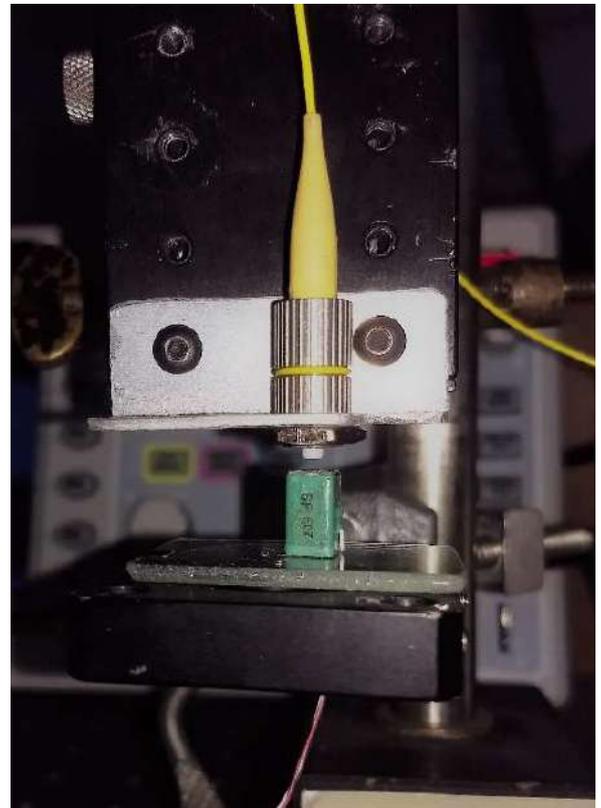
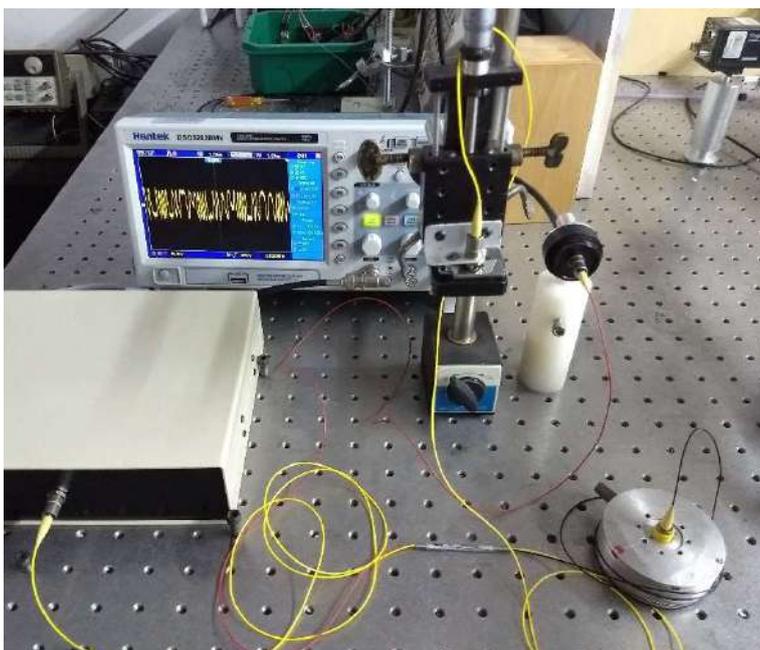


Desarrollo de un interferómetro de Fizeau de doble dominio, análisis, procesamiento de sus señales interferométricas y aplicaciones

Ing.
Julián
Antonacci



Mar del Plata

2019



RINFI es desarrollado por la Biblioteca de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Mar del Plata.

Tiene como objetivo recopilar, organizar, gestionar, difundir y preservar documentos digitales en Ingeniería, Ciencia y Tecnología de Materiales y Ciencias Afines.

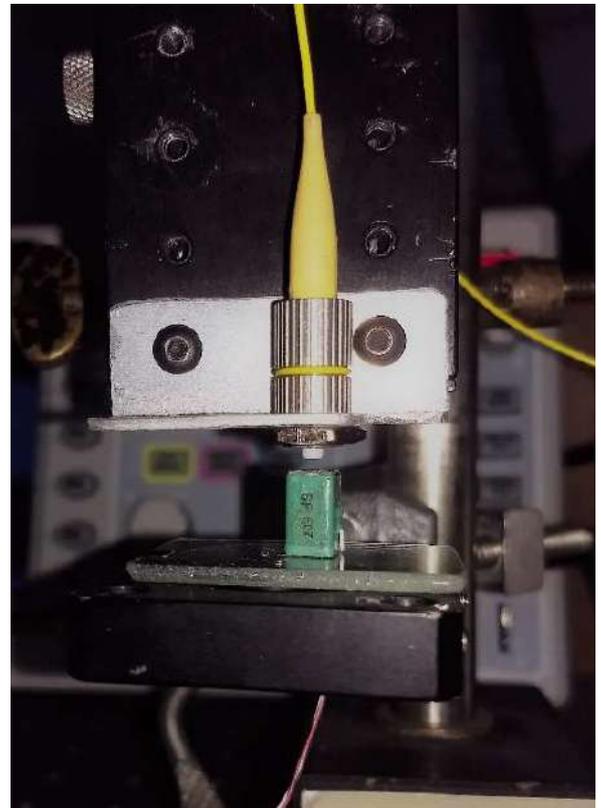
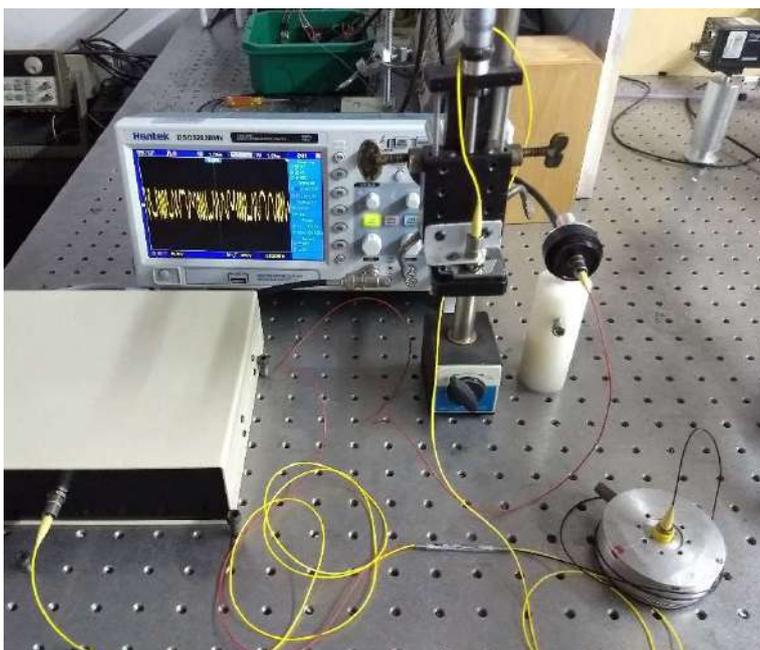
A través del Acceso Abierto, se pretende aumentar la visibilidad y el impacto de los resultados de la investigación, asumiendo las políticas y cumpliendo con los protocolos y estándares internacionales para la interoperabilidad entre repositorios



Esta obra está bajo una [Licencia Creative Commons Atribución- NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/).

Desarrollo de un interferómetro de Fizeau de doble dominio, análisis, procesamiento de sus señales interferométricas y aplicaciones

Ing.
Julián
Antonacci



Mar del Plata

2019

Universidad Nacional de Mar del Plata.

Facultad de ingeniería.

*Desarrollo de un interferómetro de Fizeau de doble dominio, análisis,
procesamiento de sus señales interferométricas y aplicaciones*

Ing. Julián Antonacci.

Tesis de la carrera de posgrado:

Doctorado en Ingeniería con orientación Electrónica.

Dirección:

Gustavo F. Arenas.

Ricardo Duchowicz.

Ocurrió en África, en Ifé, ciudad sagrada del reino de los yorubas,
quizás un día como hoy, o quién sabe cuándo.

Un viejo, ya muy enfermo, reunió a sus tres hijos, y les anunció:

- *Mis cosas más queridas serán de quien pueda llenar completamente esta sala.*

Y esperó afuera, sentado, mientras caía la noche.

Uno de los hijos trajo toda la paja que pudo reunir,
pero la sala quedó llena hasta la mitad.

Otro trajo toda la arena que pudo juntar,
pero la mitad de la sala quedó vacía.

El tercer hijo encendió una vela.

Y la sala se llenó

Eduardo Galeano, Los hijos de los días.

Índice

CAPÍTULO 1 – INTRODUCCIÓN	5
Sensores desarrollados en fibra óptica, perspectiva global	5
Sensores desarrollados en fibra óptica, perspectiva local	6
Organización de la tesis	6
CAPÍTULO 2 - INTRODUCCIÓN A LOS SENSORES INTERFEROMÉTRICOS DE FIBRA ÓPTICA (SIFO)	8
Sensores de fibra óptica	9
Sensores interferométricos de fibra óptica (SIFO)	15
CAPÍTULO 3 – DOMINIOS DE INTERFEROMETRÍA (ENFOQUES)	30
Interferometría en el dominio del tiempo (TDI)	30
Interferometría en el dominio del espectro (SDI)	39
Interferómetro de doble dominio	43
Doble dominio con banco simple	49
CAPÍTULO 4 - PROCESAMIENTO DE SEÑALES INTERFEROMÉTRICAS.	56
Transformada de Fourier para el procesamiento de espectros	56
Seguimiento de máximos espectrales	85
Procesamiento de espectros mediante estimación de parámetros	87
Procesamiento de interferogramas	89
Aplicación GUI el procesamiento de interferogramas	97
CAPÍTULO 5 – APLICACIONES	103
CAPÍTULO 6 – CONCLUSIONES Y COMENTARIOS.	110
PUBLICACIONES REALIZADAS DURANTE LA TESIS	113
Artículos completos publicados en revistas internacionales indexadas	113
<i>Proceedings</i> publicados en medios de alcance internacional con referato	113
Presentaciones en congresos	114
Trabajos en colaboración	115

Capítulo 1 – Introducción

La presente tesis resume los estudios llevados a cabo en los últimos cuatro años sobre sensores con fibra óptica y procesamiento de señales interferométricas, uno de los principales temas de investigación del Laboratorio Laser del Instituto de Ciencia y Tecnología en Electrónica (ICyTE) dependencia de la Universidad Nacional de Mar del Plata y CONICET. Dicha labor contó con la dirección del Dr. Gustavo F. Arenas y la codirección del Dr. Ricardo Duchowicz responsable del Laboratorio Metrológico para las Comunicaciones (LAMECO) del Centro de Investigaciones Ópticas (CIOp).

La necesidad de contar con técnicas específicas de medición y caracterización, impulsaron el desarrollo de varios tipos de sensores como así también métodos para procesar las señales obtenidas. El trabajo que da lugar a esta tesis se centra en parte en un tipo particular de sensores de fibra óptica denominado “Interferómetro de *Fizeau*”, que fue aplicado a la estimación de contracción de resinas odontológicas; caracterización de coeficientes de expansión térmica de platinas térmicas para microscopio y medición de vibraciones de muy baja frecuencia. Paralelamente al trabajo en el banco óptico, hardware electrónico y opto-electrónico se avanzó en el desarrollo de técnicas digitales para el procesamiento de las señales provenientes de estos sensores.

Del trabajo realizado resultaron a la fecha varias presentaciones en congresos nacionales e internacionales, tres publicaciones nacionales y tres publicaciones en revistas internacionales que se enumeran al final de esta Tesis.

Sensores desarrollados en fibra óptica, perspectiva global

Los sensores ópticos son atractivos en muchos ámbitos de medición debido a características tales como baja o nula invasividad, alta resolución e inmunidad a las interferencias electromagnéticas entre otras. En particular los sensores implementados en fibra óptica (SFO) son robustos y livianos, pueden llegar a ser de muy pequeño tamaño, permiten llegar a puntos de medición inaccesibles para otro tipo de sensores, son capaces de operar en ambientes hostiles para otras tecnologías como sitios con temperaturas extremas, gases o líquidos corrosivos y además son eléctricamente inertes ya que la fibra es completamente dieléctrica. Estas características los han vuelto fundamentales para muchas mediciones especiales. En los años ochenta debido al avance de las comunicaciones ópticas y al desarrollo de componentes optoelectrónicos de bajo costo los SFO se han vuelto más accesibles y atractivos acelerando su estudio y desarrollo al punto que en los últimos años han comenzado a competir incluso en ámbitos donde las soluciones ya estaban resueltas.

Los SFO son capaces de medir una amplia gama de variables como presión, temperatura; posición; velocidad; aceleración; amplitud y frecuencia de vibraciones; deformaciones; tensiones e índices de refracción [1–3]. Se ha hecho particular hincapié en la posibilidad de multiplexar varios sensores combinándolos en un sistema de medición con una única central de monitoreo para medir diferentes variables en uno o más lugares como por ejemplo deformación y vibraciones de

grandes estructuras en tiempo real [4–6] siendo además posible implementar sistemas de sensado distribuido capaces de medir de manera continua una variable a lo largo de una cierta longitud [7].

Sensores desarrollados en fibra óptica, perspectiva local

Desde 2007 el Laboratorio Laser se ha enfocado con particular interés en el desarrollo de sensores en fibra óptica para medición de contracción de resinas dentales durante su foto-curado y la caracterización de la expansión térmica. Los resultados obtenidos en esta dirección llevaron al desarrollo de técnicas que fueron afianzando el proceso de caracterización del foto-curado y el estudio de la influencia de la expansión térmica a sabiendas de que durante la reacción hay una competencia entre la expansión térmica y la contracción polimérica debido a la exotermia propia de la reacción [8–10]. El efecto térmico resulta considerable en los primeros segundos de la reacción y en algunos casos resultaba de importancia.

En el 2014, al comenzar mis estudios en el tema, se contaba con técnicas de resolución submicrométrica para la medición de la variación del espesor de las resinas dentales. Sin embargo, dichas técnicas no permitían determinar el sentido de la variación. Esta información resultaba de interés ya que se consideraba la posibilidad de que la exotermia al inicio de la reacción pudiera ser tal que diera lugar a la expansión de la muestra durante los primeros segundos del curado. Considerando todo esto, la motivación de mi trabajo fue desarrollar un sensor de fibra óptica capaz de estudiar el proceso de curado, pero al cual se le pueda exigir también información del sentido de la variación del volumen de la muestra. Esto pretendía confirmar o descartar la hipótesis de que en algún momento de la reacción la expansión térmica le ganara a la contracción polimérica. Paralelamente al trabajo realizado en el banco óptico necesario para cumplir los puntos anteriores, resultaba importante avanzar en métodos de procesamiento digital de señales que faciliten la extracción de la información de interés de las señales interferométricas obtenidas tanto en el dominio temporal como en el espectral.

Organización de la tesis

En esta tesis se encontrará una introducción a los sensores interferométricos implementados en fibra óptica (SIFO) en el Capítulo 2. Se abordarán diversas topologías de SIFO haciendo un análisis teórico de su comportamiento. En el caso del interferómetro de *Fizeau*, también se mostrarán simulaciones y señales obtenidas en mediciones reales comparándolas con el análisis teórico.

En el Capítulo 3 se aborda desde un punto de vista práctico a un SIFO de *Fizeau*. Se describen y analizan las limitaciones prácticas de este tipo de sensores considerando fuentes ópticas y detectores. También se estudian las respuestas de los SIFO de *Fizeau* en el dominio temporal y en el espectral introduciendo también el concepto del interferómetro de doble dominio mostrando su configuración óptica, mediciones concretas y la posibilidad de estudiar en ambos dominios señales adquiridas con una configuración óptica enfocada en el dominio espectral.

En el Capítulo 4 se estudian las señales provenientes de un SIFO de *Fizeau* y las técnicas matemáticas y de procesamiento digital de señales que permiten obtener de ellas el objetivo de la medición. Se comparan diversos métodos de procesamiento haciendo hincapié en el tiempo de

procesamiento y la resolución obtenida tanto para señales temporales como espectrales. También se muestra un esquema de procesamiento para mediciones con información de los dos dominios y el desarrollo de una aplicación para procesar dichas señales.

Se describen en el Capítulo 5 aplicaciones en las cuales se utilizó el SIFO de *Fizeau* y se proponen otros posibles casos en los que puede llegar a ser de utilidad junto con las técnicas de procesamiento descriptas en el capítulo anterior.

Las conclusiones se exponen en el Capítulo 6 junto con los comentarios correspondientes y la enumeración de las publicaciones científicas realizadas durante el trabajo que dio origen a esta tesis.

Capítulo 2 - Introducción a los sensores interferométricos de fibra óptica (SIFO)

Los sensores son componentes, módulos o subsistemas que se encuentran en contacto con una magnitud física que se pretende medir. Al interactuar con esta, el sensor sufre modificaciones en alguna de sus propiedades. Estos cambios en el sensor son traducidos en variables entendibles o interpretables mediante un transductor. Si bien el sensor debe ser afectado por la magnitud que se pretende medir, idealmente debería ser insensible a otras. Además, es deseable que no afecte el proceso bajo estudio a fin de que la variable medida no se vea modificada por la propia medición.

Sin duda las mediciones de magnitudes físicas fueron un desafío a lo largo de la historia. La medición de temperatura data del renacimiento. En sus orígenes, se basaba en la observación de fenómenos como la congelación y el hervor del agua. El primer termómetro graduado es obra del médico veneciano Santorio Santorio (1611) quien puso escala a un termoscopio diseñado por Galileo a finales del siglo XVI. Galileo observó que se afectaban propiedades mecánicas de un líquido al someterlo a diferentes temperaturas. El termómetro de Santorio no resultó ser muy preciso además de que no se tenían unidades estandarizadas de temperatura.

El invento del primer termómetro de mercurio con escala graduada y estandarizada es de Daniel Gabriel Fahrenheit y data de 1714, siendo la escala que lleva su nombre introducida por el mismo Fahrenheit en 1724. Anteriormente, en 1654, el Gran Duque de Toscana Fernando II había propuesto un termómetro de características similares, pero en el cual el material de expansión era alcohol no resultando muy preciso.

Si bien a partir del siglo XIX un muy amplio rango de dispositivos termostáticos se comenzaron a desarrollar y vender comercialmente, ya a partir de 1743 se pudieron observar sistemas de control térmicos basados en las diferentes constantes de expansión térmica de metales [11]. Al mismo tiempo que la medición de la temperatura fueron evolucionando diferentes tipos de técnicas para medir múltiples variables.

Con el avance de las micromáquinas, los microcontroladores y con el concepto de realimentación negativa, los sensores se expandieron por fuera de los límites tradicionales llegando a realizar todo tipo de mediciones y siendo parte de complejos sistemas automáticos de control [11]. Por otro lado, y en paralelo a los sensores mecánicos surgen los sensores ópticos. En este tipo de sensores, es la luz la que sufre cambios en sus propiedades, siendo entonces dispositivos fotoconductivos, fotovoltaicos, fotodiodos fototransistores, etc. los utilizados como transductores [12]. La utilización de la fibra óptica para el diseño de sensores es mucho posterior, en 1956 la Universidad de Michigan de los EEUU patenta un endoscopio semiflexible basado en el uso de la fibra óptica.

Si bien la década de 1960 con la invención del láser y los estudios de Kao y Hockman sobre la transmisión de bajas pérdidas de luz en el vidrio se produce un antes y un después en el desarrollo de la fibra óptica y las comunicaciones, es en la década de 1970 que se desarrollan las primeras fibras

ópticas monomodo con pérdidas de alrededor de 0,5 db/km. Con el desarrollo de la fibra óptica monomodo para comunicaciones se dio lugar a los interferómetros realizados en fibra óptica.

Con el paso de los años y gracias a la constante evolución de las comunicaciones ópticas, se comienzan a desarrollar todo tipo de componentes ópticos que luego también se utilizarían para implementar sensores como lo son los por ejemplo los amplificadores ópticos, láseres de semiconductores, detectores, multiplexores de longitud de onda, circuladores ópticos, acoples rápidos, conectores de diferentes tipos e insumos como gel adaptador de índice de refracción.

Sensores de fibra óptica

Los sensores de fibra óptica son un subtipo de sensores ópticos en los cuales la fibra se utiliza como una guía para la luz de la cual surgirá la medición o directamente como un elemento sensor que puede ser modificado mecánicamente. En cualquiera de los dos casos, es importante el estudio de los conceptos físicos asociados a la propagación de la luz desde, hacia y en la fibra óptica.

