se pueden expresar de manera más concisa:

$$\dot{\theta}_{out} \geq N_r |\dot{\theta}_{in}| \geq 0 . \quad (4.12)$$

Esta expresión establece una importante restricción de velocidad semidefinida positiva para el eje de salida, demostrando la capacidad de rectificación del movimiento del sistema MMR.

### 4.2.3. Modelado de los Componentes Fundamentales

El MMR representado en la Fig. 4.1c consta de un conjunto de engranajes y dos OWBs como sus bloques fundamentales. A continuación, se derivan primero los modelos matemáticos de cada uno de estos bloques, seguidos por su correspondiente analogía eléctrica. Posteriormente, se sintetiza el circuito general del MMR.

En la analogía utilizada, un torque  $T$  se representa mediante una diferencia de tensión, y una velocidad angular  $\dot{\theta}$  a través de una corriente. Por lo tanto, una carga proporcional a la aceleración angular (inertor) o un momento de inercia (MOI),  $I$ , son equivalentes a inductancias,  $L$ , mientras que un coeficiente de elasticidad de un resorte de torsión,  $S$ , es análogo a la elastancia,  $1/C$ .

#### 4.2.3.1. Modelo de los rodamientos unidireccionales

Basado en la Figura 4.2, las ecuaciones de balance de torque correspondientes a los anillos externo e interno de un OWB pueden expresarse como sigue:

$$\begin{cases} T_{otr} - T_{fw} = I_{otr} \ddot{\theta}_{otr} , & (4.13a) \\ T_{fw} + T_{inn} = I_{inn} \ddot{\theta}_{inn} . & (4.13b) \end{cases}$$

En estas ecuaciones,  $I_{otr}$  e  $I_{inn}$  representan el momento de inercia de los anillos externo e interno, respectivamente, junto con aquellos elementos del OWB que se encuentran rígidamente vinculados a cada uno de los anillos. Además, es importante notar que la velocidad resultante de los anillos del OWB y el torque de transmisión en las

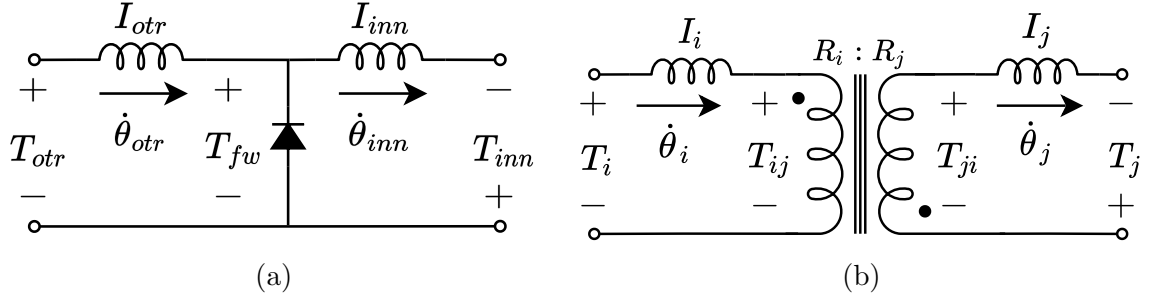


Figura 4.3: Analogía eléctrica de los bloques fundamentales del MMR. (a) Rodamiento unidireccional (OWB). (b) Arreglo de dos engranajes.

ecuaciones de movimiento (4.13a-4.13b) están restringidos por las expresiones (4.1a) y (4.1b), respectivamente.

La analogía eléctrica de un OWB, representada en la Fig. 4.3a, se sintetiza basándose en las ecuaciones de movimiento (4.13a-4.13b) y sus correspondientes restricciones de velocidad y torque (4.1a-4.1b). Nótese que, aplicando la ley de tensión de Kirchhoff a los lazos cerrados izquierdo y derecho del circuito, se obtienen las ecuaciones de movimiento (4.13a) y (4.13b), respectivamente. Las restricciones mecánicas (4.1a-4.1b) se representan mediante las restricciones eléctricas de diodo ideal dentro de la analogía del circuito.

#### 4.2.3.2. Modelo de un arreglo de dos engranajes

Las ecuaciones dinámicas para dos engranajes ideales,  $i$  y  $j$ , se pueden expresar como:

$$\begin{cases} T_i - T_{ij} = I_i \ddot{\theta}_i & (4.14a) \\ T_j + T_{ji} = I_j \ddot{\theta}_j & (4.14b) \end{cases}$$

En estas ecuaciones,  $T_i$  y  $T_j$  son los torques aplicados externamente a los engranajes  $i$  y  $j$ , respectivamente.  $T_{ij}$  representa el torque de reacción en el engranaje  $i$  debido al contacto con el engranaje  $j$  (se aplica la notación inversa para  $T_{ji}$ ).

El sistema dinámico está restringido por las siguientes relaciones de velocidad y torque:

$$\begin{cases} \dot{\theta}_i R_i = -\dot{\theta}_j R_j & (4.15a) \\ T_{ij} R_j = -T_{ji} R_i & (4.15b) \end{cases}$$

Considerando las ecuaciones de movimiento (4.14a-4.14b) y sus correspondientes restricciones (4.15a-4.15b), se puede sintetizar la conocida analogía eléctrica de un transformador ideal para un arreglo de dos engranajes, como se muestra en la Figura 4.3b.

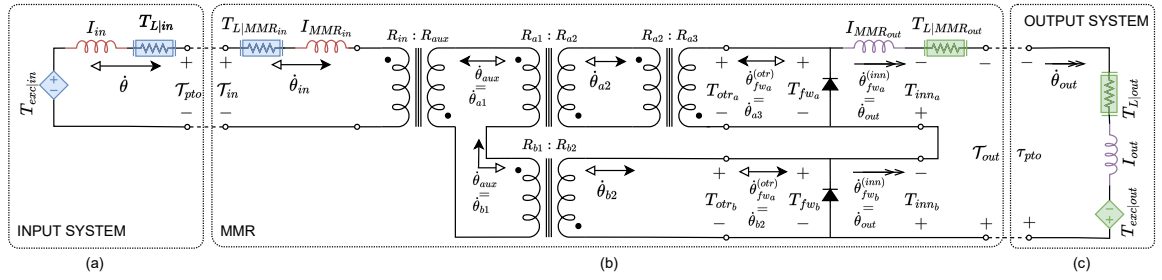


Figura 4.4: Circuito eléctrico análogo de un dispositivo basado en MMR. (a) Sistema de entrada. (b) Rectificador de Movimiento Mecánico. (c) Sistema de salida.

Se debe tener en cuenta que la polaridad del devanado secundario del transformador ideal se invierte con respecto al devanado primario para tener en cuenta las restricciones de velocidad y torque.

#### 4.2.4. Síntesis del Circuito MMR

Los componentes individuales del MMR ilustrados en la Figura 4.1c pueden ser representados por los bloques fundamentales mostrados en la Figura 4.3. La conexión de cada uno de estos bloques se realiza considerando sus restricciones cinemáticas básicas expuestas en (4.2)-(4.8), lo que resulta en el circuito MMR representado en la Figura 4.4b.

Los momentos de inercia de los engranajes a la izquierda de los diodos, así como el momento de inercia de los anillos externos de los OWB representados en la Figura 4.1c, se consolidan en un componente de entrada equivalente dado por:

$$I_{MMR_{in}} = I_i + \left( \frac{R_{in}}{R_{aux}} \right)^2 \left[ I_{aux} + \left( \frac{R_{a1}}{R_{a2}} \right)^2 I_{a2} + \left( \frac{R_{a1}}{R_{a3}} \right)^2 I_{fwa}^{(otr)} + \left( \frac{R_{b1}}{R_{b2}} \right)^2 I_{fw_b}^{(otr)} \right]. \quad (4.16)$$

Es importante notar que  $I_{MMR_{in}}$  incluye el momento de inercia de los componentes de movimiento bidireccional (como se indica por las flechas en la Figura 4.1c y en la Figura 4.4b).

Por otro lado, el momento de inercia de los componentes a la derecha de los diodos que permiten el movimiento unidireccional, incluyendo los anillos internos de ambos OWBs y el eje de salida, puede combinarse en:

$$I_{MMR_{out}} = I_o + I_{fwa}^{(inn)} + I_{fw_b}^{(inn)}. \quad (4.17)$$

Además, con el fin de proporcionar una representación adecuada para distintos dispositivos basados en un MMR, los sistemas de entrada y salida (ver Fig. 1) se representan mediante torques de excitación genéricos,  $T_{exc|in}$  y  $T_{exc|out}$ , respectivamente, junto con sus respectivos momentos de inercia,  $I_{in}$  e  $I_{out}$ , como se muestra en las Figuras 4.4a y 4.4c, respectivamente.



Para modelar con precisión la dinámica de un prototipo MMR real, es esencial considerar un modelo de fricción adecuado que tenga en cuenta las pérdidas tanto de los sistemas de entrada como de salida, así como las asociadas con los componentes del MMR. A continuación, se presentan los detalles del modelo de fricción propuesto y su analogía circuital.

#### 4.2.4.1. Modelo No Lineal de Fricción

Se implementa el modelo de fricción propuesto en [161], teniendo en cuenta las pérdidas dinámicas y estáticas del sistema correspondiente ( $sy$ ),  $T_{D|sy}$  y  $T_{Z|sy}$ , respectivamente. Las pérdidas totales,  $T_{L|sy}$ , se definen como:

$$T_{L|sy} = \begin{cases} T_{D|sy} & \text{if } |\dot{\theta}_{sy}| > 0 \\ T_{Z|sy} & \text{if } \dot{\theta}_{sy} = 0 \end{cases} \quad (4.18a)$$

$$(4.18b)$$

Al considerar las pérdidas en los OWBs, las ecuaciones del modelo de fricción deben evaluarse utilizando  $\dot{\theta}_{fw}^{(rel)}$ . Las pérdidas dinámicas se caracterizan como:

$$T_{D|sy} = sg(\dot{\theta}_{sy}) (T_{c|sy} + S_{sy}) + B_{sy} \dot{\theta}_{sy}, \quad (4.19)$$

donde  $T_{c|sy}$  es el torque de fricción de Coulomb,  $B_{sy}$  es el coeficiente viscoso y  $S_{sy}$  es el término de Stribeck dado por:

$$S_{sy} = (T_{s|sy} - T_{c|sy}) \exp(-|\dot{\theta}_{sy}/\omega_{str|sy}|^{\delta_{str|sy}}), \quad (4.20)$$

donde  $T_{s|sy}$  es el torque de fricción estática que caracteriza el sistema, mientras que  $\omega_{str|sy}$  y  $\delta_{str|sy}$  son los parámetros del modelo de fricción de Stribeck. Además, las pérdidas estáticas  $T_{Z|sy}$  se definen como:

$$T_{Z|sy} = \begin{cases} T_{xt|sy} & \text{if } |T_{xt|sy}| \leq T_{s|sy} \\ T_{s|sy} sg(T_{xt|sy}) & \text{if } |T_{xt|sy}| > T_{s|sy}. \end{cases} \quad (4.21a)$$

$$(4.21b)$$

donde  $T_{xt|sy}$  representa el torque externo aplicado al sistema correspondiente. El modelo de fricción, formulado con las ecuaciones (4.18)-(4.21), se representa mediante el circuito eléctrico equivalente mostrado en la Figura 4.5a. Este circuito incluye dos ramas antiparalelas para tener en cuenta las velocidades positivas y negativas del sistema ( $\dot{\theta}_{sy}$ ), denominadas ramas (+) y (-), respectivamente. Cada rama tiene dos subramas que representan las pérdidas estáticas y dinámicas basadas en la velocidad del sistema, como se muestra en (4.18).

Esta no linealidad se introduce con interruptores controlados por corriente en las ramas (+) y (-). Además, las pérdidas estáticas (4.21) se representan en una subrama

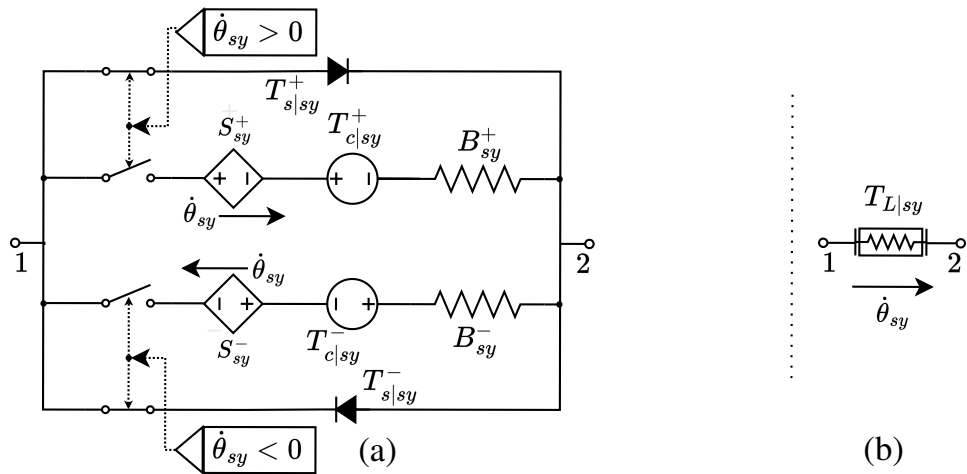


Figura 4.5: (a) Analogía eléctrica del modelo de fricción y (b) su representación condensada.

con un diodo ideal con una caída de tensión de  $T_{s|sy}$ . Por otro lado, las pérdidas dinámicas (4.19) se representan en la otra subrama. Aquí, el término de Stribeck  $S_{sy}$  se modela con una fuente de tensión controlada por corriente, y los términos de Coulomb y viscoso se representan con una fuente de tensión constante de valor  $T_{c|sy}$  y una resistencia de valor  $B_{sy}$ , respectivamente.

Los parámetros de fricción homólogos para las ramas (+) y (-) pueden ser diferentes y se representan con los símbolos  $\pm$ , lo que permite modelar diferentes pérdidas para velocidades positivas y negativas. La diferencia de tensión entre los nodos 1 y 2 representa el torque externo aplicado:  $T_{xt|sy} \equiv T_{12|sy}$ . La representación eléctrica condensada del modelo de fricción se muestra en la Figura 4.5b, referida como *componente de fricción*.

#### 4.2.4.2. Integración de los Componentes de Fricción en la Analogía Circuital del MMR

En la sección anterior se obtuvo una analogía eléctrica general para representar un modelo de fricción completo. A continuación, se incorporan los componentes de fricción al circuito MMR de manera que representen el modelo de fricción simplificado desarrollado en el Capítulo 3.3.10. Es importante tener presente que la única simplificación en este modelo de fricción es asumir en la formulación de cada OWB que  $T_{s|fw} = T_{c|fw}$ , lo que significa que los términos estáticos, de Coulomb y viscosos de los OWBs son debidamente considerados. De este modo, el mínimo compromiso en la representatividad del modelo de fricción simplificado se compensa con los beneficios que esta formulación ofrece.

Se han añadido dos componentes de fricción,  $T_{L|in}$  y  $T_{L|out}$ , para representar las pérdidas de los sistemas de entrada y salida, como se muestra en las Figuras 4.4a y 4.4c, respectivamente. Además, se han introducido dos componentes adicionales de fricción,  $T_{L|MMR_{in}}$  y  $T_{L|MMR_{out}}$ , en la analogía de circuito MMR en la Figura 4.4b para representar las pérdidas de los componentes bidireccionales y unidireccionales del MMR, respectivamente. Esto considera las pérdidas de todas las partes móviles dentro del MMR, incluyendo los OWBs, y sus interacciones con cualquier lubricante presente.

Observando la Figura 4.4, se nota que las pérdidas dinámicas en la rama (-) de  $T_{L|out}$  y  $T_{L|MMR_{out}}$  siempre permanecen inactivas debido a los diodos (que representan los OWBs) que impiden un valor negativo de  $\dot{\theta}_{out}$ , según lo indicado por la restricción de velocidad (4.12). Además, cuando el MMR está estático ( $\dot{\theta}_{in} = \dot{\theta}_{out} = 0$ ) y se aplica un torque de excitación de salida negativo suficientemente grande ( $T_{exc|out}$ ), el sistema en su totalidad puede bloquearse debido a la polarización inversa simultánea de ambos diodos OWBs (fenómeno explicado en detalle en la siguiente sección). En este escenario, las pérdidas por fricción no intervienen, por lo que necesariamente  $T_{s|out}^- = T_{s|MMR_{out}}^- = 0$ .

De esta manera, las restricciones intrínsecas de los OWBs junto con las del MMR son consideradas adecuadamente al integrar los componentes de fricción en el circuito MMR. Es posible comprobar que el modelo incorporado en el circuito se corresponde con el modelo de fricción simplificado utilizado en el Capítulo 3.

#### 4.2.5. No Linealidades del Circuito del MMR

Las inercias de entrada y salida, mostradas en diferentes colores en la Figura 4.4, pueden ser condensadas como sigue:

$$\check{I}_{in} = I_{in} + I_{MMR_{in}} \quad (4.22)$$

$$\check{I}_{out} = I_{out} + I_{MMR_{out}} \quad (4.23)$$

De manera similar,  $T_{L|in}$  y  $T_{L|MMR_{in}}$ , junto con  $T_{L|out}$  y  $T_{L|MMR_{out}}$ , están en serie en el circuito y pueden ser sintetizados a través de:

$$\check{T}_{L|in} = T_{L|in} + T_{L|MMR_{in}} \quad (4.24)$$

$$\check{T}_{L|out} = T_{L|out} + T_{L|MMR_{out}} \quad (4.25)$$

Como resultado, a excepción del término de Stribeck, el resto de los coeficientes de fricción se combinan linealmente en un solo componente. Los coeficientes de fricción consolidados resultan entonces:  $\check{T}_{s|sy} = T_{s|sy} + T_{s|MMR_{sy}}$ ,  $\check{T}_{c|sy} = T_{c|sy} + T_{c|MMR_{sy}}$ ,  $\check{B}_{sy} = B_{sy} + B_{MMR_{sy}}$ , donde “sy” es “in” o “out” según corresponda. Por otro lado, el

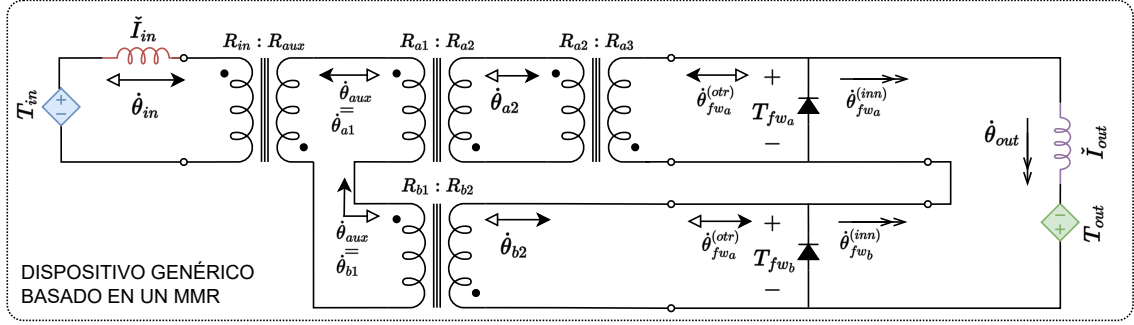


Figura 4.6: Dispositivo genérico basado en un MMR.

término no lineal de Stribeck puede ser modelado por un único término utilizando los parámetros equivalentes  $\check{\delta}_{str|sy}$  y  $\check{\omega}_{str|sy}$ , junto con  $\check{T}_{s|sy}$  y  $\check{T}_{c|sy}$  resultando en:

$$\check{S}_{sy} = (\check{T}_{s|sy} - \check{T}_{c|sy}) \exp\left(-\left|\dot{\theta}_{sy}/\check{\omega}_{str|sy}\right|^{\check{\delta}_{str|sy}}\right), \quad (4.26)$$

Por último, los torques equivalentes de entrada y salida se definen como:

$$T_{in} = T_{exc|in} - \check{T}_{L|in} \quad (4.27)$$

$$T_{out} = T_{exc|out} - \check{T}_{L|out}. \quad (4.28)$$

Notar que la nomenclatura de los torques equivalentes de entrada y salida, se hereda del capítulo anterior<sup>1</sup>, donde representan fuerzas generalizadas dentro del formalismo de Lagrange (ver Sección 3.3). El modelo circuital de un dispositivo genérico basado en un MMR se muestra en la Figura 4.6, respetando el patrón de colores establecido en la Figura 4.4.

Considerando las definiciones anteriores, así como notando que el voltaje en el primer devanado del transformador ideal  $in:aux$  es  $T_{in|aux} = -N_r(T_{fw_a} - T_{fw_b})$ , y aplicando la ley de tensiones de Kirchhoff a los lazos cerrados de la izquierda y la derecha de la Figura 4.4, se obtienen las siguientes ecuaciones de movimiento de MMR:

$$\begin{cases} T_{in} + N_r(T_{fw_a} - T_{fw_b}) = \check{I}_{in} \ddot{\theta}_{in}, & (4.29a) \\ T_{fw_a} + T_{fw_b} + T_{out} = \check{I}_{out} \ddot{\theta}_{out} & (4.29b) \end{cases}$$

Adicionalmente, se puede deducir del circuito MMR que el único caso en el que ambos OWBs están transmitiendo torque simultáneamente, implicando  $T_{fw_a} > 0$  y  $T_{fw_b} > 0$ , se produce cuando el MMR está estático ( $\dot{\theta}_{in} = \dot{\theta}_{out} = 0$ ) y el torque de excitación de

<sup>1</sup>De este modo, las ecuaciones que se derivan en este apartado coinciden con las presentadas en el modelo generalizado de dispositivos MMR.

salida está bloqueando el movimiento del sistema de entrada con un torque negativo lo suficientemente grande como para polarizar en inversa ambos diodos OWB. En este escenario, el MMR no tiene grados de libertad y permanece bloqueado, por lo tanto, se cumple  $\ddot{\theta}_{in} = \ddot{\theta}_{out} = 0$ . Al introducir esto en (4.29a-4.29b), los torques de los dos OWBs resultan en:

$$\begin{cases} T_{fw_a} = \frac{-T_{in}/N_r - T_{out}}{2} > 0 \\ T_{fw_b} = \frac{T_{in}/N_r - T_{out}}{2} > 0 \end{cases} \quad (4.30a)$$

$$\quad (4.30b)$$

$$\begin{aligned} s.t. \quad \dot{\theta}_{out} &= N_r |\dot{\theta}_{in}| = 0, \\ T_{out} &< T_{lk}, \end{aligned}$$

donde  $T_{lk}$  es el torque de bloqueo, que resulta después de reorganizar las desigualdades en (4.30a-4.30b), lo que da como resultado:

$$T_{out} < T_{lk} = -\frac{|T_{in}|}{N_r} = -\frac{sg(T_{in})}{N_r} T_{in} \leq 0. \quad (4.31)$$

Esto implica que el MMR debe estar estático y además el torque de salida debe ser negativo para alcanzar el modo de transmisión bloqueado. Notar que al utilizar los torques de las expresiones (4.30a-4.30b), junto con las ecuaciones de movimiento (4.29a-4.29b) se obtienen las LK-EQM derivadas en el modelo generalizado del MMR en el Capítulo 3.

Por otro lado, en los escenarios restantes, se puede deducir a partir de la analogía del circuito MMR que el torque se transmite alternativamente a través del OWB<sub>a</sub> o del OWB<sub>b</sub>, dependiendo de las direcciones de la velocidad o el torque de entrada, de la siguiente manera:

$$T_{fw_G} = \frac{(1 - sg^*(\dot{\theta}_{in}))}{2} T_{fw_a} + \frac{(1 + sg^*(\dot{\theta}_{in}))}{2} T_{fw_b} \quad (4.32)$$

$$s.t. \quad T_{out} \geq T_{lk} \text{ for } \dot{\theta}_{out} = N_r |\dot{\theta}_{in}| = 0.$$

donde la *función de signo generalizada* para la velocidad angular del eje de entrada se define como:

$$sg^*(\dot{\theta}_{in}) = \begin{cases} 1 & si \quad \dot{\theta}_{in} > 0 \\ -1 & si \quad \dot{\theta}_{in} < 0 \\ sg(T_{in}) & si \quad \dot{\theta}_{in} = 0. \end{cases} \quad (4.33)$$

con  $sg(T_{in}=0) := 1$ . Por lo tanto, el *torque de transmisión del OWB generalizado*,  $T_{fw_G}$ , representa el torque transmitido a través del OWB activo, es decir, el diodo con polarización inversa. Es importante notar que en el caso particular de un MMR

desacoplado,  $\dot{\theta}_{out} > N_r |\dot{\theta}_{in}|$  implica que ambos OWBs también están desacoplados y no pueden transmitir torque a través de sus anillos, es decir, ambos diodos están conduciendo y su diferencia de tensión es nula. Por lo tanto,  $T_{fw_G} = T_{fw_a} = T_{fw_b} = 0$ , y la ecuación (4.32) sigue siendo válida. Considerando esto, las ecuaciones (4.29a-4.29b) se pueden reescribir como:

$$\begin{cases} T_{in} - sg^*(\dot{\theta}_{in}) N_r T_{fw_G} = \check{I}_{in} \ddot{\theta}_{in} & (4.34a) \\ T_{fw_G} + T_{out} = \check{I}_{out} \ddot{\theta}_{out} & (4.34b) \end{cases}$$

$$s.t. \quad T_{out} \geq T_{lk} \quad for \quad \dot{\theta}_{out} = N_r |\dot{\theta}_{in}| = 0.$$

Es importante notar que la ecuación anterior coincide con la G-EQM derivada en el Capítulo 3. Además, asumiendo que el MMR está acoplado, se satisface  $\dot{\theta}_{out} = N_r |\dot{\theta}_{in}| = sg^*(\dot{\theta}_{in}) N_r \dot{\theta}_{in}$ . Si se cumple la derivada temporal de esta expresión, entonces  $\ddot{\theta}_{out} = sg^*(\dot{\theta}_{in}) N_r \ddot{\theta}_{in}$ , el torque de transmisión del OWB generalizado se puede deducir introduciendo estos conceptos en (4.34a-4.34b), como sigue:

$$T_{fw_G} = \frac{sg^*(\dot{\theta}_{in}) N_r \check{I}_{out} T_{in} - \check{I}_{in} T_{out}}{\check{I}_{in} + N_r^2 \check{I}_{out}}. \quad (4.35)$$

Sin embargo, dado que  $T_{fw_G} \geq 0$  se satisface para cada combinación de torques de entrada y salida debido a las restricciones de torque de los OWBs especificadas en (4.1b), la ecuación (4.35) solo es válida cuando:

$$T_{out} \leq sg^*(\dot{\theta}_{in}) \frac{N_r \check{I}_{out}}{\check{I}_{in}} T_{in}. \quad (4.36)$$

Si la expresión anterior no se satisface, entonces (4.35) dará un valor negativo que no es físicamente posible. En tal escenario,  $T_{fw_G}$  es necesariamente cero. Así, definiendo el torque de desacoplamiento como:

$$T_{dis} = sg^*(\dot{\theta}_{in}) \frac{N_r \check{I}_{out}}{\check{I}_{in}} T_{in}, \quad (4.37)$$

el torque generalizado de transmisión resulta:

$$T_{fw_G} = \frac{(1-sg^*(\dot{\theta}_{in}))}{2} T_{fw_a} + \frac{(1+sg^*(\dot{\theta}_{in}))}{2} T_{fw_b} = \begin{cases} \begin{array}{l} \text{ENGAGED} \quad (\dot{\theta}_{out} = N_r |\dot{\theta}_{in}|) \\ \hline \frac{sg^*(\dot{\theta}_{in}) N_r \check{I}_{out} T_{in} - \check{I}_{in} T_{out}}{\check{I}_{in} + N_r^2 \check{I}_{out}} \quad if \quad T_{out} \leq T_{dis} \\ 0 \quad if \quad T_{out} > T_{dis} \end{array} \\ \begin{array}{l} \text{DISENGAGED} \quad (\dot{\theta}_{out} > N_r |\dot{\theta}_{in}|) \\ \hline 0 \end{array} \end{cases}$$

$$s.t. \quad T_{out} \geq T_{lk} \quad for \quad \dot{\theta}_{out} = N_r |\dot{\theta}_{in}| = 0, \quad (4.38)$$

Si el MMR está acoplado y se satisface  $T_{out} > T_{dis}$ , al introducir  $T_{fw_G} = 0$  en (4.34a-4.34b), se puede demostrar que  $\ddot{\theta}_{out} > sg^*(\dot{\theta}_{in}) N_r \ddot{\theta}_{in}$ . Por lo tanto, un instante después de cumplir esta condición de torque, las velocidades satisfarán  $\dot{\theta}_{out} > N_r |\dot{\theta}_{in}|$ , es decir, el MMR cambiará al modo desacoplado. Es relevante señalar que la definición de la condición de desacoplamiento coincide con la derivada en el modelo generalizado del MMR.