- Fibra óptica

La fibra óptica se puede considerar como una guía que permite encausar el flujo de energía electromagnética dentro de un cierto rango espectral (luz). Típicamente consiste en un núcleo transparente recubierto por un material también transparente de un índice de refracción levemente menor (*cladding*) [13]. La luz que ingresa por un extremo de la fibra queda confinada en el núcleo debido a la reflexión interna total, fenómeno por el cual las ondas que inciden en una interfaz con un ángulo mayor al denominado ‘ángulo crítico’ respecto de la normal son completamente reflejadas. Cabe destacar que el ángulo crítico depende exclusivamente del cociente entre los índices de refracción de los medios que conforman la interfaz según la ley de la Ecuación 2.1 [14].

$$\theta_c = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right) \quad 2.1$$

En la ecuación 2.1 se llamó n_1 al índice de refracción del medio por el cual se propaga la luz y n_2 al del medio en el cual incide. De este modo la luz que se propaga por el núcleo se refleja en el *cladding* pudiendo viajar muchos kilómetros con muy baja atenuación.

Cabe destacar que la fibra solo guía por su núcleo a la luz que ingresa dentro de un cierto cono de aceptación. Si se denomina θ_m a la mitad del ángulo del cono de aceptación, se cumple que:

$$n_0 \cdot \sin(\theta_m) = \sqrt{n_n^2 - n_c^2} \quad 2.2$$

En la ecuación 2.2 se denomina n_0 al índice de refracción del medio donde se encuentra la fibra (típicamente $n_0=1$), n_n y n_c son los índices del núcleo y del recubrimiento respectivamente [13]. Por similitud con otras ramas de la óptica, se define a la raíz de la ecuación 2.2 como apertura numérica:

$$AN = \sqrt{n_n^2 - n_c^2} \quad 2.3$$

En la Figura 2.1 se puede ver un esquema en el cual se muestra la fibra óptica compuesta por un núcleo y un *cladding*. A la izquierda de la fibra se muestra una proyección del cono de aceptación y el ángulo formado por su generatriz y su eje de simetría. En rojo se muestra un haz de luz que incide con el ángulo θ_m propagándose por el núcleo de la fibra y reflejándose en el recubrimiento justo con el ángulo crítico.

La luz que incide en la fibra por fuera del cono de aceptación, se propaga hasta el recubrimiento e incide en este con un ángulo mayor al crítico. Al no cumplirse la reflexión interna total, parte de la luz se transmite hacia el exterior de la fibra extinguiéndose luego de múltiples reflexiones.

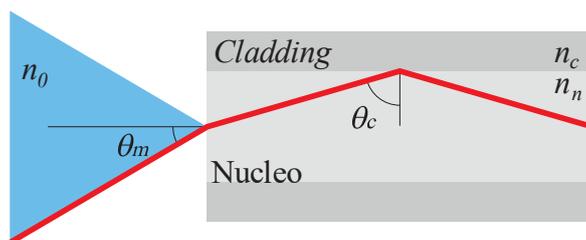


Figura 2.1. Fibra óptica y ángulo de aceptación.

Un problema típico de la fibra óptica es la dispersión modal, debida a que la luz que ingresa con diferentes ángulos recorre diferentes distancias hasta llegar al otro extremo de la fibra. La diferencia de distancia recorrida se asocia con un diferente retardo de propagación por lo que un pulso rectangular a la entrada se verá deformado a la salida como se ejemplifica en la Figura 2.2.



Figura 2.2. Dispersión debida a propagación de diferentes modos.

El problema de la dispersión modal es independiente del de la atenuación y disminuye notablemente el ancho de banda de la fibra óptica. Para compensar el efecto de la dispersión modal se utiliza fibra óptica con índice graduado. Esta fibra tiene un núcleo no homogéneo, el índice de refracción es máximo en el centro y disminuye hacia el exterior del núcleo con diferentes perfiles hasta llegar al recubrimiento. En una primera aproximación se puede considerar que un perfil parabólico mejora considerablemente la dispersión modal [15] pero dependiendo del tipo de material utilizado para la fabricación del núcleo el perfil óptimo puede variar [16].

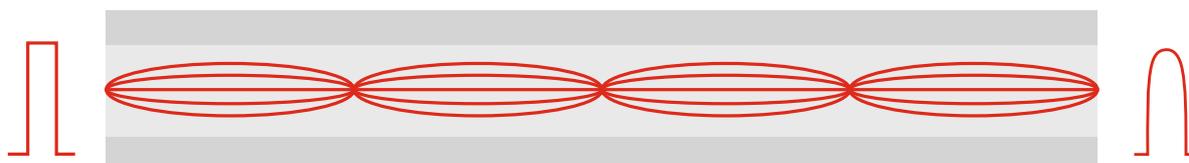


Figura 2.3. Dispersión modal en fibra multimodo de índice graduado.

En este tipo de fibras los haces no se propagan reflejándose en el recubrimiento como en la de índice escalonado si no que se desvían a lo largo de su trayectoria recorriendo de este modo distancias no tan disímiles como se muestra en la Figura 2.3.

Se puede evitar el problema de la dispersión modal con fibras monomodo. En este tipo de fibras el núcleo es homogéneo, pero de un diámetro mucho menor a la de la fibra multimodo, típicamente menor a 10 μm .

Si bien en la fibra multimodo parece que cualquier modo que mantenga un ángulo menor al crítico se puede propagar dentro de esta, en realidad, si se resuelven rigurosamente las ecuaciones de Maxwell se encuentra que hay una cantidad finita de modos que se pueden propagar por la fibra.

Si se deriva espacialmente la ley de Ampere-Maxwell y se especializa para una solución armónica aplicando $\nabla \cdot \vec{H} = 0$, se obtiene la ecuación de onda magnética:

$$\nabla \cdot \nabla \vec{H} = \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} \quad 2.4$$

Una expresión similar se puede encontrar para el campo eléctrico. La ecuación 2.4 se puede expresar en coordenadas cilíndricas de la siguiente manera [17]:

$$\left[\frac{1}{r} \frac{d}{dr} r \frac{d}{dr} - \frac{v^2}{r^2} + k^2 n^2 - \beta^2 - \left(\frac{V}{a} \right)^2 f \left(\frac{r}{a} \right)^\alpha \right] \psi = \varepsilon\mu \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \quad 2.5$$

En la ecuación 2.5 el acimut se representa con v y la distancia radial con r . El coeficiente β es la constante de propagación y n representa el índice de refracción en $r=0$. La función $f[(r/a)^\alpha]$ describe la variación del índice de refracción con el radio. Nótese que si $\alpha = 2$ el perfil es parabólico y si $\alpha \rightarrow \infty$ el perfil corresponde a una fibra de índice escalonado. A V se lo llama volumen modal. En general se lo puede ver expresado en función de Δ o de AN:

$$V = \frac{2\pi a n}{\lambda} \sqrt{\frac{n_n^2 - n_c^2}{n_n^2}} = \frac{2\pi a}{\lambda} \cdot \text{AN} \quad 2.6$$

El número de modos que se pueden propagar dentro de la fibra es la cantidad de soluciones finitas que tenga la ecuación 2.5. Para valores grandes de V , la cantidad de modos coincide con V en fibras de índice escalonado y con $V/2$ para fibras de índice parabólico (de ahí la mejora en la dispersión modal). Para fibras de índice escalonado, a medida que el radio de la fibra (a) disminuye, V también lo hace hasta que las dimensiones del núcleo son del orden de la longitud de onda de la luz. En este punto la difracción domina el comportamiento de la luz que puede propagarse solo paralela al eje de la fibra cuando $V < 2.405$ (condición de corte) [18].

- Fibra óptica como elemento sensor

Los índices de refracción del núcleo y del recubrimiento de la fibra son sensibles a esfuerzo, rotación, campo magnético o cambios de temperatura, por lo cual, se vuelve evidente que cualquiera

de estas perturbaciones afecta el modo en el que la fibra óptica guía a la luz afectando de este modo sus propiedades.

En efecto, una gran variedad de agentes externos que puedan actuar sobre el dispositivo generan cambios de intensidad, potencia, fase, frecuencia o polarización en la luz. El sensor debe cuantificar las variaciones en las propiedades de la luz para asociarla con la perturbación que se pretende medir.

Los sensores de fibra óptica se los puede clasificar en dos grandes grupos: intrínsecos y extrínsecos en función de si la luz se propaga hacia el exterior de la fibra para interactuar con el fenómeno a medir. En los sensores intrínsecos la luz permanece en la fibra siendo esta última la que es perturbada para afectar el modo en el que la luz se propaga. Como ejemplo de sensor intrínseco se puede mencionar al sensor de fuerza por doblamiento que se muestra en la Figura 2.4. La luz siempre se propaga por la fibra, la cual disminuye su capacidad como guía de onda cuando se le deforma su geometría. De este modo, se ve afectada la potencia de luz que llega al detector en función de la compresión del sistema de placas deformantes [1]. Este tipo de sensores pueden llegar a ser muy lineales dependiendo de la geometría elegida, existen aplicaciones con alinealidades de menos de 1% [19,20]. Un artículo que hace una revisión de este tipo de sensores se puede encontrar en la referencia [21].

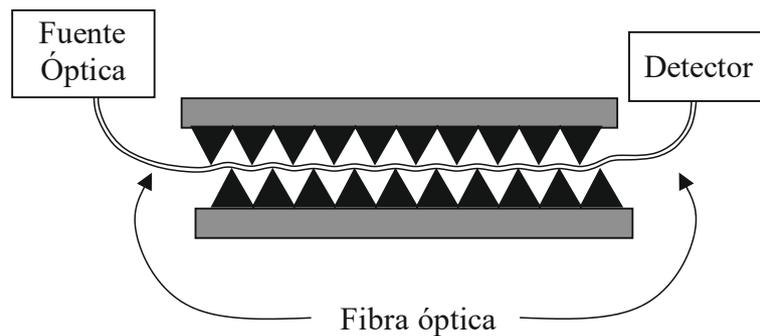


Figura 2.4. Sensor intrínseco de intensidad por doblamiento.

Por otro lado, sensores extrínsecos son aquellos en los que la luz solo es guiada por la fibra hasta el lugar físico en el cual interactúa con el medio para salir de este y luego volver a ingresar en otra o la misma fibra en dirección al transductor. El de la Figura 2.5 es un sensor extrínseco de distancia. La luz sale de la fibra acoplada a la fuente describiendo geoméricamente la forma de un cono, se refleja en la superficie espejada y parte de ella ingresa a la segunda fibra conectada al detector. La porción de luz que se acopla nuevamente al sistema depende de la distancia entre la fibra y el espejo [1].

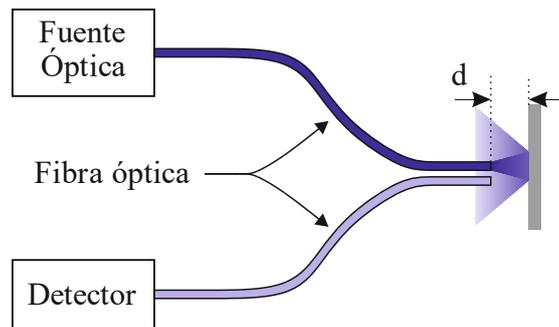


Figura 2.5. Sensor extrínseco de distancia.

Un sensor como el de la Figura 2.5 se implementó con una fibra multimodo de 1 mm de diámetro. La fuente óptica utilizada fue un láser gaseoso (HeNe) cuya emisión se acopló a la fibra alineando a está con la trayectoria del haz colimado. Como detector de potencia se utilizó un OPHIR PD200. Se realizó una medición en la cual se obtuvieron valores de la potencia óptica en función de la distancia d que se hizo variar controladamente con un desplazador micrométrico. Luego se realizó otra medición, pero con el sensor sumergido en agua y finalmente se replicó la experiencia, pero esta vez el sensor fue sumergido en una solución de glucosa. En la Figura 2.6 se pueden ver lo valores obtenidos.

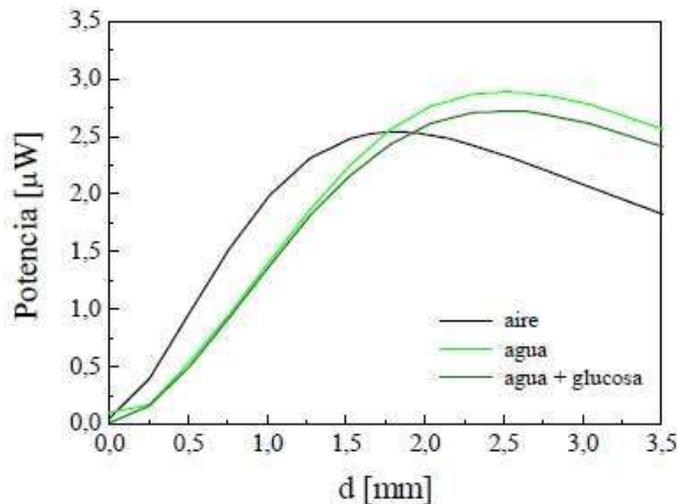


Figura 2.6. Transferencia del sensor extrínseco de distancia con una cavidad de aire, otra de agua y otra de agua y glucosa.

Según se extrae de las curvas de la Figura 2.6, se tiene una longitud para la cual la transferencia es máxima. Además, el valor de longitud que maximiza y la transferencia depende del índice de refracción de la cavidad. Esto se debe a que a distancias muy pequeñas el cono que se refleja en la superficie reflectiva no llega a iluminar completamente al núcleo de la fibra de retorno o lo hace de modo que la luz no entra en el cono de aceptación de la fibra. Por otro lado, a distancias grandes la intensidad de luz se ve degradada. La dependencia con el índice de refracción es evidente si se tiene en cuenta que el ángulo del cono de aceptación depende del índice de refracción del medio.

Otro tipo de sensor extrínseco de fibra óptica es que se muestra duplicado en la Figura 2.7. El sensor consta de dos fibras dispuestas paralelamente y acopladas mecánicamente a un prisma de vidrio con un índice de refracción mayor al del líquido que se pretende medir.

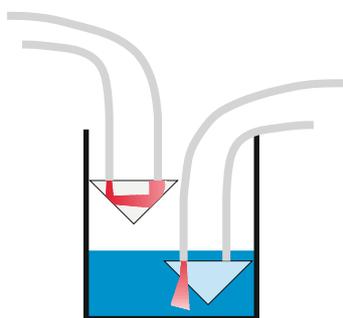


Figura 2.7. Sensor de nivel implementado con fibra óptica.

Cuando el sensor de nivel se encuentra fuera del líquido, la luz proveniente de una de las fibras se refleja dos veces en el prisma por el principio de reflexión total e ingresa en la otra fibra detectándose en el origen del sistema de medición. Sin embargo, cuando el sensor se encuentra dentro del líquido, parte de la luz que llega al prisma se propaga hacia el líquido. En este tipo de sensores tanto como en el anterior, es conveniente el uso de fibra multimodo que permite acoplar fácilmente luz en su interior en comparación a la monomodo debido a su mayor diámetro. Estos esquemas son útiles en aplicaciones donde se trabaja con sustancias corrosivas o explosivas donde brindan mayor seguridad que los circuitos electrónicos y su instalación es más sencilla que la de flotantes mecánicos, por ejemplo, en tanques de combustible.

Un esquema similar al de la Figura 2.7 se puede utilizar para medir temperaturas si el prisma es por ejemplo de GaAs. La luz de longitud de onda mayor a 900 nm puede pasar por el prisma sin ser absorbida pero la de menor longitud de onda no. La banda de absorción del GaAs es dependiente de la temperatura en $0,5 \text{ nm}/^\circ\text{C}$ por lo cual si se ilumina al sistema de con luz de una cierta longitud de onda se puede determinar si la temperatura supero un cierto umbral en función de la atenuación de luz en el prisma. Por otro lado, un sensor de este tipo se puede radiar con luz no monocromática y mediante la utilización de un espectrómetro se determina la temperatura en función de la ubicación de la banda de absorción del GaAs [22].

Todos los sensores antes mencionados se agrupan dentro de los llamados “sensores de intensidad” por ser la misma intensidad de luz que llega al detector luego de pasar por el sistema lo que se correlaciona con la variable a medir. El principal problema que tiene este tipo de sensores es la dependencia de la medición con la estabilidad de la fuente óptica que puede variar su intensidad con el tiempo, la temperatura, etc. Una mejora factible es tomar una referencia de la intensidad de la fuente con un segundo detector para correlacionarla con la medida del sensor.

Existe otro grupo de sensores los cuales tienen mayor insensibilidad a variaciones en la fuente, son los llamados sensores interferométricos. Si bien la información suele tomarse de un detector de intensidad, no se correlaciona directamente con la variable a medir si no que se utiliza para determinar la diferencia de fase de dos o más haces interferentes [23].

Sensores interferométricos de fibra óptica (SIFO)

Son sensores interferométricos aquellos sensores en los cuales la variable a medir modula la fase de la luz que interactúa en la medición para ser luego comparada con la fase de la luz que proviniendo de la misma fuente no interactúa con la variable a medir. La información de interés se obtiene mediante el análisis de la interferencia de la luz.

Hace varias décadas que los SIFO captan la atención de quienes pretenden realizar mediciones de todo tipo: desde las clásicas como esfuerzo, presión y temperatura [24–26] hasta el control de grandes estructuras civiles [27] pasando por ensayos no destructivos, exploración de gas y petróleo [28] o la industria aeroespacial [1]. Esto se debe a que, además de las características heredadas de los sensores de fibra, los interferométricos tienen alta sensibilidad, gran rango dinámico y versatilidad [23].

Los SIFO son un caso particular de SFO que hacen uso de interferómetros. Los interferómetros son arreglos ópticos capaces de obtener haces de medición y referencia de la misma fuente para finalmente recombinarlos en el detector. Existen diversos tipos que se pueden separar en dos grandes grupos como se puede ver en la Figura 2.8: aquellos en los cuales solo intervienen dos haces (uno de referencia y uno de medición) y aquellos en los cuales intervienen múltiples haces. Dentro del primer grupo se encuentran los interferómetros tipo *Michelson*, *Sagnac*, y *Mach-Zehnder* siendo que los del segundo tipo son los *Fabry-Pérot*.

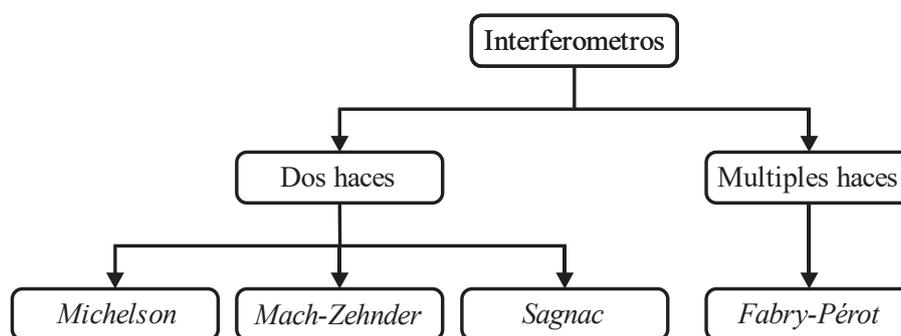


Figura 2.8. Clasificación de los interferómetros más usuales.

Para poder separar la luz proveniente de una misma fuente y dividirla en más de una fibra tanto como para recombinar en una sola la que proviene de dos o más fibras se emplean acopladores de fibra óptica. En su mayoría se fabrican fundiendo dos fibras enroscadas a las que se les aplica tensión en sus extremos como se muestra en la Figura 2.9. El proceso se realiza monitoreando la potencia óptica transferida y se termina en el momento en el que se logra la transferencia deseada. Finalmente se coloca el acople dentro de un cilindro metálico y se adhiere a este con pegamento para dar protección mecánica. Este método tiene la ventaja de disminuir las pérdidas de inserción, ajustar de modo muy preciso el coeficiente de acople y gran estabilidad [29]. Este acoplamiento en fibras monomodo se comprende considerando que la luz se propaga tanto por el núcleo como por el *cladding*, luego la luz que viaja por una fibra se propaga hacia la otra y viceversa. En un acoplador ideal, la separación de la luz se hace en un solo sentido de propagación. Es decir, si se propaga luz de derecha a izquierda por

una fibra, se encontrará luz en ambos extremos izquierdos en la proporción que indique el acoplador, pero no se tendrá luz a la derecha de la otra.

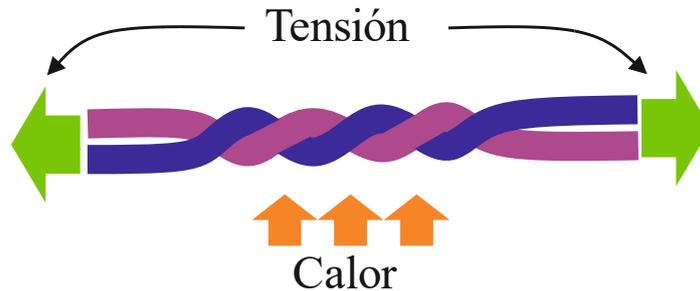


Figura 2.9. Método de fabricación de un acoplador de fibras por fusión.

Así como existen los acopladores que acoplan dos fibras y tienen dos extremos de un lado y dos del otro (2x2), también existen del tipo 1x2. Estos últimos se fabrican de un modo similar a los anteriores pero el extremo de una de las fibras queda confinado dentro del acoplador. Se debe tener particular precaución en la terminación del extremo que queda dentro del acoplador para evitar reflexiones parasitas [30]. Si bien se mencionaron acopladores 2x2 y 1x2 existen nxm entradas y salidas.

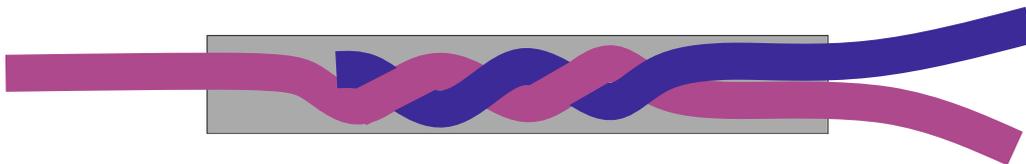


Figura 2.10. Esquema de un acoplador de fibras 1x2.

- SIFO de dos haces

Se mencionaron tres tipos de interferómetros de dos haces, los interferómetros de tipo *Michelson* y *Mach-Zehnder* que se muestran en la Figura 2.11 y la Figura 2.12 respectivamente tienen un principio de funcionamiento muy similar.

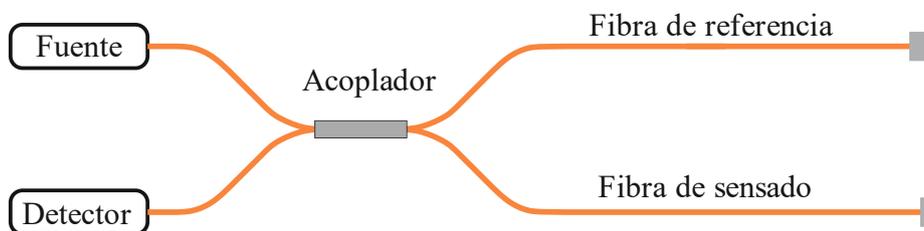


Figura 2.11. Interferómetro de Michelson en fibra óptica.

La luz proveniente de la fuente es separada por un acoplador en dos haces: de referencia y de sensado. La rama de referencia sea cual fuere el interferómetro analizado no debe sufrir perturbaciones.

La principal diferencia entre los dos interferómetros radica en que si bien en el *Mach-Zehnder* la luz de las ramas de sensado y referencia se recombina en otro acoplador para llegar al detector, en el *Michelson* la luz de cada rama se refleja en espejos fabricados en el extremo de cada fibra, siendo el mismo acoplador que separa los haces el que los vuelve a unir. Por un lado, el *Michelson* hace uso de un solo acoplador, pero por el otro lado, es necesario fabricar los espejos mediante la deposición de partículas metálicas en las caras de las fibras perfectamente clivadas. Si bien la cantidad de acopladores no es la misma, en ambos casos la luz se divide dos veces por lo cual la cantidad de luz acoplada al detector es similar.

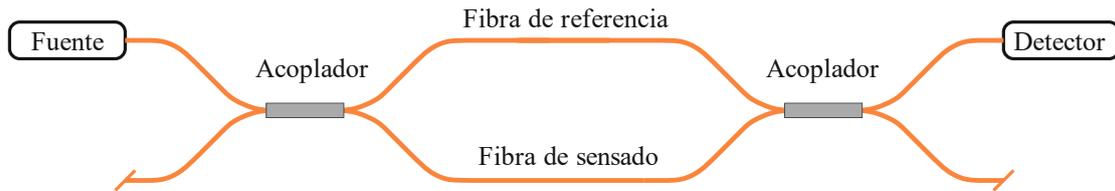


Figura 2.12. Interferómetro tipo Mach-Zehnder en fibra óptica.

Mach-Zehnder

Siendo la fuente un láser de longitud de onda λ , considerando k_1 al acople de la fuente en la rama de referencia, k_2 al de la rama de referencia en el detector y α_1 a la atenuación de la rama de referencia, el campo eléctrico en el detector debido a la luz que se propaga por la rama de referencia viene dado por:

$$\vec{E}_{ref}(t) = \vec{E}_0 \sqrt{\alpha_1 k_1 k_2} \cdot \cos\left(\frac{2\pi c}{\lambda} t + \phi_1\right) \quad 2.7$$

En la ecuación 2.7 se le llamó \vec{E}_0 al vector que tiene como modulo la amplitud del campo eléctrico a la salida de la fuente y dirección igual a la polarización de la luz, c a la velocidad de propagación de la luz y ϕ_1 a la fase. Haciendo un análisis similar con la rama de medición, nos queda:

$$\vec{E}_{sens}(t) = \vec{E}_0 \sqrt{\alpha_2 k_3 k_4} \cdot \cos\left(\frac{2\pi c}{\lambda} t + \phi_2\right) \quad 2.8$$

Siendo en este último caso k_3 y k_4 los acoples, α_2 la atenuación de la rama de sensado y ϕ_2 la fase inicial de la reflexión. Elevando al cuadrado la suma de las expresiones de las ecuaciones 2.7 y 2.8 se obtiene el cuadrado del módulo del campo resultante:

$$E_R^2 = E_{ref}^2 + E_{sens}^2 + 2E_{ref}E_{sens} \cdot \cos(\phi_2 - \phi_1) \quad 2.9$$

$$E_R^2 = E_0^2 \left[\alpha_1 k_1 k_2 + \alpha_2 k_3 k_4 + 2\sqrt{\alpha_1 \alpha_2 k_1 k_2 k_3 k_4} \cdot \cos(\phi_2 - \phi_1) \right]$$

Como la intensidad de la luz es directamente proporcional al cuadrado de la amplitud del campo eléctrico, entonces el cociente de intensidades en la fuente y en el detector es igual al cociente de los cuadrados de la amplitud del campo en detector y fuente:

$$\frac{E_D^2}{E_0^2} = (\alpha_1 k_1 k_2 + \alpha_2 k_3 k_4) \cdot \left[1 + \frac{2\sqrt{\alpha_1 \alpha_2 k_1 k_2 k_3 k_4}}{(\alpha_1 k_1 k_2 + \alpha_2 k_3 k_4)} \cdot \cos(\phi_2 - \phi_1) \right] \quad 2.10$$

$$\frac{I_D}{I_0} = (\alpha_1 k_1 k_2 + \alpha_2 k_3 k_4) \cdot \left[1 + \frac{2\sqrt{\alpha_1 \alpha_2 k_1 k_2 k_3 k_4}}{(\alpha_1 k_1 k_2 + \alpha_2 k_3 k_4)} \cdot \cos(\phi_2 - \phi_1) \right]$$

En la ecuación 2.10 se puede notar que la intensidad en el detector tendrá un valor constante al que se le suma otro factor dependiente de la diferencia de fases de los haces que viajar por la referencia y por el sensor. Si se define:

$$I_{D_0} = (\alpha_1 k_1 k_2 + \alpha_2 k_3 k_4) I_0$$

$$V = \frac{2\sqrt{\alpha_1 \alpha_2 k_1 k_2 k_3 k_4}}{(\alpha_1 k_1 k_2 + \alpha_2 k_3 k_4)} \quad 2.11$$

se llega a una expresión que permite ver a la intensidad en el detector como una función que depende exclusivamente de la diferencia de fases. Al término V se lo denomina visibilidad porque muestra en qué proporción la salida depende de la diferencia de fases como se ve en la siguiente ecuación:

$$I_D = I_{D_0} \cdot [1 + V \cdot \cos(\Delta\phi)] \quad 2.12$$

En general los coeficientes de acoplamiento k_1 , k_2 , k_3 y k_4 no dependen de las perturbaciones en la fibra de sensado, en cambio la atenuación en la rama de sensado (α_2) puede verse modificada, en particular al aplicar compresión lateral a la fibra. En muchas aplicaciones se puede asumir que esta variación de α_2 respecto de la perturbación es despreciable respecto de la variación del coseno en la ecuación 2.12. De este modo se puede concluir que la intensidad depende exclusivamente de la diferencia de fase que debe ser función principalmente de la variable a medir en un sensor correctamente diseñado.

Michelson

Este interferómetro se puede estudiar con un análisis similar al anterior, aquí llamaremos k_1 y k_2 al coeficiente de acoplamiento de la fuente en la rama de referencia y de la rama de referencia en la del detector. Serán k_3 y k_4 los acoplamientos de fuente en rama de sensado y rama de sensado en detector respectivamente. Por último, serán α_1 y α_2 las atenuaciones en las ramas de referencia y sensado. Al igual que en el caso anterior, la atenuación en la rama de sensado puede depender de la perturbación a medir, pero es deseable que esa dependencia sea muy inferior a la dependencia de la diferencia de fase con la variable a medir. Las ecuaciones 2.11 y 2.12 vuelven a ser aplicables pero teniendo en cuenta que la luz circula dos veces cada rama, razón por la cual con la misma perturbación se obtendrá el doble de diferencia de fase.

La salida del interferómetro es una señal proporcional a la intensidad ya sea en el interferómetro de *Michelson* como en el *Mach-Zehnder* que viene dado por la relación de la ecuación 2.12 que es

$$I_D = I_{D_0} \cdot [1 + V \cdot \cos(\Delta\phi)].$$

Sagnac

En los dos interferómetros mencionados previamente, se separa la luz de la fuente en dos haces que viajaban por dos ramas de fibra independientes y luego se vuelven a combinar. En el interferómetro de *Sagnac* en cambio, la luz de la fuente se separa en dos, pero se las hace ingresar por diferentes extremos de la misma rama de fibra conformando un anillo como se ve en la Figura 2.13.

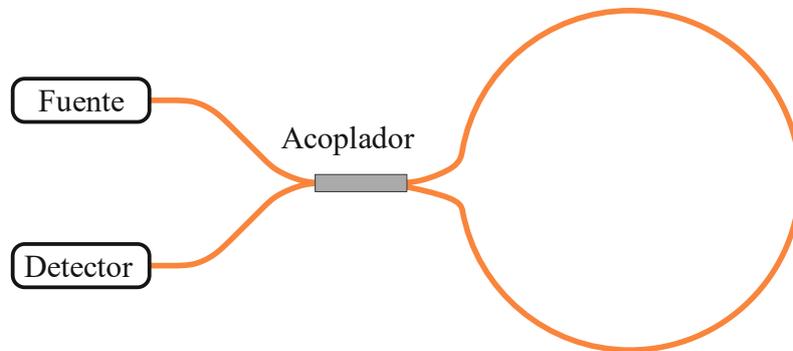


Figura 2.13. Interferómetro de Sagnac en fibra óptica.

Los dos haces que ingresan al anillo circulan en sentido contrario para luego recombinarse en el acoplador y llegar al detector. A diferencia de los interferómetros de *Michelson* o *Mach-Zehnder*, en el de *Sagnac*, si se perturba físicamente la fibra del anillo se modifican la luz de los dos haces considerados.

Si se hace girar el anillo con cierta velocidad angular ω sobre el plano en el que está construido respecto de un eje ubicado en su centro, la diferencia de fase de los haces en el detector dependerá exclusivamente de la velocidad de rotación según se demuestra a continuación.

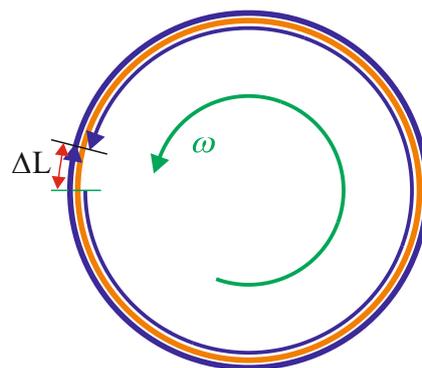


Figura 2.14. Diagrama de haces involucrados en el interferómetro de Sagnac.

Estudieemos dos frentes de onda que se propagan con velocidad c/n en sentidos opuestos dentro del interferómetro circular de radio R , siendo c la velocidad de propagación de la luz en el vacío y n el índice de refracción de la fibra. En un momento los dos frentes se cruzan en un punto, si el interferómetro se encuentra en reposo, los dos frentes de onda se cruzan por segunda vez en el mismo punto. En cambio, si el anillo gira con velocidad angular ω supongamos en sentido horario, se cruzarán

en algún otro lugar debido a que el frente que se desplaza en sentido horario viaja más rápido que el que lo hace en sentido contrario. En la Figura 2.14 se puede ver que el haz más rápido recorre una distancia mayor que el más lento, esa diferencia es ΔL .

Las velocidades de los haces angulares rápido y lento respecto de un sistema de referencia horario fijo se calcula como la suma de la velocidad del haz respecto del medio de propagación (fibra) más la velocidad angular del interferómetro. Luego la velocidad angular relativa entre los frentes de onda queda como:

$$\left. \begin{array}{l} \omega_h = \frac{c}{nR} + \omega \\ \omega_a = -\frac{c}{nR} + \omega \end{array} \right\} \rightarrow \omega_{h/a} = \omega_h - \omega_a = \frac{2c}{nR} \quad 2.13$$

El tiempo que tardan los haces que entraron por el acoplador en alcanzarlo nuevamente viene dado por el tiempo que demoran en tener un ángulo girado de 4π uno respecto del otro.

$$t_1 = \frac{4\pi}{\omega_{h/a}} = \frac{2\pi nR}{c} \quad 2.14$$

La diferencia de distancia recorrida por uno y el otro al salir del anillo es justamente el tiempo t_1 multiplicado por la diferencia de velocidades angulares y el radio de la circunferencia:

$$\Delta L = \frac{4\omega\pi nR^2}{c} \quad 2.15$$

Luego la diferencia de fase entre los dos haces queda expresada como:

$$\Delta\phi = \frac{8\pi^2 R^2 \omega}{\lambda c} \quad 2.16$$

La sensibilidad del sistema puede mejorarse aumentando la cantidad de vueltas del anillo de fibra del interferómetro. La respuesta del detector al igual que en los casos anteriores será un valor constante modulado por el coseno de la diferencia de fase entre los haces logrando así obtener una relación entre la señal en el detector y la velocidad angular del interferómetro. El rango de aplicación de estos sensores se restringe casi exclusivamente a control de sistemas de posicionamiento siendo muy sensibles y mucho más robustos que los sistemas clásicos que incluyen movimiento de componentes.

- SIFO de múltiples haces

En los casos descriptos anteriormente la luz de una misma fuente se separa en un haz de referencia y otro de sentido para luego recombinarse y generar la señal de interferencia. En los esquemas de sensores con múltiples haces no hay un haz de referencia, sino que la señal interferométrica tiene lugar por las múltiples reflexiones de luz dentro de una cavidad. Como dicha cavidad se encuentra fuera de la fibra, estamos ante la presencia de sensores extrínsecos.

En la Figura 2.15 se muestra el interferómetro de Fabry-Pèrot o Etalon. La luz es guiada por la fibra desde la fuente hasta una cavidad formada entre los extremos de dos conectores. Por no estar colimada la luz a la salida de la fibra, se difracta proyectando la forma de un cono, razón por la cual parte de la fibra se pierde y no vuelve a ingresar al sistema. Cierta fracción de la luz produce múltiples reflexiones en la cavidad e ingresa al segundo tramo de fibra propagándose hasta el detector.

Como se puede notar no se cuenta con un haz de referencia si no que las múltiples reflexiones dan lugar al fenómeno sensor.



Figura 2.15. Interferómetro de Fabry-Pèrot o Etalon.

Estos interferómetros son muy sensibles a la alineación de las ramas de fibra, en particular cuando se utilizan fibras monomodo cuyo núcleo es típicamente del orden de 10 μm de diámetro. Se suele utilizar un capilar de vidrio o cuarzo para alinearlas correctamente [31,32].

Así como en el esquema de la Figura 2.15 la luz que se transmite a través de la cavidad incide en el detector, en la Figura 2.16 se muestra una configuración complementaria en la cual se utiliza un acoplador para que la luz detectada sea la reflejada por la cavidad.

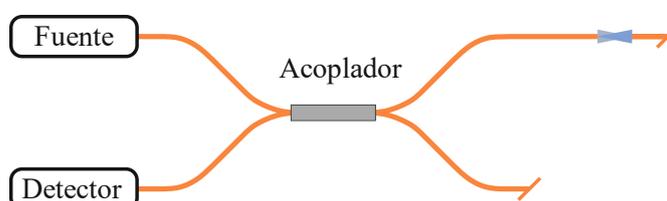


Figura 2.16. Interferómetro de Fabry-Pèrot analizado por reflexión.

El uso de un acoplador en el esquema de la Figura 2.16 lleva a una disminución de la eficiencia óptica respecto del caso de la Figura 2.15, sin embargo, permite iluminar directamente cualquier objeto y medir la cavidad formada entre este y el extremo de la fibra. De este modo, el extremo sensor se utiliza como una punta de prueba que, si se dispone fija en el espacio, permite medir cambios en la posición del objeto iluminado.

A continuación, se estudiará la cavidad como elemento óptico para realizar consideraciones en cuanto a la luz que llegará a los detectores de los interferómetros de la Figura 2.15 y la Figura 2.16.

En la Figura 2.17 se ve un esquema en el cual las interfaces dan lugar a la cavidad y con flechas se simbolizan los haces de luz interferentes. Si bien la incidencia de todos los haces es normal o casi normal, en la gráfica se exagera el ángulo entre ellos solo a fines de esclarecer la imagen.

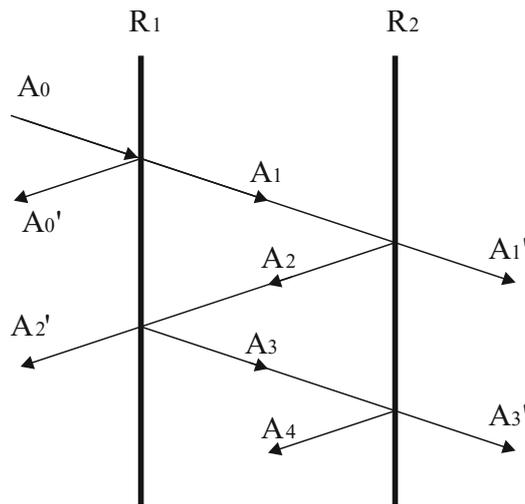


Figura 2.17. Cavidad interferente y diagrama de haces involucrados.

La luz proveniente de la fuente representada por la flecha A_0 al llegar a la primera interfaz que tiene un índice de reflexión R_1 se descompone en el haz transmitido (A_1) y el reflejado (A_0'). Luego, el haz A_1 se separa en A_1' (transmitido) y A_2 (reflejado) luego de incidir con la interfaz de índice de reflexión R_2 . Cada vez que un haz de luz llegar a una nueva interfaz se divide entre la componente reflejadas y la transmitida.

Si bien la cantidad de haces involucrados es infinita, aquí se tendrá en cuenta solo la interferencia de los dos primeros que se propaguen hacia la izquierda o derecha hacia afuera de la cavidad considerando que la intensidad de los subsiguientes es muy inferior y se puede despreciar, aunque en realidad las conclusiones que se obtendrán también son aplicables a estos.

En este esquema se considerarán solo las componentes reflejadas A_0' y A_2' y las transmitidas A_1' y A_3' debido a que se considera que las que corresponden a subdivisiones de A_4 son de una intensidad mucho menor.

Si se desprecian pérdidas podemos asumir que en cualquier interfaz la suma entre el coeficiente de transmisión y el de reflexión es unitaria ($T = 1 - R$).