Finalmente, es importante destacar que la presencia de los diodos OWB en el circuito del MMR, junto con el arreglo de los transformadores ideales (ver Fig. 4.4), imponen una restricción de transmisión de potencia unidireccional, bloqueando la transferencia de potencia del eje de salida al de entrada. Esto es consistente con la observación derivada en el capítulo anterior de este trabajo.

### 4.3. Resultados Experimentales

Se realizaron pruebas experimentales utilizando el prototipo a escala reducida de MMR presentado en el capítulo anterior, mostrado en la Figura 4.7a para comodidad del lector. Los detalles de la configuración experimental se proporcionan en la Sección 3.5. Los parámetros del circuito MMR que caracterizan el prototipo experimental se obtuvieron siguiendo el procedimiento de identificación específico descrito en el capítulo correspondiente, cuyos resultados se encuentran en la Tabla 3.1. Posteriormente, se compararon las simulaciones realizadas con el modelo circuital con los resultados obtenidos en las mismas pruebas experimentales presentadas en el Capítulo 3, con el fin de validar la precisión y eficacia de la analogía eléctrica para representar el comportamiento no lineal del sistema MMR.

Es importante destacar, antes de describir las pruebas, que no se observaron diferencias significativas entre los resultados de las simulaciones utilizando el modelo explícito generalizado de MMR con el algoritmo descrito en la Sección 3.4.1 y el modelo circuital derivado aquí. Por lo tanto, contrastarlos en una única figura o mediante indicadores numéricos no aporta información relevante. Dado las similitudes en las pruebas experimentales realizadas, a continuación se proporciona una descripción más concisa de la validación del modelo circuital llevada a cabo.

#### Prueba 1: Dinámica General

La corriente del DCPM se mide directamente y se utiliza para calcular el par experimental  $T_{em|DCPM}$  mediante la ecuación (4.39), ver Figura 4.8a. Además, se mide directamente la posición angular del generador AFPM y sus tres corrientes de línea, que se utilizan para calcular las corrientes  $qd$  utilizando la transformación de Park [93],

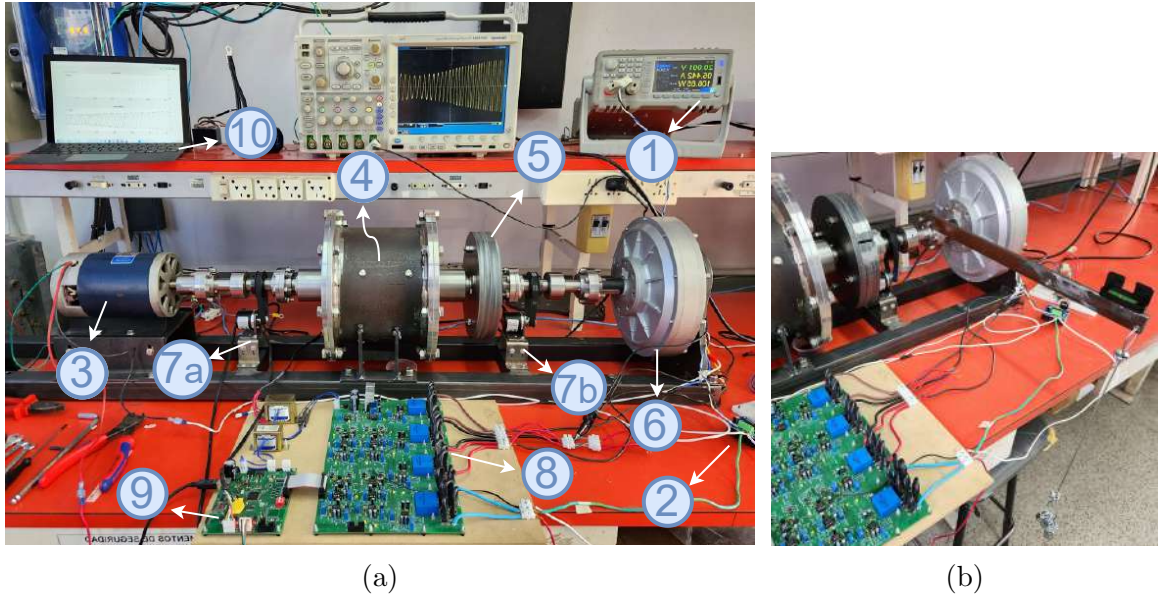


Figura 4.7: (a) Configuración experimental. (b) Se acopla un brazo con peso calibrado al MMR para probar el modo de transmisión bloqueado.

ver Figura 4.8b. Estas corrientes se utilizan luego para determinar el par experimental  $T_{em|AFPM}$  a través de la ecuación (4.40):

$$T_{em|DCPM} = k_t i_{dc}, \quad (4.39)$$

$$T_{em|AFPM} = \frac{3P}{2} [\lambda_m i_q + (L_d - L_q) i_q i_d]. \quad (4.40)$$

Los torques electromagnéticos de ambas máquinas se sustituyen en las ecuaciones (4.18)-(4.21), junto con las posiciones y velocidades medidas directamente, para calcular las pérdidas de entrada y salida experimentales,  $\tilde{T}_{L|in}$  y  $\tilde{T}_{L|out}$ . Finalmente, los torques de entrada y salida experimentales,  $T_{in}$  y  $T_{out}$ , se calculan siguiendo sus definiciones en la Sección 4.2.5. Los resultados de velocidades y torques experimentales del MMR se muestran en las Figuras 4.9a-4.9b, respectivamente.

La simulación circuital toma como entradas los torques electromagnéticos experimentales  $T_{em|DCPM}$  y  $T_{em|AFPM}$ , y genera como salidas  $\theta_{in}$ ,  $\dot{\theta}_{in}$ ,  $\theta_{out}$ ,  $\dot{\theta}_{out}$ ,  $T_{in}$ ,  $T_{out}$  y  $T_{dis}$ . La Figura 4.9a muestra una comparación entre las velocidades experimentales y simuladas. Esta comparación revela que el modelo circuital reproduce con precisión la dinámica no lineal del prototipo MMR, incluido su comportamiento transitorio.

Un análisis detallado de un episodio de desacoplamiento se presenta en la Figura 4.9, ofreciendo una visualización más exhaustiva de los resultados dentro del intervalo (15,8, 16,8). Durante el intervalo (15,8,  $t_1$ ], el MMR se encuentra acoplado, donde tanto las velocidades experimentales como las simuladas satisfacen la relación  $\dot{\theta}_{out} = N_r |\dot{\theta}_{in}|$ . El desacoplamiento ocurre aproximadamente en  $t_1$  cuando se cumple



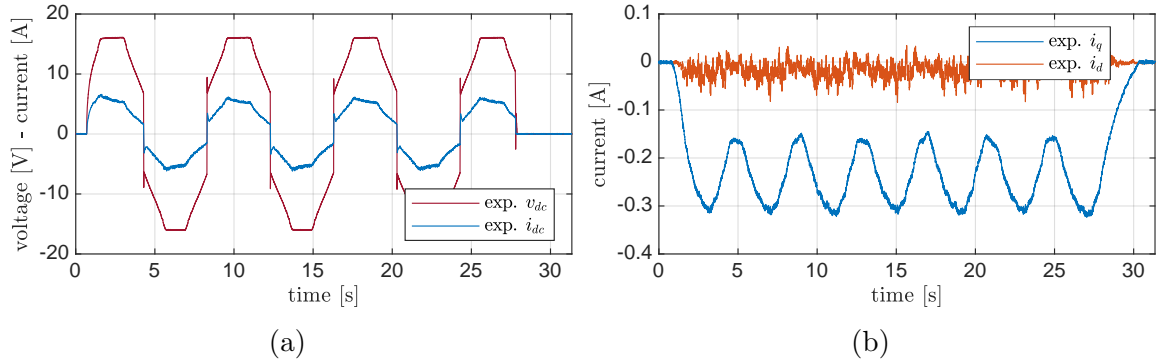


Figura 4.8: *Prueba 1*: Parámetros eléctricos medidos (a) Tensión y corriente del motor DCPM. (b) Corrientes  $qd$  del generador AFPM.

la condición  $T_{out} > T_{dis}$ . En este instante, las aceleraciones de entrada y salida satisfacen  $\ddot{\theta}_{out} > sg^*(\dot{\theta}_{in}) N_r \ddot{\theta}_{in}$ , lo que resulta en una diferencia entre las velocidades de entrada y salida posterior a  $t_1$ , señalando la transición del MMR al modo desacoplado ( $\dot{\theta}_{out} > N_r |\dot{\theta}_{in}|$ ). El sistema permanece en estado desacoplado hasta que las velocidades se igualan en  $t_2$ , indicando un retorno al modo acoplado.

Durante los intervalos  $(15,8, t_1)$  y  $[t_2, 16,8)$ , se cumple que  $T_{fw_G} > 0$  y  $\dot{\theta}_{out} = N_r |\dot{\theta}_{in}|$ , indicando que el MMR está acoplado y está transfiriendo potencia desde el eje de entrada al eje de salida. Sin embargo, en el momento del desacoplamiento ( $t_1$ ) y durante la etapa de desacoplamiento ( $t_1, t_2$ ), se tiene  $T_{fw_G} = 0$ , lo que implica que no se transmite energía a través del MMR. A pesar de la dinámica de acoplamiento y desacoplamiento del MMR, se observa que el sistema de salida absorbe energía ( $P_{out} = T_{out} \dot{\theta}_{out} < 0$ ) durante todo el intervalo  $(15,8, 16,8)$ .

La concordancia entre los resultados experimentales y de simulación durante el desacoplamiento del MMR confirma la capacidad del circuito para modelar estos eventos, así como también la validez de la condición de desacoplamiento basada en torque deducida a partir de la analogía eléctrica. Sin embargo, los torques pasivos de salida involucrados en esta prueba impiden el bloqueo de los sistemas de entrada y salida cuando el MMR está estático. La imposibilidad de lograr este modo sirve como motivación para llevar a cabo la *Prueba 2*.

## Prueba 2: Bloqueo del MMR

En esta prueba, se coloca una barra con un peso calibrado en el eje de salida del MMR, aplicando un torque activo negativo de  $T_{act} = -1,98$  Nm (ver Fig. 4.7b). El generador AFPM se mantiene en circuito abierto, por lo tanto, no se aplica torque

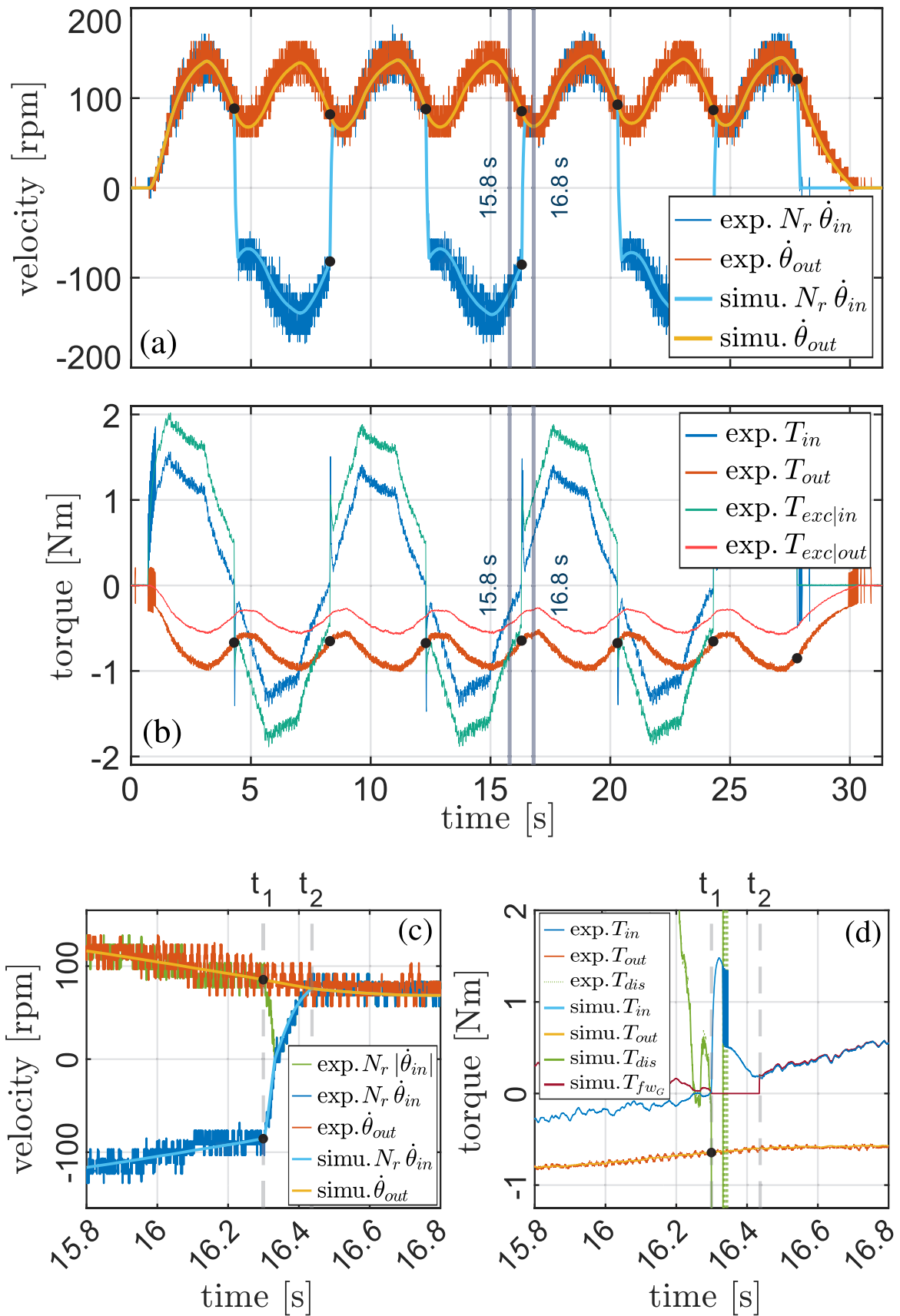


Figura 4.9: Prueba 1: Velocidades (a)-(c) y torques (b)-(d) experimentales vs. simulados.

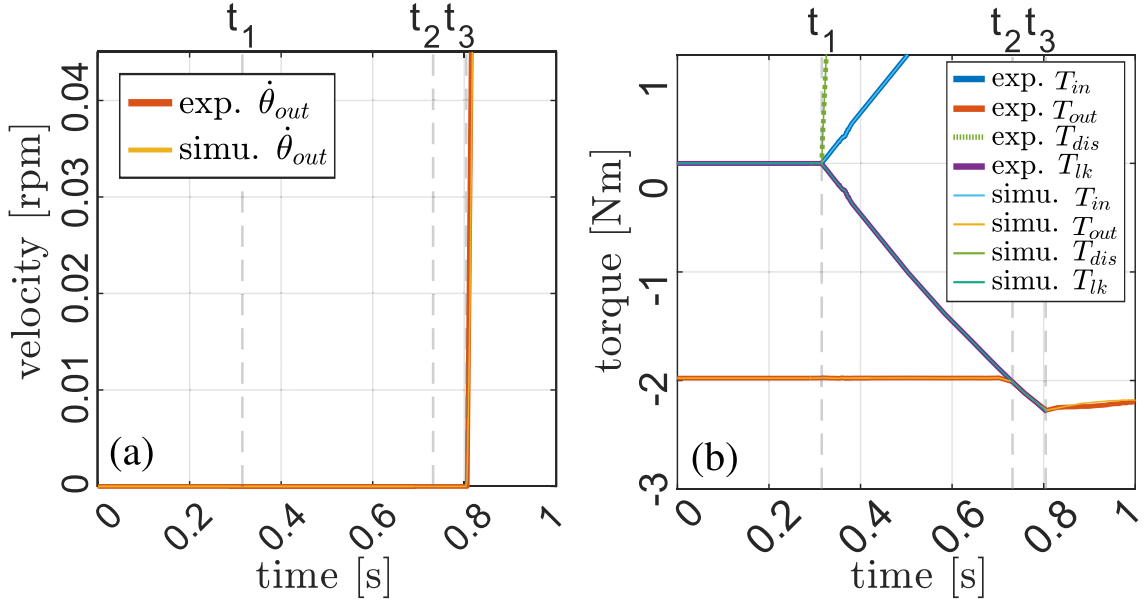


Figura 4.10: *Test 2*: Velocidades (a) y torques (b) de salida experimentales comparados con los simulados.

electromagnético y  $T_{exc|out} = T_{act}$ . Las velocidades y torques de salida experimentales y simulados de la *Prueba 2* se presentan en la Fig. 4.10.

Inicialmente (hasta  $t_1$ ), el MMR está estático, y no se aplica excitación al motor DCPM ( $T_{exc|in} = \check{T}_{L|in} = 0$ ), por lo tanto  $T_{in} = 0$ . Además,  $\check{T}_{L|out} = 0$  dado que  $\check{T}_{xt|out} = T_{act} < 0$ , lo que resulta en  $T_{out} = T_{act} < T_{lk} = 0$ , de acuerdo con el modelo de componentes de fricción de salida. En este escenario, ambos diodos OWB están en polarización inversa, el sistema está bloqueado y permanece estático (Fig. 4.10a), cumpliendo con la restricción de velocidad del MMR (4.12) y su restricción de transmisión unidireccional de potencia.

A partir de  $t_1$ , el motor DCPM se alimenta con una función de rampa de tensión de 25 V/s para inducir un crecimiento del torque de entrada (Fig. 4.10b). Tanto la simulación como el experimento muestran que el sistema permanece bloqueado hasta  $t_2$ , de acuerdo con las definiciones provistas en la Sección 4.2.5. Sin embargo, el MMR permanece estático hasta  $t_3$ . Durante  $[t_2, t_3)$ , se mantiene la condición  $T_{out} = T_{lk}$  porque el torque de excitación de entrada no supera la suma de los torques de fricción estáticos de entrada y salida ( $\check{T}_{s|in}$  y  $\check{T}_{s|out}$ ), resultando en  $\check{\theta}_{out} = sg^*(\check{\theta}_{in}) N_r \check{\theta}_{in} = 0$ , lo que implica que el MMR permanecerá estático.

En  $t_3$ , el torque de fricción estático de los sistemas de entrada y salida se supera, lo que resulta en  $T_{out} = T_{s|out}$ , logrando así  $T_{lk} < T_{out} < T_{dis}$ . A partir de este momento,

las aceleraciones de salida y de entrada están relacionadas por  $\ddot{\theta}_{out} = sg^*(\dot{\theta}_{in}) N_r \ddot{\theta}_{in} > 0$ , y el eje de salida comienza su movimiento (Fig. 4.10a).

## 4.4. Control de un WEC tipo Brazo-Flotador Oscilante con un PTO Basado en un MMR

A continuación, se evaluará la reconocida estrategia de control reactivo en un WEC tipo brazo-flotador oscilante con un PTO basado en un MMR. Para ello se especializa primero el sistema de entrada para representar la etapa de absorción mostrada en la Figura 4.1a. Por otro lado, la etapa de generación y acondicionamiento de la Figura 4.1b se modela en este caso a través de una carga controlada proporcional-integral-derivativa (PID), ampliamente utilizada en la literatura de WECs [111]. La estrategia de control reactivo implementada en el WEC con MMR se compara con los resultados de la implementación de esta misma estrategia en un WEC lineal.

Con el objetivo de simplificar el análisis de las diferencias entre el WEC con y sin MMR, y a su vez poder extrapolar los resultados a diferentes condiciones climáticas de olas y sacar conclusiones con mayor claridad sobre las no linealidades inherentes de la dinámica de los WEC con MMR, se excluyen los componentes de fricción no lineal representados en el circuito de la Figura 4.4.

### 4.4.1. Modelado de la Etapa de Absorción: Sistema de Entrada

La ecuación hidrodinámica para el WEC lineal tipo brazo-flotador oscilante con 1 grado de libertad mostrado en la Figura 4.11, puede formularse en el dominio de la frecuencia de la siguiente manera [111]:

$$\tilde{\theta}(\omega) = \frac{\tilde{f}_{ex}(\omega) \tilde{\eta}(\omega) - \tilde{T}_{pto}(\omega)}{B(\omega) + j\omega (I_{wec} + A_\infty + A(\omega) - S_h \omega^2)}, \quad (4.41)$$

donde  $\tilde{\mathcal{W}}(\omega) \equiv \mathcal{F}\{\mathcal{W}(t)\}$ , y  $\mathcal{F}\{\bullet\}$  representa la transformada de Fourier de  $\bullet$ . En la última ecuación,  $\tilde{\theta}$  representa la velocidad angular del brazo-flotador (ver Figura 4.11), y  $\tilde{f}_{ex}(\omega)$  y  $\tilde{\eta}(\omega)$  son la respuesta en frecuencia por unidad de longitud de la fuerza de excitación y la transformada de Fourier de la elevación de la superficie libre debido a la onda incidente no perturbada, respectivamente;  $\tilde{T}_{pto}$  representa el torque del PTO,  $B(\omega)$  es la resistencia de radiación y  $A(\omega)$  es la masa añadida luego de remover la singularidad presente a frecuencia infinita ( $A_\infty$ );  $I_{wec}$  representa el momento de inercia (MOI) del WEC lineal, y  $S_h$  es el coeficiente de restitución hidrostático linealizado. Además, la impedancia intrínseca del WEC se define como:

$$Z_{wec}(\omega) = B(\omega) + j\omega \left( I_{wec} + A_\infty + A(\omega) - \frac{S_h}{\omega^2} \right) = B(\omega) + j\omega X_{wec}(\omega). \quad (4.42)$$

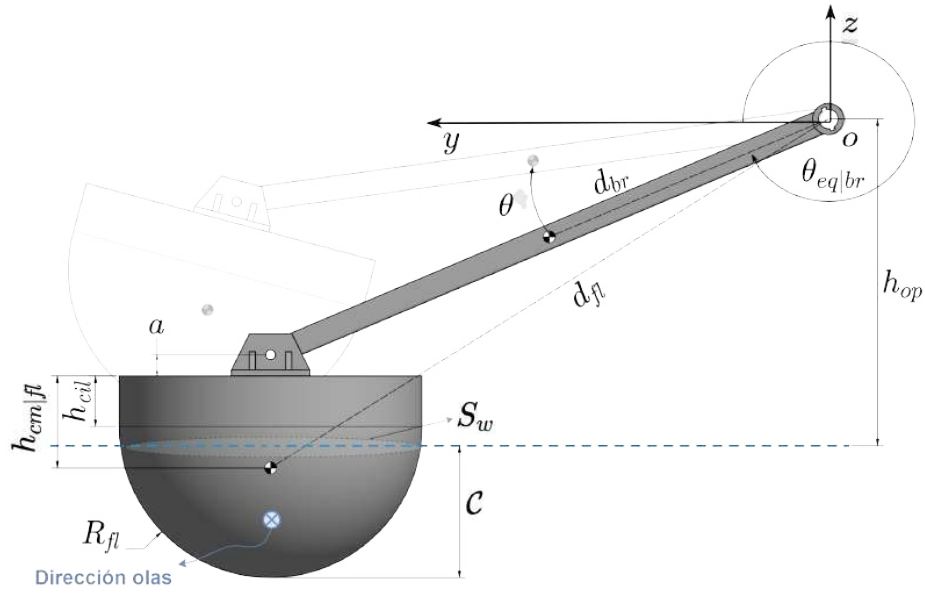


Figura 4.11: WEC tipo brazo-flotador oscilante.