Las intensidades de los haces que se propagan hacia afuera de la interface se pueden expresar en función de la de A_0 .

$$\begin{aligned}
 I_{A_0'} &= I_{A_0} R_1 \\
 I_{A_1'} &= I_{A_0} T_1 T_2 \beta = I_{A_0} (1 - R_2)(1 - R_1) \beta \\
 I_{A_2'} &= I_{A_0} R_2 T_1^2 \beta^2 = I_{A_0} R_2 (1 - R_1)^2 \beta^2 \\
 I_{A_3'} &= I_{A_0} R_2 R_1 T_1 T_2 \beta^3 = I_{A_0} R_2 R_1 (1 - R_1)(1 - R_2) \beta^3
 \end{aligned}
 \tag{2.17}$$

Donde β es la eficiencia del acople óptico y representa la fracción de luz que al salir de una fibra se acopla a otra dispuesta de modo coaxial (perdida de empalme coaxial).

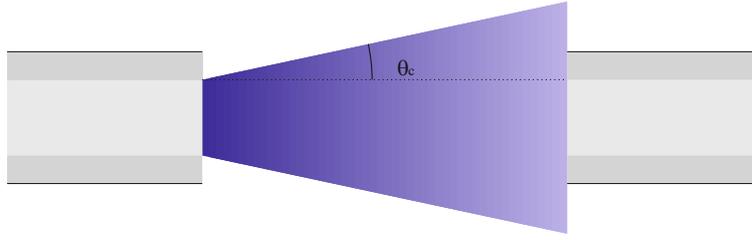


Figura 2.18. Esquema de la propagación de la luz hacia el exterior de la fibra.

El valor de β depende de la longitud de la cavidad y del tipo de fibra utilizado. Por ejemplo, en fibras multimodo se puede hacer una aproximación geométrica considerando que la luz se propaga hacia el exterior de la fibra describiendo la forma de un cono truncado como muestra la Figura 2.18, el ángulo de apertura θ_c depende de la AN según $\cos(\theta_c) = AN$.

En fibras monomodo la eficiencia del acople se obtiene estudiando la propagación al exterior según la ecuación de onda [33]:

$$\beta = \frac{1}{1 + \left(\frac{Ad}{2\pi}\right)^2} \quad 2.18$$

$$A = \frac{\lambda \cdot \ln^2(V)}{a^2}$$

Por otro lado, se puede expresar la fase de cada componente al propagarse hacia afuera de la interfaz. Llamaremos ϕ_0 a la fase de A_0 inmediatamente antes de incidir en la interfaz.

$$\begin{aligned} \phi_{A_0} &= \phi_0 \\ \phi_{A_0'} &= \phi_0 \\ \phi_{A_1'} &= \phi_0 + kd \\ \phi_{A_2'} &= \phi_0 + \pi + 2kd \\ \phi_{A_3'} &= \phi_0 + 2\pi + 3kd \end{aligned} \quad 2.19$$

Por último, se encuentra la intensidad transmitida hacia la derecha de la cavidad y la reflejada hacia la izquierda en función de las intensidades y fases de los haces que las componen:

$$\begin{aligned} I_T &= I_{A_1'} + I_{A_3'} + 2\sqrt{I_{A_1'} \cdot I_{A_3'}} \cos(\phi_{A_3'} - \phi_{A_1'}) \\ I_R &= I_{A_0'} + I_{A_2'} + 2\sqrt{I_{A_0'} \cdot I_{A_2'}} \cos(\phi_{A_0'} - \phi_{A_2'}) \end{aligned} \quad 2.20$$

Si en la 2.20 reemplazamos las amplitudes por las obtenidas en la 2.17 y las fases de la 2.19 se obtiene:

$$\begin{aligned} I_T &= I_{A_0} (1 - R_1)(1 - R_2) \beta (1 + R_1 R_2 \beta) + 2 I_{A_0} (1 - R_1)(1 - R_2) \beta^2 \sqrt{R_1 R_2} \cos(2kd) \\ I_R &= I_{A_0} [R_1 + R_2 (1 - R_1)^2 \beta^2] + 2 I_{A_0} \beta \sqrt{R_1 R_2} (1 - R_1)^2 \cos(2kd + \pi) \end{aligned} \quad 2.21$$

Ambas intensidades están compuestas por un término constante y otro modulado por el coseno de $2kd$. Si se saca factor común en cada una el término constante se pueden obtener las siguientes expresiones:

$$I_T = I_{A_0} \beta(1-R_1)(1-R_2)(1+R_1R_2\beta) \cdot \left[1 + \frac{2\beta\sqrt{R_1R_2}}{1+R_1R_2\beta} \cdot \cos(2kd) \right]$$

$$I_R = I_{A_0} [R_1+R_2(1-R_1)^2\beta^2] \cdot \left[1 + \frac{2\beta\sqrt{R_1R_2(1-R_1)^2}}{R_1+R_2\beta^2(1-R_1)^2} \cdot \cos(2kd+\pi) \right]$$
2.22

La intensidad a ambos lados de la cavidad se puede expresar como:

$$I = I_{A_0} K_I \cdot [1 + V \cdot \cos(2kd)] = I_{A_0} K_I \cdot [1 + V \cdot \cos(\frac{4\pi d}{\lambda} + \varphi_0)]$$
2.23

Se reescribe la Ecuación 2.23 en función de la potencia a la salida del interferómetro:

$$P = K' \cdot I_{A_0} \cdot K_I \cdot [1 + V \cdot \cos(\frac{4\pi d}{\lambda} + \varphi_0)]$$
2.24

En la Ecuación 2.24 la constante K' es un factor de proporcionalidad entre la potencia y la intensidad en el detector, principalmente depende de la superficie del detector y de la distancia entre este último y el extremo de fibra. El término K' surge de considerar que la potencia detectada es el flujo del *Pointing* que irradia al detector en su superficie, siendo la intensidad el valor medio de su módulo.

El factor K_I es una proporción del nivel medio de intensidad que se tendrá en función de la intensidad de la luz proveniente de la fuente. Si este valor es muy chico se degrada la relación de señal a ruido en el detector. Al valor V se lo denomina visibilidad y da una relación de niveles entre el valor medio de la intensidad en el detector y la modulación debida a $\cos(2kd)$, es un factor de contraste que indica la calidad de la señal obtenida siendo originariamente definida como:

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$
2.25

Si bien la visibilidad depende del coeficiente β y este de la longitud de la cavidad d se puede asumir que lo hace mucho más lentamente que el coseno de la diferencia de fase. En la Tabla 2.1 se presenta un resumen de las magnitudes de V , K_I y φ_0 .

Cabe destacar que si bien se tuvo en cuenta la pérdida en la cavidad por la divergencia de la luz al salir de la fibra, no se mencionó que debido a ello, el frente de onda se distorsiona introduciendo una diferencia de fase adicional a φ_0 [34]. Esta diferencia de fase no es abordada por muchos autores y si bien en muchos casos puede ser despreciada, en otros lleva a errores en la medición [35].

En este trabajo, nos interesa particularmente la cavidad analizada por reflexión debido a que las mediciones que se presentarán corresponden a un sensor como el de la Figura 2.19. Este es un *Fabry-Pèrot* asimétrico de baja reflectividad. La asimetría es debida a la diferencia en las reflectividades de las caras y además la interfaz fibra-aire tiene un índice de reflexión bajo como se

verá más adelante. A este interferómetro de baja reflectividad se lo conoce como *interferómetro de Fizeau* [36], no requiere de grandes consideraciones en cuanto a la alineación, es muy fácil de construir y la cavidad queda formada por el extremo de fibra y la superficie bajo medición.

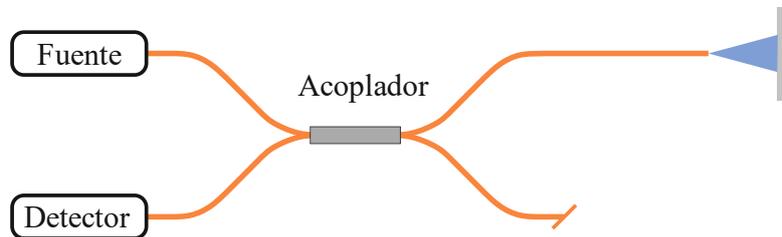


Figura 2.19. Interferómetro de Fizeau.

Para este caso particular el coeficiente de reflexión de la segunda interfaz R_2 suele ser muy cercano a la unidad por consistir generalmente en un espejo o placa de material metálico. La primera interfaz está constituida por el núcleo de la fibra óptica y el aire. La reflectividad es $R_1 = 0.04$ obtenido de las ecuaciones de *Fresnel* considerando la incidencia normal de los haces [36] siendo el índice de refracción del aire igual a 1 y el del núcleo de la fibra 1.5:

$$R = \left(\frac{n_t - n_i}{n_t + n_i} \right)^2 \quad 2.26$$

Dada la baja reflectividad de la interfaz fibra-aire, se puede despreciar el aporte de la luz que se refleja desde la cavidad volviendo el análisis similar al de un interferómetro de dos haces.

Considerando fibra monomodo de diámetro $a = 5 \mu\text{m}$ y frecuencia de corte normalizada $V = 2,405$ se puede simular la eficiencia del acople en función de la longitud de la cavidad para la longitud de onda de un láser típico de comunicaciones ópticas $\lambda = 1310 \text{ nm}$. En la Figura 2.20 se puede ver en celeste la eficiencia del acoplamiento y en naranja la visibilidad en función de la longitud de la cavidad.

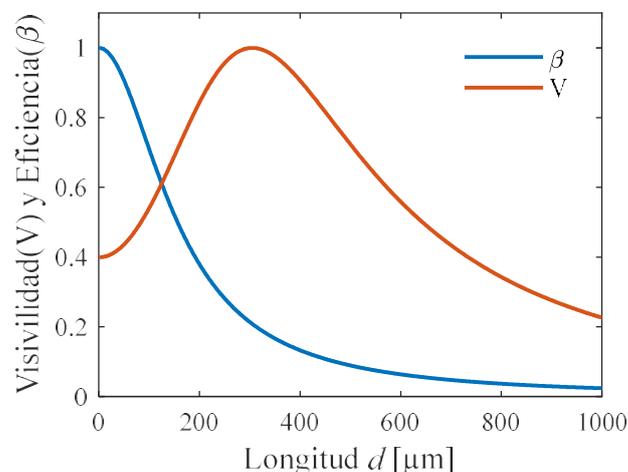


Figura 2.20. Eficiencia del acople óptico y visibilidad en función de la longitud de la cavidad.

Si bien la eficiencia decrece permanentemente a medida que crece la longitud de la cavidad, la visibilidad tiene un punto máximo y decrece hacia ambos lados. Esto se debe a que para bajos valores de cavidad la eficiencia es muy grande y la potencia de luz que vuelve a ingresar al sistema luego de reflejarse en el exterior es mucho mayor que la reflejada en el extremo de la fibra. Para valores de longitud alrededor de 305 μm la potencia de luz que reingresa y la que se refleja en la interfaz vidrio-aire es similar por eso la visibilidad es prácticamente unitaria.

	K_I	V	φ_0
Transmisión	$\beta(1 - R_1)(1 - R_2)(1 + R_1R_2\beta)$	$\frac{2\beta\sqrt{R_1R_2}}{1 + R_1R_2\beta}$	0
Reflexión	$R_1 + R_2(1 - R_1)^2\beta^2$	$\frac{2\beta\sqrt{R_1R_2(1 - R_1)^2}}{R_1 + R_2\beta^2(1 - R_1)^2}$	π

Tabla 2.1. Visibilidad y valor medio de intensidad de la cavidad interferente para la reflexión y la transmisión.

Al utilizar el interferómetro de la Figura 2.19 con luz monocromática y registrar la potencia en función del tiempo a medida que se varía la longitud de la cavidad, se obtiene una curva llamada oscilograma. La función $\cos(4\pi d/\lambda)$ de la Ecuación 2.23 toma valores máximos y mínimos a medida que varía la longitud de la cavidad. Un ciclo completo de la senoidal se da cada vez que la distancia d aumenta o disminuye $\lambda/2$.

En la Figura 2.21 se puede observar un resultado experimental obtenido con luz de 793 nm al tiempo que se varía la cavidad aproximadamente entre 191 y 188 μm . Se puede notar que en los ocho segundos de la medición se desarrollan alrededor de siete ciclos completos del oscilograma por lo que en este caso la cavidad puede haber aumentado o disminuido en una magnitud de $\Delta d \approx 7\lambda_0/2 = 2,78 \mu\text{m}$

La fibra utilizada es SMF-28e que tiene un radio del núcleo de 4,1 μm , y una apertura numérica (NA) de 0,14. La frecuencia normalizada o valor de la fibra se calcula según:

$$V = \frac{2\pi a}{\lambda} \text{NA} = \frac{2\pi \cdot 4,1\mu\text{m}}{793\text{nm}} \cdot 0,14 = 4,548$$

Según la frecuencia normalizada calculada y la Ecuación 2.18, el valor de β es de 0,0854 considerando una cavidad de 190 μm . Finalmente, como la interfaz R_1 se da entre el núcleo de la fibra y el aire ($R_1 = 0,04$) y la segunda es una lámina de aluminio brillante pulido ($R_2 \approx 0,95$) el cálculo de la visibilidad teórica es de: $V = 0,69$.

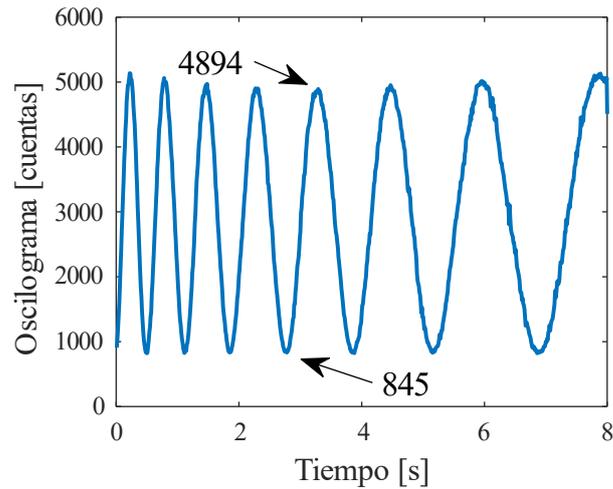


Figura 2.21. Oscilograma obtenido con una longitud de onda de 793nm.

De los valores máximos y mínimos de intensidad se puede calcular la visibilidad según la Ecuación 2.25 que para este caso es de $V = 0,71$.

En la Ecuación 2.24 se considera que se emplea luz monocromática. En caso de que la luz que llegue este distribuida en un cierto rango de longitudes de onda, se puede considerar que la Ecuación 2.24 es válida para un rango diferencial de longitudes de onda ($d\lambda$) y la potencia de luz asociada a dicho intervalo espectral (dP) se calcula como:

$$dP = S(\lambda) \cdot K_1 \cdot K' \cdot [1 + V \cdot \cos(\frac{4\pi d}{\lambda})] \cdot d\lambda \quad 2.27$$

Se define como densidad espectral de potencia ($G(\lambda)$) a la potencia óptica por unidad de longitud de onda. Se puede calcular dividiendo ambos miembros de la ecuación 2.27 por $d\lambda$:

$$G(\lambda) = \frac{dP}{d\lambda} = S(\lambda) \cdot K_1 \cdot K' \cdot [1 + V \cdot \cos(\frac{4\pi d}{\lambda})] \quad 2.28$$

Nótese que $S(\lambda)$ es la densidad espectral de intensidad que llega al interferómetro y está directamente relacionada con la intensidad I_{A_0} a través de:

$$I_{A_0} = \int_{AB_\lambda} S(\lambda) d\lambda \quad 2.29$$

Se puede utilizar la ecuación 2.28 para obtener la solución de la potencia detectada cuando se utiliza el interferómetro con luz monocromática considerando que la densidad espectral de la fuente óptica es una delta de Dirac con peso igual a la intensidad de luz. Reemplazando $S(\lambda) = I_{A_0} \cdot \delta(\lambda - \lambda_0)$ en la ecuación 2.28 e integrando en λ se obtiene nuevamente la ecuación 2.24:

$$\begin{aligned}
P &= \int_0^{\infty} \frac{dP}{d\lambda} \cdot d\lambda = \int_0^{\infty} K_1 \cdot S(\lambda) \cdot K_1 \cdot [1 + V \cdot \cos(\frac{4\pi d}{\lambda} + \varphi_0)] \cdot d\lambda = \\
&K_1 \cdot \int_0^{\infty} [I_{A_0} \cdot \delta(\lambda - \lambda_0)] \cdot K_1 \cdot [1 + V \cdot \cos(\frac{4\pi d}{\lambda} + \varphi_0)] \cdot d\lambda = \\
&K_1 \cdot \int_0^{\infty} [I_{A_0} \cdot \delta(\lambda - \lambda_0)] \cdot K_1 \cdot [1 + V \cdot \cos(\frac{4\pi d}{\lambda} + \varphi_0)] \cdot d\lambda = \\
&K_1 \cdot I_{A_0} \cdot K_1 \cdot [1 + V \cdot \cos(\frac{4\pi d}{\lambda_0} + \varphi_0)]
\end{aligned}$$

En la Figura 2.22 se ve un espectro típico, obtenido con una cavidad de 140,57 μm . La oscilación rápida se debe al coseno dependiente de la longitud de onda, mientras que la campana envolvente aparece por el factor $S(\lambda)$.

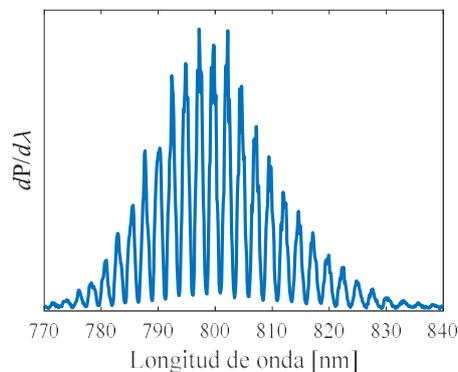


Figura 2.22. Espectro típico de una cavidad de aproximadamente 140,57 μm .

Existen diversos métodos para obtener la longitud de la cavidad de la curva de la Figura 2.22 [37–41] que se describirán en los siguientes capítulos.

Debe considerarse que un sistema de este tipo no es solo útil para medir la distancia entre el extremo de la fibra y una superficie reflectiva. La diferencia de camino óptico entre la luz que sale de la fibra, se refleja y vuelve a ingresar y la que nunca sale puede depender de diferentes magnitudes que pueden ser sensadas con un esquema de este tipo, por ejemplo, en la Figura 2.23 se puede ver un esquema en el cual se utiliza el interferómetro de *Fizeau* para medir la distancia de la fibra a un diafragma que puede deformarse si se aplica una presión externa. El diafragma se monta sobre el extremo de un tubo al cual se adhiere el capilar que hace de soporte de la fibra. Caracterizando la deformación del capilar se puede tener información de la presión ejercida con alta resolución [32].

Otro ejemplo de aplicaciones del SIFO de *Fizeau* es el de medición de humedad. En la Figura 2.24 se puede ver un esquema en el cual sobre el extremo de la fibra se coloca un adhesivo óptico Norland (NOA) de polímero mediante curado UV.

La porosidad del material higroscópico lo hace sensible a la humedad, aumenta su espesor cuando la humedad aumenta y viceversa [42]. La diferencia de camino óptico entre el haz que recorre el material y el que se refleja en el extremo de la fibra se puede correlacionar con la humedad.

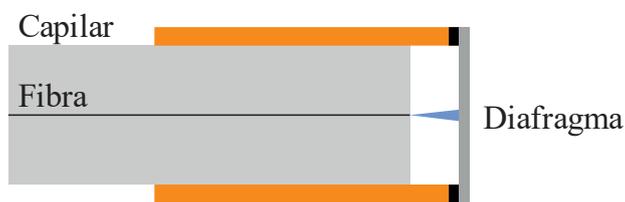


Figura 2.23. Sensor de presión basado en un diafragma.

Un esquema similar al de la Figura 2.24 se puede utilizar para medir temperatura si se utiliza un material sensible a esta variable [43]. Cabe destacar que pensando en este enfoque se pueden utilizar tanto materiales que varíen su longitud a medida que cambia la variable a medir como así también aquellos en los que cambia su índice de refracción.

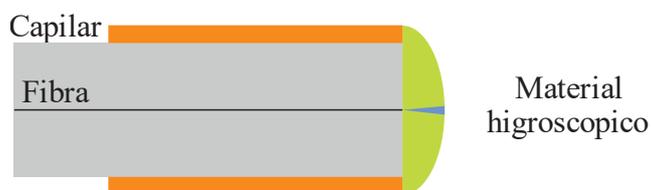


Figura 2.24. Sensor de humedad basado en un material higroscópico.

Capítulo 3 – Dominios de Interferometría (Enfoques)

En el capítulo anterior se dedujo la transferencia del interferómetro de *Fizeau* en función de la longitud de la cavidad, las reflectividades de las interfaces, la longitud de onda de la luz y el coeficiente de acoplamiento óptico de la cavidad.

En función de la configuración del interferómetro se pueden obtener dos técnicas diferentes:

- 1) Interferometría en el dominio del tiempo (TDI por su sigla en inglés *Time Domain Interferometry*). La fuente es monocromática y el detector mide potencia óptica. Se obtienen curvas de potencia en función del tiempo (oscilogramas) de los cuales se puede obtener como varía la longitud de la cavidad en función del tiempo.
- 2) Interferometría en el dominio espectral (SDI por su sigla en inglés *Spectral Domain Interferometry*), también llamada interferometría de luz blanca (WLI por su sigla en inglés *White Light Interferometry*). La fuente es policromática y el detector consiste en un espectrómetro. Se obtienen curvas espectrales que se procesan para obtener la longitud de la cavidad.

En el caso de TDI, no se puede obtener información de la longitud absoluta de la cavidad, pero se puede obtener una curva de como varía la cavidad con el tiempo. Sin embargo, hay ambigüedad en cuanto al sentido de variación de la cavidad y no siempre se puede determinar si en algún momento cambio el sentido de evolución de la cavidad o no. Por otro lado, en SDI se tienen espectros de los cuales se puede obtener el valor absoluto de la cavidad. Sin embargo, la cavidad debe mantenerse prácticamente invariante durante el tiempo de integración del espectrómetro, resultando en una limitación más exigente en la máxima velocidad de variación de la cavidad respecto de TDI. Además, el hecho de utilizar un espectrómetro, vuelve a la configuración de SDI más costosa que la de TDI.

Interferometría en el dominio del tiempo (TDI)

- Transferencia y oscilogramas

Según la ecuación 2.24, la potencia óptica reflejada por el interferómetro de *Fizeau* viene dada por:

$$P = K' \cdot I_{A_0} \cdot K_I \cdot [1 + V \cdot \cos(\frac{4\pi d}{\lambda} + \varphi_0)]$$

donde K_I y V dependen de las reflectividades y el coeficiente de acoplamiento (ver Tabla 2.1) y K' de la relación entre la intensidad de luz reflejada por el interferómetro de *Fizeau* y la potencia en el detector. Dividiendo el segundo término de la ecuación 2.24 por $K' \cdot I_{A_0} \cdot K_I$ se obtiene la potencia normalizada en función de la longitud de la cavidad:

$$P_N(d) = 1 + V \cdot \cos(\frac{4\pi d}{\lambda_0} + \varphi_0) \quad 3.1$$

Analizando la expresión de la Ecuación 3.1 que se representa en la Figura 3.1 se puede notar que la función que relaciona la potencia normalizada con la longitud de onda no es biyectiva por ser periódica de período $\lambda_0/2$. No es posible obtener una medición de distancia de una lectura de potencia ya que con diferentes longitudes d se miden iguales valores de P_N . Si bien la visibilidad V depende de la longitud de la cavidad, como varía mucho más lentamente que el coseno de $4\pi d/\lambda_0$, se puede considerar que se mantiene prácticamente constante en el rango graficado en la Figura 3.1.

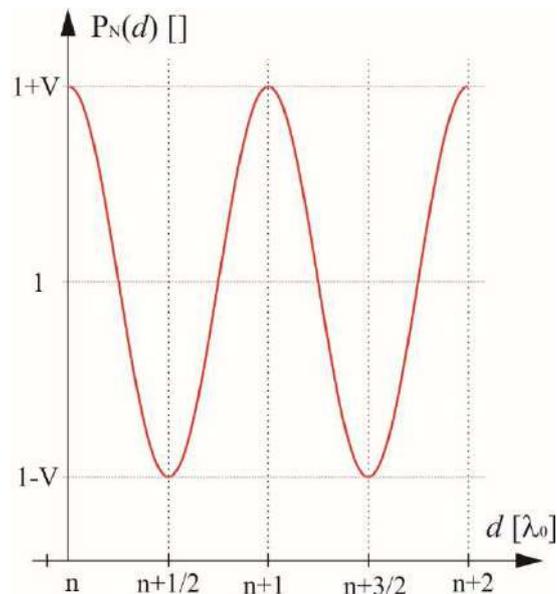


Figura 3.1. Transferencia del interferómetro de Fizeau.

Se puede concluir que el esquema analizado no es viable si se pretende medir el valor absoluto de la longitud, pero tiene utilidad para obtener mediciones de resolución en el orden de las decenas de nanómetros de la variación de la cavidad.

En el gráfico de doble entrada de la Figura 3.2 se muestra en rojo la P_N en función de la longitud de la cavidad. En verde y azul se representan dos diferentes curvas de longitud en función del tiempo $d(t)$ que corresponden a vibraciones sinusoidales de igual frecuencia, pero diferente amplitud. En ambas curvas el valor medio de la longitud de la cavidad corresponde con una cantidad entera de longitudes de onda de la luz por conveniencia ($d_0 = n_0 \cdot \lambda_0$). La curva representada en verde tiene una amplitud muy inferior a la longitud de onda de la luz, en cambio la azul es de un orden de magnitud similar.

Si se observa la $P_N(t)$ obtenida para la vibración de menor amplitud (verde) se puede observar que consiste en una senoide de igual frecuencia que la de la vibración. Esto se explica debido a que $P_N(d)$ es una función lineal en el entorno de $d = n \cdot \lambda_0$. Es decir que este esquema se puede utilizar como un sensor de característica lineal para la medición de vibraciones de muy baja amplitud (decenas de nanómetros) particularmente cuando lo que se desea medir es la frecuencia de la vibración.

Por otro lado, cuando la vibración tiene una amplitud del orden de la longitud de onda de la luz o incluso es superior, ya no es válida la aproximación de linealidad mencionada anteriormente. Si se

observa el oscilograma azul, se puede notar que si bien el sensor pierde la característica de linealidad que ostentaba en el caso anterior, analizando $P_N(t)$ se puede obtener la información de $d(t)$.

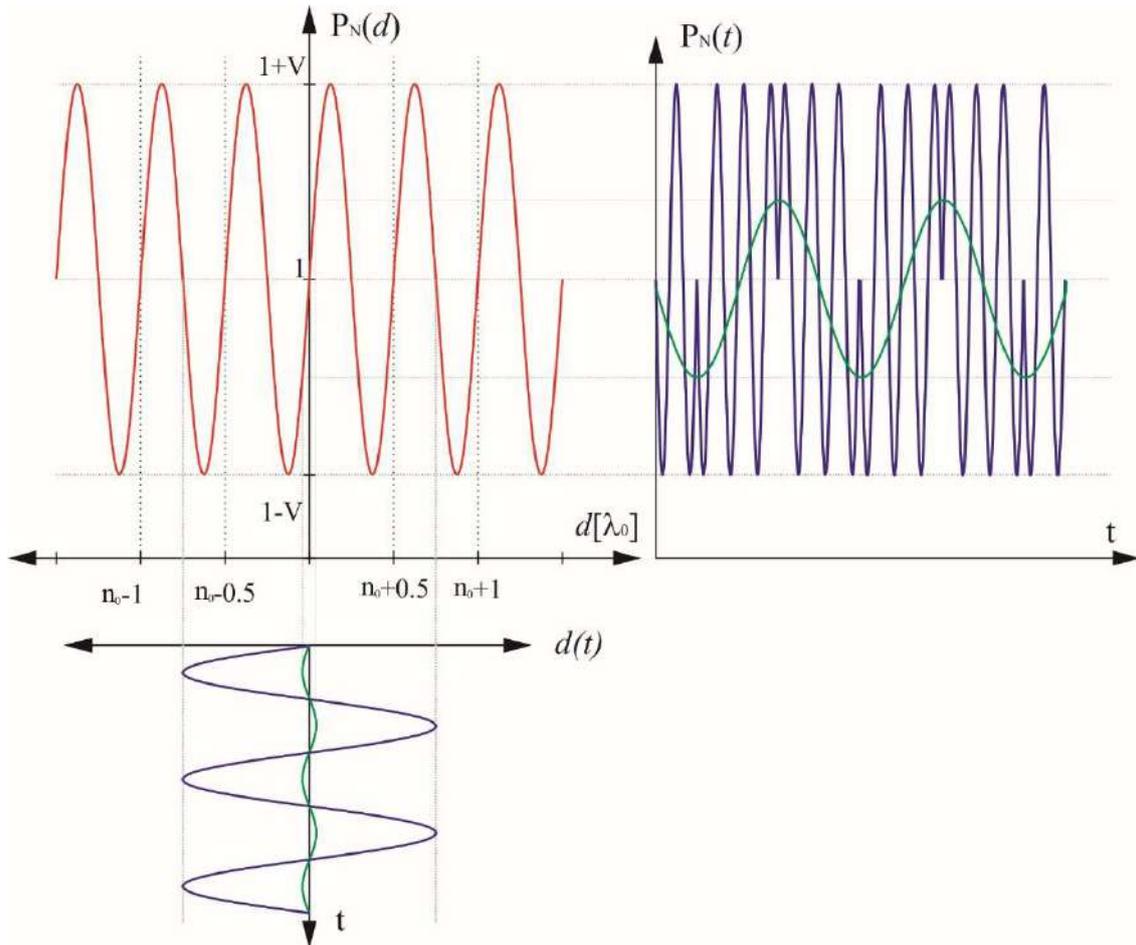


Figura 3.2. Transferencia del interferómetro aplicada a dos variaciones sinusoidales de la cavidad con diferentes amplitudes.

En el oscilograma azul de la Figura 3.2 se ven inversiones en el sentido de la fase en los momentos en los cuales la cavidad cambia la dirección del desplazamiento (cinco en total). De estos quiebres se puede obtener la información del momento en que la variación de la cavidad cambia de dirección mientras que del tiempo entre quiebres se puede inferir el período y de la cantidad de máximos y mínimos la amplitud. En el oscilograma en azul, entre dos quiebres sucesivos, se pueden contar exactamente tres ciclos de la sinusoide, de allí se obtiene que la excursión es $\Delta d = 3 \cdot \lambda_0 / 2$.

Mediante TDI se obtienen mediciones de la variación de una cavidad ($\Delta d(t) = d(t) - d_0$) en un intervalo de tiempo mediante la observación de los oscilogramas obtenidos. Según la transferencia descrita anteriormente, ante una cavidad que evoluciona en un sentido; entre dos máximos o mínimos consecutivos del oscilograma; la diferencia de longitud es de $\lambda_0 / 2$, siendo λ_0 la longitud de onda central de la fuente óptica. Si se procesa el oscilograma detectando máximos, se podría asegurar que la resolución dinámica de la medición es de $\Delta d = \lambda_0 / 2$ ya que es la mínima magnitud que se puede discernir. En un oscilograma que tiene N máximos, la longitud de la cavidad varió entre $(N-1) \lambda_0 / 2$ y

$N\lambda_0/2$. En cambio, si se consideran todos los extremos, la resolución aumenta a $\lambda_0/4$ ya que es la diferencia de longitud entre un máximo y un mínimo de interferencia.

En la Figura 3.3 a) se muestra un oscilograma obtenido mediante una medición de 4,72 segundos con luz de $\lambda_0 = 1310$ nm en el cual se destacan los extremos. Se puede observar la típica sucesión de máximos y mínimos a medida que aumenta el argumento del coseno de la ecuación 2.24. La Figura 3.3 b) muestra la curva de $\Delta d(t)$ que se construye aumentando en $\lambda_0/4$ el valor de Δd cada vez que el oscilograma pasa por un extremo. El resultado es una curva en la cual, a diferencia del oscilograma, los puntos no se encuentran equiespaciados temporalmente.

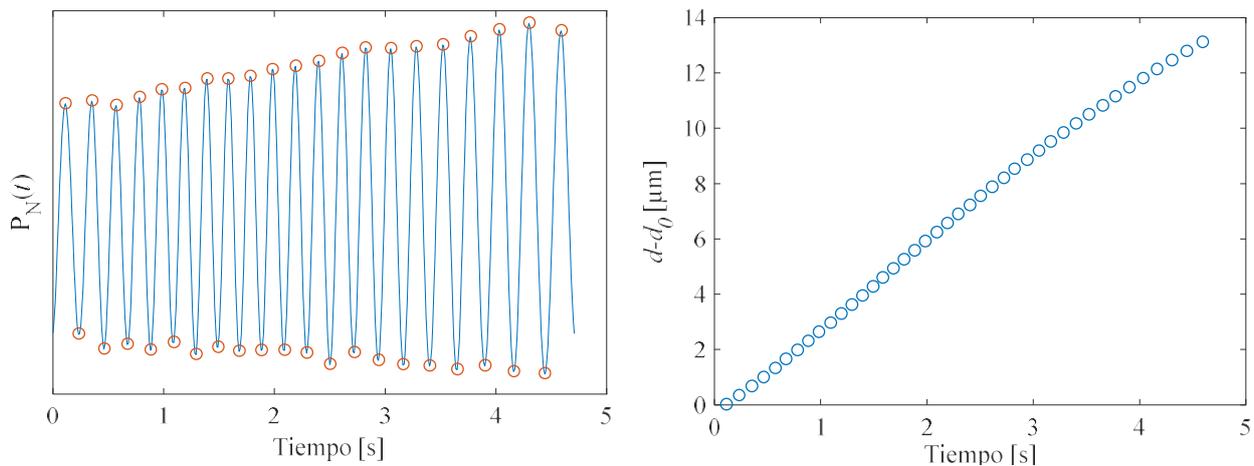


Figura 3.3. a) Oscilograma obtenido mediante TDI con $\lambda_0=808.25\text{nm}$. b) Cavidad en función del tiempo.

La curva de $\Delta d(t)$ tiene puntos separados en $\lambda_0/4$ en el eje de longitud ya que es la longitud que varía la cavidad entre un máximo y un mínimo del oscilograma y viceversa.

Si se ajusta una línea base para quitar el valor medio del oscilograma, se pueden obtener los cruces por cero aumentando la resolución a $\lambda_0/8$. En la Figura 3.4 se muestra el oscilograma, la línea base y se resaltan todos los puntos que se deberían considerar para obtener una resolución de $\lambda_0/8$.

Finalmente, la resolución depende principalmente de λ_0 que es la longitud de onda de la luz empleada y del método de procesamiento utilizado. Para el caso de una fuente típica de $\lambda_0 = 1310$ nm y considerando extremos y cruces por cero, la resolución resulta de $0,163 \mu\text{m}$ siendo mejorable mediante otras técnicas de procesamiento que se describirán en el Capítulo 4.

El rango dinámico, se limita por la máxima y mínima longitud de cavidad a las cuales se pueden observar franjas de interferencia. No hay un mínimo valor el cual se pueda medir ya que como se mostró en el Capítulo 2 en la sección: “SIFO de múltiples haces” inclusive para cavidades próximas a cero la visibilidad sigue siendo alta ($V \sim 0,4$). En cuanto al límite superior, la visibilidad disminuye con la longitud de la cavidad acentuado por la longitud de coherencia de la fuente. Como la visibilidad depende de la fibra óptica utilizada, el rango dinámico depende tanto de esta como de la fuente óptica,

en la práctica se restringe por debajo de los 2 mm pudiendo ser aumentado mediante la colimación o enfoque de la luz a la salida de la fibra.

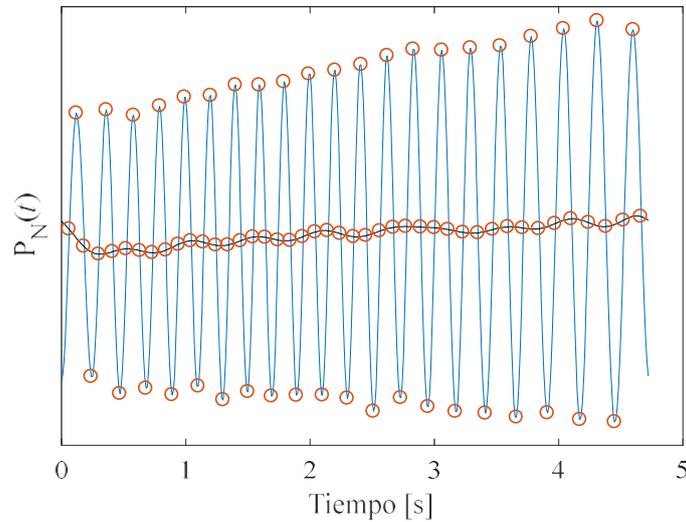


Figura 3.4. Oscilograma en azul, línea base en negro y puntos de interés en rojo.

La máxima velocidad con la que puede variar la cavidad está limitada por la frecuencia de muestreo del sistema de detección y el ancho de banda del detector. Suponiendo una cavidad que aumenta su longitud con una velocidad v , el oscilograma tendrá la forma:

$$P_N(d) = 1 + V \cdot \cos \left[\frac{4\pi(d_o + v \cdot t)}{\lambda_o} + \varphi_0 \right] = 1 + V \cdot \cos \left[\frac{4\pi d_o}{\lambda_o} + \frac{4\pi}{\lambda_o} v \cdot t + \varphi_0 \right] \quad 3.2$$

Es decir, sobre la constante se superpone una senoide de frecuencia $f=2v/\lambda_o$ que limita el ancho de banda de la señal. Según el Teorema de Nyquist [44] la frecuencia de muestreo debe ser de al menos dos veces el ancho de banda de la señal. Es decir:

$$v \leq \frac{\lambda_o}{4} f_s \quad 3.3$$

Por otro lado, el detector óptico tiene un cierto ancho de banda (AB) que limita a f por lo cual:

$$v \leq \frac{AB}{2} \lambda_o \quad 3.4$$

Por ejemplo, el detector comercial ultra rápido FPD310-FC VIS de Thorlabs [45] tiene un ancho de banda de 1,5 GHz siendo útil para el rango de longitudes de onda de 400-1000 nm por ser un detector de silicio. Por otro lado, el DET10N2 del mismo fabricante es un detector de InGaAs que opera desde 500 nm hasta 1700 nm y tiene un ancho de banda de 70 MHz [46]. En función de estos valores queda claro que la detección óptica no impone un límite muy estricto en cuanto a la velocidad de variación de la cavidad. La limitación de velocidad se encuentra en la adquisición digital de la señal del detector, el costo de los sistemas conversores analógico-digital incrementan su costo en función de la frecuencia de muestreo y la cantidad de bits de conversión.

Longitud de coherencia

Anteriormente se mencionó que la visibilidad de los oscilogramas dependía del acoplamiento óptico de la cavidad y de la reflectividad de las caras, si bien esto es cierto en aquellos casos en los cuales se ilumina el sistema con una única longitud de onda, cualquier fuente óptica real tiene un ancho de banda finito. Por ejemplo, el diodo láser comercial acoplado a fibra FPL1053S de Thorlabs tiene una longitud de onda central de típicamente 1310 nm y un ancho de banda que suele ser de 5 nm, pero puede oscilar hasta los 15 nm según la descripción del fabricante, en la Figura 3.5 se puede ver su espectro de emisión típico. Por otro lado, los láseres de descarga gaseosa tienen una mejor característica espectral, el problema es que su costo es mucho más elevado, son más frágiles y de mayor tamaño. Además, se suele requerir de fuentes de alta tensión para energizarlos

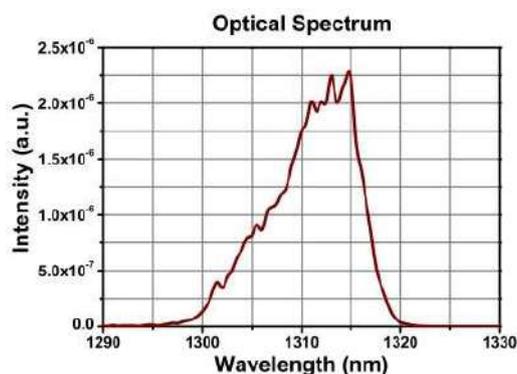


Figura 3.5. Espectro de emisión del láser Thorlabs FPL1053S.