Los coeficientes hidrodinámicos para las fuerzas de excitación, radiación y restitución fueron obtenidos utilizando el modelo semiparamétrico propuesto en [163] (Capítulo 2 de esta tesis), en combinación con el software NEMOH [112] basado en el método de elementos de contorno, ampliamente utilizado en la literatura. Notar que la nomenclatura se simplifica por comodidad en este capítulo, e.g.,  $S_{h,\theta}$  es simplemente  $S_h$ . El WEC analizado presenta un flotador hemisférico con un radio de 2,5 m, una altura total de 3,3 m y una masa de 18,9 tn, una longitud de brazo de 8,75m y una masa de 14,15 tn, con un ángulo de  $-20^\circ$  respecto al plano horizontal paralelo a la superficie libre del océano (ver Fig. 4.11), y un momento de inercia total de  $I_w = 1,96 \times 10^6 \text{ kgm}^2$ . Además, dentro del entorno del software NEMOH, se asume profundidad de agua infinita para obtener las respuestas en frecuencia asociadas a la geometría del flotador propuesta. En lo que respecta al modelo semiparamétrico, se asume que la dirección de las olas incidentes es paralela al eje  $x$ , al igual que en el Capítulo 2 y como se muestra en la Figura 4.11. Los coeficientes de excitación, radiación y restauración obtenidos para el WEC tipo brazo-flotador oscilante descrito se pueden encontrar en el repositorio en línea [164].

Es importante notar que la ecuación (4.41) solo es válida si la dinámica del WEC puede ser representada como un sistema lineal. Aunque ciertos sistemas no lineales pueden ser linealizados alrededor de un punto de operación específico, las no linealidades inherentes del MMR, que resultan en el comportamiento dinámico característico de *acoplamiento-desacoplamiento* del dispositivo, hacen que esta tarea sea desafiante. Por lo tanto, para un PTO basado en MMR, se debe utilizar una representación en el dominio del tiempo de la ecuación dinámica (4.41) que permita contemplar las no

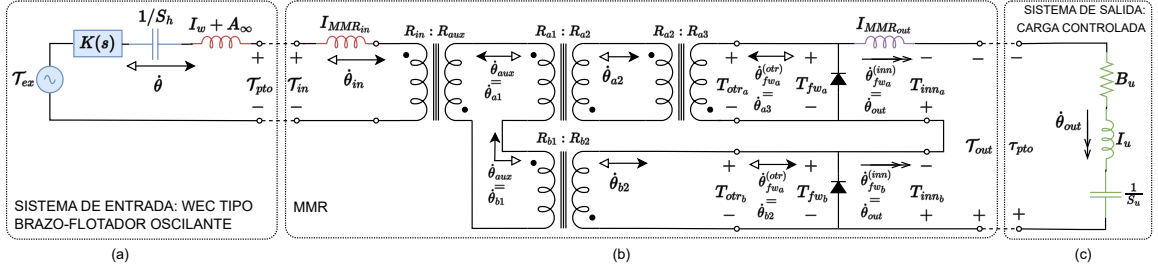


Figura 4.12: Circuito eléctrico análogo del WEC basado en MMR. (a) Interacción fluido-estructura. (b) Rectificador de Movimiento Mecánico. (c) Carga controlada.

linealidades inherentes del PTO basado en MMR. En [114], Ogilvie establece una relación directa entre los modelos en el dominio de la frecuencia y el tiempo, por medio de la cual (4.41) puede expresarse como:

$$(I_w + A_\infty)\ddot{\theta}(t) = f_{ex}(t) * \eta(t) - k(t) * \dot{\theta}(t) - S_h \theta(t) - \mathcal{T}_{pto}(t), \quad (4.43)$$

donde  $k(t)$  es la respuesta al impulso de radiación definido como la antitransformada de Fourier de la función en el dominio de la frecuencia  $K(\omega) = B(\omega) + j\omega A(\omega)$ . Adicionalmente, es importante aclarar que el momento de inercia de la expresión (1.3), se adaptó para representar la inercia simplemente del sistema de entrada,  $I_{in}$ : (4.43), es decir:

$$I_{in} = I_w + A_\infty, \quad (4.44)$$

donde  $I_w$  representa el momento de inercia asociado al sistema brazo-flotador oscilante. La inercia del sistema de salida en el WEC basado en un MMR, se refleja al sistema de entrada por medio del torque del PTO ( $\mathcal{T}_{pto}$ ). Más adelante se verá que  $I_{wec}$  en (4.41) se utiliza para representar el momento de inercia equivalente de un WEC lineal, es decir, uno que no integra un MMR. Más aún, notar a partir de la ecuación (4.43) y el modelo circuital mostrado en la Figura 4.4, que el torque de excitación genérico del sistema de entrada ( $T_{exc|in}$ ), para el caso del WEC analizado se define como:

$$T_{exc|in} = f_{ex}(t) * \eta(t) - k(t) * \dot{\theta}(t) - S_h \theta(t), \quad (4.45)$$

#### 4.4.1.1. Analogía Eléctrica

Para sintetizar una red eléctrica a partir de la expresión (4.43), primero se deriva una aproximación en espacio de estados del término de radiación definido por la convolución  $k(t) * \dot{\theta}$ . Para ello, se utiliza el método basado en el ajuste de momentos propuesto en [128]. Como resultado, se obtiene el siguiente kernel de radiación polinómico de orden finito en el dominio de Laplace:

$$K(s) = \frac{k_s s (s + a_1)(s + a_2)(s^2 + a_3s + a_4)(s^2 + a_5s + a_6)}{(s^2 + b_1s + b_2)(s^2 + b_3s + b_4)(s^2 + b_5s + b_6)(s^2 + b_7s + b_8)} \quad (4.46)$$

donde los coeficientes correspondientes pueden encontrarse en el repositorio web [164] y en la Tabla 4.1. Notar que  $K(s)$  puede ser incorporado directamente en diversas plataformas de simulación de circuitos eléctricos, tal cual se muestra en la representación esquemática en la Figura 4.4a. Por otro lado, la masa añadida infinita,  $A_\infty$ , y el coeficiente de restitución del WEC,  $S_h$ , provenientes de (4.43), se representan como una inductancia y una elastancia, respectivamente.

Adicionalmente, las olas reales oceánicas se consideran procesos estocásticos que pueden representarse mediante un espectro de olas, ver Apéndice A. La formulación que permite representar un espectro de olas en el dominio del tiempo se conoce como modelo de amplitudes/fases aleatorias [141, 165], y se define a continuación:

$$\eta(t) = \sum_{i=1}^N a_i \cos(\omega t + \alpha_i) \quad (4.47)$$

donde  $N$  es un número elevado, mientras que  $a_i = H_i/2$  y  $\alpha_i$  son las amplitudes y fases aleatorias correspondientes. En este modelo, las fases se encuentran uniformemente distribuidas entre  $[0, 2\pi]$ , mientras que las amplitudes quedan definidas a través del espectro de olas correspondiente al sitio de interés. El modelo de amplitudes/fases aleatorias genera un proceso estacionario (gaussiano). Para utilizar este enfoque en condiciones marítimas, que nunca son verdaderamente estacionarias, es necesario dividir el registro de olas en segmentos que se consideren aproximadamente estacionarios (comúnmente se considera una duración de 15-30 minutos para olas en el océano).

Además, en el mar, los componentes de las olas no son realmente independientes entre sí (como en el modelo de amplitudes/fases aleatorias) porque interactúan en cierta medida. Sin embargo, si las olas no son demasiado “empinadas” y no se encuentran en aguas de muy baja profundidad, estas interacciones son débiles y pueden ser ignoradas, dejando el modelo de fase/amplitud aleatoria en su lugar como el modelo básico para describir las olas oceánicas [141].

En este contexto, el término de convolución de excitación en (4.43) puede expresarse como:

$$\mathcal{T}_{ex}(t) = \sum_{k=1}^N |\tilde{f}_{ex}(\omega_i)| \frac{H_i}{2} \cos\left(\omega_i t + \angle \tilde{f}_{ex}(\omega_i) + \alpha_i\right). \quad (4.48)$$

Es importante destacar que esta expresión representa una realización de la fuerza de excitación que elimina la necesidad de una convolución en el dominio del tiempo que involucre el conocimiento de la elevación de la superficie libre en un horizonte de tiempo futuro. En consecuencia, se logra evitar los desafíos asociados con la no causalidad de  $f_{ex}(t)$ , como se discute en [81]. Sin embargo, para aquellos escenarios

Tabla 4.1: Coeficientes de la IRF de radiación de orden finito.

Símbolo	Valor	Símbolo	Valor	Símbolo	Valor
$k_s$	$1,0693 \times 10^6$	$a_1$	35,5795	$b_1$	2
		$a_2$	0,4848	$b_2$	1
		$a_3$	1,635	$b_3$	2,261
		$a_4$	8,67	$b_4$	10,95
		$a_5$	0,946	$b_5$	2,023
		$a_6$	13,89	$b_6$	10,77
				$b_7$	3,636
				$b_8$	19,78

en los cuales se desconozca el espectro de olas, o bien se simule en tiempo real, la elevación de ola en un horizonte de tiempo futuro razonable debe ser conocida para resolver la convolución asociada al término de la fuerza de excitación hidrodinámica [166, 167]. Para estos casos, es posible representar la operación  $\eta(t) * f_{ex}(t)$  en la analogía circuital, a través de aproximación polinómica de orden finito en el dominio de Laplace para la función  $f_{ex}(t)$ , similar a la metodología empleada para describir la IRF de radiación [128].

Considerando los conceptos desarrollados, es posible representar la analogía eléctrica de la expresión (4.48) como una suma finita de fuentes de tensión sinusoidal, como se muestra en la Figura 4.12a. Por último, observe en la Figura 4.1 que el eje de rotación del brazo-flotador está conectado al eje de entrada del MMR; por lo tanto,  $\dot{\theta} = \dot{\theta}_{in}$  y  $\mathcal{T}_{pto} = \mathcal{T}_{in}$ . Esto permite la conexión entre el sistema brazo-flotador del WEC y el MMR, como se muestra en las Figuras 4.4a-4.4b.

#### 4.4.2. Carga Controlada: Sistema de Salida

A continuación se modela el sistema de salida del WEC tipo brazo-flotador oscilante con un PTO basado en MMR. Típicamente, en convertidores de energía de las olas, el torque del generador eléctrico, parte del sistema de salida, puede ajustarse activamente controlando la corriente de salida utilizando convertidores de electrónica de potencia [93]. Esta flexibilidad permite que el generador ejerza diversas funciones de torque, lo que posibilita la implementación de diferentes estrategias de control [94, 89, 95, 96]. Tal como se resaltó anteriormente, la analogía eléctrica se establece como una plataforma de simulación especialmente apropiada para representar dichas



etapas de generación, acondicionamiento y carga (ver Fig. 4.1), considerando el entorno eléctrico de la descripción del problema.

Sin embargo, a pesar de estas facilidades, a continuación se opta por una descripción simplificada del sistema de salida, buscando hacer énfasis en la estrategia de control a evaluar, y no así en los detalles de su implementación por medio de un generador eléctrico asociado a convertidores de potencia. De esta manera, los resultados obtenidos son más claros y las conclusiones extraídas pueden ser de utilidad para, por ejemplo, parametrizar los componentes de la etapa de generación y acondicionamiento, o bien definir la topología en particular del convertidor electrónico de potencia a utilizar.

Considerando lo anterior, se plantea el enfoque más común hallado en la literatura [111], que consiste en considerar la carga controlada del PTO,  $\mathcal{T}_u$ , como una carga proporcional-integral-derivativa respecto a la velocidad, resultando en:

$$\mathcal{T}_u = B_u \dot{\theta}_{out} + I_u \ddot{\theta}_{out} + S_u \theta_{out}, \quad (4.49)$$

Aquí  $\dot{\theta}_{out}$  es la velocidad a la salida del MMR que coincide con la velocidad de los anillos internos de los dos OWBs, es decir,  $\dot{\theta}_{out} = \dot{\theta}_{fw_a}^{(inn)} = \dot{\theta}_{fw_b}^{(inn)}$ . Más aún,  $B_u$ ,  $S_u$  y  $I_u$  representan la carga proporcional, integral y derivativa, respectivamente, representadas por medio de una resistencia, una elastancia y un momento de inercia variables, correspondientemente, tal como puede apreciarse en la Figura 4.12c.

### 4.4.3. Implementación del Control Reactivo

En las secciones siguientes, se lleva a cabo un análisis comparativo de la implementación del control reactivo para un WEC que integra un MMR y otro lineal (sin MMR), mostrados en la Figura 4.13 y 4.14, respectivamente. Dado que el control reactivo se aplica típicamente para casos con excitación monocromática, en el análisis subsiguiente se asumirá que los WECs son excitados por un rango de olas regulares para poder evaluar la respuesta en frecuencia de ambos convertidores.

Por un lado, nótese que en los sistemas de entrada y salida genéricos en el circuito de la Figura 4.4, en este caso particular,  $I_{in} = I_w + A_\infty$  (ver también Figura 4.12), por lo tanto,  $\check{I}_{in} = I_w + A_\infty + I_{MMR|in}$ . Respecto a la salida del MMR, se asumirá que la única carga proporcional a la aceleración en el sistema de salida corresponde al término derivativo de la carga controlada  $I_u$ , es decir, que  $\check{I}_{out} = I_{out} + I_{MMR|out} \approx 0$ . De esta manera, se facilita la evaluación de distintas condiciones de cargas proporcionales a la aceleración, incluyendo el caso de un MOI nulo a la salida del MMR, tal como se verá a continuación. Notar que la suposición realizada se hace con el objetivo

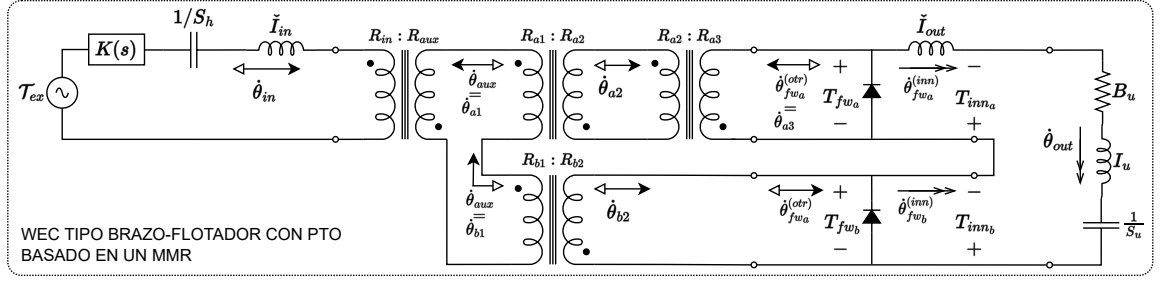


Figura 4.13: Modelo circuital de un WEC tipo brazo-flotador oscilante con un PTO basado en un MMR. El torque controlado ejercido por el PTO se modela como una carga PID respecto a la velocidad de salida.

de facilitar el análisis del impacto que tienen las inercias a la salida del MMR. No obstante, en lo que sigue se incluye el término  $\check{I}_{out}$  para proporcionar un enfoque más general. Eventualmente, cualquier término no nulo asociado a los momentos de inercia del sistema de salida debería agregarse sin mayor complejidad asociada a la variable  $\check{I}_{out}$ . Los resultados que se presentan a continuación no se ven afectados por asumir  $\check{I}_{out} \approx 0$ .

Por otro lado, en el caso específico de un WEC sin MMR, notar en la Figura 4.12 que  $\mathcal{T}_{pto} = \tau_{pto}$ , resultando en la analogía estándar de circuito lineal [111, 81], que se muestra en la Fig. 4.14. Para propósitos comparativos, los momentos de inercia equivalentes de entrada y salida del WEC sin MMR serán idénticos a los del WEC que incluye un MMR:  $\check{I}_{in} = I_w + A_\infty + I_{MMR|in}$  y  $\check{I}_{out} = I_{out} + I_{MMR|out} \approx 0$ . Más aún, a partir de dicho circuito lineal resulta directo definir el momento de inercia total asociado al WEC, parámetro de la ecuación dinámica (4.41) expresada en el dominio de la frecuencia, como sigue:

$$I_{wec} = \check{I}_{in} - A_\infty + \check{I}_{out} = (I_w + I_{MMR|in}) + (I_{out} + I_{MMR|out}) \quad (4.50)$$

Notar que  $I_{wec}$  representa entonces el momento de inercia equivalente del WEC lineal, análogo a la inercia propia del convertidor que integra un MMR. Adicionalmente, es importante destacar que, como el rendimiento del control reactivo se analizará en estado permanente para una excitación de olas regulares, el kernel de radiación  $K(s)$  fue reemplazado por su representación frecuencial  $K(\omega) = B(\omega) + j\omega A(\omega)$ . Esto no es posible en el circuito del WEC con MMR debido a la respuesta no lineal propia de este sistema.

#### 4.4.3.1. Control Reactivo en un WEC sin MMR

En este contexto, la carga del PTO se puede expresar en el dominio de la frecuencia como:

$$Z_u(\omega) = B_u + j\omega (I_u - S_u/\omega^2) = B_u + jX_u \quad (4.51)$$

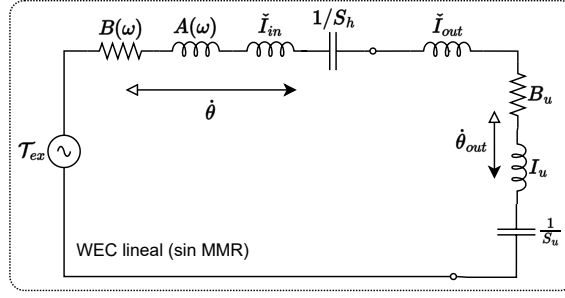


Figura 4.14: Analogía eléctrica de un WEC lineal que integra un PTO mecánico sin MMR.

Considerando la definición de la carga controlada  $Z_u$ , junto con el modelo en el dominio de la frecuencia expuesto en (4.41), este último puede reescribirse como sigue:

$$\tilde{\theta}(\omega) = \frac{\tilde{f}_{ex}(\omega) \tilde{\eta}(\omega)}{B(\omega) + j\omega [(I_{wec} + A_\infty + A(\omega) + I_u) - (S_h + S_u)/\omega^2]}, \quad (4.52)$$

En esta situación, la carga óptima de amortiguamiento para maximizar la absorción de potencia resulta [111]:

$$\mathcal{B}_u^*(\omega) = \{B(\omega)^2 + [\omega(I_{wec} + A_\infty + A(\omega) + I_u) - (S_h + S_u)/\omega]^2\}^{1/2}, \quad (4.53)$$

Más aún, en el caso particular en el que  $I_u = S_u = 0$ , la ecuación (4.53) da como resultado:

$$\mathcal{B}_u^{*(0)} = \mathcal{B}_u(\omega) |_{I_u=S_u=0} = |Z_{wec}| \quad (4.54)$$

Esto significa que el amortiguamiento óptimo para el caso en que los términos derivativo-integral de la carga controlada son nulos es igual a la magnitud de la impedancia propia del WEC. La ecuación (4.54) se denomina comúnmente en la literatura como condición de amplitud óptima [111]. Adicionalmente, la condición de fase óptima del WEC se puede alcanzar de la siguiente manera:

$$\mathcal{X}_u^*(\omega) = -\Im \{Z_{wec}\}$$

$$s.t. \begin{cases} I_u = -\Im \{Z_{wec}\} / \omega, & S_u = 0 & \text{si } \angle Z_{wec} < 0^\circ, \\ I_u = 0, & S_u = \Im \{Z_{wec}\} \omega & \text{si } \angle Z_{wec} \geq 0^\circ. \end{cases} \quad (4.55a)$$

$$(4.55b)$$

Introduciendo la condición de fase óptima en la definición de  $\mathcal{B}_u^*$ , la expresión (4.53) se simplifica a:

$$\mathcal{B}_u^*(\omega) = B(\omega), \quad (4.56)$$

resultando en la máxima potencia absorbida global para el WEC sin MMR. Nótese que las condiciones (4.53) y (4.55) son válidas para olas regulares y se corresponden con la conocida técnica de adaptación de impedancia (*impedance matching*); un enfoque diferente debe considerarse al tratar con olas irregulares [168].

#### 4.4.3.2. Control Reactivo en un WEC basado en un MMR

A continuación se analiza la implementación del control reactivo en un WEC tipo brazo-flotador con MMR. Para ello, se parte de la metodología de implementación para un WEC lineal, descrita anteriormente, y se evalúa cómo las no linealidades inherentes del WEC con MMR afectan la implementación del control reactivo.

En primera instancia, es necesario notar a partir de (4.55), que la reactancia óptima para el WEC lineal,  $\mathcal{X}_u^*$ , se determina según si la frecuencia analizada  $\omega$  está por debajo o por encima de la frecuencia de resonancia del WEC,  $\omega_0$ , en la cual  $\angle Z_{wec} = 0^\circ$ , ver también (4.42). Siguiendo un enfoque similar al de (4.55), los valores positivos de reactancia de carga se sintetizarán con un inductor, mientras que los valores negativos de reactancia de carga con un capacitor, por lo tanto:

$$X_u = \begin{cases} \omega I_u & \text{if } X_u > 0 \\ -S_u/\omega & \text{if } X_u < 0 \end{cases} \quad (4.57a)$$

$$(4.57b)$$

Considerando esto, se investiga inicialmente cómo la variación de  $B_u$  y  $X_u$ , definidos con base en (4.49), (4.51) y (4.57), afecta la potencia media absorbida en estado estacionario,  $\bar{P}_u$ , del WEC basado en un MMR. Para ello, se definen inicialmente dos frecuencias de prueba diferentes:

$$\omega_1 = 2\pi/9 \approx 0,7 \text{ rad/s}$$

$$\omega_2 = 2\pi/2,5 \approx 2,5 \text{ rad/s}$$

que se encuentran por debajo y por encima de la frecuencia de resonancia del WEC,  $\omega_0 \approx 2,2 \text{ rad/s}$ , respectivamente.

La Figura 4.15a muestra dos ejemplos de respuestas temporales de la velocidad angular del WEC con un MMR, una vez alcanzado el estado estacionario, para las frecuencias de prueba seleccionadas. Aquí, se puede observar el típico comportamiento no lineal de *acoplamiento-desacoplamiento*, con los puntos negros indicando los eventos de desacoplamiento. La potencia media absorbida en estos casos se calcula como:

$$\bar{P}_u = \int_{t_{ss}}^{t_{ss} + \omega/2\pi} \dot{\theta}_{out}^2(\mathcal{T}_u, \omega) B_u dt \quad (4.58)$$

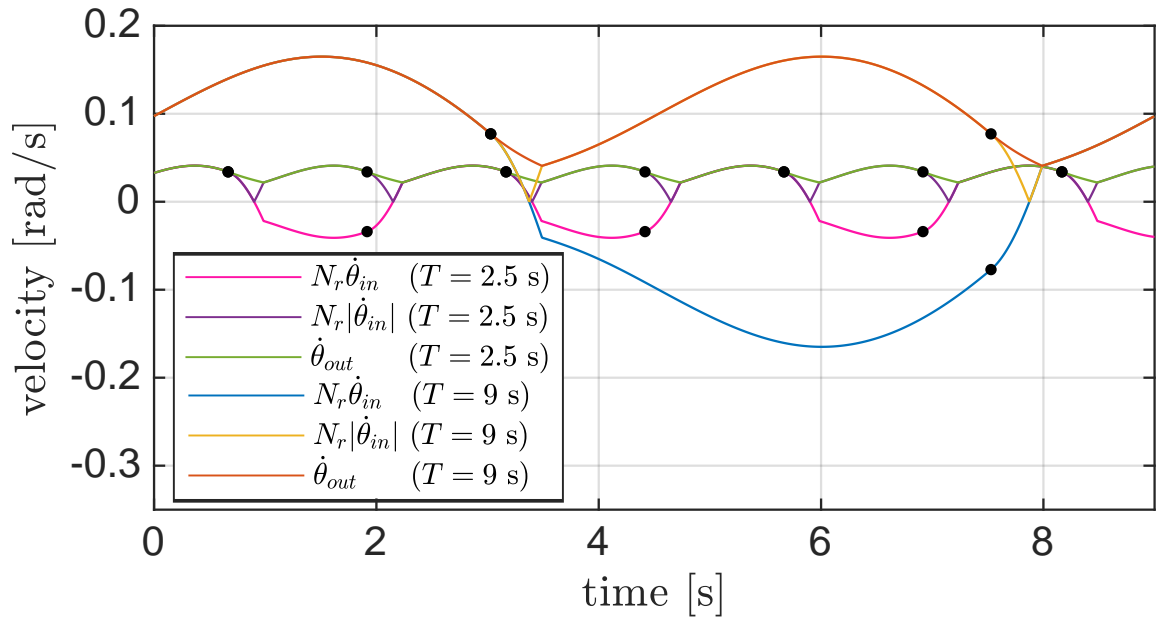
en donde  $t_{ss}$  es un instante de tiempo en el cual ya se ha alcanzado el estado estacionario, y  $\omega/2\pi$  representa el período de la ola. Se ha resaltado además la dependencia de la velocidad del WEC respecto al torque controlado  $\mathcal{T}_u$  definido en (4.49) y la frecuencia de la ola de excitación. Por otro lado, es importante destacar aquí que la potencia media absorbida por el WEC basado en un MMR escala al cuadrado con la altura de la ola, para una misma frecuencia, y todas las simulaciones se realizaron con una altura de  $H/2 = R_{fl}$ .

La potencia media absorbida para un rango significativo de cargas de amortiguamiento ( $B_u$ ) y reactancias ( $X_u$ ) controladas, considerando las dos frecuencias de prueba seleccionadas, se muestran en la Figura 4.15b-4.15c. Notar que los amortiguamientos y reactancias de la carga controlada se encuentran normalizados a través del amortiguamiento correspondiente a la condición de amplitud óptima,  $\mathcal{B}_u^{*(0)}$ , y la condición de fase óptima,  $\mathcal{X}_u^*(\omega)$ , correspondientes al WEC lineal.