Este problema de la implementación del interferómetro con una fuente real conlleva una disminución de la visibilidad de los oscilogramas. Anteriormente se calculó la intensidad de luz incidente en el detector considerando que la densidad espectral de potencia de la fuente era una delta de Dirac ubicada en λ_0 . Una mejor aproximación es considerar que la curva de densidad espectral de potencia responde a una campana gaussiana centrada en λ_0 y con varianza $\Delta\lambda$.

A continuación, se muestran simulados los oscilogramas correspondientes a dos fuentes de igual longitud de onda central ($\lambda_0 = 800$ nm) y potencia, pero con diferentes valores de σ . En la Figura 3.6 a) se puede ver la densidad espectral de potencia de cada fuente, la curva naranja describe a una fuente con mayor ancho de banda que la celeste. Los de la Figura 3.6 b) son interferogramas obtenidos de simular una medición sobre una cavidad que varía desde 110 μm hasta 100 μm . Se asume que la visibilidad de la cavidad es máxima ($V = 1$) y la atenuación de la amplitud de las franjas que se observa es debido al problema de la fuente no ideal, en consecuencia, los oscilogramas de la fuente con $\sigma = 0,5$ nm son sensiblemente peores que los de la otra.

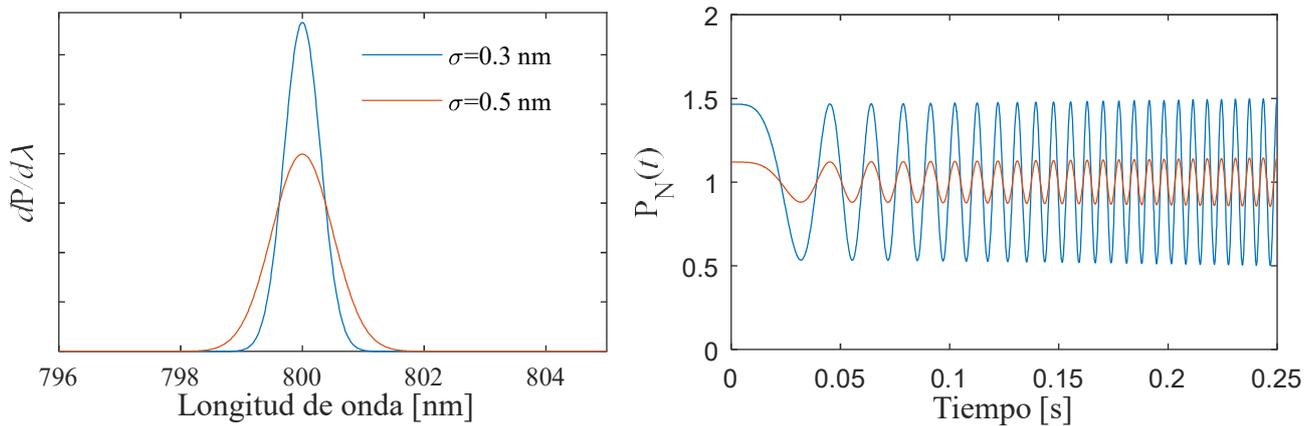


Figura 3.6. a) Densidad espectral de potencia normalizada de las dos fuentes gaussianas. b) Oscilogramas correspondientes a la misma cavidad con cada una de las fuentes comparadas.

Del mismo modo que ante la misma cavidad un ancho de banda mayor de la fuente degrada el oscilograma, ante la misma fuente, los oscilogramas empeoran a medida que la cavidad aumenta. En la Figura 3.7 se muestran los oscilogramas simulados para dos cavidades que aumentan su longitud en 10 μm, la fuente es la que se representa en celeste en la Figura 3.6 a). El oscilograma celeste corresponde a una cavidad que inicialmente tiene una longitud de 100 μm mientras que la naranja a una que inicialmente tiene una longitud de 200 μm. Se puede ver como este indeseable fenómeno es más evidente en la medición de la cavidad de mayor longitud (naranja).

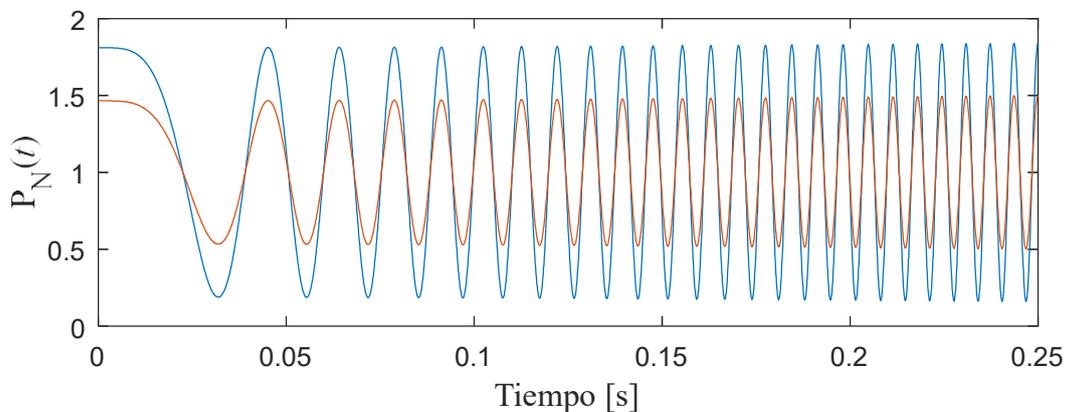


Figura 3.7. Oscilogramas correspondientes a dos cavidades y la misma fuente.

Se define la longitud de coherencia (L_C) de una fuente como la diferencia de longitudes de las ramas de un interferómetro de Michelson para la cual la visibilidad disminuye al 37% ($1/e$) [47]. En el interferómetro de Michelson; al contrario que en el interferómetro de Fizeau; la visibilidad no depende de otros factores. Para fuentes con distribución gaussiana se demuestra que la longitud de coherencia viene dada por:

$$L_C = \frac{2 \ln(2)}{\pi} \cdot \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda} \quad 3.5$$

Siendo $\Delta\lambda$ el ancho de banda de 3 db de la fuente. Según lo mostrado, se puede aplicar la técnica de TDI inclusive con fuentes no monocromáticas mientras que la longitud de la cavidad sea menor a la longitud de coherencia de la fuente.

- Ambigüedad de sentido en TDI

La técnica de TDI tiene como principal limitación en la medición de desplazamientos la ambigüedad en cuanto a la detección del sentido del movimiento. La variable a determinar está contenida en el argumento de una senoide por lo que observando el oscilograma es imposible determinar si aumenta o disminuye. Sin embargo, la técnica de TDI es útil en aquellos casos en los cuales se conoce el sentido de la evolución de la cavidad como por ejemplo en la caracterización de la expansión térmica de metales donde se sabe a priori que al calentarlos se expanden. Se crea una cavidad entre un extremo de fibra y la superficie del metal, luego se adquiere un oscilograma a medida que se hace aumentar la temperatura. Con la expansión térmica del metal, la cavidad disminuye su longitud. Con la información de la curva de temperatura y el oscilograma se puede calcular el coeficiente de expansión térmica con mucha precisión.

Por otro lado, es posible determinar el cambio de sentido de la cavidad en base a la observación de un oscilograma. En la Figura 3.8 se puede ver en azul la simulación de una cavidad con dos cambios de sentido, uno en $t = 1,5$ s y el otro en 4 s. El quiebre en la fase del oscilograma evidencia el cambio de sentido de la cavidad. Si a priori se supiera que la cavidad inicia su evolución temporal decreciendo, se puede extrapolar de los cambios de fase que a partir de 1,5 s inicia un aumento de longitud y finalmente luego de $t = 4$ s nuevamente decrece.

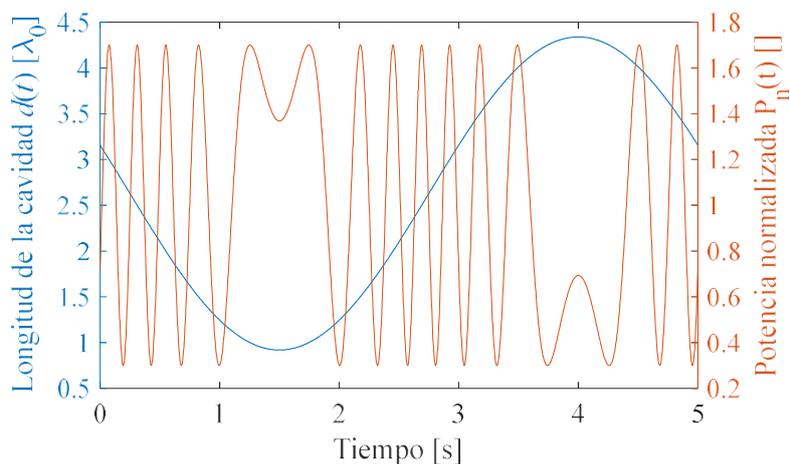


Figura 3.8. Simulación de una cavidad oscilante y su oscilograma.

No siempre es posible determinar el cambio de sentido de la evolución de la cavidad observando el oscilograma como en la figura anterior. En la Figura 3.9 se muestran dos curvas correspondientes a cavidades simuladas. Ambas disminuyen de la misma manera entre 0 y 2,5 s, a partir de ese momento la de la izquierda comienza a aumentar y la de la derecha sigue disminuyendo.

Si bien el sentido del desplazamiento de la curva izquierda cambia, lo hace en un momento en el cual el oscilograma presenta un extremo (máximo). De este modo el quiebre de fase queda enmascarado y no se puede distinguir entre las dos curvas observando sus oscilogramas.

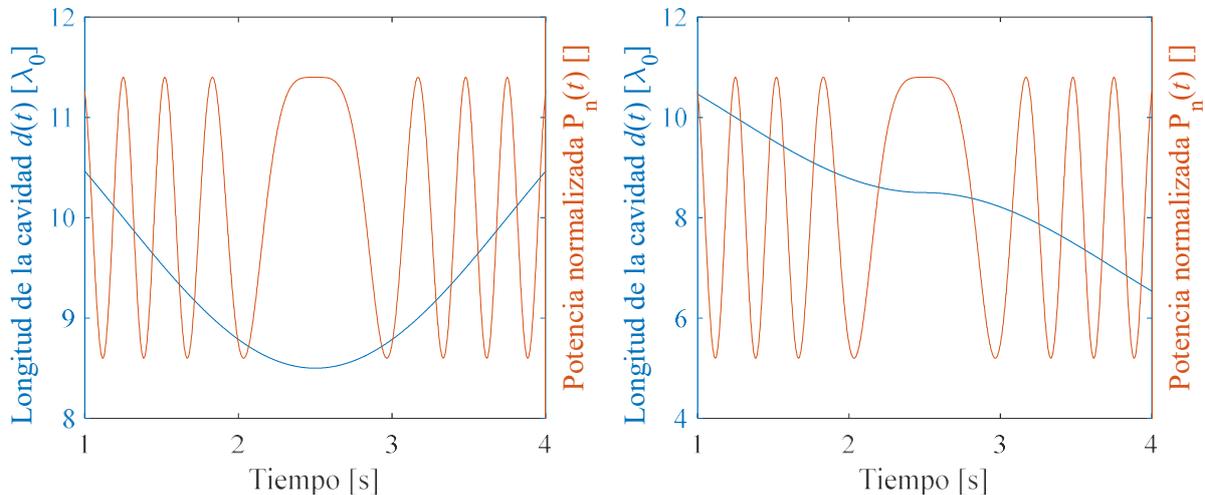


Figura 3.9. Simulación de dos cavidades las cuales presentan el mismo oscilograma.

Se puede concluir que cuando se detecta un quiebre de fase en el oscilograma indudablemente se debe a un cambio de sentido, pero eventualmente, pueden ocurrir cambios de sentido que no son detectados por observación del oscilograma.

Otra limitación de la técnica es la imposibilidad de obtener mediciones de discontinuidades en la longitud de la cavidad. Por ejemplo, en la Figura 3.10 se muestra una simulación de una cavidad que crece a velocidad constante, pero en $t = 2,5$ s tiene un salto. Si bien en el oscilograma se evidencia el salto de fase, su magnitud es indeterminada dada la naturaleza repetitiva de la función coseno, dos diferentes discontinuidades de la cavidad cuya diferencia sea un múltiplo entero de $\lambda_0/2$ tendrán el mismo salto en el oscilograma.

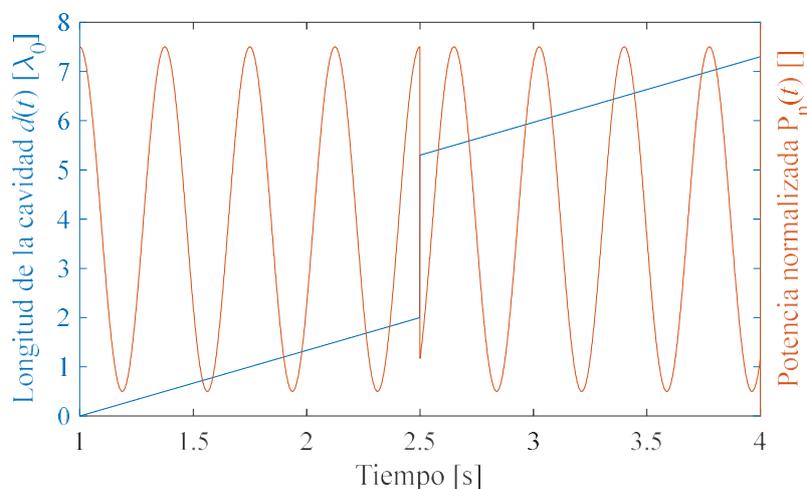


Figura 3.10. Simulación de una cavidad discontinua y su oscilograma.

Interferometría en el dominio del espectro (SDI)

La técnica de TDI es capaz de detectar variaciones en la longitud de la cavidad, pero no permite obtener un valor absoluto de su longitud. Mediante la interferometría en el dominio espectral (SDI) se puede obtener mediciones absolutas de longitud. En este caso, se adquieren secuencialmente espectros de la luz reflejada por el interferómetro y de cada uno de ellos se obtiene la longitud de la cavidad. Finalmente se puede realizar una curva de longitud de la cavidad en función del tiempo.

- Análisis espectral

Según la ecuación 2.28, la densidad espectral de potencia reflejada por el interferómetro de *Fizeau* viene dada por:

$$G(\lambda) = S(\lambda) \cdot K_1 \cdot K_2 \cdot [1 + V \cdot \cos(\frac{4\pi d}{\lambda} + \varphi_0)]$$

En la Figura 3.11 se pueden ver dos espectros obtenidos sobre mediciones de dos cavidades de diferente longitud. Según la ecuación 2.28, cuanto mayor sea el valor d , más rápido (en términos de λ), se suceden ciclos completos del coseno. En consecuencia, el espectro mostrado en rojo tiene sus extremos más separados en longitud de onda que los de la curva azul ya que corresponde a una cavidad de menor longitud. La longitud de las cavidades se puede obtener mediante el estudio de la separación entre extremos del espectro.

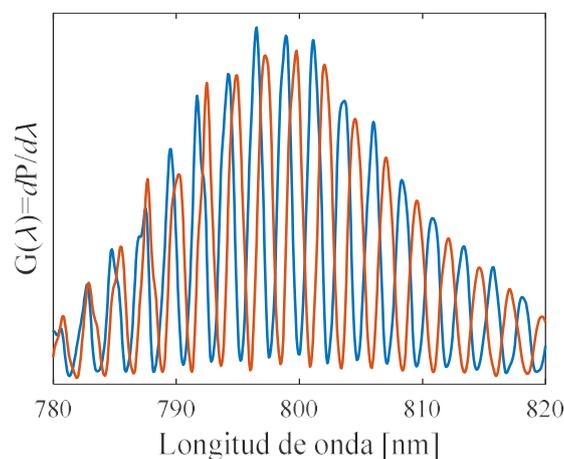


Figura 3.11. Espectros correspondientes a dos cavidades diferentes.

En el espectro mostrado en la Figura 3.12 se puede ver la típica sucesión de máximos y mínimos dependientes de $\cos(4\pi d/\lambda + \varphi_0)$ modulados en amplitud por la distribución de la fuente ($S(\lambda)$). Entre cualquier par de máximos sucesivos el argumento del coseno aumenta en 2π rad.

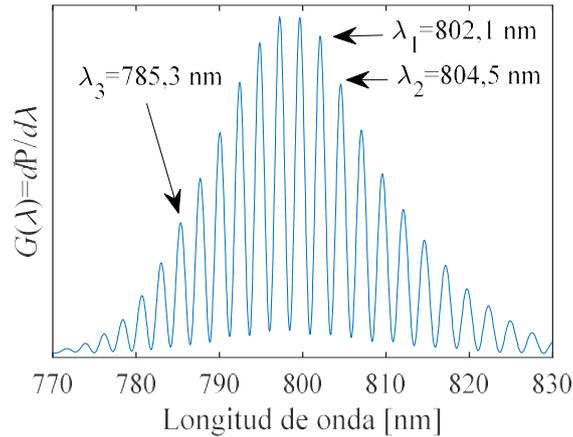


Figura 3.12. Espectro de una medición.

Sean λ_1 y λ_2 las longitudes de onda de dos máximos sucesivos como los que se muestran en la Figura 3.12 ($\lambda_1 = 802,1$ nm y $\lambda_2 = 804,5$ nm), resulta que:

$$\frac{4\pi d}{\lambda_2} + \varphi_0 + 2\pi = \frac{4\pi d}{\lambda_1} + \varphi_0$$

De la expresión anterior se puede despejar la longitud de la cavidad que en este caso es de 134,44 μm :

$$d = \frac{\lambda_2 \cdot \lambda_1}{2 \cdot (\lambda_2 - \lambda_1)} \quad 3.6$$

La precisión de la medición depende estrictamente de la capacidad para determinar λ_1 y λ_2 . Sean $\Delta\lambda_1$ y $\Delta\lambda_2$ los intervalos de confianza de λ_1 y λ_2 respectivamente, se puede aproximar el intervalo de confianza de la medición de d según:

$$\Delta d = \left| \frac{\partial d}{\partial \lambda_1} \right| \Delta \lambda_1 + \left| \frac{\partial d}{\partial \lambda_2} \right| \Delta \lambda_2 = \frac{\lambda_1^2 \Delta \lambda_2 + \lambda_2^2 \Delta \lambda_1}{2(\lambda_2 - \lambda_1)^2} \quad 3.7$$

Si se despeja la diferencia entre λ_2 y λ_1 de la ecuación 3.6 y se sustituye en la Ecuación 3.7 se llega a:

$$\Delta d = 2d^2 \cdot \left(\frac{\Delta \lambda_2}{\lambda_2^2} + \frac{\Delta \lambda_1}{\lambda_1^2} \right) \quad 3.8$$

De la Ecuación 3.8 surgen 2 conclusiones:

- La exactitud se degrada a medida que aumenta la longitud de la cavidad
- La exactitud mejora considerando los extremos a la mayor longitud de onda posible.

En consecuencia, la exactitud depende de la longitud de la cavidad y de la capacidad para detectar la posición de los picos lo cual no es fácil de determinar en aquellos casos donde por ejemplo la medición es ruidosa y se requiere de un filtrado digital.

Considerando el ejemplo de la Figura 3.12 y adoptando $\Delta\lambda_1 = \Delta\lambda_2 = 0,1 \text{ nm}$ que es la resolución espectral del espectrómetro se obtiene $\Delta d = 10,5 \text{ }\mu\text{m}$.

Una mejora de muy simple implementación es considerar por ejemplo dos máximos no consecutivos. En tal caso, si entre los máximos considerados se encuentran otros N máximos, se obtiene la longitud de la cavidad como:

$$d = \frac{(N+1) \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3}{2 \cdot (\lambda_2 - \lambda_3)} \quad 3.9$$

Haciendo el mismo análisis que en el caso anterior se llega a:

$$\Delta d = \frac{N+1}{2} \cdot \frac{\lambda_3^2 \Delta\lambda_2 + \lambda_2^2 \Delta\lambda_1}{(\lambda_2 - \lambda_3)^2} = \frac{2d^2}{N+1} \cdot \left(\frac{\Delta\lambda_2}{\lambda_2^2} + \frac{\Delta\lambda_3}{\lambda_3^2} \right) \quad 3.10$$

Resulta notable en la Ecuación 3.10 la precisión mejora en un factor de $N+1$ debido a que el error que resulta de determinar los máximos se divide en los $N+1$ intervalos entre extremos.

Para el ejemplo de la Figura 3.12 los valores de la medición y de la incerteza con $N=6$ son:

$$d = \frac{(N+1) \cdot \lambda_3 \cdot \lambda_2}{2 \cdot (\lambda_3 - \lambda_2)} = 131,61 \text{ }\mu\text{m}$$

$$\Delta d = \frac{2d^2}{N+1} \cdot \left(\frac{\Delta\lambda_3}{\lambda_3^2} + \frac{\Delta\lambda_2}{\lambda_2^2} \right) = 1,38 \text{ }\mu\text{m}$$

Comparando la resolución obtenida con la de TDI (164 nm con un láser de 1310 nm), se puede notar que en una primera aproximación la técnica temporal logra mejores resultados que la espectral. Existen diversas técnicas para recuperar la longitud de la cavidad que mejoran las resoluciones obtenidas mediante el uso de las ecuaciones 3.6 y 3.9, algunas de estas se desarrollaran en el Capítulo 4.

- Fall-off

Anteriormente se mostró que para en TDI se presenta el problema de la longitud de coherencia de la fuente el cual limita el rango dinámico de la técnica de sensado por la policromaticidad de la fuente. Este fenómeno conlleva una reducción en cuanto a la visibilidad de las franjas de interferencia que se acrecienta con el aumento de la longitud de la cavidad. Análogamente al problema de la longitud de coherencia en TDI, existe en SDI, el problema de *fall-off* [48]. Si bien en SDI es de interés que la fuente tenga el mayor ancho de banda posible, el problema radica en el espectrómetro. Considerando al espectrómetro de la Figura 3.13, el conector de fibra (1) dispone la fibra de modo que la luz pase a través de una ranura (3). La luz se refleja en un espejo colimador (4) e incide en la red de difracción (5) donde es separada espacialmente en sus componentes constitutivas con una relación entre ángulo y longitud de onda que depende de la cantidad de líneas por unidad de longitud de la red. Luego de reflejarse en un espejo plano (6) la luz incide en un arreglo de fotodetectores (CCD por su sigla en inglés *charge-coupled device*) (7) de los cuales se obtiene la potencia óptica para cada longitud de

onda. El rango dinámico del espectrómetro viene dado por: las longitudes de onda que luego de reflejarse en la red inciden en el CCD, la red de difracción y la geometría del arreglo óptico. La cantidad de detectores del CCD limitan la resolución del espectrómetro e idealmente en cada uno incide una única longitud de onda. El efecto de *fall-off* se debe a que cada fotodetector tiene un cierto ancho longitudinal en el cual se absorbe luz de un rango finito de longitudes de onda. Análogamente a TDI en el cual el ancho de banda de la fuente provoca una disminución de la visibilidad, en SDI el problema es debido al ancho de banda de cada pixel del CCD y se agrava a medida que crece la longitud de la cavidad medida ya que se hacen más abruptos los crecimientos y decrecimientos de los espectros. El efecto se agrava si se considera que la luz proveniente de la fibra óptica no está colimada produciendo superposición de longitudes de onda para cada ángulo. Aunque esto último puede disminuirse colocando una rendija muy angosta en el camino de la luz.

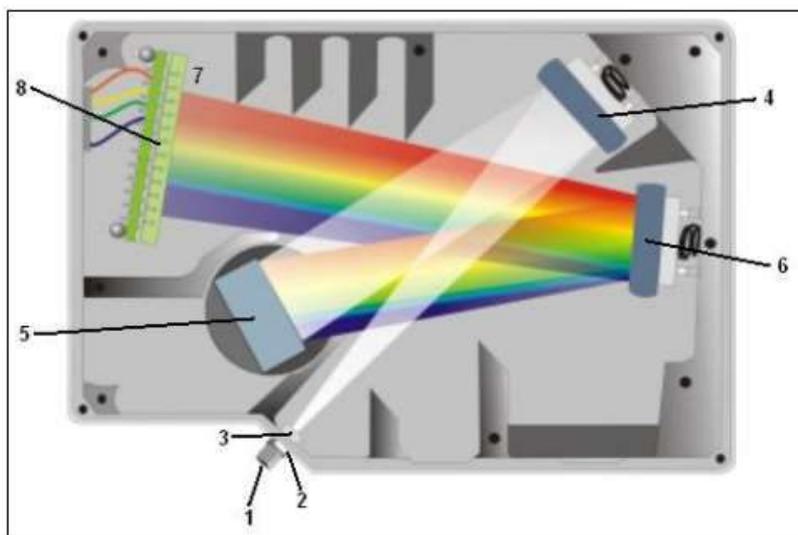


Figura 3.13. Esquema del espectrómetro Ocean Optics HR 4000 [49].

- Límite de velocidad

Hay un límite en la velocidad de la cavidad para que esta pueda ser medida mediante SDI. Cada pixel del CCD del espectrómetro es un capacitor MOS (metal oxido semiconductor) operado como fotodiodo y dispositivo de almacenamiento. Durante el tiempo de integración (ΔT_I) el dispositivo queda expuesto a la luz incidente de modo que se generan foto-electrones que cargan el capacitor MOS. El espectrómetro determina la intensidad de luz en base a la diferencia de potencial en el dispositivo debida a los fotoelectrones generados. Si durante el tiempo de integración, la intensidad varía, la medición resultante será proporcional al valor medio de la intensidad en ΔT_I .

Considerando que en un pixel del fotodiodo incide luz de una cierta longitud de onda (λ_o), la intensidad varía entre mínimo y máximo a medida que la longitud de la cavidad varía en $\lambda_o/4$. Si la cavidad durante ΔT_I cambia su magnitud, la intensidad radiada al pixel también lo hará. Esto resulta en una disminución de la visibilidad de las franjas similar al *fall-off*, pero en este caso el problema es la variación de la cavidad durante ΔT_I . Para calcular un límite de la velocidad de la cavidad que permita

obtener mediciones se adopta el siguiente criterio: durante ΔT_I la cavidad puede variar hasta 1/10 veces $\lambda_o/4$. De este modo, la velocidad máxima queda determinada por:

$$\frac{\lambda_o}{40} = v_{\max} \cdot \Delta T_I \rightarrow v_{\max} = \frac{\lambda_o}{40 \cdot \Delta T_I} \quad 3.11$$

Por ejemplo, un valor típico para el tiempo de integración de un interferómetro disparado por software puede ser $\Delta T_I = 4$ ms. Considerando una fuente óptica centrada en 800 nm la rapidez de la cavidad queda limitada en $v_{\max} = 5 \mu\text{m/s}$.

Existen espectrómetros con tiempos de integración en el orden de los microsegundos los cuales permiten medir cavidades que varían con mucha mayor velocidad, sin embargo, en esos casos la potencia óptica de la fuente pasa a ser un factor determinante ya que los espectros obtenidos pasan a tener niveles de señal más bajos porque el nivel de tensión del foto-detector es directamente proporcional a ΔT_I . Por consiguiente, si ΔT_I disminuye, la señal obtenida puede comenzar a volverse ruidosa, efecto que se mejora aumentando la potencia de la fuente óptica.

Interferómetro de doble dominio

Con el objetivo de realizar mediciones absolutas de longitud de cavidad y además mantener la resolución de las técnicas temporales se adoptó un enfoque innovador de doble dominio como el de la Figura 3.14 que permite obtener mediciones espectrales y temporales simultáneamente. Dicha configuración óptica fue aportada a la comunidad científica como una solución a aquellos casos en los que las prestaciones de cada una de las técnicas por separado no son suficientes [50].

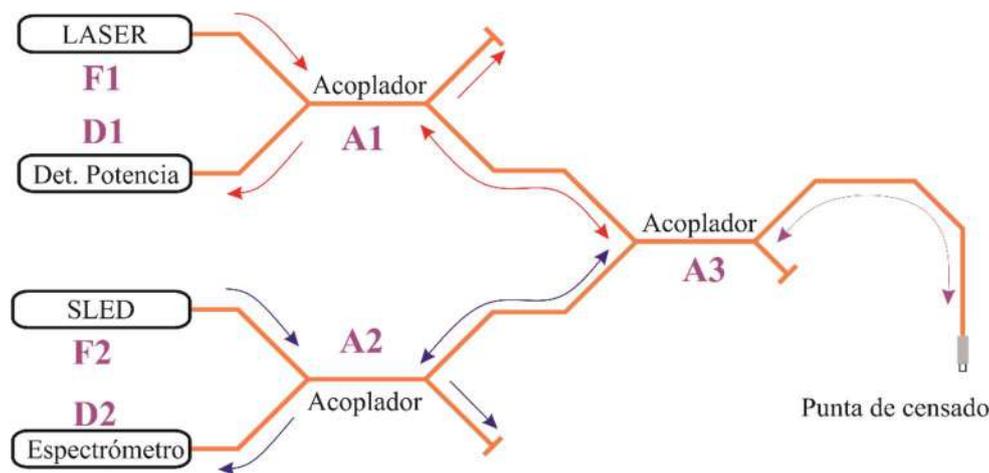


Figura 3.14. Sensor de doble dominio.

El sensor de doble dominio consta de tres acopladores ópticos Thorlabs 10202A-50. Las fuentes ópticas son un SLED con un rango espectral de 780-820 nm y la fuente monocromática es un láser de semiconductor de $\lambda_0 = 1310$ nm típico de comunicaciones. El detector de intensidad es un Thorlabs DET410 InGaAs y el espectrómetro es un Ocean Optics HR4000 configurado para operar entre 740 y 890 nm. A los extremos de fibra no utilizados se les colocó gel adaptador de índice de

refracción para evitar reflexiones parásitas. La luz se transmite desde el núcleo de la fibra al gel y del gel hacia el exterior disminuyendo notablemente las reflexiones hacia el sistema óptico.

La luz proveniente de ambas fuentes llega hasta la punta de prueba por diferentes caminos, luego de reflejarse en la cavidad vuelve en sentido contrario hasta incidir en ambos detectores. Si bien a cada detector llega luz de ambas fuentes luego de reflejarse en la cavidad, el espectrómetro no es sensible a la luz de 1310 nm tanto como el InGaAs no lo es a la de 800 nm por lo cual ambos interferómetros (TDI y SDI) están desacoplados en longitud de onda. En la Figura 3.14 se marcan en rojo (1310 nm) y azul (800 nm) la dirección de propagación de los haces de interés.

Una foto del banco óptico se puede ver en la Figura 3.15. A cada componente del banco se le asignó un nombre en concordancia con los de la Figura 3.14.

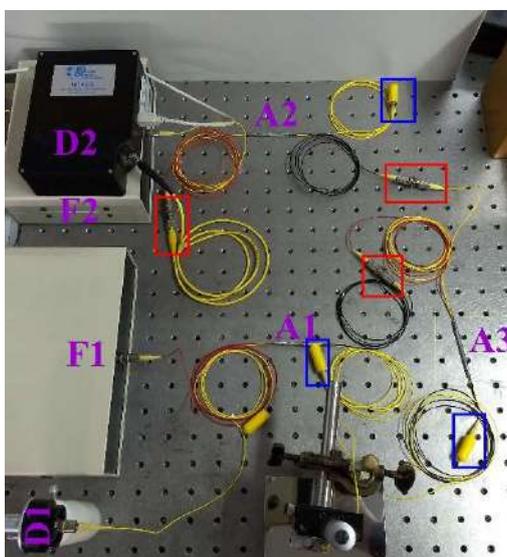


Figura 3.15. Banco óptico del interferómetro dual. F1: Láser, F2: SLED, D1: detector de potencia óptica, D2: espectrómetro, A1-3: acopladores. En azul se recuadran los extremos de fibra no utilizados y en rojo los acoples.

Si bien las fibras utilizadas en el sensor de doble dominio son multimodo para luz de 800 nm, la cantidad de modos que se acoplan son pocos y la longitud de fibra es lo suficientemente chica como para despreciar problemas de dispersión modal. En caso de pretender realizar mediciones lejos de los detectores aumentando considerablemente la longitud del tramo de fibra de la punta de prueba debe considerarse el uso de fibras que sean monomodo también para luz de 800 nm.

El esquema propuesto permite obtener de los espectros la longitud absoluta de la cavidad y por diferencia entre longitudes el sentido de desplazamiento mientras que desde el lado temporal se logra mejorar la resolución de las mediciones dinámicas al mismo tiempo que logra medir procesos con velocidades superiores a las permitidas por SDI.

Se determinan mediante SDI los momentos en los cuales aparecen cambios de sentido y la longitud inicial de la cavidad, luego, mediante TDI se obtiene la variación de la longitud de la cavidad. En la Figura 3.16 se muestra un diagrama del esquema de procesamiento.

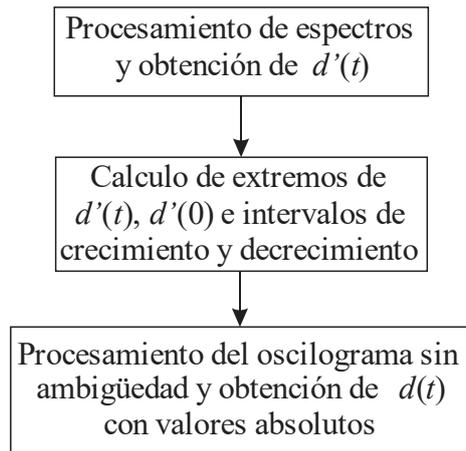


Figura 3.16. Esquema de demodulación.

Se realizaron mediciones con el esquema dual sobre la cavidad formada entre el extremo de la fibra y un actuador piezoeléctrico. La disposición del conector de fibra y el actuador se pueden ver en la foto de la Figura 3.17. El actuador piezoeléctrico es un Thorlabs 6F-607, se excitó controladamente con un *driver* de piezoeléctricos Thorlabs MDT694 al cual se ingresó con un generador de señales Hewlet Packard 33120. De este modo, la señal del generador es amplificada en tensión y corriente por el *driver* para producir deformaciones longitudinales en el actuador y así variar la longitud de la cavidad.

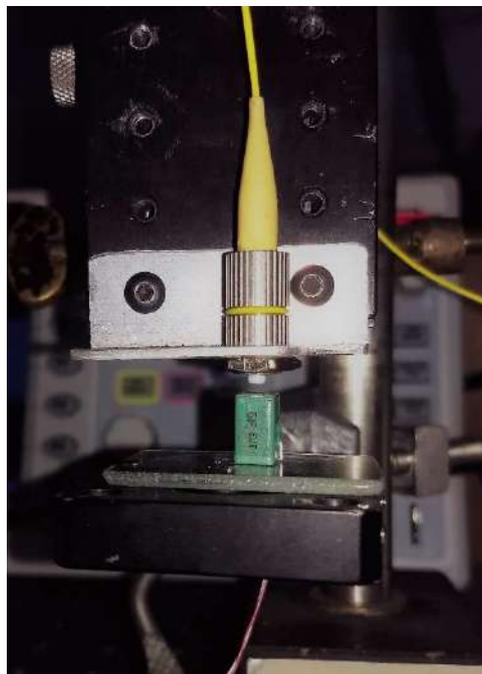


Figura 3.17. Extremo de fibra utilizado para medir la cavidad formada con el actuador piezoeléctrico.

Se obtienen espectros a 10 Hz y muestras de potencia a 1 kHz durante 16 segundos. Se utiliza un adquisidor National Instruments NI-6210 para digitalizar las señales del detector de potencia previa

amplificación de tensión (100 veces) mediante un amplificador fabricado especialmente para la aplicación. Se configura el generador de señales con una senoide de 100mHz de frecuencia y se comienza la adquisición conjunta de espectros y de la placa de adquisición. En este punto es importante la sincronización de la adquisición de ambas señales lo cual se resolvió creando una aplicación interactiva para PC capaz de manejar la adquisición de ambos instrumentos y almacenar la información.

Inicialmente se procesa mediante SDI para obtener la curva de la Figura 3.18, de esta se extraen los máximos y mínimos de la cavidad y los intervalos de crecimiento y decrecimiento.

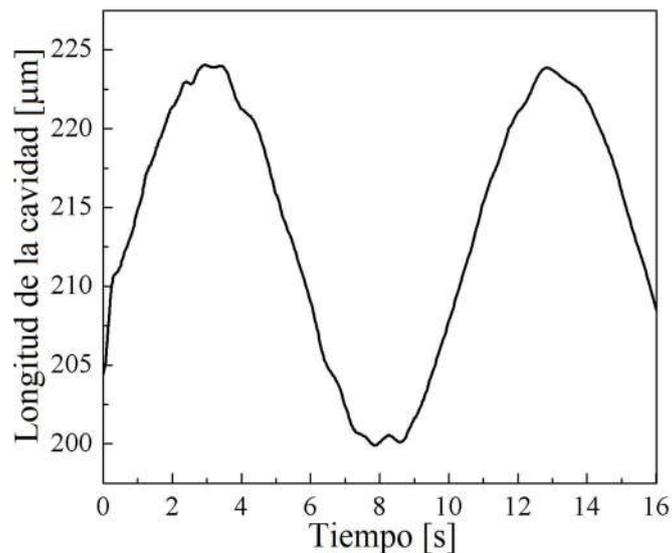


Figura 3.18. $d(t)$ obtenida mediante SDI.

El oscilograma obtenido del detector es el de la Figura 3.19. Al variar la cavidad con una dinámica sinusoidal se evidencian zonas de mayor velocidad en las que el oscilograma varía más rápido y zonas más lentas donde no solo que el oscilograma varía más lentamente, sino que además aparecen en algunos casos rotaciones de fase correspondientes a los cambios de sentido. Esto es consecuencia de que la frecuencia instantánea del oscilograma es directamente dependiente de la velocidad de la cavidad. En el entorno de $t = 8$ s se puede ver perfectamente el cambio de sentido ya que la curva se repliega a partir de un punto que está alejado de una máximo o mínimo de intensidad, sin embargo, para $t = 3$ s, al coincidir el cambio de sentido con un mínimo de intensidad es imposible determinar mediante la observación del oscilograma si la cavidad se detuvo y luego continuó con su mismo sentido o lo cambió como se comentó previamente en la página 37.

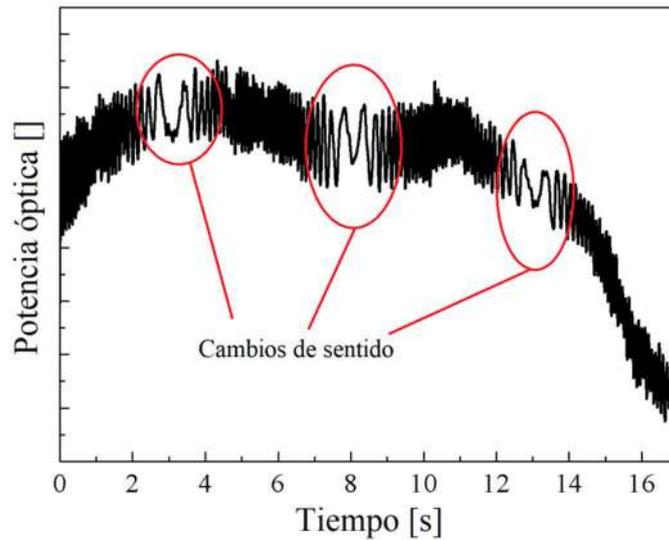


Figura 3.19. Oscilograma obtenido de una medición.

Mediante el procesamiento indicado en el esquema de la Figura 3.16, se obtiene del oscilograma la curva de la Figura 3.20 en la cual se comprueba la mejora en cuanto a la precisión respecto de la de lo obtenido mediante SDI. El procesamiento del oscilograma se realizó encontrando los máximos y mínimos de este y luego rearmando la señal $d(t)$ en base a que entre un máximo y un mínimo de intensidad hay un cambio en la cavidad de $\lambda_0/4$ como se comentó en la página 33.