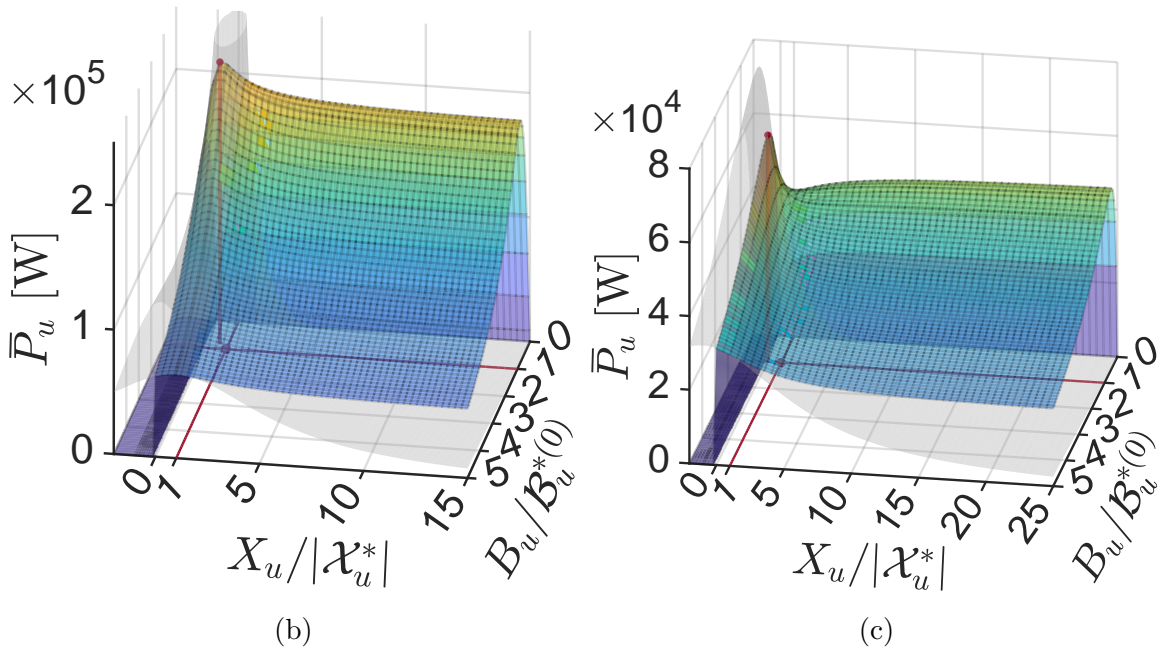
El primer punto a destacar de las Figuras 4.15b-4.15c es que una reactancia negativa en el PTO resulta en una potencia media absorbida nula en estado estacionario, independientemente de la frecuencia de la ola incidente. Esto se puede explicar fácilmente considerando el circuito equivalente en la Figura 4.4, teniendo en cuenta que  $\dot{\theta}_{out} \geq 0$ . Considerando esto, resulta directo deducir que un capacitor en el sistema de salida se carga siempre con el mismo sentido de polaridad, comportándose como un circuito abierto en estado estacionario. Cabe destacar que este comportamiento también se mantendrá bajo una excitación con olas irregulares (policromáticas).

Otro aspecto interesante es que la máxima potencia media absorbida para el WEC basado en un MMR, denotada como  $\bar{P}_u^*(\omega_i)$ , ocurre para valores de amortiguamiento y reactancia,  $B_u^*(\omega_i)$  y  $X_u^*(\omega_i)$ , muy próximos a los puntos  $\{\mathcal{B}_u^{*(0)}(\omega_1), \mathcal{X}_u^*(\omega_1)\}$  y  $\{\mathcal{B}_u^{*(0)}(\omega_2), 0\}$ , correspondientes a las frecuencias de ola de prueba por debajo y por encima de la resonancia del WEC, respectivamente. En primer lugar, es importante notar que para frecuencias por encima de la resonancia del WEC, la impedancia del convertidor (4.42),  $Z_{wec}$ , presenta un comportamiento inductivo, por lo que, basado en (4.55b), en el caso lineal resulta necesario colocar un capacitor a la salida para lograr la máxima absorción de potencia. Sin embargo, debido a las no linealidades propias del MMR, colocar un capacitor resultaría en una potencia de absorción media nula en régimen permanente. Esto se ve reflejado en la Figura 4.15c, en donde el máximo se da para una reactancia nula,  $X_u = 0$ .

A pesar de estas discrepancias, los máximos de absorción de potencia por parte del WEC con MMR próximos a los puntos  $\{\mathcal{B}_u^{*(0)}(\omega_1), \mathcal{X}_u^*(\omega_1)\}$  y  $\{\mathcal{B}_u^{*(0)}(\omega_2), 0\}$ , curiosamente aún mantienen una correlación con las condiciones óptimas de amplitud y fase del caso lineal, definidas en las ecuaciones (4.53) y (4.55). No obstante, es crucial destacar la diferencia de este escenario con respecto al de un WEC que no incorpora MMR, donde la máxima potencia absorbida para cualquier frecuencia específica se presenta en el punto  $\{B(\omega_i), \mathcal{X}_u^*(\omega_i)\}$ , como se mencionó previamente. Al observar las ecuaciones (4.42) y (4.53)-(4.54), es posible confirmar que  $\mathcal{B}_u^{*(0)}(\omega) \geq B(\omega)$ . Más aún, la diferencia entre los valores de amortiguamiento requeridos para la optimalidad, dados por  $\mathcal{B}_u^{*(0)}(\omega)$  y  $B(\omega)$  para una frecuencia dada, puede ser considerable,



(a)



(b)

(c)

Figura 4.15: (a) Velocidades en estado estacionario del WEC con un MMR para la carga óptima, una ola de altura  $H/2 = R_{\beta}$ , y dos frecuencias de prueba diferentes: una por debajo de la frecuencia de resonancia del WEC ( $\omega_1 = 2\pi/9$ ) y otra por encima ( $\omega_2 = 2\pi/2,5$ ). Las Figuras (b) y (c) muestran la potencia media absorbida por el WEC basado en un MMR, en estado estacionario, en función de la amortiguación y reactancia controladas para una altura  $H/2 = R_{\beta}$ , y frecuencias de olas  $\omega_1$  y  $\omega_2$ , respectivamente. En las figuras (b) y (c) se muestra también la absorción de potencia media del WEC lineal (sin MMR) por medio de las superficies sombreadas grises, para la misma altura de olas y frecuencias  $\omega_1$  y  $\omega_2$ , respectivamente.

dependiendo de la reactancia intrínseca del WEC ( $X_{wec}$ ). En definitiva, para alcanzar la máxima absorción en el WEC con MMR, la carga de amortiguamiento requerida por el PTO es mayor o igual que aquella demandada por el convertidor lineal. Dependiendo de la reactancia característica del WEC, esto puede resultar un aspecto importante a considerar para el dimensionamiento del PTO.

Adicionalmente, se representaron en la Figura 4.15b y 4.15c, la absorción de potencia media del WEC lineal en función de la amortiguación y reactancia analizadas, para la misma altura de ola  $H/2 = R_{ft}$ , y frecuencias de olas  $\omega_1$  y  $\omega_2$ , respectivamente. Es importante notar que dicha absorción de potencia es significativamente más sensible a las variaciones en  $B_u$  y  $X_u$  en comparación con el WEC basado en MMR. Este comportamiento puede relacionarse con la capacidad del MMR para aumentar el ancho de banda de absorción de potencia del WEC [74], lo que representa una mejora sustancial sobre el WEC sin MMR. En este sentido, notar que para la mayoría de las frecuencias analizadas, la potencia absorbida por el WEC con MMR es mayor y varía más suavemente. De este modo, el WEC con MMR presenta un comportamiento más robusto en lo que refiere a la absorción de potencia, ante un escenario en el que la adaptación de la impedancia del PTO a las olas incidentes no es óptima.

#### 4.4.4. Optimización de la Carga Controlada del WEC basado en un MMR

Considerando los resultados del análisis previo, se realizó una optimización en el dominio del tiempo de la carga del PTO para el WEC basado en un MMR. La función de costo a maximizar para cada una de las frecuencias de onda simuladas es la potencia media absorbida en estado estacionario, dada por la expresión (4.58). Los valores óptimos de la carga de amortiguamiento y reactancia,  $B_u^*$  y  $X_u^*$ , junto con la correspondiente potencia absorbida,  $\bar{P}_u^*$ , se detallan en la Figura 4.16 para el rango de frecuencia de  $[0,39, 3,14]$  rad/s, que abarca los períodos de olas más comunes en la naturaleza [169]. Aquí se puede apreciar que tanto  $B_u^*$  como  $X_u^*$  presentan una variación no lineal respecto a la frecuencia de ola. Se observa que  $B_u^*$  generalmente se encuentra en las proximidades de  $\mathcal{B}_u^{*(0)}$ , y en particular  $B_u^* \approx \mathcal{B}_u^{*(0)}$  para  $\omega \geq \omega_0$ , lo que concuerda con los escenarios particulares analizados en la Figura 4.15b-4.15c.

Además, aunque  $X_u^*$  muestra mayores variaciones con respecto a  $|\mathcal{X}_u^*|$ , se mantiene dentro del mismo orden de magnitud. Asimismo, se observa que la reactancia óptima es siempre positiva, es decir, solo interviene el término inductivo ( $I_u$ ) mientras que el capacitivo ( $S_u$ ) es siempre nulo. Un caso particular se da para  $\omega \geq \omega_0$ , donde  $X_u^* = 0$ . En otras palabras, la carga reactiva óptima para frecuencias de olas tales

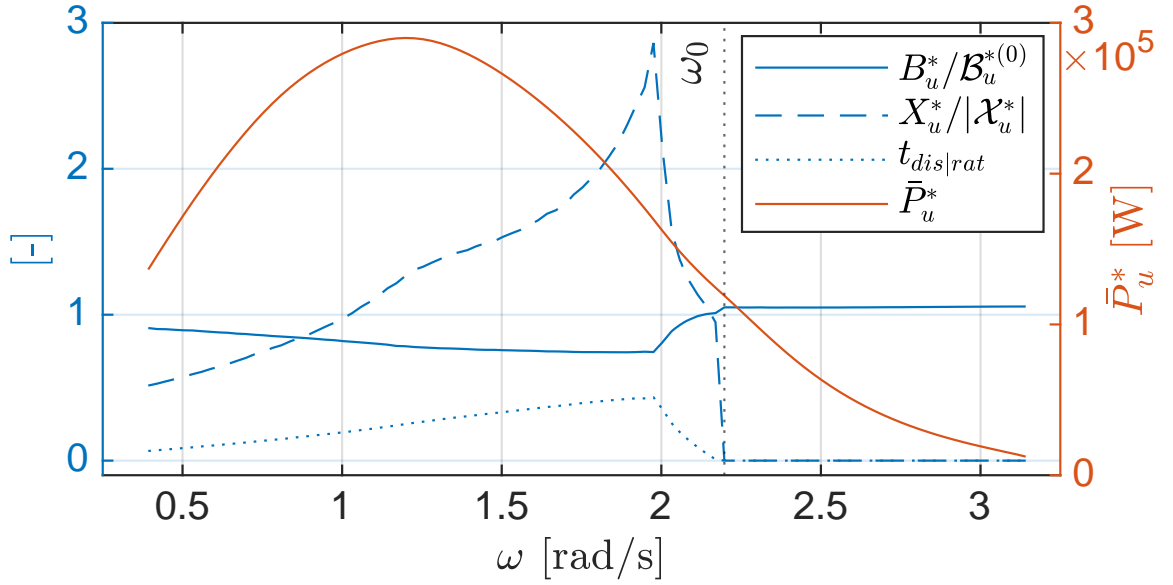


Figura 4.16: Valores óptimos de  $B_u^*$  y  $X_u^*$  para el WEC con un PTO basado en un MMR, junto con la potencia absorbida correspondiente  $\bar{P}_u^*$  y la *relación de desacoplamiento*  $t_{dis|rat}$  bajo excitación de olas regulares.

que  $\angle Z_{wec} \geq 0^\circ$  es  $I_u = S_u = 0$ , lo cual coincide con el comportamiento observado en la Figura 4.15c.

Además, se detalla también en la Figura 4.16, la *relación de desacoplamiento*, definida como la siguiente relación entre los tiempos en los cuales el WEC está *acoplado* y *desacoplado* una vez alcanzado el estado estacionario:

$$t_{dis|rat} = \frac{t_{dis}}{(t_{eng} + t_{dis})} = \frac{t_{dis}}{2\pi/\omega} \quad (4.59)$$

Observar en la figura que es posible establecer una relación cercana entre el incremento del término inercial del PTO,  $I_u$ , y el aumento de  $t_{dis|rat}$ . Sin embargo, este incremento no implica necesariamente una mayor absorción de potencia. De hecho, el máximo de absorción de potencia ocurre aproximadamente para  $\omega \approx 1,2$  rad/s, disminuyendo monótonamente tanto para frecuencias menores como mayores. Más aún, se observa que la máxima relación de desacoplamiento ocurre para  $\omega \approx 1,98$  rad/s, y se vuelve nula para  $\omega > \omega_0$ . Esto puede explicarse por el hecho de que la carga reactiva óptima es nula para frecuencias mayores o iguales a la de resonancia del WEC, por lo que  $I_u = 0$  provocando que el sistema del WEC con un MMR permanezca siempre en el modo de transmisión *acoplado*.



## 4.5. Conclusiones

Este capítulo se centra, en primer lugar, en deducir una analogía circuital para un sistema PTO basado en un MMR, haciendo hincapié en el modelado de sus componentes fundamentales junto con sus respectivas restricciones de velocidad y torque. Además, se presenta un método alternativo para sintetizar el circuito MMR, basado en las restricciones cinemáticas básicas de sus componentes fundamentales, lo que lo distingue de la literatura previa que se basa en complejas ecuaciones de movimiento explícitas del dispositivo con un MMR. Este enfoque tiene como objetivo mejorar la precisión del modelo y proveer al mismo tiempo una metodología de síntesis alternativa que puede aplicarse de manera directa a una gran variedad de dispositivos basados en un MMR. De hecho, en este capítulo se demuestra analíticamente que el circuito eléctrico propuesto coincide con el modelo generalizado para dispositivos basados en un MMR derivado en el Capítulo 3.

Por otro lado, es importante destacar que el empleo de la analogía torque-tensión resulta en una representación más concisa en comparación con los circuitos MMR existentes que utilizan una equivalencia torque-corriente. Además, especialmente para aplicaciones de energía de las olas, el uso de la analogía torque-tensión es más común, por lo que la integración del circuito MMR proporcionado a la literatura existente es directa. Además, se introduce la analogía eléctrica de un modelo completo de fricción no lineal y se lo integra adecuadamente en el circuito MMR para obtener simulaciones de alta fidelidad. Por otro lado, el circuito para dispositivos con MMR propuesto se utiliza para obtener las ecuaciones de movimiento explícitas del sistema, y también dos importantes no linealidades: la condición de desacoplamiento basada en torque y el modo de transmisión bloqueado. Estas definiciones pueden ser aprovechadas para gestionar activamente los diferentes modos de transmisión del MMR, facilitando el diseño de nuevas estrategias de control para convertidores de energía de las olas, tal cual se discutió en el Capítulo 3. Es importante destacar que la definición general de estas no linealidades, basada en los torques de entrada y salida equivalentes, sigue siendo válida incluso cuando se incluyen torques adicionales que representan fenómenos específicos de dispositivos MMR, como pérdidas por fricción, o la etapa de absorción de un WEC en particular. Por último, el circuito también se utiliza para resaltar la restricción de transmisión de potencia unidireccional asociada al MMR.

El modelo desarrollado se somete a validación a través de dos pruebas experimentales, idénticas a las utilizadas en el Capítulo 3 para validar el modelo generalizado.

La primera prueba valida el comportamiento dinámico general del prototipo MMR, incluyendo la respuesta no lineal de acoplamiento-desacoplamiento y la condición de desacoplamiento basada en torque. La segunda prueba se centra en validar el modo de transmisión bloqueado del MMR y la transición al estado desbloqueado. Los resultados de validación demuestran la versatilidad y robustez del modelo circuital al replicar eficazmente la respuesta dinámica no lineal del sistema.

La analogía circuital propuesta para el WEC basado en un MMR resultó de gran utilidad para analizar el rendimiento de la reconocida estrategia de control reactivo. El análisis muestra que implementar una carga PTO con un término integral de la velocidad resulta en una potencia absorbida nula en estado estacionario. Además, los resultados demuestran que el WEC basado en un MMR es menos sensible a las variaciones de la carga PTO en comparación con el sistema sin MMR. Esto podría ser ventajoso, por ejemplo, en un estado de mar con olas irregulares en el que ajustar la carga controlada con respecto a la onda incidente podría ser más desafiante. Además, esta característica podría potencialmente ser explotada para ampliar el ancho de banda de absorción de potencia del WEC. Adicionalmente, se realizó una optimización no lineal en el dominio del tiempo de la carga controlada para el WEC basado en un MMR, dentro del rango de los períodos de ola más comunes. Los resultados muestran que, aunque los valores óptimos de la carga siguen una relación no lineal con la frecuencia de la ola, están estrechamente relacionados con las condiciones óptimas de amplitud y fase del dispositivo lineal sin MMR. Finalmente, se reporta también la relación de desacoplamiento óptima para cada una de las frecuencias simuladas, proporcionando información valiosa y concisa sobre el comportamiento dinámico del WEC basado en MMR operando en condiciones óptimas.

Este estudio presenta oportunidades para investigaciones futuras en lo que respecta al control reactivo adaptativo y también para el desarrollo de estrategias de control más sofisticadas, especialmente diseñadas para WECs basados en un MMR. Para esto, resulta esencial prestar atención a la consideración de fenómenos relevantes no tratados en este capítulo, tales como las restricciones de movimiento y torque del WEC y el propio PTO, la fricción viscosa en la interacción fluido-estructura y la integración de los componentes asociados a las etapas de generación y acondicionamiento del convertidor, ya que estos aspectos podrían tener consecuencias significativas tanto en la eficiencia global del sistema como en la formulación de estrategias de control orientadas a maximizar la producción de energía. Por último, ampliar este estudio para abarcar las características de las olas irregulares y explorar la relación entre las dinámicas del MMR y la frecuencia de resonancia intrínseca del WEC, así como su

influencia en la absorción total de energía del dispositivo, representan áreas de interés para futuras investigaciones. En este sentido, la analogía circuital para dispositivos basados en un MMR desarrollada en este trabajo, junto con las definiciones explícitas de las no linealidades derivadas a partir del circuito, establecen una plataforma de modelado robusta, especialmente adecuada para simular y controlar convertidores de energía de las olas.

# Capítulo 5

## Conclusiones y Trabajos Futuros

De acuerdo con la literatura, un modelo W2W de alta fidelidad del WEC en desarrollo es fundamental para su diseño, optimización, parametrización y evaluación del rendimiento en diversas condiciones de oleaje. Además, para alcanzar la viabilidad comercial, se ha propuesto una trayectoria de desarrollo ideal para los WEC, que enfatiza la mejora del rendimiento del convertidor (TPL) en niveles bajos de madurez tecnológica (TRL). En este sentido, un modelo integral W2W se vuelve esencial para evaluar exhaustivamente el rendimiento de un WEC en etapas de baja madurez tecnológica, antes de iniciar pruebas experimentales costosas. Para lograr este objetivo, es crucial adoptar una estrategia de co-diseño que contemple, desde las etapas iniciales del diseño del WEC, la interacción entre las olas y el captor de energía, así como la dinámica del PTO y el control asociado, fenómenos intrínsecamente acoplados de manera no lineal.

En este contexto, el presente trabajo de tesis aborda de manera sistemática el problema del dimensionamiento, modelado y control de un WEC tipo brazo-flotador, equipado con un PTO basado en un MMR, para el cual se ha solicitado una patente de invención. Se inicia con un análisis del diseño paramétrico de la etapa de absorción, seguido de la caracterización precisa de las no linealidades del PTO asociadas al MMR. Esto permite el desarrollo de un modelo W2W completo y la creación de un entorno de simulación numérica adecuado para la evaluación de estrategias de control.

A lo largo del Capítulo 2, se aborda la problemática relacionada con la adaptación de los convertidores de energía de las olas al sitio de instalación deseado. Los WECs suelen mostrar una buena eficiencia operativa dentro de un rango acotado de condiciones de oleaje. Por este motivo, uno de los desafíos más importantes en el desarrollo de un WEC radica en la correcta adaptación y optimización del dispositivo a las condiciones específicas de oleaje del sitio potencial de instalación. Este aspecto ha ganado una atención considerable en el sector académico recientemente,

dada la necesidad de maximizar la captura de energía para disminuir el LCOE. La correcta adaptación del WEC a diferentes condiciones oceánicas no solo influye en su rendimiento y producción de energía, sino que también es crucial para su viabilidad comercial.

En este capítulo, se presenta una metodología de tres pasos para determinar un intervalo de potencias de diseño de un WEC tipo brazo-flotador oscilante y caracterizar sus propiedades fundamentales en función del clima de olas del sitio de interés. En primer lugar, se introduce un modelo hidrodinámico semiparamétrico que incorpora las propiedades hidrodinámicas del cuerpo flotante, obtenidas mediante métodos numéricos, junto con los parámetros explícitos de diseño del sistema brazo-flotador del WEC. Este modelo permite analizar de forma independiente los esfuerzos hidrodinámicos asociados a cada modo de oscilación y determina cómo impactan en la dinámica y absorción de potencia del WEC los parámetros característicos de diseño, las restricciones de movimiento del dispositivo y su orientación respecto a la dirección de avance de las olas.

El modelo semiparamétrico permite además modificar los parámetros de diseño fundamentales del WEC y obtener la respuesta hidrodinámica característica de cada configuración sin necesidad de resolver nuevamente la hidrodinámica mediante métodos numéricos, es decir, esta caracterización se realiza una única vez para el cuerpo flotante. De este modo, el modelo semiparamétrico elimina la necesidad de llevar a cabo largas simulaciones con software BEM, lo que representa un ahorro significativo en tiempo y costos computacionales. Estas características, junto con su versatilidad y facilidad de aplicación, convierten al modelo en un marco de trabajo ideal para evaluar sistemáticamente y de manera iterativa diversas configuraciones del dispositivo en un contexto de co-diseño.

Por otro lado, el segundo y tercer paso de la metodología propuesta demuestran cómo vincular el modelo hidrodinámico semiparamétrico con las características del clima de olas de un sitio específico de instalación. Este enfoque tiene como objetivo optimizar las características del dispositivo para ese entorno y definir un intervalo de potencia de diseño adecuado, lo que evita el sobredimensionamiento del convertidor y resulta crucial para reducir su LCOE. A modo de ejemplo, se ilustra cómo ajustar los parámetros del WEC para sintonizar la frecuencia de resonancia del dispositivo con las olas más energéticas que se presentan en el sitio de instalación, facilitando así alcanzar la condición de resonancia del convertidor unidimotriz con un menor esfuerzo de control. Sin embargo, es importante destacar que los objetivos de diseño pueden variar y estar sujetos a diversas restricciones físicas.

Por otro lado, el Capítulo 3 aborda el principal desafío que enfrentan los convertidores de energía de las olas equipados con un MMR en términos de modelado y control: la adecuada descripción y manejo efectivo de las no linealidades asociadas al sistema de rectificación. Estos son aspectos clave no solo para obtener simulaciones de alta fidelidad del modelo W2W, sino también para desarrollar, en una plataforma robusta, diversas estrategias de control orientadas a maximizar la captación de energía. A pesar de los numerosos esfuerzos de modelado presentados en la literatura para abordar este problema, ninguno ha logrado integrar todos los requisitos necesarios para desarrollar un modelo dinámico del MMR que sea adecuado para su uso en el contexto de un W2W en aplicaciones de conversión de energía de las olas. Las limitaciones de estas formulaciones no solo afectan la precisión del modelo al representar la respuesta dinámica no lineal de los WECs basados en un MMR, sino que también restringen la implementación de diversas estrategias de control.

En este contexto, el Capítulo 3 presenta un modelo generalizado para sistemas SISO MMR que supera las limitaciones de las formulaciones existentes. De este modo, el modelo propuesto es capaz de representar torques de salida arbitrarios de manera eficaz, lo cual permite la representación de sistemas de salida arbitrarios y facilita la implementación y el diseño de estrategias de control avanzadas, en contraste con los modelos existentes. Se introduce también una nueva condición de desacoplamiento basada en torque, que no solo describe la conmutación entre el modo acoplado y desacoplado de manera eficaz, sino que también posibilita su control y simplificación de las ecuaciones dinámicas del dispositivo con MMR. El modelo define además cuatro modos de transmisión nuevos, junto con sus respectivas condiciones de conmutación: modo bloqueado, desbloqueado, de transmisión de potencia y stand-by. A través de estos modos, es posible resumir de manera eficaz el comportamiento del WEC asociado a la dinámica no lineal del MMR, así como los procesos de conversión de potencia relacionados. Asimismo, se proporciona también un método efectivo para activar y controlar los diversos modos de transmisión mediante el torque de salida, permitiendo un control activo de la respuesta dinámica y la gestión de la transmisión de potencia.

Por otro lado, es importante señalar que el modelo integra de manera intrínseca la restricción de transmisión de potencia unidireccional, siendo esta una característica de los MMR SISO que tiene implicancias significativas en el proceso de conversión de potencia del dispositivo y en las estrategias de control que pueden implementarse. El modelo propuesto supera las formulaciones dinámicas existentes de los MMR SISO al integrar todas estas características en un conjunto conciso de ecuaciones generaliza-

das de movimiento, proporcionando una descripción completa de la dinámica de los dispositivos que incorporan un MMR.

Las propiedades únicas del modelo, junto con las restricciones de velocidad, torque y potencia introducidas, han sido sometidas a una verificación numérica exhaustiva. Durante dicha simulación se ha forzado al sistema a atravesar todas sus no linealidades, proporcionando una comprensión integral de la dinámica de estos dispositivos y cómo puede ser controlada. Además, el modelo propuesto fue especializado para representar un prototipo de MMR a escala, con el cual se realizó una validación experimental. Las pruebas demostraron la versatilidad y robustez del modelo al reproducir de manera efectiva la respuesta dinámica no lineal del sistema experimental.

El enfoque de modelado abordado considera las no linealidades inherentes relacionadas con la velocidad, así como la transmisión de torque y potencia de manera general. Por ello, las conclusiones, definiciones y resultados obtenidos pueden extenderse a otros dispositivos que integran un MMR. A su vez, el marco flexible y general de modelado permite incorporar con facilidad diversos fenómenos específicos de cada aplicación. Esta propiedad se demuestra mediante la derivación de un modelo no lineal de fricción, que captura con precisión las pérdidas en los sistemas de entrada y salida, así como en todos los componentes del MMR, resolviendo inconsistencias presentes en las formulaciones actuales. De esta manera, el modelo generalizado de MMR presentado en este trabajo permite una descripción completa de la dinámica no lineal de los MMR SISO, proporcionando una plataforma robusta para su diseño, control y optimización. Además, las mejoras implementadas para superar las limitaciones de los modelos existentes facilitan la exploración de diversos temas de investigación en el desarrollo y control de dispositivos basados en MMR.

Por último, el Capítulo 4 aborda la problemática del modelado desde un enfoque alternativo y presenta un W2W completo, que se utiliza para implementar una estrategia de control reactivo. En primer lugar, en este capítulo se desarrolla una nueva analogía circuital para un sistema de PTO basado en un MMR, centrando la atención en el modelado de sus componentes fundamentales y en sus restricciones de velocidad y torque. Se propone un método alternativo para sintetizar el circuito MMR, fundamentado en las restricciones cinemáticas de los componentes, lo que lo diferencia de enfoques existentes en la literatura que se basan en las ecuaciones explícitas de movimiento del MMR. Este enfoque busca mejorar la precisión del modelo y ofrecer una metodología de síntesis más simple, aplicable a una amplia variedad de dispositivos que integran un MMR.

Por otro lado, se demuestra analíticamente que el circuito eléctrico propuesto es equivalente al modelo generalizado para dispositivos basados en MMR, desarrollado en el capítulo anterior. Asimismo, se utiliza el circuito obtenido para deducir las no linealidades más relevantes de estos sistemas, incluyendo la condición de desacoplamiento basada en torque y el modo de transmisión bloqueado. Esto proporciona una mayor consistencia entre los dos enfoques de modelado tratados. En línea con esto, el modelo circuital se valida mediante las mismas pruebas experimentales utilizadas con el modelo generalizado de MMR. Los resultados obtenidos confirman la versatilidad y robustez del modelo circuital, estableciendo la analogía eléctrica como una plataforma generalizada de modelado, especialmente adecuada para simular y controlar PTOs basados en MMR en aplicaciones de generación de energía a partir de olas.

Más aún, es relevante señalar que la analogía torque-tensión utilizada ofrece una representación más concisa en comparación con los circuitos MMR que emplean la equivalencia torque-corriente. Además, esta analogía es más común en aplicaciones de energía de las olas, lo que facilita la integración directa del circuito MMR propuesto en la literatura existente. Con el objetivo de obtener simulaciones de alta fidelidad, se introduce también una analogía eléctrica para un modelo completo de fricción no lineal.

En la segunda parte del capítulo, se especializan los sistemas de entrada y salida del circuito para representar las etapas de absorción y generación de un WEC tipo brazo-flotador oscilante, proporcionando sus modelos eléctricos equivalentes. Este circuito se utiliza para evaluar la estrategia de control reactivo, comparando su rendimiento con un dispositivo de PTO mecánico sin MMR. El análisis revela cómo las no linealidades introducidas por el MMR impactan la implementación del control reactivo en estos convertidores. Los resultados indican que la inclusión de una carga al PTO con un término integral de la velocidad resulta en una potencia absorbida nula en estado estacionario. Además, se ha encontrado que el WEC basado en un MMR presenta menor sensibilidad a las variaciones en la carga del PTO en comparación con sistemas sin MMR. Esta característica puede resultar particularmente beneficiosa en condiciones de mar con olas irregulares, donde ajustar la carga controlada en relación con la onda incidente puede resultar más complejo. Además, esta propiedad puede aprovecharse para ampliar el ancho de banda de absorción de potencia del WEC.

Asimismo, se llevó a cabo una optimización no lineal de la carga controlada en el dominio del tiempo para el WEC basado en un MMR, abarcando los períodos de ola más comunes. Aunque los valores óptimos de la carga mostraron una relación no lineal con la frecuencia de la ola, se estableció que están estrechamente relacionados con las



condiciones óptimas de amplitud y fase del dispositivo lineal que no integra un MMR. Por último, se identificó la relación de desacoplamiento óptima para cada una de las frecuencias simuladas, proporcionando información valiosa sobre el comportamiento dinámico del WEC basado en MMR bajo condiciones óptimas.

## 5.1. Trabajos Futuros

La investigación presentada en esta tesis señala múltiples direcciones para futuros trabajos. Entre las perspectivas de investigación, se propone integrar la metodología de tres pasos en un esquema de optimización de los parámetros del WEC. Este enfoque tiene como objetivo adaptar iterativamente el diseño del sistema brazo-flotador para maximizar la generación de energía del dispositivo en una ubicación de instalación específica, considerando las restricciones físicas tanto del WEC como del sistema de control, así como estados de mar lo más realistas posible. En este contexto, es fundamental implementar también una estrategia de control adecuadamente optimizada para cada condición de oleaje analizada. De esta manera, la propuesta fomenta un enfoque de co-diseño capaz de abordar las implicancias del control desde las etapas iniciales del diseño del convertidor undimotriz, operando en un proceso de retroalimentación mutua.

Adicionalmente, resulta interesante integrar el modelo del PTO basado en un MMR al esquema de optimización paramétrica anterior, con el fin de evaluar cómo las no linealidades introducidas por este dispositivo afectan el diseño paramétrico del convertidor. Explorar la relación entre las dinámicas del MMR y la frecuencia de resonancia intrínseca del WEC, así como su influencia en la absorción total de energía del dispositivo, constituye un área de interés para futuras investigaciones. Este es un problema sumamente desafiante, ya que las dinámicas asociadas a cada configuración de WEC deben resolverse en el dominio del tiempo. Asimismo, se requiere desarrollar una estrategia óptima para el PTO con MMR para cada condición de olas y cada configuración paramétrica, un aspecto que, actualmente sigue siendo un área de trabajo en activo desarrollo en la literatura, principalmente debido a los desafíos inherentes que presentan estos convertidores.

Aprovechando las características únicas de los modelos presentados en este trabajo, es posible manipular las no linealidades del WEC basado en un MMR y gestionar la transmisión de potencia de manera activa. Este avance tiene el potencial de impactar significativamente en el diseño y dimensionamiento de dispositivos basados en MMR y abre nuevas vías para la exploración de diversas áreas de investigación relacionadas

con el desarrollo de estrategias de control específicas para este tipo de convertidores. De este modo, los modelos propuestos se establecen como una plataforma robusta para futuras innovaciones en el campo de energía undimotriz.

# Apéndice A

## Modelado de las Olas

La solución completa de las ecuaciones hidrodinámicas que describen el movimiento de las olas es sumamente complicada e implica términos no lineales. Afortunadamente, una aproximación lineal a la solución completa, en la que se asume que la altura de la ola es pequeña en comparación con la longitud de onda y la profundidad, representa un buen modelo para las olas oceánicas en la mayoría de las situaciones de interés [170]. Los aspectos no lineales cobran importancia para olas empinadas y aguas poco profundas, siendo esenciales para comprender la evolución del espectro de ondas a medida que las olas se generan, se propagan y se disipan. Sin embargo, incluso cuando los aspectos no lineales no pueden considerarse insignificantes, gran parte de los resultados basados en la teoría lineal utilizada para describir el estado del mar siguen siendo aplicables. La sección comienza exponiendo las ecuaciones que describen el movimiento de olas regulares de baja amplitud y luego continúa explicando cómo un estado del mar puede describirse como una superposición lineal de un gran número de componentes sinusoidales regulares utilizando el espectro de densidad de varianza de las olas.

### A.1. Olas Regulares

Encontrar soluciones analíticas para las ecuaciones de balance planteadas en su formulación clásica es una tarea desafiante [141]. Por este motivo, el problema se aborda utilizando la teoría de flujo potencial, descrita por medio de la función potencial de velocidad  $\phi = \phi(x, y, z, t)$ , definida de modo tal que sus derivadas espaciales son iguales a las velocidades de las partículas de agua en las direcciones  $xyz$ :

$$\phi(x, y, z, t) \quad \text{tal que} \quad u_x = \frac{\partial \phi}{\partial x}, \quad u_y = \frac{\partial \phi}{\partial y}, \quad u_z = \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad (\text{A.1})$$

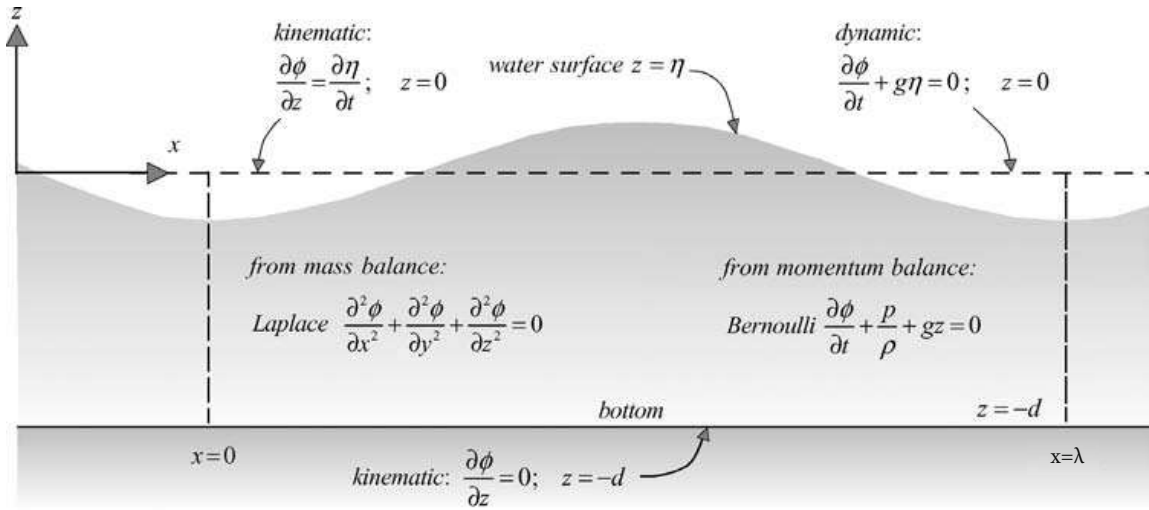


Figura A.1: Ecuaciones y condiciones de contorno (linealizadas) básicas correspondientes a la teoría lineal de olas, en función del potencial de velocidad [141].

Planteando la conservación de la masa (continuidad), se obtiene la denominada ecuación de Laplace:

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (\text{A.2})$$

que, junto con la ecuación de balance de la cantidad de movimiento lineal (ecuación de Bernoulli linealizada):

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{p}{\rho} + gz = 0, \quad (\text{A.3})$$

y las condiciones de contorno que se muestran en la Figura A.1, definen el problema a resolver [141]. En la ecuación anterior,  $p$  es la presión del fluido,  $\rho$  su densidad y  $g$  la gravedad. Además, la elevación de la superficie libre del mar se describe con  $\eta$ , mientras que la profundidad del lecho marino es  $d$ , tal como se muestra en la Figura A.1.

Las ecuaciones (A.2) y (A.3) se utilizan, junto con las restricciones de velocidad de la Figura A.1, para obtener la siguiente solución para la función de flujo potencial:

$$\phi = \frac{\omega a}{k} \frac{\cosh[k(d+z)]}{\sinh(kd)} \cos(\omega t - k(x \cos \beta + y \sin \beta) + \alpha) \quad (\text{A.4})$$

donde  $a = H/2$  es la amplitud de la ola,  $\omega = 2\pi/T$  es la frecuencia angular y  $T$  el período de la ola;  $k = 2\pi/\lambda$  es el número de onda, siendo  $\lambda$  la longitud de onda y  $\beta$  la dirección de avance de la ola medida desde el eje  $x$ . Considerando la ecuación linealizada de Bernoulli especializada en  $z = \eta$ , y teniendo en cuenta que se asumen pequeñas amplitudes ( $z \approx 0$ ) con  $p = 0$  por tratarse de una superficie libre [141], es

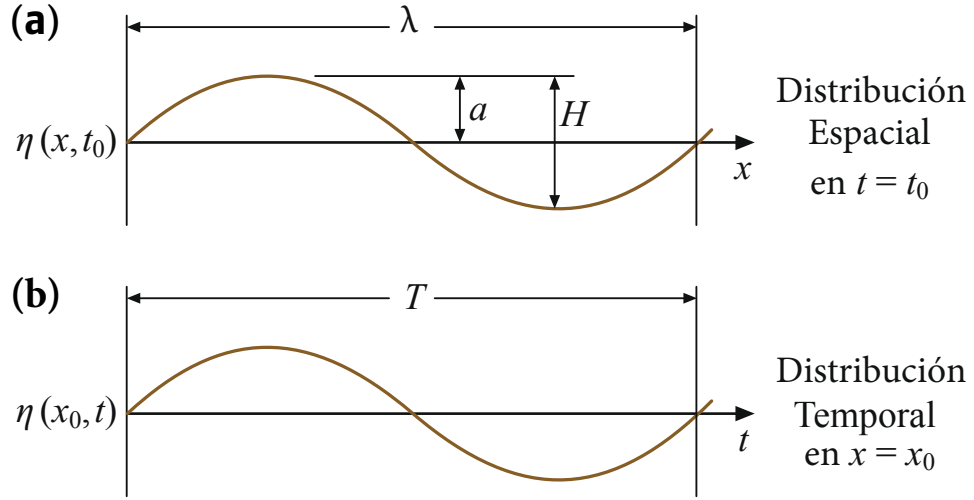


Figura A.2: Parámetros de una ola senoidal monocromática  $\eta(x, t)$  que se propaga con velocidad de fase  $c_p$  en la dirección  $x$  ( $\beta = 0$ ). (a) elevación de la ola en el espacio para el tiempo  $t = t_0$ ; y (b) evolución temporal para la coordenada  $x = x_0$  [171].

posible obtener finalmente la representación espacio-temporal de la altura de una ola armónica como sigue:

$$\eta(x, y, t) = a \sin(\omega t - k(x \cos \beta + y \sin \beta) + \alpha) \quad (\text{A.5})$$

En la Figura A.2 se representan las variables espacio-temporales de la expresión anterior para una ola donde  $\beta = 0$  (por simplicidad), es decir, que su dirección de avance es paralela al eje  $x$ .

### A.1.1. Relación de Dispersión, Velocidad de Fase y de Grupo

La ecuación que rige la relación entre la longitud de onda y el período se conoce comúnmente como la relación de dispersión y se expresa como:

$$\omega^2 = gk \tanh(kd) \quad (\text{A.6})$$

Considerando que  $k = 2\pi/\lambda$ , se puede escribir alternativamente como:

$$\lambda = \frac{gT^2}{2\pi} \tanh\left(\frac{2\pi d}{\lambda}\right) \quad (\text{A.7})$$

La velocidad de propagación del perfil de la onda superficial, conocida como la velocidad de fase, se define como  $c = \lambda/T$ . Utilizando la relación de dispersión, puede expresarse del siguiente modo:

$$c = \frac{\lambda}{T} = \frac{\omega}{k} = \sqrt{\frac{g}{k} \tanh(kd)} \quad (\text{A.8})$$

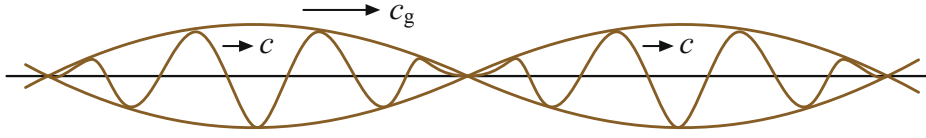


Figura A.3: Superposición de dos olas con velocidades de fase  $c$  casi idénticas. La envolvente de la superficie se desplaza a la velocidad de grupo  $c_g$  [171].

Adicionalmente, en el caso en que existan más de una onda armónica como la descrita por (A.5) avanzando en la misma dirección, se conformarán una serie de *grupos* de ondas armónicas cuyas elevaciones se sumarán o cancelarán en ciertos instantes de tiempo. La velocidad de propagación del punto donde el grupo de ondas alcanza su elevación máxima se denomina velocidad de grupo, y queda representada por la envolvente de la superficie libre analizada, tal como se muestra para el caso de dos ondas armónicas en la Figura A.3. La definición de la velocidad de grupo es la siguiente:

$$c_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} = \frac{c}{2} \left( 1 + \frac{2kd}{\sinh(2kd)} \right) \quad (\text{A.9})$$

donde se ha hecho uso de la relación de dispersión (A.6). Es importante resaltar que  $c_g$  también representa la velocidad a la cual la energía se propaga en la ola, como se verá a continuación.

### A.1.2. Energía

La presencia de una onda en la superficie del océano implica que las partículas de agua fueron desplazadas de su posición en reposo a alguna otra posición. Este cambio de posición requiere realizar trabajo en contra de la gravedad, lo que representa energía potencial. La energía potencial media por unidad de área horizontal se define como:

$$E_V = \frac{1}{4} \rho g a^2 \quad (\text{A.10})$$

Por otro lado, la energía cinética media por unidad de área horizontal resulta:

$$E_K = \frac{1}{4} \rho g a^2 \quad (\text{A.11})$$

De este modo, la energía media inducida por las olas (energía potencial más cinética) por unidad de área horizontal resulta:

$$E = E_V + E_K = \frac{1}{2} \rho g a^2 \quad (\text{A.12})$$

cuyas unidades en el sistema MKS son  $[J/m^2]$ .

Adicionalmente, es necesario considerar que a medida que las olas viajan a través de la superficie del océano, transportan consigo su energía potencial y cinética. El transporte de energía por unidad de tiempo y por unidad de longitud de frente de onda se define como:

$$P = E c_g = \left(\frac{1}{2}\rho g a^2\right) \frac{c}{2} \left(1 + \frac{2kd}{\sinh(2kd)}\right) \quad (\text{A.13})$$

cuyas unidades en el sistema MKS son  $[W/m]$ .

## A.2. Olas Irregulares

Las olas en el océano suelen tener una apariencia muy diferente a la forma senoidal monocromática mostrada en la Figura A.2. El modelo básico para describir la elevación de la superficie libre del océano,  $\eta(t)$ , es el modelo de fase/amplitud aleatoria, en el cual la elevación de la superficie se considera como la suma de un gran número de ondas armónicas, donde cada una se propaga en el espacio  $xy$  con dirección  $\beta$  respecto al eje  $x$  positivo. Ver Figura A.4 para una interpretación visual [141].

$$\eta(t) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M a_{ij} \cos(\omega_i t - k_i(x \cos \beta_j + y \sin \beta_j) + \alpha_{i,j}) \quad (\text{A.14})$$

donde  $N$  y  $M$  son números elevados, mientras que  $a_{ij}$  y  $\alpha_{i,j}$  son variables aleatorias. En este modelo, la fase  $\alpha_{i,j}$  para cada frecuencia  $\omega_i$  y dirección  $\beta_j$  está distribuida uniformemente entre  $[0, 2\pi]$ . Bajo esta suposición, la elevación de la superficie del mar sigue una distribución Gaussiana.

Adicionalmente, el espectro de densidad de varianza direccional discreto,  $S(\omega_i, \beta_j)$ , se define como sigue:

$$S(\omega_i, \beta_j) = \frac{1}{\Delta\omega\Delta\beta} \mathcal{E} \left\{ \frac{1}{2} a_{ij}^2 \right\} \quad (\text{A.15})$$

donde  $\mathcal{E}\{\bullet\}$  representa el valor esperado de  $\bullet$ . Es posible obtener una versión continua del espectro anterior al hacer que  $\Delta\omega$  y  $\Delta\beta$  tiendan a cero:

$$S(\omega, \beta) = \lim_{\Delta\omega \rightarrow 0} \lim_{\Delta\beta \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta\omega\Delta\beta} \mathcal{E} \left\{ \frac{1}{2} a^2 \right\} = \frac{1}{d\omega d\beta} \mathcal{E} \left\{ \frac{1}{2} a^2 \right\} \quad (\text{A.16})$$

donde la amplitud es una función que depende de la frecuencia y dirección de avance, es decir,  $a(\omega, \beta)$ . El espectro bidimensional  $S(\omega, \beta)$  muestra cómo se distribuye la varianza de  $\eta(x, y, t)$  en función de la frecuencia y dirección de avance. El espectro de densidad de varianza proporciona una descripción completa de la elevación superficial de las olas oceánicas en un sentido estadístico, siempre y cuando la elevación de la superficie pueda considerarse como un proceso estacionario y gaussiano. Notar que, si se cuenta con el espectro continuo  $S(\omega, \beta)$ , es posible sintetizar las amplitudes de

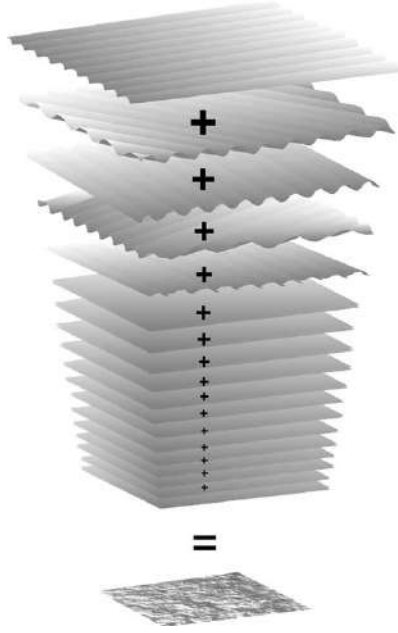


Figura A.4: Estado de mar con olas irregulares conformadas por la suma de un gran número de componentes de ondas armónicas que viajan a través de la superficie del océano con diferentes períodos, direcciones, amplitudes y fases [141].

ola  $a_{ij}$  de la ecuación (A.14), discretizando dicho espectro y utilizando la definición (A.15), para obtener  $a_{ij} = \sqrt{2 \Delta\omega \Delta\beta S(\omega_i, \beta_j)}$ .

Es importante notar que la varianza de la elevación superficial  $\eta$  es, por definición, el promedio de la función  $\eta^2$  (en relación con su media), operación denotada por  $\bar{\eta}^2$  (la barra superior indica promedio en el tiempo). Para una única onda armónica con amplitud  $a_{ij}$ , la varianza es  $\bar{\eta}^2_i = 1/2 a_{ij}^2$ . En el modelo de fase/amplitud aleatoria para olas oceánicas, se añade un gran número de ondas armónicas, y la varianza de esta suma, es decir, la varianza de la elevación aleatoria  $\eta$ , es igual a la suma de las varianzas de las componentes armónicas individuales ('la varianza de la suma es la suma de las varianzas'):

$$\text{varianza total} := \bar{\eta}^2 = \mathcal{E} \{ \eta^2 \} = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M \mathcal{E} \left\{ \frac{1}{2} a_{ij}^2 \right\} \quad \text{s.t. } \mathcal{E} \{ \eta \} = 0 \quad (\text{A.17})$$

Si  $N$  y  $M$  son elevados, luego  $\Delta\omega \rightarrow 0$  y  $\Delta\beta \rightarrow 0$ , por lo que considerando la definición (A.16), se obtiene:

$$\text{varianza total} = \bar{\eta}^2 = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} S(\omega, \beta) d\omega d\beta \quad (\text{A.18})$$

En otras palabras, el volumen de  $S(\omega, \beta)$  es igual a la varianza total  $\bar{\eta}^2$  de la elevación de la superficie del mar. La raíz cuadrada de esta varianza es la desviación estándar  $\sigma_\eta$  de la elevación de la superficie.



El espectro direccional puede descomponerse en dos funciones, una que representa la varianza total en cada frecuencia y la otra que describe cómo se distribuyen las amplitudes de ola en cada frecuencia con la dirección [170]:

$$S(\omega, \beta) = S(\omega)D(\omega, \beta) \quad (\text{A.19})$$

Aquí,  $S(\omega)$  es el espectro de densidad de varianza omnidireccional, más comúnmente utilizado, y este no contiene información de la dirección de avance de las olas. Es posible obtenerlo a partir del espectro de bidimensional de frecuencia-dirección  $S(\omega, \beta)$ , al eliminar toda la información direccional mediante la integración sobre todas las direcciones para cada frecuencia:

$$S(\omega) = \int_0^{2\pi} S(\omega, \beta) d\beta \quad (\text{A.20})$$

Mientras que  $D(\omega, \beta)$  es la función de dispersión direccional o distribución direccional y cumple con las siguientes dos propiedades:

$$1. \quad \int_0^{2\pi} D(\omega, \beta) d\beta = 1 \quad (\text{A.21})$$

$$2. \quad D(\omega, \beta) \geq 0 \text{ en el rango } [0, 2\pi] \quad (\text{A.22})$$

### A.2.1. Interpretación Física del Espectro de Densidad de Varianza de las Olas

El espectro de densidad de varianza direccional  $S(\omega, \beta)$ , que muestra cómo se distribuye la varianza de la elevación de la superficie del mar en las frecuencias y direcciones, no tiene una interpretación física directa. Por este motivo, resulta útil multiplicar dicho espectro por la densidad del agua y la gravedad, para obtener el espectro de densidad de energía correspondiente,  $S_{\text{energía}}(\omega, \beta) = \rho g S(\omega, \beta)$ . Es importante notar que la energía de las olas puede expresarse en términos de la varianza de la elevación de la superficie, ya que la energía de una onda armónica (por unidad de área horizontal de la superficie oceánica) es  $E_{ij} = 1/2 \rho g a_{ij}^2$ , de acuerdo con (A.12). Por lo tanto, la energía total (por unidad de área horizontal), representada por la suma de la energía asociada a todos los componentes armónicas de la superficie oceánica, resulta:

$$E_{\text{total}} = \rho g \bar{\eta}^2 = \rho g \int_0^\infty \int_0^{2\pi} S(\omega, \beta) d\omega d\beta \quad (\text{A.23})$$

De esta manera, es posible establecer una interpretación física al relacionar  $S(\omega, \beta)$  con la distribución que tiene la energía de las olas con respecto a la frecuencia y dirección de sus componentes armónicas.

Además, para un sistema de ondas unidireccionales, es decir,  $\beta = \beta_0$ , la energía transportada por la ola por metro de longitud de onda resulta:

$$P = \rho g \int_0^\infty c_g(\omega) S(\omega, \beta_0) d\omega \quad (\text{A.24})$$

### A.2.2. Alturas y Períodos Característicos

El espectro de densidad de varianza, o simplemente el espectro de olas a partir de ahora, puede resumirse con una precisión razonable utilizando un pequeño número de parámetros. Los más importantes son una medida de la altura y el período promedio de las olas, definidos en términos de momentos del espectro omnidireccional  $S(\omega)$ . El  $n$ -ésimo momento del espectro se define como:

$$m_n = \int_0^\infty \omega^n S(\omega) d\omega \quad (\text{A.25})$$

Los parámetros de altura y período característicos de las olas aleatorias se definen de la siguiente manera:

$$\text{Altura significativa: } H_{m_0} = 4\sqrt{m_0} \quad (\text{A.26})$$

$$\text{Altura RMS: } H_{rms} = \mathcal{E} \{H^2\}^{1/2} = \sqrt{8m_0} = \frac{H_{m_0}}{\sqrt{2}} \quad (\text{A.27})$$

$$\text{Período Energético: } T_e = \frac{m_{-1}}{m_0} \quad (\text{A.28})$$

$$\text{Período Medio: } T_m = \frac{m_0}{m_1} \quad (\text{A.29})$$

$$\text{Período medio de cruce por cero: } \bar{T}_z = \sqrt{\frac{m_0}{m_2}} \quad (\text{A.30})$$

$$\text{Período Pico: } T_p = \frac{2\pi}{\omega_p} \quad (\text{A.31})$$

$$(\text{A.32})$$

donde  $\omega_p$  es la frecuencia angular pico, es decir, la frecuencia en la que  $S(\omega)$  alcanza su valor máximo.

Estas definiciones tienen una interpretación directa:  $m_0$  es la varianza total de la elevación de la superficie del mar ( $\eta^2$ ), de acuerdo con (A.18). Por lo tanto,  $H_{m_0}$ , como se define en la ecuación (A.26), tiene una relación con el valor RMS de altura similar al que tiene el valor pico de una onda armónica con su correspondiente valor RMS. El factor 4 surge por razones históricas [170]<sup>1</sup>.

Adicionalmente,  $H_{m_0}$  y el período de energía mantienen una relación directa con la expresión para la potencia (o transporte de energía) de la ola en aguas profundas. Considerando  $d/\lambda > 1/2$ , junto con (A.26) y (A.28), la expresión (A.24) se reduce a:

$$P_{deep} = \frac{\rho g^2}{64\pi} H_{m_0}^2 T_e \quad (\text{A.33})$$

<sup>1</sup>El término altura significativa de la ola fue introducido originalmente para corresponder a la estimación visual realizada por un 'observador entrenado' y se definió como la altura promedio de las olas más altas 1/3 que cruzan en dirección ascendente o descendente. En mares de banda estrecha, la altura del promedio de las olas más altas 1/3 es igual a  $4,01\sqrt{m_0}$ . Por claridad, el 0.01 ha sido omitido de la definición de  $H_s$ . Algunos autores utilizan los símbolos  $H_{1/3}$  y  $H_{m_0}$  para distinguir entre las dos definiciones de altura significativa de la ola.

### A.2.3. Espectros de Densidad de Varianza Estándar

Las formas más comúnmente utilizadas de espectros unimodales para aplicaciones en aguas profundas pertenecen a la familia dada por [170]:

$$S(f) = \epsilon f^{-r} \exp(-\nu f^{-s}) \gamma^{\delta(f)} \quad \text{s.t.} \quad \epsilon, \nu, r, s > 0 \quad \text{y} \quad \gamma \geq 1, \quad (\text{A.34})$$

donde

$$\exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{f - f_p}{\sigma f_p}\right)^2\right), \quad (\text{A.35})$$

y se asume normalmente que:

$$\sigma = \begin{cases} 0,07 & \text{para } f < f_p \\ 0,09 & \text{para } f \geq f_p \end{cases} . \quad (\text{A.36})$$

$$(\text{A.37})$$

La familia de espectros dada por la ecuación (A.34) tiene cinco parámetros libres. Para describir el estado del mar con menos variables, algunos de estos parámetros pueden fijarse, mientras que los otros quedan libres. Las familias de espectros más comúnmente utilizadas con uno, dos y tres parámetros libres se resumen en la Tabla A.1.

Tabla A.1: Familia de Espectros de Densidad de Varianza Estándar finito.

Nombre	$\epsilon$	$\nu$	$r$	$s$	$\gamma$
Pierson–Moskowitz	$5 \times 10^{-4}$	Libre	5	4	1
Bretschneider	Libre	Libre	5	4	1
JONSWAP	Libre	Libre	5	4	Libre
Ochi	Libre	Libre	Libre	4	1
Gamma	Libre	Libre	Libre	$r - 1$	1

# Apéndice B

## WEC tipo Brazo-Flotador Oscilante con un PTO Mecánico basado en un MMR<sup>\*</sup>

Los principales desafíos técnico-económicos que deben ser superados para lograr un convertidor undimotriz exitoso fueron descritos en la Sección 1.2.2. Habiendo realizado una breve referencia a la capacidad de supervivencia del WEC propuesto y otros aspectos vinculados con los costos de fabricación, instalación y mantenimiento del equipo en la Sección 1.2.6, este apartado se enfoca principalmente en los desafíos relacionados con la tecnología del PTO y su eficiencia asociada.

### B.1. Tecnología del Power Take-off

Tal cual se introdujo en la Sección 1.2.5, el flujo de energía en los WECs se divide en seis etapas, como se muestra en la Fig. B.1: 1) recurso de olas, 2) absorción, 3) transmisión, 4) generación, 5) acondicionamiento y 6) carga [49]. Las etapas 3, 4 y 5 conforman el PTO del WEC propuesto, módulo encargado de convertir el movimiento captado por la etapa de absorción (sistema brazo-flotador) debido a la acción de las olas, en energía eléctrica. En la Sección 1.2.2 se han descrito nueve desafíos tecnológicos que el WEC en general, y particularmente el PTO, deben superar para lograr un desempeño satisfactorio del convertidor undimotriz. A continuación se describen cada uno de los sistemas que integran las etapas de transmisión, generación y acondicionamiento (Fig. B.1) del PTO propuesto. A lo largo de esta descripción, se destaca cómo la tecnología desarrollada incorpora las propiedades fundamentales

---

<sup>\*</sup>El diseño del PTO mecánico para el WEC tipo brazo-flotador oscilante expuesto en este capítulo se respalda en la solicitud de patente de invención:  
E. M. Gelos, M. G. Judewicz, and D. O. Carrica, “Convertidor Undimotriz,” AR128151A1, 2022.

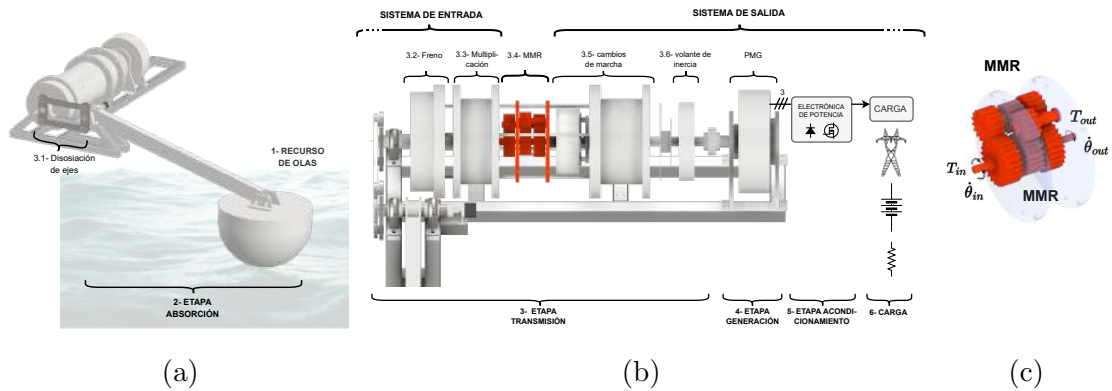


Figura B.1: Etapas de conversión de energía y descripción de sistemas de entrada-salida de un WEC tipo brazo-flotador oscilante con un PTO basado en un MMR. (a) Recurso de olas y etapa de absorción. Se muestra también la etapa de Disociación de Ejes, perteneciente a la Transmisión (etapa 3) del PTO. (b) Representación del PTO mecánico basado en un MMR. (c) Sistema MMR.

(P.1 a P.9) que el PTO debe reunir para lograr una adecuada extracción de energía de las olas, ver Sección 1.2.2.3.

### B.1.1. Etapa 3: Transmisión

La etapa de transmisión mecánica propuesta puede dividirse en seis subetapas, cada una representada en la Fig. B.1 y descrita a continuación.

#### B.1.1.1. Disociación de Ejes

La disociación de ejes proporciona una separación física entre la etapa de absorción, que debe estar en contacto con el océano, y los demás componentes de la transmisión, como se muestra en la Fig. B.2. Esta separación entre ejes puede ajustarse según el emplazamiento seleccionado, lo cual ofrece flexibilidad en la instalación del WEC. Además, al no requerir que los componentes más delicados de la transmisión estén alineados directamente con el sistema brazo-flotador, se facilita su resguardo en un compartimento sellado, protegiéndolos así de las condiciones climáticas adversas a las que el sistema brazo-flotador inevitablemente está expuesto (ver Fig. B.2). Este enfoque tiene como objetivo prolongar la vida útil de los componentes más sensibles de la etapa de transmisión, incrementando así la fiabilidad del PTO (P.8) mientras los protege de condiciones climáticas extremas (P.9).

Además, el sistema de doble biela-manivela propuesto permite ajustar la altura de la articulación del sistema brazo-flotador respecto a la línea media de marea en caso de cambios significativos, adaptándose así a diversos escenarios (P.5).

#### **B.1.1.2. Freno Principal**

El freno principal, ubicado antes del MMR según se muestra en la Fig. B.1, tiene la función de detener y mantener estático el sistema brazo-flotador. Esta función puede integrarse en ciertas estrategias de control hidrodinámico del WEC (P.3), como el *latching* y *declutching* [81], además de operar como un mecanismo de protección para el brazo-flotador al mantenerlo en una posición segura frente a condiciones extremas de olas, vientos u otros fenómenos naturales que podrían dañar el dispositivo (P.8 y P.9). Además, en caso de que algún componente del PTO alcance su carga máxima admisible, el freno puede intervenir para reducir la extracción de potencia del recurso (P.6) sin necesidad de forzar el generador eléctrico.

#### **B.1.1.3. Multiplicación Primaria**

La multiplicación primaria consiste en uno o más sistemas de engranajes planetarios dispuestos en serie (Fig. B.3), cuya función es aumentar la velocidad angular de entrada al sistema y reducir el torque transmitido (Fig. B.1). Esto permite adaptar las bajas velocidades y altos torques generados típicamente en el sistema brazo-flotador debido a las características de las olas, a valores de revoluciones y torques adecuados para el generador eléctrico rotativo instalado (P.1). La disposición en serie de los sistemas planetarios logra una alta relación de transmisión, fundamental en los WECs, y presenta una configuración compacta que optimiza el volumen ocupado y los materiales utilizados. Dado que es una tecnología ampliamente utilizada, incluso en otras aplicaciones de energía renovable como los sistemas eólicos, su integración puede tener un impacto positivo en los costos, contribuyendo así a la reducción del LCOE.

#### **B.1.1.4. Rectificador Mecánico de Movimiento (MMR)**

El MMR transforma el movimiento bidireccional de entrada causado por las olas en el sistema del brazo-flotador, en un movimiento unidireccional en su salida [76]. De esta manera, es posible aprovechar la carrera ascendente y descendente del sistema del brazo-flotador por parte del WEC (P.2). Adicionalmente, la incorporación de un MMR en la etapa de transmisión posibilita un perfil de velocidad más constante (P.7), eliminando los cruces por cero y evitando así las áreas de baja eficiencia y baja

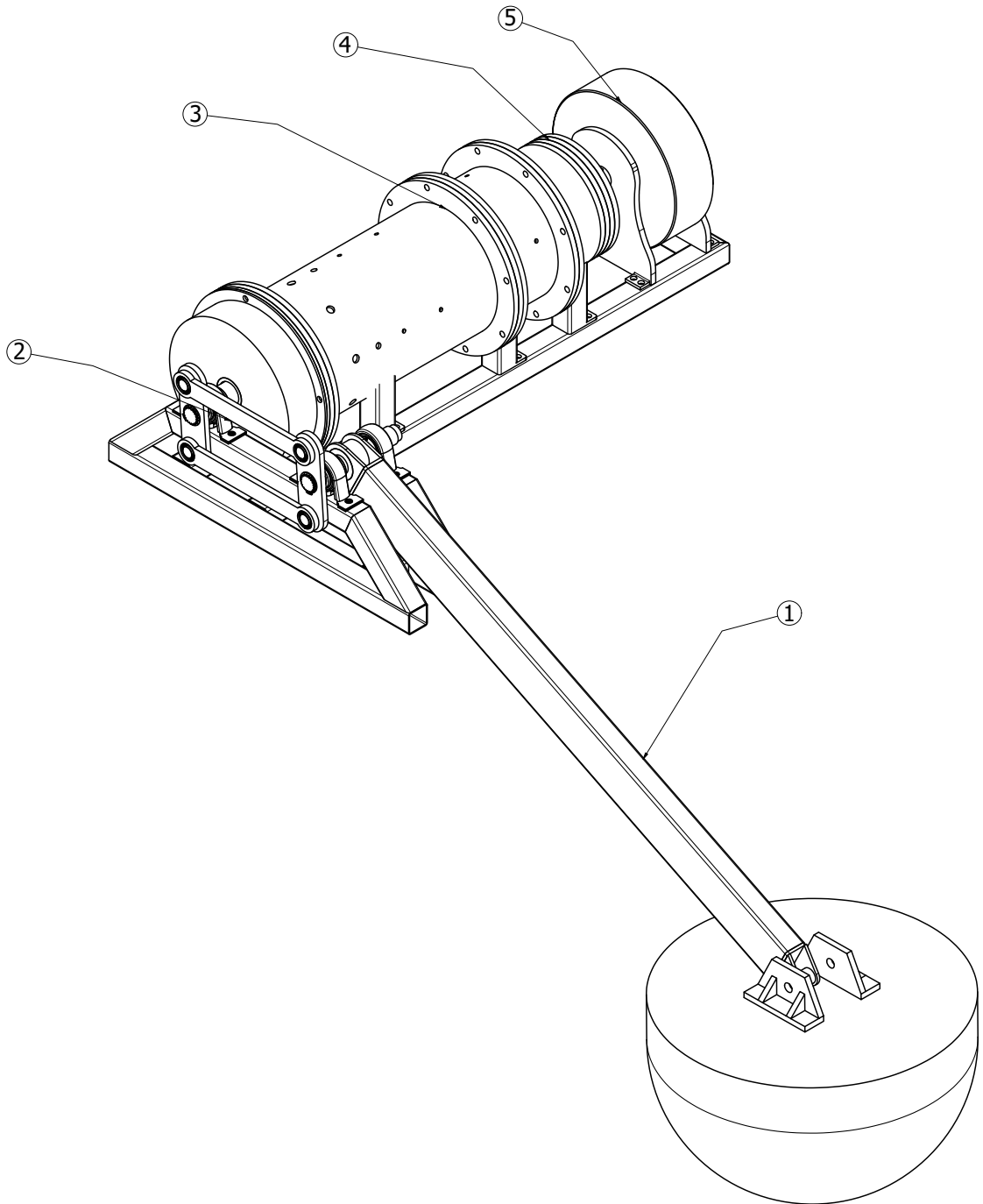


Figura B.2: ① Sistema brazo-flotador perteneciente a la Etapa de Absorción. ② Mecanismo de disociación de ejes y ③ componentes de la Etapa de Transmisión mecánica protegidos en un recinto sellado. ④ Volante de inercia variable. ⑤ Generador eléctrico rotativo.

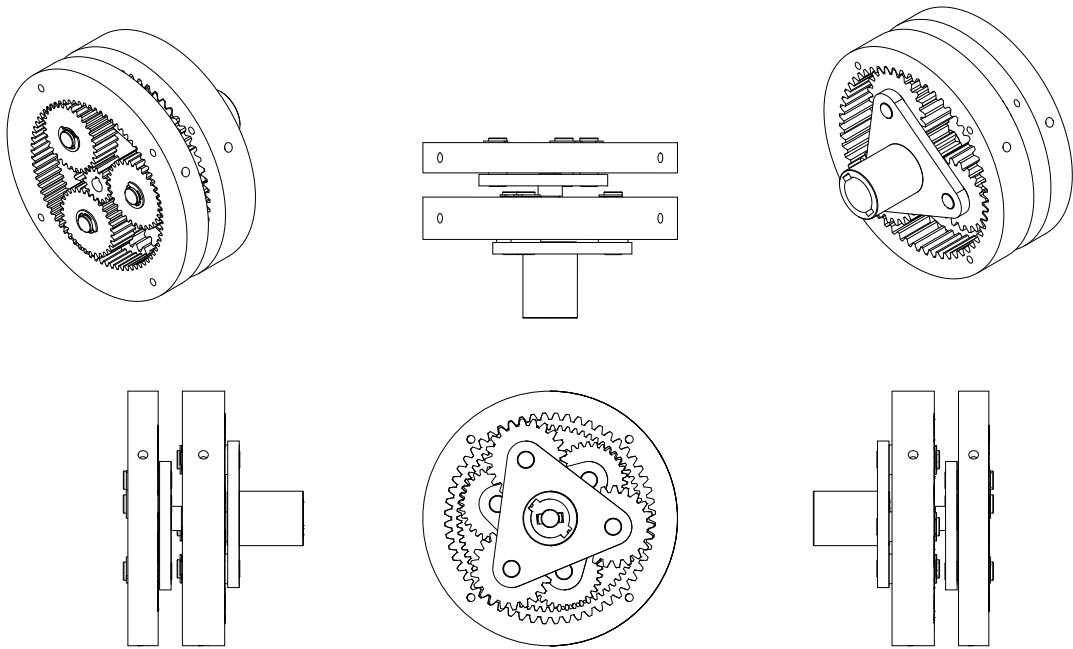


Figura B.3: Multiplicación Primaria: dos sistemas de engranajes planetarios dispuestos en serie.

velocidad en los generadores eléctricos. Además, la unidireccionalidad del movimiento contribuye a reducir las fuerzas de impacto, el backlash y la fatiga mecánica en la cadena de transmisión, mejorando la eficiencia del sistema y su vida útil (P.8 y P.9) [77, 75].

Asimismo, la presencia del MMR aumenta el ancho de banda de frecuencias de olas que pueden ser aprovechadas por el WEC (P.3 y P.5) [92, 74]. En el diseño propuesto (Fig. B.4), se optimizó la cantidad de engranajes utilizados para maximizar la eficiencia y se planteó una configuración en la que los ejes de entrada y salida son concéntricos, facilitando el montaje del MMR, optimizando el espacio ocupado y eliminando la necesidad de engranajes auxiliares para corregir la falta de colinealidad entre la entrada y salida del sistema (P.8).

#### B.1.1.5. Cambios de Marcha

La etapa de cambios de marcha proporciona al convertidor undimotriz la flexibilidad necesaria para adaptarse a un amplio espectro de climas de ola. En definitiva, esto permite aprovechar un amplio rango de alturas y períodos de ola, ajustando la velocidad angular y el torque de las etapas anteriores a niveles compatibles con el generador eléctrico rotativo incorporado (P.5 y P.7). Específicamente, el mecanismo propuesto se basa en el sistema Ravigneaux [172], por medio del cual pueden ajus-



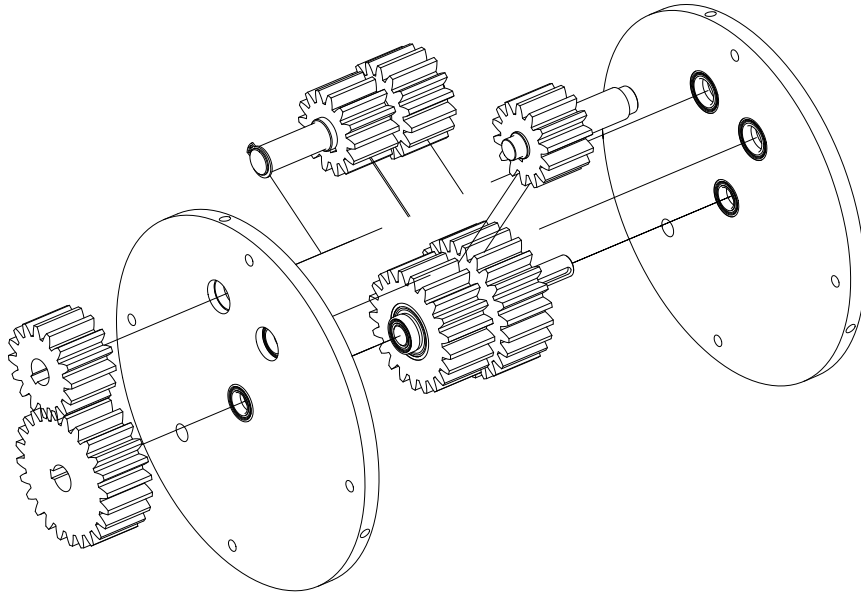


Figura B.4: Vista explosionada del MMR propuesto.

tarse activamente las relaciones de transmisión. La implementación específica de este mecanismo adaptada al PTO del convertidor undimotriz se muestra en la Fig. B.5.

#### **B.1.1.6. Volante de Inercia**

A través del volante de inercia, es posible ajustar la impedancia mecánica del WEC con el objetivo de sincronizar el equipo con la frecuencia de las olas incidentes, optimizando así la extracción de energía del recurso (P.3). El momento de inercia del volante puede ser constante o variable; en este último escenario, se regula en función del clima de olas.

#### **B.1.2. Etapa 4: Generación**

Para la etapa de generación, se propuso emplear un generador eléctrico rotativo con imanes permanentes (PMG) capaz de funcionar de manera eficiente a bajas revoluciones y altos pares de torsión (P.1). Esta propiedad contribuye a mejorar la eficiencia de la transmisión al evitar la necesidad de incorporar relaciones de transmisión más elevadas. Además, los PMG suelen mostrar una muy buena eficiencia incluso a velocidades próximas a cero, lo que los hace especialmente adecuados para su aplicación en un convertidor undimotriz, donde la potencia de entrada al generador es sumamente fluctuante (P.4 y P.7). Por último, es importante señalar que los PMG representan una tecnología de generación eléctrica madura en etapa comercial, lo que los hace accesibles, reduce los costos asociados y mejora la fiabilidad del sistema (P.8).

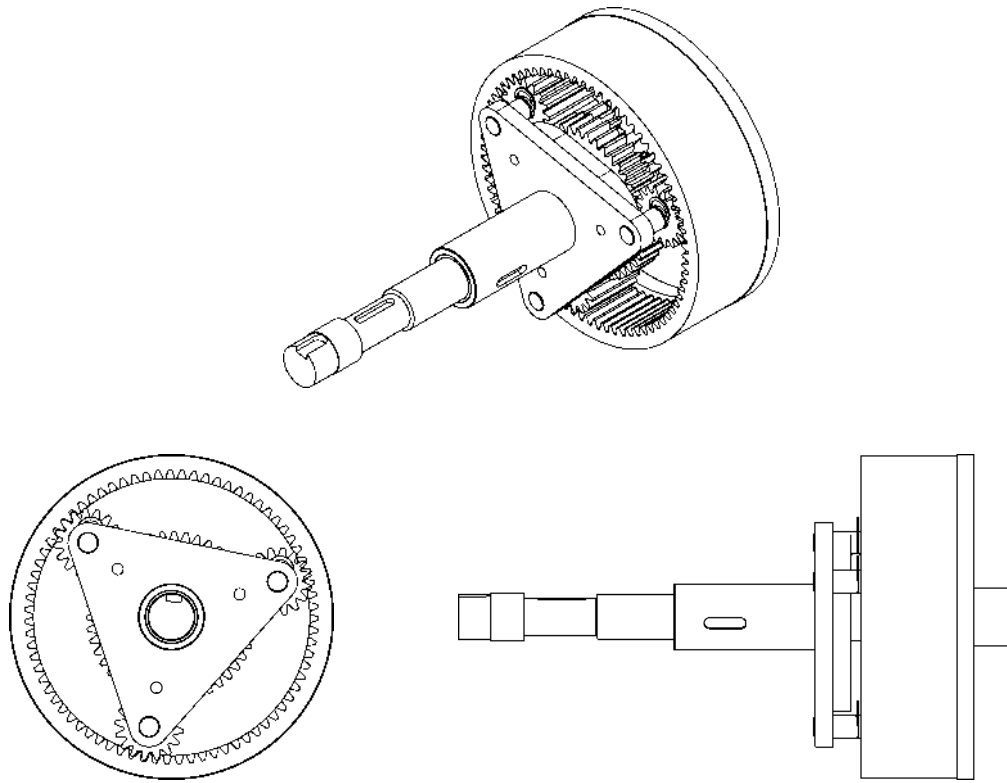


Figura B.5: Sistema Ravigneaux propuesto de cambios de marcha.

### B.1.3. Etapa 5: Acondicionamiento

La etapa de acondicionamiento propuesta consiste en la incorporación de un sistema de convertidores electrónicos de potencia con dos funciones principales: 1) regular activamente el torque electromagnético del generador, siendo esta la variable a controlar para maximizar la captura de energía del recurso undimotriz (P3, P4, P5 y P8); y 2) acondicionar la salida eléctrica irregular del generador de modo que resulte compatible con la carga eléctrica conectada al WEC, pudiendo ser la red eléctrica interconectada, un sistema de baterías, bancos de resistencias, entre otros (P.7).

A lo largo de este apartado, se buscó describir las características funcionales de cada uno de los sistemas que integran el PTO del WEC propuesto en la solicitud de patente [34], así como la manera en que la concatenación de estos sistemas le confiere al dispositivo propiedades adecuadas para la conversión de energía de las olas.

# Apéndice C

## Modelo de Fricción del MMR

### C.1. Torques Externos Aplicados a los OWBs

Para la determinación de los torques externos aplicados a los OWBs, denotados como  $T_{xt|fw_a}$  y  $T_{xt|fw_b}$ , los torques de entrada y salida, como se presentan en las ecuaciones (3.71a-3.71b), junto con la definición de  $T_{fw_G}$  (3.63), son introducidos en la G-EQM (3.62a-3.62b), resultando en:

$$\text{G-EQM} \begin{cases} T_{MMR|in} + N_r(T_{fw_a}^* - T_{fw_b}^*) = \tilde{I}_{in} \ddot{\theta}_{in}, & (\text{C.1a}) \\ T_{fw_a}^* + T_{fw_b}^* + T_{MMR|out} = \tilde{I}_{out} \ddot{\theta}_{out} & (\text{C.1b}) \end{cases}$$

$$s.t. \quad T_{out} \geq T_{lk} \quad \text{for} \quad \dot{\theta}_{out} = N_r |\dot{\theta}_{in}| = 0,$$

donde los torques totales aplicados por el OWB<sub>a</sub> y el OWB<sub>b</sub>, denotados como  $T_{fw_a}^*$  y  $T_{fw_b}^*$ , respectivamente, son:

$$T_{fw_a}^* = \frac{(1 - sg^*(\dot{\theta}_{in}))}{2} T_{fw_a} - T_{L|fw_a},$$

$$T_{fw_b}^* = \frac{(1 + sg^*(\dot{\theta}_{in}))}{2} T_{fw_b} - T_{L|fw_b}.$$

Cabe destacar que estas expresiones incluyen los torques de transmisión y fricción de los OWBs,  $T_{fw}$  y  $T_{L|fw}$ , respectivamente. Por lo tanto, los torques externos aplicados a cada uno de los OWBs son simplemente los torques de reacción:  $T_{xt|fw_a} = -T_{fw_a}^*$  y  $T_{xt|fw_b} = -T_{fw_b}^*$ , respectivamente. Teniendo esto en cuenta, y reorganizando (C.1a-C.1b), se obtiene:

$$T_{xt|fw_a} = \frac{(T_{MMR|in}/N_r + T_{MMR|out}) - (\tilde{I}_{in} \ddot{\theta}_{in}/N_r + \tilde{I}_{out} \ddot{\theta}_{out})}{2}, \quad (\text{C.2})$$

$$T_{xt|fw_b} = \frac{(-T_{MMR|in}/N_r + T_{MMR|out}) - (-\tilde{I}_{in} \ddot{\theta}_{in}/N_r + \tilde{I}_{out} \ddot{\theta}_{out})}{2}. \quad (\text{C.3})$$

Estas ecuaciones son aplicables a un MMR en los modos de transmisión dinámico y estático. A pesar de ello, se harán algunas consideraciones adicionales para el MMR

estático. En dicho escenario, ambos OWBs están en reposo, por lo tanto, inherentemente acoplados, y el sistema permanece estático con  $\ddot{\theta}_{in} = \ddot{\theta}_{out} = 0$  hasta que al menos un OWB se desacopla (consultar Fig. 3.2a). Es importante diferenciar este escenario de aquel en el cual ambos OWBs se desacoplan al mismo tiempo, es decir, cuando el MMR alcanza la condición de desacoplamiento. Considerando la transmisión alternante de torque del MMR a través de la rama  $a$  o  $b$ , dependiendo de la dirección del torque de entrada, ver (3.42a-3.42b), se puede deducir qué OWB está siendo forzado a desacoplarse por la acción del torque de entrada. Se debe tener en cuenta que los anillos de los OWBs se opondrán al torque externo que los obliga a desacoplarse, debido a la influencia del torque estático. Notar que la formulación de fricción implementada predice el desacoplamiento de los OWBs cuando se cumple la condición de torque  $T_{xt|fw} > T_{s|fw}$ , consultar (3.76). En consecuencia, hasta que esto ocurra, las aceleraciones de entrada/salida del MMR son nulas. Esto se puede aprovechar para simplificar el cálculo de los torques externos de ambos OWBs, al notar que los términos inerciales de la forma  $\tilde{I}_{sy} \ddot{\theta}_{sy}$ , incluidos en (C.2) y (C.3), se cancelan.

Adicionalmente, notar que si el cálculo de los torques externos (excluyendo los términos inerciales nulos) da como resultado  $T_{xt|fw} > T_{s|fw}$  para uno de los dos OWBs, entonces las aceleraciones de entrada/salida pueden ser distintas de cero. Por lo tanto, para el cálculo del torque externo del otro OWB, los términos inerciales en (C.2) y (C.3) deben ser considerados. Cabe destacar que este proceso implica un cálculo secuencial de  $T_{xt|fw_a}$  y  $T_{xt|fw_b}$ . Las aceleraciones de entrada/salida requeridas pueden obtenerse de la G-EQM para luego verificar, utilizando (C.2) o (C.3), si el segundo OWB también se desacopla. En caso afirmativo, se puede demostrar, mediante el uso del modelo de fricción proporcionado y la G-EQM, que se cumple la condición de desacoplamiento del MMR según la Definición 11.

Basándose en el análisis anterior, los términos:

$$\left(1 \mp sg^*(\dot{\theta}_{in})\right)/2,$$

con  $sg(T_{in} = 0) := 1$  como se especifica en (3.18), se introdujeron en (C.2)-(C.3) para simplificar la evaluación de los torques externos de un MMR estático. Al hacerlo, se elimina la necesidad de calcular  $T_{xt|fw_a}$  y  $T_{xt|fw_b}$  recursivamente, permitiendo su cálculo secuencial. Esto da lugar a las expresiones más convenientes (3.79)-(3.80), proporcionadas en la Sección 3.3.10. Más aún, cabe destacar que las funciones introducidas eliminan los términos inerciales de la forma  $\tilde{I}_{sy} \ddot{\theta}_{sy}$ , en función de la dirección del torque de entrada, como se muestra en (3.18). Esto incorpora directamente el análisis realizado anteriormente, en las expresiones de torque externo. Es importante

señalar además que la cancelación de los términos inerciales solo afecta al modelo de fricción si el MMR está estático. En el modo dinámico, dicha cancelación de términos ocurre para el OWB ya desacoplado, como se muestra en (3.15), en el cual  $T_{Z|fw}$  no interviene, ver (3.72).

## C.2. Definiciones del Modelo de Fricción Equivalente

Las siguientes expresiones asumen que los parámetros del modelo de fricción de los dos OWBs son idénticos. Esta es una suposición lógica considerando que ambos OWBs empleados en la construcción del MMR son iguales.

Las pérdidas estáticas de los dos OWBs asociadas con un MMR estático (Definición 7),  $T_{Z|fw}^{(st)}$ , pueden ser modeladas como:

$$T_{Z|fw}^{(st)} = \begin{cases} T_{Z|fw_a} & \text{si } T_{in} > 0 \text{ y } \dot{\theta}_{out} = N_r |\dot{\theta}_{in}| = 0, \\ T_{Z|fw_b} & \text{si } T_{in} < 0 \text{ y } \dot{\theta}_{out} = N_r |\dot{\theta}_{in}| = 0, \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

Además, el torque externo correspondiente aplicado,  $T_{xt|fw}^{(st)}$ , es:

$$T_{xt|fw}^{(st)} = \frac{sg(T_{in})T_{MMR|in}/N_r + T_{MMR|out}}{2}. \quad (\text{C.4})$$

Es importante mencionar que  $T_{Z|fw}^{(st)}$  representa las pérdidas estáticas del OWB<sub>a</sub> o OWB<sub>b</sub>, dependiendo de las siguientes condiciones.

$$T_{Z|fw}^{(st)} = \begin{cases} T_{Z|fw_a}, & \text{if } T_{in} > 0 \text{ and } \dot{\theta}_{out} = N_r |\dot{\theta}_{in}| = 0 & (\text{C.5a}) \\ T_{Z|fw_b}, & \text{if } T_{in} < 0 \text{ and } \dot{\theta}_{out} = N_r |\dot{\theta}_{in}| = 0 & (\text{C.5b}) \\ 0 & \text{otherwise.} & (\text{C.5c}) \end{cases}$$

Adicionalmente, las pérdidas dinámicas de los OWBs relacionadas con un MMR dinámico (Definición 6),  $T_{D|fw}^{(dyn)}$ , pueden ser expresadas como:

$$T_{D|fw}^{(dyn)} = \begin{cases} T_{c|fw} + S_{fw}^{(+)} + B_{fw} \left( \dot{\theta}_{out} + N_r |\dot{\theta}_{in}| \right), & \text{if } \dot{\theta}_{out} = N_r |\dot{\theta}_{in}| > 0 & (\text{C.6a}) \\ 0, & \text{en otro caso,} & (\text{C.6b}) \end{cases}$$

donde  $S_{fw}^{(+)}$  es el componente Stribeck para un MMR dinámico definido como:

$$S_{fw}^{(+)} = (T_{s|fw} - T_{c|fw}) \exp \left( \frac{-|\dot{\theta}_{out} + sg(\dot{\theta}_{in})N_r \dot{\theta}_{in}|^{\delta_{str|fw}}}{\omega_{str|fw}} \right). \quad (\text{C.7})$$

En este caso,  $T_{D|fw}^{(dyn)}$  representa las pérdidas dinámicas del OWB desacoplado cuando el MMR se encuentra en el modo de transmisión dinámico, siguiendo las condiciones especificadas a continuación:

$$T_{D|fw}^{(dyn)} = \begin{cases} T_{D|fw_a}, & \text{if } \dot{\theta}_{out} = N_r |\dot{\theta}_{in}| > 0 \text{ and } \dot{\theta}_{in} > 0 & (C.8a) \\ T_{D|fw_b}, & \text{if } \dot{\theta}_{out} = N_r |\dot{\theta}_{in}| > 0 \text{ and } \dot{\theta}_{in} < 0 & (C.8b) \\ 0 & \text{en otro caso.} & (C.8c) \end{cases}$$

Además, las pérdidas estáticas de los OWBs asociadas con la condición de desacoplamiento del MMR (Definición 11),  $T_{D|fw}^{(dmt)}$ , pueden ser modeladas como:

$$T_{Z|fw}^{(dmt)} = \begin{cases} T_{xt|fw}^{(dmt)}, & \text{si } 0 \leq T_{xt|fw}^{(dmt)} \leq T_{s|fw} \text{ y } \dot{\theta}_{out} = N_r |\dot{\theta}_{in}| \\ T_{s|fw}, & \text{si } T_{xt|fw}^{(dmt)} > T_{s|fw} \text{ y } \dot{\theta}_{out} = N_r |\dot{\theta}_{in}| \\ 0, & \text{en otro caso,} \end{cases}$$

donde el torque externo correspondiente aplicado,  $T_{xt|fw}^{(dmt)}$ , se define de la siguiente manera:

$$T_{xt|fw}^{(dmt)} = \frac{\left(-sg^*(\dot{\theta}_{in})T_{MMR|in}/N_r + T_{MMR|out}\right) - \left(-sg^*(\dot{\theta}_{in})\tilde{I}_{in}\ddot{\theta}_{in}/N_r + \tilde{I}_{out}\ddot{\theta}_{out}\right)}{2} \quad (C.9)$$

Nótese que  $T_{Z|fw}^{(dmt)}$  representa las pérdidas estáticas del OWB involucrado en el evento de desacoplamiento del MMR, de acuerdo a las siguientes condiciones:

$$T_{Z|fw}^{(dmt)} = \begin{cases} T_{Z|fw_b}, & \text{si } \dot{\theta}_{out} = N_r |\dot{\theta}_{in}| \text{ y } sg^*(\dot{\theta}_{in}) = 1 \\ T_{Z|fw_a}, & \text{si } \dot{\theta}_{out} = N_r |\dot{\theta}_{in}| \text{ y } sg^*(\dot{\theta}_{in}) = -1 \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

Finalmente,  $T_{D|fw_{in}}^{(dis)}$  y  $T_{D|fw_{out}}^{(dis)}$  representan las pérdidas combinadas de los dos OWBs reflejadas en los ejes de entrada y salida, respectivamente, cuando el MMR se encuentra en el modo de transmisión desacoplado (Definición 8). Sus expresiones son las siguientes:

$$T_{D|fw_{in}}^{(dis)} \begin{cases} (S_{fw}^{(+)} - S_{fw}^{(-)}) + 2sg(\dot{\theta}_{in})N_r B_{fw}\dot{\theta}_{in}, & \text{si } \dot{\theta}_{out} > N_r |\dot{\theta}_{in}| & (C.10a) \\ 0, & \text{en otro caso,} & (C.10b) \end{cases}$$

y

$$T_{D|fw_{out}}^{(dis)} \begin{cases} 2T_{c|fw} + (S_{fw}^{(+)} + S_{fw}^{(-)}) + 2B_{fw}\dot{\theta}_{out}, & \text{si } \dot{\theta}_{out} > N_r |\dot{\theta}_{in}| & (C.11a) \\ 0, & \text{en otro caso,} & (C.11b) \end{cases}$$

donde  $S_{fw}^{(-)}$  se define como:

$$S_{fw}^{(-)} = (T_{s|fw} - T_{c|fw}) \exp \left( \frac{-|\dot{\theta}_{out} - sg(\dot{\theta}_{in})N_r \dot{\theta}_{in}|^{\delta_{str|fw}}}{\omega_{str|fw}} \right). \quad (C.12)$$

Las ecuaciones (C.11a-C.11b) pueden expresarse de manera alternativa para enfatizar la influencia de cada una de las pérdidas de los OWBs como:

$$T_{D|fw_{in}}^{(dis)} = \begin{cases} sg^*(\dot{\theta}_{in})(T_{D|fw_a} - T_{D|fw_b}), & \text{si } \dot{\theta}_{out} > N_r |\dot{\theta}_{in}| \\ 0, & \text{en otro caso,} \end{cases} \quad (C.13a)$$

$$(C.13b)$$

y

$$T_{D|fw_{out}}^{(dis)} = \begin{cases} T_{D|fw_a} + T_{D|fw_b}, & \text{si } \dot{\theta}_{out} > N_r |\dot{\theta}_{in}| \\ 0, & \text{en otro caso,} \end{cases} \quad (C.14a)$$

$$(C.14b)$$

donde  $T_{D|fw_a}$  y  $T_{D|fw_b}$  se definen según (3.73).

# Bibliografía

- [1] IRENA (2020), Global Renewables Outlook: Energy transformation 2050. Technical report, International Renewable Energy Agency, Abu Dhabi.
- [2] CAMMESA. Informe Mensual de Potencia Instalada. Technical report, CAMMESA, Argentina, 2024.
- [3] S. Estefen Lewis, A., J. Huckerby, W. Musial, T. Pontes, and J. Torres-Martinez. 2011: Ocean Energy. In IPCC Special Report on Renewable Energy Sources and Climate Change Mitigation. Technical report, Cambridge University Press, Cambridge, United Kingdom and New York, NY, USA, 2011.
- [4] Bingyong Guo and John V. Ringwood. A review of wave energy technology from a research and commercial perspective. *IET Renew. Power Gener.*, 15(14):3065–3090, oct 2021.
- [5] IEA (2023). World Energy Outlook 2023. Technical report, IEA, Paris.
- [6] John V. Ringwood, Giorgio Bacelli, and Francesco Fusco. Energy-Maximizing Control of Wave-Energy Converters: The Development of Control System Technology to Optimize Their Operation. *IEEE Control Syst.*, 34(5):30–55, 2014.
- [7] United Nations. Transforming our world: the 2030 agenda for sustainable development. Technical report, 2015.
- [8] European Commission. A policy framework for climate and energy in the period from 2020 to 2030. Technical report, Technical Report COM (2014), (Communication from the Commission to the European Parliament, the Council, the European Economic and Social Committee and the Committee of the Regions), 2014.
- [9] European Commission. Energy Roadmap 2050 Impact assessment and scenario analysis. Technical report, European Commission, Energy, Unit A1–Energy policy and analysis,, 2011.



- [10] European Commission. The European Green Deal. Technical report, Communication from the Commission to the European Parliament, the Council, the European Economic and Social Committee and the Committee of the Regions, Brussels, 2019.
- [11] José Luis Villate, Pablo Ruiz-Minguela, Joannès BerquePirttimaa, Lotta, Donagh Cagney, Charlotte Cochrane, and Henry Jeffrey. Strategic Research and Innovation Agenda for Ocean Energy. Technical report, European Technology & Innovation Platform for Ocean Energy (ETIPOCEAN), 2020.
- [12] John D. Isaacs and Richard J. Seymour. The ocean as a power resource. *Int. J. Environ. Stud.*, 4(1-4):201–205, jan 1973.
- [13] *Energy Statistics of Non-OECD Countries 2015*. Energy Statistics of Non-OECD Countries. IEA, aug 2015.
- [14] World Energy Council. 2010 Survey of Energy Resources. Technical report, World Energy Council, 2010.
- [15] Centre for Renewables Energy Sources (CRES). Final report of the European thematic network on wave energy. Technical report, Centre for Renewables Energy Sources (CRES), 2003.
- [16] Gunnar Mørk, Stephen Barstow, Alina Kabuth, and M. Teresa Pontes. Assessing the Global Wave Energy Potential. *Proc. Int. Conf. Offshore Mech. Arct. Eng. - OMAE*, 3:447–454, dec 2010.
- [17] B.G. Reguero, I.J. Losada, and F.J. Méndez. A global wave power resource and its seasonal, interannual and long-term variability. *Appl. Energy*, 148:366–380, jun 2015.
- [18] Kester Gunn and Clym Stock-Williams. Quantifying the global wave power resource. *Renew. Energy*, 44:296–304, aug 2012.
- [19] Andrew Cornett. A global wave energy resource assessment. In *Sea Technol.*, volume 50, page 9, 2009.
- [20] Stephen Barstow, Gunnar Mørk, Lasse Lønseth, and Jan Petter Mathisen. WorldWaves wave energy resource assessments from the deep ocean to the coast. In *8th Eur. Wave Tidal Energy Conf.*, page 11, Uppsala, Sweden, 2009.

- [21] Iraide López, Jon Andreu, Salvador Ceballos, Iñigo Martínez de Alegría, and Iñigo Kortabarria. Review of wave energy technologies and the necessary power-equipment. *Renew. Sustain. Energy Rev.*, 27:413–434, nov 2013.
- [22] António F. de O. Falcão. Wave energy utilization: A review of the technologies. *Renew. Sustain. Energy Rev.*, 14(3):899–918, apr 2010.
- [23] Joao Cruz, editor. *Ocean Wave Energy*. Green Energy and Technology(Virtual Series). Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2008.
- [24] A.H. Day, A. Babarit, A. Fontaine, Y.-P. He, M. Kraskowski, M. Murai, I. Pene-sis, F. Salvatore, and H.-K. Shin. Hydrodynamic modelling of marine renewable energy devices: A state of the art review. *Ocean Eng.*, 108:46–69, nov 2015.
- [25] S. H. Salter. Wave power. *Nature*, 249(5459):720–724, jun 1974.
- [26] K. Budar and J. Falnes. A resonant point absorber of ocean-wave power. *Nature*, 256(5517):478–479, aug 1975.
- [27] D. V. Evans. A theory for wave-power absorption by oscillating bodies. *J. Fluid Mech.*, 77(1):1–25, sep 1976.
- [28] Aurélien Babarit. *Ocean Wave Energy Conversion: Resource, Technologies and Performance*. Elsevier Ltd, 1 edition, 2018.
- [29] Raju Ahamed, Kristoffer McKee, and Ian Howard. Advancements of wave energy converters based on power take off (PTO) systems: A review. *Ocean Eng.*, 204:107248, may 2020.
- [30] Arthur Pecher and Jens Peter Kofoed, editors. *Handbook of Ocean Wave Energy*, volume 7 of *Ocean Engineering & Oceanography*. Springer International Publishing, Cham, 2017.
- [31] Rico Hjerm Hansen. *Aalborg Universitet Design and Control of the PowerTake-Off System for a Wave Energy Converter with Multiple Absorbers Hansen*, Rico Hjerm Publication date :. Ph.d. thesis, Aalborg University, 2013.
- [32] Balazs Czech and Pavol Bauer. Wave energy converter concepts : Design challenges and classification. *IEEE Ind. Electron. Mag.*, 6(2):4–16, 2012.

- [33] S H Salter, J R M Taylor, and N J Caldwell. Power conversion mechanisms for wave energy. *Proc. Inst. Mech. Eng. Part M J. Eng. Marit. Environ.*, 216(1):1–27, jun 2002.
- [34] Eugenio Martin Gelos, Marcos Gabriel Judewicz, and Daniel Oscar Carrica. *Convertidor Undimotriz*, 2022.
- [35] B Drew, A R Plummer, and M N Sahinkaya. A review of wave energy converter technology. *Proc. Inst. Mech. Eng. Part A J. Power Energy*, 223(8):887–902, dec 2009.
- [36] M. S. Lagoun, A. Benalia, and M. E. H Benbouzid. Ocean wave converters: State of the art and current status. In *2010 IEEE Int. Energy Conf.*, pages 636–641. IEEE, dec 2010.
- [37] Ross Henderson. Design, simulation, and testing of a novel hydraulic power take-off system for the Pelamis wave energy converter. *Renew. Energy*, 31(2):271–283, feb 2006.
- [38] Gianluca Zitti and Maurizio Brocchini. The role of size and inertia on the hydrodynamics of a self-reacting heave single point absorber wave energy converter. *Renew. Energy*, 229:120686, aug 2024.
- [39] WavPlane Production. *Waveplane Wave Energy Converter*.
- [40] H. Polinder, M. E. C. Damen, and F. Gardner. Design, modelling and test results of the AWS PM linear generator. *Eur. Trans. Electr. Power*, 15(3):245–256, may 2005.
- [41] António F.O. Falcão and João C.C. Henriques. Oscillating-water-column wave energy converters and air turbines: A review. *Renew. Energy*, 85:1391–1424, jan 2016.
- [42] Kshma Trivedi, Amya Ranjan Ray, Parothidil Anjusree Krishnan, Santanu Koley, and Trilochan Sahoo. Hydrodynamics of LIMPET type OWC device under Stokes second-order waves. *Ocean Eng.*, 286:115605, oct 2023.
- [43] Eco Wave Power. *Eco Wave Power Wave Energy Converter*.
- [44] Jens Peter Kofoed, Peter Frigaard, Erik Friis-Madsen, and Hans Chr. Sørensen. Prototype testing of the wave energy converter wave dragon. *Renew. Energy*, 31(2):181–189, feb 2006.

- [45] A Henry, K Doherty, L Cameron, R Doherty, and T Whittaker. Advances in the Design of the Oyster Wave Energy Converter. In *Mar. Renew. Offshore Wind Energy*, pages 119–128. RINA, apr 2010.
- [46] EMEC. The European Marine Energy Centre LTD.
- [47] H.C. Pedersen, R.H. Hansen, A.H. Hansen, T.O. Andersen, and M.M. Bech. Design of full scale wave simulator for testing Power Take Off systems for wave energy converters. *Int. J. Mar. Energy*, 13:130–156, apr 2016.
- [48] No Title.
- [49] Markel Penalba and John V. Ringwood. A Review of Wave-to-Wire Models for Wave Energy Converters. *Energies 2016, Vol. 9, Page 506*, 9(7):506, jun 2016.
- [50] Mohd Afifi Jusoh, Mohd Zamri Ibrahim, Muhamad Zalani Daud, Aliashim Albani, and Zulkifli Mohd Yusop. Hydraulic Power Take-Off Concepts for Wave Energy Conversion System: A Review. *Energies*, 12(23):4510, nov 2019.
- [51] José F. Gaspar, Miguel Calvário, Mojtaba Kamarlouei, and C. Guedes Soares. Power take-off concept for wave energy converters based on oil-hydraulic transformer units. *Renew. Energy*, 86:1232–1246, feb 2016.
- [52] Dahai Zhang, Wei Li, Yonggang Lin, and Jingwei Bao. An overview of hydraulic systems in wave energy application in China. *Renew. Sustain. Energy Rev.*, 16(7):4522–4526, sep 2012.
- [53] Joseba Lasa, Juan Carlos Antolin, Carlos Angulo, Patxi Estensoro, Maider Santos, and Pierpaolo Ricci. Design, Construction and Testing of a Hydraulic Power Take-Off for Wave Energy Converters. *Energies*, 5(6):2030–2052, jun 2012.
- [54] António F. de O. Falcão. Modelling and control of oscillating-body wave energy converters with hydraulic power take-off and gas accumulator. *Ocean Eng.*, 34(14-15):2021–2032, oct 2007.
- [55] Shangyan Zou. *Optimal Control of Wave Energy Converters*. PhD thesis, Michigan Technological University, Houghton, Michigan, 2018.
- [56] J. R. Taylor and Nicholas Caldwell. Design and construction of the variable-pitch air turbine for the azores wave energy plant. 2009.

- [57] J. Rea, J. Kelly, R. Alcorn, and D. O’Sullivan. Development and operation of a power take off rig for ocean energy research and testing. In *9th Eur. Wave Tidal Energy Conf.*, University of Southampton, UK, 2011.
- [58] Y Washio, H Osawa, Y Nagata, F Fujii, H Furuyama, and T Fujita. The Offshore Floating Type Wave Power Device ”Mighty Whale”: Open Sea Tests. In *Tenth Int. Offshore Polar Eng. Conf.*, pages ISOPE–I–00–054, Seattle, Washington, USA, may 2000.
- [59] Manabu Takao and Toshiaki Setoguchi. Air Turbines for Wave Energy Conversion. *Int. J. Rotating Mach.*, 2012:1–10, 2012.
- [60] Toshiaki Setoguchi and Manabu Takao. Current status of self rectifying air turbines for wave energy conversion. *Energy Convers. Manag.*, 47(15-16):2382–2396, sep 2006.
- [61] T Setoguchi, S Santhakumar, H Maeda, M Takao, and K Kaneko. A review of impulse turbines for wave energy conversion. *Renew. Energy*, 23(2):261–292, jun 2001.
- [62] M. Mueller. A low speed reciprocating permanent magnet generator for direct drive wave energy converters. In *Int. Conf. Power Electron. Mach. Drives*, volume 2002, pages 468–473. IEE, 2002.
- [63] Yue Hong, Rafael Waters, Cecilia Boström, Mikael Eriksson, Jens Engström, and Mats Leijon. Review on electrical control strategies for wave energy converting systems. *Renew. Sustain. Energy Rev.*, 31:329–342, mar 2014.
- [64] Mats Leijon, Cecilia Boström, Oskar Danielsson, Stefan Gustafsson, Kalle Haikonen, Olivia Langhamer, Erland Strömstedt, Magnus Stålberg, Jan Sundberg, Olle Svensson, Simon Tyrberg, and Rafael Waters. Wave Energy from the North Sea: Experiences from the Lysekil Research Site. *Surv. Geophys.*, 29(3):221–240, may 2008.
- [65] Oskar Danielsson. *Wave Energy Conversion: Linear Synchronous Permanent Magnet Generator*. PhD thesis, Uppsala University, 2006.
- [66] CorPower Ocean. CorPower.

- [67] Jørgen Hals Todalshaug, Gunnar Steinn A Sgeirsson, Eysteinn Hjálmarsson, Jérôme Maillet, Patrik Moller, Pedro Pires, Matthieu Guérinel, and Miguel Lopes. Tank testing of an inherently phase controlled Wave Energy Converter. In *11th Eur. Wave Tidal Energy Conf.*, Nantes, France, 2015.
- [68] Saeed Rezaei, Amir Rahimi, Jamshid Parvizian, and Shahriar Mansoorzadeh. Experimental and numerical study of a novel unidirectional mechanical power take-off system for two-body wave energy converters. *Energy Convers. Manag.* X, 19:100385, jul 2023.
- [69] Xiaofan Li, Chien-An Chen, Shuo Chen, Qiuchi Xiong, Jianuo Huang, Scott Lambert, Jonathan Keller, Robert G. Parker, and Lei Zuo. Dynamic characterization and performance evaluation of a 10-kW power take-off with mechanical motion rectifier for wave energy conversion. *Ocean Eng.*, 250:110983, apr 2022.
- [70] Francisco J. Morales and Francisco G. Benitez. Basic Conceptual Designs for Rectifiers of Inertial Transmissions. apr 2014.
- [71] Zhanwen Wang, Tianming Zhang, Zutao Zhang, Yanping Yuan, and Yujie Liu. A high-efficiency regenerative shock absorber considering twin ball screws transmissions for application in range-extended electric vehicles. *Energy Built Environ.*, 1(1):36–49, jan 2020.
- [72] Dillon Martin, Xiaofan Li, Chien-An Chen, Krish Thiagarajan, Khai Ngo, Robert Parker, and Lei Zuo. Numerical analysis and wave tank validation on the optimal design of a two-body wave energy converter. *Renew. Energy*, 145:632–641, jan 2020.
- [73] Xiaofan Li, Changwei Liang, Jedhathai Boontanom, Dillon Martin, Khai Ngo, Robert G. Parker, and Lei Zuo. Design, fabrication, and testing of wave energy converters (WECs) using different power take-off with mechanical motion rectifier. 2017.
- [74] Xiaofan Li, Changwei Liang, Chien-An Chen, Qiuchi Xiong, Robert G. Parker, and Lei Zuo. Optimum power analysis of a self-reactive wave energy point absorber with mechanically-driven power take-offs. *Energy*, 195:116927, mar 2020.

- [75] Xiaofan Li, Chien-An Chen, Qiuchi Xiong, Robert Parker, and Lei Zuo. Design and Simulation of a Novel Mechanical Power Take-Off for a Two-Body Wave Energy Point Absorber. In *Vol. 8 30th Conf. Mech. Vib. Noise*. American Society of Mechanical Engineers, aug 2018.
- [76] Xiaofan Li, ChienAn Chen, Qiaofeng Li, Lin Xu, Changwei Liang, Khai Ngo, Robert G. Parker, and Lei Zuo. A compact mechanical power take-off for wave energy converters: Design, analysis, and test verification. *Appl. Energy*, 278:115459, nov 2020.
- [77] Changwei Liang, Junxiao Ai, and Lei Zuo. Design, fabrication, simulation and testing of an ocean wave energy converter with mechanical motion rectifier. *Ocean Eng.*, 136:190–200, may 2017.
- [78] Emre Ozkop and Ismail H. Altas. Control, power and electrical components in wave energy conversion systems: A review of the technologies. *Renew. Sustain. Energy Rev.*, 67:106–115, jan 2017.
- [79] Eugenio Martin Gelos, Marcos Gabriel Judewicz, Adrián Pablo Cisilino, and Daniel Oscar Carrica. Generalized model of mechanical motion rectifiers. *Mech. Mach. Theory*, 199:105678, 2024.
- [80] Markel Penalba and John V. Ringwood. A high-fidelity wave-to-wire model for wave energy converters. *Renew. Energy*, 134:367–378, apr 2019.
- [81] Umesh A. Korde and John Ringwood. *Hydrodynamic Control of Wave Energy Devices*. Cambridge University Press, sep 2016.
- [82] Giuseppe Giorgi, Markel Penalba Retes, and John V. Ringwood. Nonlinear Hydrodynamic Models for Heaving Buoy Wave Energy Converters. In *Conf. AWTEC Asian Wave Tidal Energy Conf.*, page 10, Singapore, 2016.
- [83] A. Babarit, J. Hals, M.J. Muliawan, A. Kurniawan, T. Moan, and J. Krokstad. Numerical benchmarking study of a selection of wave energy converters. *Renew. Energy*, 41:44–63, may 2012.
- [84] Sergej A. Sirigu, Giacomo Vissio, Giovanni Bracco, Ermanno Giorcelli, Biagio Passione, Mattia Raffero, and Giuliana Mattiazzo. ISWEC design tool. *Int. J. Mar. Energy*, 15:201–213, sep 2016.

- [85] Tunde Aderinto and Hua Li. Ocean Wave Energy Converters: Status and Challenges. *Energies*, 11(5):1250, may 2018.
- [86] Josh Davidson, Christian Windt, Giuseppe Giorgi, Romain Genest, and John V. Ringwood. Evaluation of energy maximising control systems for wave energy converters using OpenFOAM. In *11th OpenFOAM Work.*, pages 157–171, Cham, Switzerland, 2019. Springer International Publishing.
- [87] Bruno Paduano, Luca Parrinello, Francesco Niosi, Oronzo Dell’Edera, Sergej Antonello Sirigu, Nicolás Faedo, and Giuliana Mattiazzo. Towards standardised design of wave energy converters: A high-fidelity modelling approach. *Renew. Energy*, 224:120141, apr 2024.
- [88] Markel Penalba and John V. Ringwood. Systematic complexity reduction of wave-to-wire models for wave energy system design. *Ocean Eng.*, 217:107651, dec 2020.
- [89] Giorgio Bacelli and John V. Ringwood. Numerical Optimal Control of Wave Energy Converters. *IEEE Trans. Sustain. Energy*, 6(2):294–302, apr 2015.
- [90] J. Weber. WEC Technology Readiness and Performance Matrix –finding the best research technology development trajectory. In *4th Int. Conf. Ocean Energy*, page 10, Dublin, 2012. Maynooth, Co. Kildare, Ireland.
- [91] Xiaofan Li, Dillon Martin, Changwei Liang, ChienAn Chen, Robert G. Parker, and Lei Zuo. Characterization and verification of a two-body wave energy converter with a novel power take-off. *Renew. Energy*, 163:910–920, jan 2021.
- [92] Changwei Liang, Xiaofan Li, Dillon Martin, Adam Wise, Robert Parker, Khai Ngo, and Lei Zuo. Dynamics and Power Absorption of a Self-React Wave Energy Converter With Mechanical Power Takeoff System. In *Vol. 6 13th Int. Conf. Multibody Syst. Nonlinear Dyn. Control*. American Society of Mechanical Engineers, aug 2017.
- [93] Paul Krause, Oleg Wasynczuk, Scott D. Sudhoff, and Steven Pekarek. *Analysis of Electric Machinery and Drive Systems*. Wiley-IEEE Press, 2013.
- [94] Jørgen Hals, Johannes Falnes, and Torgeir Moan. Constrained Optimal Control of a Heaving Buoy Wave-Energy Converter. *J. Offshore Mech. Arct. Eng.*, 133(1), feb 2011.



- [95] Nicolás Faedo, Sébastien Olaya, and John V. Ringwood. Optimal control, MPC and MPC-like algorithms for wave energy systems: An overview. *IFAC J. Syst. Control*, 1:37–56, sep 2017.
- [96] Tao Sun and Søren R.K. Nielsen. Stochastic control of wave energy converters for optimal power absorption with constrained control force. *Appl. Ocean Res.*, 87:130–141, jun 2019.
- [97] Wanan Sheng. Wave energy conversion and hydrodynamics modelling technologies: A review. *Renew. Sustain. Energy Rev.*, 109:482–498, jul 2019.
- [98] Ye Li and Yi Hsiang Yu. A synthesis of numerical methods for modeling wave energy converter-point absorbers, aug 2012.
- [99] M. Folley. Introduction. In *Numer. Model. Wave Energy Convert.*, pages 1–7. Elsevier, 2016.
- [100] Markel Penalba, Giuseppe Giorgi, and John V. Ringwood. Mathematical modelling of wave energy converters: A review of nonlinear approaches. *Renew. Sustain. Energy Rev.*, 78:1188–1207, oct 2017.
- [101] Christian Windt, Josh Davidson, and John V. Ringwood. High-fidelity numerical modelling of ocean wave energy systems: A review of computational fluid dynamics-based numerical wave tanks. *Renew. Sustain. Energy Rev.*, 93:610–630, oct 2018.
- [102] Bingyong Guo and John V. Ringwood. Non-Linear Modeling of a Vibro-Impact Wave Energy Converter. *IEEE Trans. Sustain. Energy*, 12(1):492–500, jan 2021.
- [103] Bingyong Guo and John V. Ringwood. Modelling of a vibro-impact power take-off mechanism for wave energy conversion. In *2020 Eur. Control Conf.*, pages 1348–1353. IEEE, may 2020.
- [104] Giuseppe Giorgi. *Nonlinear hydrodynamic modelling of wave energy converters under controlled conditions*. PhD thesis, Faculty of Science and Engineering, Maynooth University, 2018.
- [105] K. Koca, A. Kortenhuis, H. Oumeraci, B. Zanuttigh, E. Angelelli, and M. Cantu. Recent Advances in the Development of Wave Energy Converters. In *10th Eur. Wave Tidal Energy Conf. (EWTEC 2013)*, Aalborg, Denmark, 2013.

- [106] Peter Stansby, Efrain Carpintero Moreno, and Tim Stallard. Large capacity multi-float configurations for the wave energy converter M4 using a time-domain linear diffraction model. *Appl. Ocean Res.*, 68:53–64, oct 2017.
- [107] M. Alves. Frequency-Domain Models. In *Numer. Model. Wave Energy Convert.*, pages 11–30. Elsevier, 2016.
- [108] Christian Windt, Nicolás Faedo, Markel Penalba, Frederic Dias, and John V. Ringwood. Reactive control of wave energy devices – the modelling paradox. *Appl. Ocean Res.*, 109:102574, apr 2021.
- [109] P. Ricci. Time-Domain Models. In *Numer. Model. Wave Energy Convert.*, pages 31–66. Elsevier, 2016.
- [110] W.E. Cummins and David W. Taylor Model Basin. *The Impulse Response Function and Ship Motions*. Report (David W. Taylor Model Basin). Department of the Navy, David Taylor Model Basin, 1962.
- [111] Johannes Falnes and Adi Kurniawan. *Ocean Waves and Oscillating Systems*. Cambridge University Press, may 2020.
- [112] Aurélien Babarit and Gérard Delhommeau. Theoretical and numerical aspects of the open source BEM solver NEMOH. In *11th Eur. Wave Tidal Energy Conf.*, Nantes, France, 2015.
- [113] C.H Lee and J.N. Newman. WAMIT User Manual, 2006.
- [114] Francis T. Ogilvie. Recent Progress Towards the Understanding and Prediction of Ship. In *5th Symp. Navan Hydrodyn.*, volume 1, pages 3–79, Bergen, 1964.
- [115] Markel Penalba, Giuseppe Giorgi, and John Ringwood. A Review of Non-Linear Approaches for Wave Energy Converter Modelling. In *Eur. Wave Tidal Energy Conf.*, Nantes, France, 2015.
- [116] Eugenio Martin Gelos, Marcos Gabriel Judewicz, Daniel Oscar Carrica, and Marcos Alan Funes. Circuit Modeling and Reactive Control Analysis of a Mechanical Motion Rectifier-Based Wave Energy Converter. *XX Reun. Trab. en Proces. la Inf. y Control*, XX:6, 2023.
- [117] Giuseppe Giorgi and John V. Ringwood. Consistency of Viscous Drag Identification Tests for Wave Energy Applications. In *12th Eur. Wave Tidal Energy Conf.*, Cork, Ireland, 2017.

- [118] J. A. M. Cretel, G. Thomas A. Lewis, and G. Lightbody. A critical assessment of latching as control strategy for wave-energy point absorbers. pages 680–686. in Proc. 21st Int. Offshore Polar Engineering Conf, 2011.
- [119] A. Wright, W. Beattie, A. Thompson, S. Mavrakos, G. Lemonis, K. Nielsen, B. Holmes, and A. Stasinopoulos. Performance considerations in a power take-off unit based on a non-linear load. In *5th Eur. Wave Energy Conf.*, Cork, Ireland, 2003.
- [120] John V. Ringwood, Alexis Merigaud, Nicolas Faedo, and Francesco Fusco. An Analytical and Numerical Sensitivity and Robustness Analysis of Wave Energy Control Systems. *IEEE Trans. Control Syst. Technol.*, 28(4):1337–1348, jul 2020.
- [121] H. Eidsmoen. Optimum Control of a Floating Wave-Energy Converter With Restricted Amplitude. *J. Offshore Mech. Arct. Eng.*, 118(2):96–102, may 1996.
- [122] Guang Li and Michael R. Belmont. Model predictive control of sea wave energy converters – Part I: A convex approach for the case of a single device. *Renew. Energy*, 69:453–463, sep 2014.
- [123] T. K. A. Brekken. On Model Predictive Control for a point absorber Wave Energy Converter. In *2011 IEEE Trondheim PowerTech*, pages 1–8. IEEE, jun 2011.
- [124] Kai Uwe Amann, Mario Edgardo Magana, and Oliver Sawodny. Model Predictive Control of a Nonlinear 2-Body Point Absorber Wave Energy Converter With Estimated State Feedback. *IEEE Trans. Sustain. Energy*, 6(2):336–345, apr 2015.
- [125] Adrian C.M. O’Sullivan and Gordon Lightbody. Co-design of a wave energy converter using constrained predictive control. *Renew. Energy*, 102:142–156, mar 2017.
- [126] Demián Garcia-Violini and John V. Ringwood. Energy maximising robust control for spectral and pseudospectral methods with application to wave energy systems. *Int. J. Control*, 94(4):1102–1113, apr 2021.
- [127] I. Michael Ross and Mark Karpenko. A review of pseudospectral optimal control: From theory to flight. *Annu. Rev. Control*, 36(2):182–197, dec 2012.

- [128] Nicolás Faedo, Yerai Peña-Sanchez, and John V. Ringwood. Finite-order hydrodynamic model determination for wave energy applications using moment-matching. *Ocean Eng.*, 163:251–263, sep 2018.
- [129] Francesco Fusco and John V. Ringwood. A Simple and Effective Real-Time Controller for Wave Energy Converters. *IEEE Trans. Sustain. Energy*, 4(1):21–30, jan 2013.
- [130] Yongxing Zhang, Yongjie Zhao, Wei Sun, and Jiaxuan Li. Ocean wave energy converters: Technical principle, device realization, and performance evaluation. *Renew. Sustain. Energy Rev.*, 141:110764, may 2021.
- [131] Iraide Lopez, Jon Andreu, Salvador Ceballos, Iñigo Martinez de Alegria, and Iñigo Kortabarria. Review of wave energy technologies and the necessary power-equipment. *Renew. Sustain. Energy Rev.*, 27:413–434, nov 2013.
- [132] Johannes Falnes. Small is Beautiful: How to Make Wave Energy Economic. In *1993 Eur. Wave Energy Symp. Proc. an Int. Symp.*, pages 367–372, Edinburgh, Scotland, 1993.
- [133] Johannes Falnes and Jørgen Hals. Heaving buoys, point absorbers and arrays. *Philos. Trans. R. Soc. A Math. Phys. Eng. Sci.*, 370(1959):246–277, jan 2012.
- [134] N.Y. Sergiienko, B.S. Cazzolato, B. Ding, P. Hardy, and M. Arjomandi. Performance comparison of the floating and fully submerged quasi-point absorber wave energy converters. *Renew. Energy*, 108:425–437, aug 2017.
- [135] Jørgen Hals Todalshaug. Practical limits to the power that can be captured from ocean waves by oscillating bodies. *Int. J. Mar. Energy*, 3-4:e70–e81, dec 2013.
- [136] Giovanni Bracco, Ermanno Giorcelli, and Giuliana Mattiazzo. ISWEC: A gyroscopic mechanism for wave power exploitation. *Mech. Mach. Theory*, 46(10):1411–1424, oct 2011.
- [137] Gianmaria Giannini, Paulo Rosa-Santos, Victor Ramos, and Francisco Taveira-Pinto. Wave energy converters design combining hydrodynamic performance and structural assessment. *Energy*, 249:123641, jun 2022.
- [138] A. Garcia-Teruel and D.I.M. Forehand. A review of geometry optimisation of wave energy converters. *Renew. Sustain. Energy Rev.*, 139:110593, apr 2021.

- [139] Morten M Kramer, Laurent Marquis, and Peter Frigaard. Performance Evaluation of the Wavestar Prototype. In *EWTEC 2011 Conf. Southampt.*, page 16, Southampton, UK, 2011. University of Southampton.
- [140] Bárbara Prario and Dragani Walter. Estimación de clima de olas en dos sitios costeros de Mar del Plata para el aprovechamiento de energía undimotriz. Technical report, Servicio de Hidrografía Naval, Mar del Plata, Argentina, 2019.
- [141] Leo H. Holthuijsen. *Waves in Oceanic and Coastal Waters*. Cambridge University Press, jan 2007.
- [142] D. A. Huntley. LE MÉHAUTÉ, B. 1976. An introduction to hydrodynamics and water waves. Springer-Verlag, New York, viii + 323 p. \$24.80. *Limnol. Oceanogr.*, 22(5):974–975, sep 1977.
- [143] A. Hulme. The wave forces acting on a floating hemisphere undergoing forced periodic oscillations. *J. Fluid Mech.*, 121(-1):443, aug 1982.
- [144] F.J. Morales and F.G. Benitez. Influence of the rectifier mechanism in the performance of an inertial continuous variable transmission. *Mech. Mach. Theory*, 134:197–212, apr 2019.
- [145] F.J. Morales and F.G. Benitez. Considerations on the operation of inertial continuous variable transmissions. *Mech. Mach. Theory*, 144:103672, feb 2020.
- [146] Mohamed A.A. Abdelkareem, Lin Xu, Mohamed Kamal Ahmed Ali, Ahmed Elagouz, Jia Mi, Sijing Guo, Yilun Liu, and Lei Zuo. Vibration energy harvesting in automotive suspension system: A detailed review. *Appl. Energy*, 229:672–699, nov 2018.
- [147] Yu Pan, Teng Lin, Feng Qian, Cheng Liu, Jie Yu, Jianyong Zuo, and Lei Zuo. Modeling and field-test of a compact electromagnetic energy harvester for railroad transportation. *Appl. Energy*, 247:309–321, aug 2019.
- [148] Xiaoping Wu, Lingfei Qi, Tingsheng Zhang, Zutao Zhang, Yanping Yuan, and Yujie Liu. A novel kinetic energy harvester using vibration rectification mechanism for self-powered applications in railway. *Energy Convers. Manag.*, 228:113720, jan 2021.

- [149] Luca Bruzzone, Pietro Fanghella, and Giovanni Berselli. Reinforcement Learning control of an onshore oscillating arm Wave Energy Converter. *Ocean Eng.*, 206:107346, jun 2020.
- [150] Boxi Jiang, Xiaofan Li, Shuo Chen, Qiuchi Xiong, Bang-fuh Chen, Robert G. Parker, and Lei Zuo. Performance analysis and tank test validation of a hybrid ocean wave-current energy converter with a single power takeoff. *Energy Convers. Manag.*, 224:113268, nov 2020.
- [151] Liguang Wang, Jan Isberg, and Elisabetta Tedeschi. Review of control strategies for wave energy conversion systems and their validation: the wave-to-wire approach. *Renew. Sustain. Energy Rev.*, 81:366–379, jan 2018.
- [152] Chien-An Chen, Xiaofan Li, Lei Zuo, and Khai D. T. Ngo. Circuit Modeling of the Mechanical-Motion Rectifier for Electrical Simulation of Ocean Wave Power Takeoff. *IEEE Trans. Ind. Electron.*, 68(4):3262–3272, apr 2021.
- [153] Zhi Han, Feifei Cao, Ji Tao, Chongwei Zhang, and Hongda Shi. Study on the energy capture spectrum (ECS) of a multi-DOF buoy with MMR-PTO damping. *Ocean Eng.*, 294:116698, feb 2024.
- [154] Yiming Lu, Haicheng Zhang, Jiabin Zhou, Xiaofan Li, Pengcheng Li, and Daolin Xu. A bistable point absorber wave energy converter with a mechanical motion rectifier. *Ocean Eng.*, 289:116246, dec 2023.
- [155] Mohammad-Reza Pendar and Hamed Sarjan. Design, Fabrication, and Testing of a Shore-line Wave Energy Converter with Mechanical Gear Motion Rectifier. In *2019 27th Iran. Conf. Electr. Eng.*, pages 2100–2105. IEEE, apr 2019.
- [156] Teng Lin, Yu Pan, Shikui Chen, and Lei Zuo. Modeling and field testing of an electromagnetic energy harvester for rail tracks with anchorless mounting. *Appl. Energy*, 213:219–226, mar 2018.
- [157] Yiqing Yang, Yawei Pian, and Qiang Liu. Design of energy harvester using rotating motion rectifier and its application on bicycle. *Energy*, 179:222–231, jul 2019.
- [158] Luigi Costanzo, Massimo Vitelli, Alessandro Lo Schiavo, and Lei Zuo. Optimization of diode bridge rectifier output voltage in Train Suspension Energy Harvesters. In *2020 IEEE 20th Mediterr. Electrotech. Conf. (MELECON)*, pages 197–201. IEEE, jun 2020.

- [159] Lingfei Qi, Juhuang Song, Yuan Wang, Minyi Yi, Zutao Zhang, and Jinyue Yan. Mechanical motion rectification-based electromagnetic vibration energy harvesting technology: A review. *Energy*, 289:130030, feb 2024.
- [160] Herbert Goldstein, Charles P. Poole, and John L. Safko. *Classical Mechanics*. Pearson Education Limited, Edinburgh Gate, 3rd edition, 2014.
- [161] Brian Armstrong-Hélouvry. *Control of Machines with Friction*. Springer US, Boston, MA, 1991.
- [162] William H. Press, Saul A. Teukolsky, William T. Vetterling, and Brian P. Flannery. *Numerical Recipes The Art of Scientific Computing*. Cambridge University Press, 3rd edition, 2007.
- [163] Eugenio M. Gelos, Marcos G. Judewicz, Amadeo D. Sosa, Luciano N. Montanelli, and Daniel O. Carrica. Dimensioning Method for Oscillating Arm-Float Wave Energy Converters. In *2022 IEEE Bienn. Congr. Argentina*, pages 1–8. IEEE, sep 2022.
- [164] Eugenio Martin Gelos. RPIC 2023 - Hydrodynamic Coefficients, 2023.
- [165] M.J. Tucker, P.G. Challenor, and D.J.T. Carter. Numerical simulation of a random sea: a common error and its effect upon wave group statistics. *Appl. Ocean Res.*, 6(2):118–122, apr 1984.
- [166] Francesco Fusco and John V Ringwood. Short-Term Wave Forecasting for Real-Time Control of Wave Energy Converters. *IEEE Trans. Sustain. Energy*, 1(2):99–106, jul 2010.
- [167] Francesco Fusco and John V. Ringwood. A Study of the Prediction Requirements in Real-Time Control of Wave Energy Converters. *IEEE Trans. Sustain. Energy*, 3(1):176–184, jan 2012.
- [168] F. Fabregas Flavia, A. Babarit, and A.H. Clément. On the numerical modeling and optimization of a bottom-referenced heave-buoy array of wave energy converters. *Int. J. Mar. Energy*, 19:1–15, sep 2017.
- [169] Markel Penalba, Imanol Touzón, Joseba Lopez-Mendia, and Vincenzo Nava. A numerical study on the hydrodynamic impact of device slenderness and array size in wave energy farms in realistic wave climates. *Ocean Eng.*, 142:224–232, sep 2017.

- [170] E.B.L. Mackay. Resource Assessment for Wave Energy. In *Compr. Renew. Energy*, pages 11–77. Elsevier, 2012.
- [171] Manhar R. Dhanak and Nikolaos I. Xiros, editors. *Springer Handbook of Ocean Engineering*. Springer International Publishing, Cham, 2016.
- [172] III Arthur Hall. Ravigneaux planetary gear transmission, 1996.