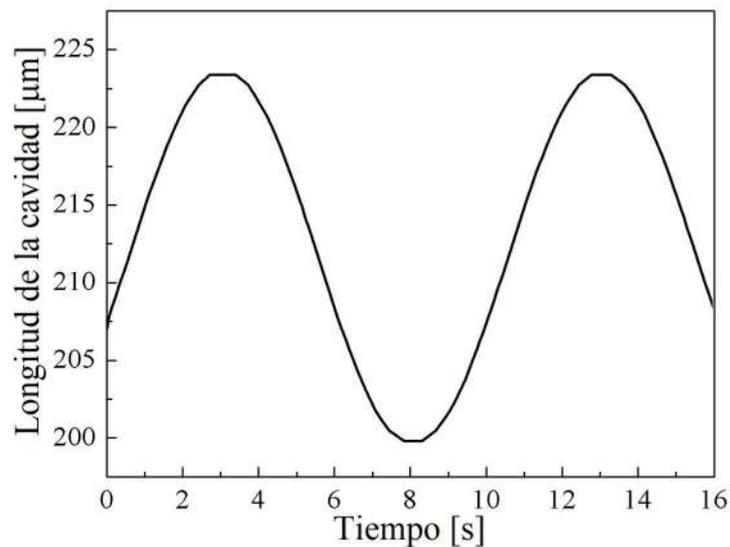


Figura 3.20. $d(t)$ obtenida mediante SDI + TDI.

Los cambios de sentido de la cavidad se vuelven más difíciles de detectar cuando la rapidez con que evoluciona la cavidad no varía. En estos casos, a diferencia del anterior, no se observan zonas en las cuales las franjas disminuyen su espaciado lo que vuelve muy difícil detectar los quiebres de fase.

Se observa este fenómeno en el oscilograma de la Figura 3.21 obtenido mediante el estudio de una cavidad que oscila triangularmente. Como la rapidez de la evolución de la cavidad es constante, la frecuencia instantánea del oscilograma también lo es. Se muestran con mayor detalle los momentos en los cuales la cavidad cambia de sentido. En el primer cuadro se puede ver que la cavidad cambia de sentido aproximadamente en $t = 6,17$ s, si bien en el detalle esto es evidente ya que se ve una quiebre de fase, en el contexto de todo el oscilograma es difícil de advertir. En el segundo cuadro, el cambio de sentido en $t = 16,17$ s es prácticamente imposible determinar contando solo con la información del interferograma al igual que el que se da en $t = 26,17$ s.

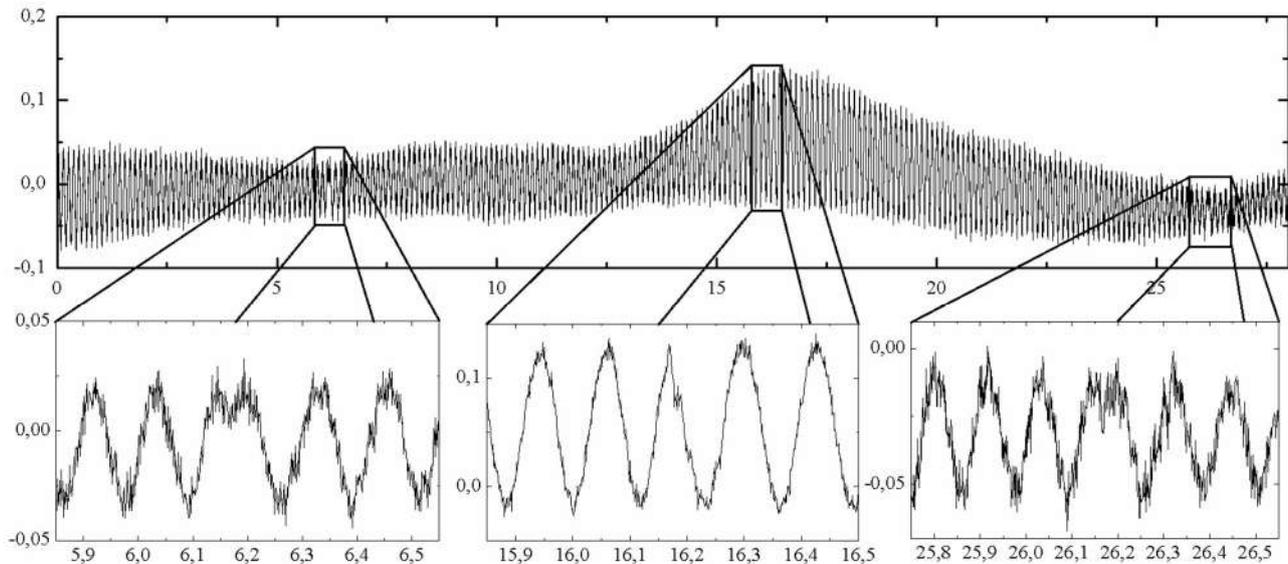


Figura 3.21. Oscilograma y detalle de los cambios de sentido.

En cambio, al analizar la curva de $d(t)$ obtenida mediante SDI, se ubican en el tiempo los cambios de sentido y los intervalos de crecimiento y decrecimiento para luego procesar el interferograma y obtener la curva de la Figura 3.22.

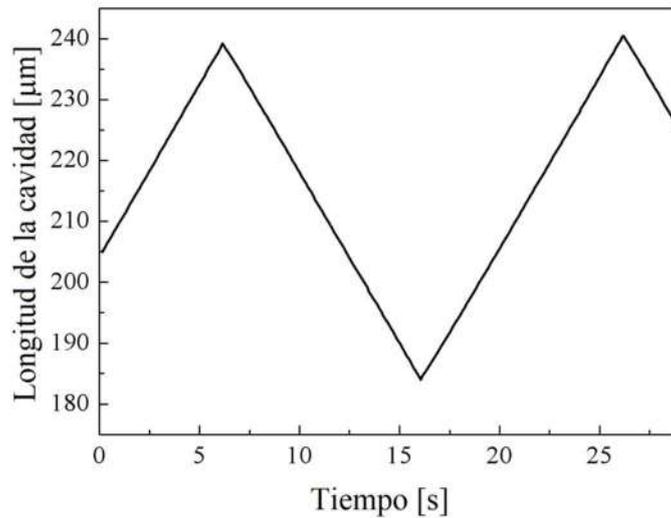


Figura 3.22. Curva de cavidad en función del tiempo obtenida mediante SDI – TDI.

El sistema armado integra los dos interferómetros (TDI y SDI) en la misma punta de prueba. Se logra la resolución de TDI evitando la ambigüedad en cuanto al sentido de desplazamiento. Además, cabe destacar que en aquellos casos en que la cavidad varíe con una velocidad a la cual sea imposible tomar mediciones de SDI, mediante la técnica de TDI se puede seguir su evolución, aunque con ambigüedad. La máxima velocidad de la cavidad permitida para una medición de TDI queda determinada por la ecuación 3.11:

$$v_{\max} = \frac{\lambda_o}{40 \cdot \Delta T_1} = 2 \mu\text{m/s}$$

La técnica de TDI además tiene el inconveniente de no poder medir cavidades que cambian de longitud instantáneamente como en el caso de mediciones perfilométricas en las cuales se desplaza lateralmente la pieza a medir como se muestra en la Figura 3.23. Si bien con el interferómetro de doble dominio no se puede medir la variación en estos casos con TDI, se puede lograrlo con SDI.

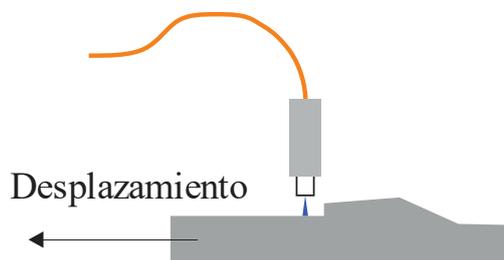


Figura 3.23. Medición de perfil.

Doble dominio con banco simple

En aquellos casos en los cuales la velocidad de la cavidad varía muy lentamente se optó por aplicar un enfoque similar al descrito anteriormente, pero sin la necesidad de duplicar el banco óptico.

Este novedoso enfoque se puede entender considerando nuevamente al interferómetro de Fizeau con un SLED y un espectrómetro como el que se muestra en la Figura 3.24 donde se mide la cavidad formada entre el conector de fibra y la superficie reflectiva montada sobre el actuador piezoeléctrico.

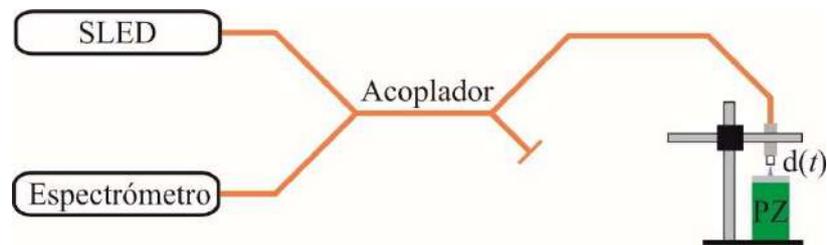


Figura 3.24. Sensor espectral. PZ: actuador piezoeléctrico.

La señal de TDI se puede obtener siguiendo temporalmente la potencia óptica de un pixel del espectrómetro. Cada pixel es un sensor de potencia el cual es irradiado con luz de cierta longitud de onda dependiendo de la ubicación del pixel en el espectrómetro.

En este caso, la longitud de coherencia de la medición no estará determinada por el ancho de banda de la fuente, sino por el ancho de banda de un pixel del espectrómetro. Este ancho de banda se puede aproximar dividiendo el ancho de banda del espectrómetro por la cantidad de pixeles, suponiendo que estos estén equiespaciados en longitud de onda, en efecto, de cada pixel se puede obtener un oscilograma.

La longitud de coherencia calculada según la ecuación 3.5 depende del factor $\lambda_0^2/\Delta\lambda$. En este nuevo esquema $\Delta\lambda$ es el ancho de banda del pixel en cuestión. En la Tabla 3.1 se muestra una comparación entre las longitudes de coherencia del láser utilizado (ThorLabs FPL1053S) y el esquema equivalente considerando un pixel del espectrómetro Ocean Optics HR400 con 3648 pixeles entre 708 y 892,3 nm.

	λ_0	$\Delta\lambda$	$L_c = \frac{2 \ln(2)}{\pi} \cdot \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda}$
Láser (FPL1053S)	1310 nm	5 nm	151,45 μm
Espectrómetro HR4000 3648p	800 nm	$\frac{184.3 \text{ nm}}{3648} = 50,5 \text{ pm}$	5,6 mm

Tabla 3.1. Comparación de longitudes de coherencia.

Cabe destacar que, en el caso del espectrómetro, λ_0 corresponde a la longitud de onda del pixel del cual se obtiene el oscilograma. En este ejemplo se utilizó 800 nm porque la longitud de onda central del SLED utilizado y por lo tanto la longitud de onda de mayor densidad espectral de potencia.

Cuando se obtienen oscilogramas siguiendo un pixel del espectrómetro, la frecuencia a la que se adquieren los puntos es la misma con la que se adquieren los espectros. Esta frecuencia, es mucho menor a la que se puede alcanzar cuando se muestrea mediante un conversor analógico-digital la salida

de un fotodetector. Con el fin de poder determinar la relación que debe existir entre la frecuencia de adquisición de los espectros y el movimiento de la cavidad para que se pueda utilizar este esquema y obtener mediciones exitosas se realizó el siguiente análisis:

Según se describió anteriormente (ecuación 3.1) la potencia normalizada viene dada por:

$$P_N(d) = 1 + V \cdot \cos\left(\frac{4\pi d}{\lambda_0} + \varphi_0\right) \quad 3.12$$

En la ecuación 3.12, λ_0 es la longitud de onda central de un pixel cualquiera del espectrómetro. Considerando que la cavidad varía con el tiempo por lo que $d = d(t)$, además, se puede separar por filtrado o por cualquier técnica de sustracción de línea base el término estático de la potencia normalizada para llegar a:

$$I_f(t) = V \cdot \cos\left[\frac{4\pi}{\lambda_0} \cdot d(t) + \varphi_0\right] \quad 3.13$$

La Ecuación 3.13 muestra la función que resta analizar para obtener $d(t)$ cuando varía con el tiempo. $d(t)$ oscila sinusoidalmente con amplitud A_d y frecuencia f_d siendo su valor medio d_0 . Se puede expresar $d(t)$ como:

$$d(t) = d_0 + A_d \cos(2\pi \cdot f_d \cdot t) \quad 3.14$$

Remplazando la Ecuación 3.14 en la Ecuación 3.13 se llega a:

$$I_f(t) = V \cdot \cos\left[\frac{4\pi \cdot d_0}{\lambda_0} + \frac{4\pi \cdot A_d}{\lambda_0} \cdot \cos(2\pi \cdot f_d \cdot t) + \varphi_0\right] \quad 3.15$$

Expandiendo el coseno de la suma en suma de productos de senos y cosenos:

$$I_f(t) = V \cdot \{ \cos(\kappa \cdot d_0 / A_d + \varphi_0) \cos[\kappa \cdot \cos(2\pi \cdot f_d \cdot t)] - \sin(\kappa \cdot d_0 / A_d + \varphi_0) \sin[\kappa \cdot \cos(2\pi \cdot f_d \cdot t)] \} \quad 3.16$$

donde $\kappa = 4\pi A_d / \lambda_0$. La Ecuación 3.16 se puede reescribir en forma de una sumatoria de sinusoides con frecuencias que sean múltiplos de f_d . Esta sumatoria se desarrolla en la Ecuación 3.17 donde $J_n(\kappa)$ es el n-esimo coeficiente de Bessel de primera especie con parámetro κ .

$$I_f(t) = V \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\kappa) \cos[2\pi(n \cdot f_d)t + \kappa \cdot d_0 / A_d + \varphi_0] \quad 3.17$$

De acuerdo a la Ecuación 3.17, $I_f(t)$ es la suma de infinitas sinusoides equiespaciadas en frecuencia. Sin embargo, cuando el valor del parámetro κ es mucho mayor a la unidad los coeficientes de Bessel de primera especie decrecen rápidamente en magnitud a partir de cierto valor de n . El valor de n para el cual decrece el módulo de $J_n(\kappa)$ depende de κ .

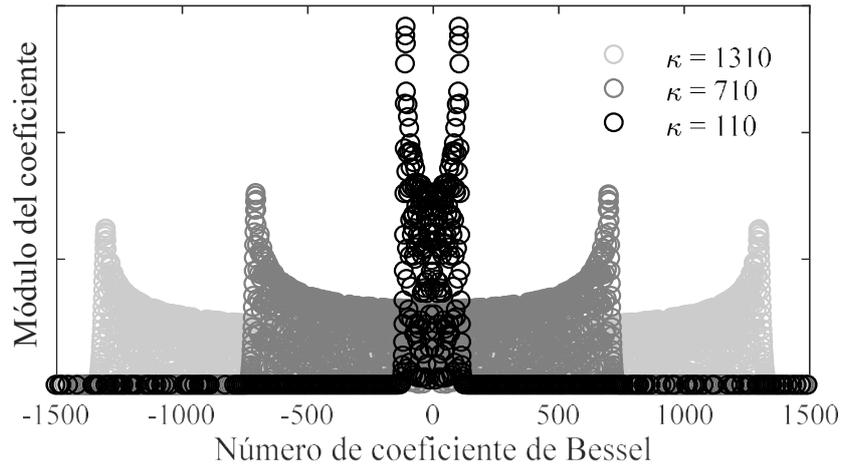


Figura 3.25. Módulo de los coeficientes de Bessel de primera especie para diferentes valores de κ : 1310 (negro), 710 (gris claro) y 110 (gris oscuro).

La Figura 3.25 muestra el módulo de los coeficientes de Bessel en función del número de coeficiente para tres valores diferentes del parámetro κ . Allí se puede notar como a partir de cierto valor de n , el módulo de los $J_n(\kappa)$ disminuye drásticamente. Además, el valor de n a partir del cual esto ocurre depende directamente de κ . Se puede aproximar $I_f(t)$ como:

$$I_f(t) \approx V \cdot \sum_{n=-N}^N J_n(\kappa) \cos[2\pi(n \cdot f_d)t + \kappa \cdot d_0 / A_d + \varphi_0] \quad 3.18$$

En la Ecuación 3.18, N es el número de coeficientes positivos y negativos representativos. Un criterio para determinar N es poner una cota a la proporción de energía de la señal original que debe contener la señal aproximada.

En particular, la señal aproximada contiene el 98% de la energía de la señal original si $N = \kappa$. En consecuencia, $I_f(t)$ tiene $2\kappa+1$ términos y componentes frecuenciales que limitan su ancho de banda hasta κf_d . Esto coincide con el criterio de Carlson para determinar el ancho de banda de señales moduladas en fase (PM) en el área de comunicaciones [51]. Desde el punto de vista de las comunicaciones, $I_f(t)$ es una señal de PM sin portadora, por lo cual, el ancho de banda de $I_f(t)$ es de la mitad del de una señal de PM con portadora por estar en banda base. Finalmente, el ancho de banda de $I_f(t)$ se puede aproximar de la siguiente manera:

$$AB \approx N \cdot f_d = \kappa \cdot f_d = \frac{4\pi}{\lambda_0} A_d f_d \quad 3.19$$

Se puede lograr un mayor entendimiento de lo que representa la Ecuación 3.19 si se analiza el argumento del coseno de la Ecuación 3.15 y se lo deriva respecto del tiempo:

$$\begin{aligned}\phi(t) &= \frac{4\pi \cdot d_0}{\lambda_0} + \varphi_0 + \frac{4\pi \cdot A_d}{\lambda_0} \cdot \cos(2\pi \cdot f_d \cdot t) \\ \omega(t) &= \frac{d\phi}{dt} = -\frac{4\pi \cdot A_d}{\lambda_0} 2\pi \cdot f_d \sin(2\pi \cdot f_d \cdot t) \\ \omega_{\max} &= \left| \frac{d\phi}{dt} \right|_{\max} = 2\pi \cdot \frac{4\pi \cdot A_d}{\lambda_0} \cdot f_d\end{aligned}\tag{3.20}$$

De la Ecuación 3.20 se concluye que la máxima frecuencia instantánea que puede tener $I_f(t)$ coincide con el ancho de banda determinado en la Ecuación 3.19.

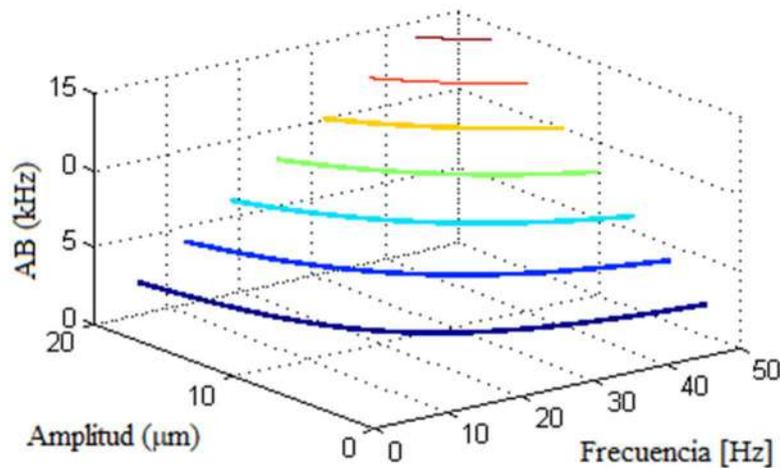


Figura 3.26. Ancho de banda del oscilograma en función de la amplitud y la frecuencia de la vibración cuando la amplitud es mayor a la longitud de onda.

En los casos en que $\kappa \ll 1$ el análisis es más sencillo porque el argumento varía mínimamente en el entorno de $4\pi d_0/\lambda_0$ por lo que se puede considerar lineal la transferencia del coseno, de este modo el ancho de banda de la vibración es aproximadamente igual al ancho de banda del oscilograma ($AB \approx f_d$). De modo gráfico se puede ver este concepto en la Figura 3.2 donde el oscilograma correspondiente a una cavidad que varía con muy baja amplitud tiene la misma frecuencia que la dinámica de la cavidad y el correspondiente a una cavidad de mayor amplitud tiene una frecuencia que es la de la cavidad aumentada en $4\pi A_d/\lambda_0$ veces.

El teorema de Nyquist demuestra que se puede replicar con exactitud una forma de onda que fue muestreada, mediante la utilización de un filtro pasa bajos ideal si se adquirieron las muestras con una frecuencia (f_s) de al menos dos veces la máxima frecuencia del espectro de la señal original. En consecuencia, la frecuencia de adquisición de los espectros que nos permite obtener oscilogramas del seguimiento de un pixel, se puede relacionar con el ancho de banda de los oscilogramas encontrado anteriormente. Como el ancho de banda encontrado es aproximado, en la práctica se obtuvieron buenos resultados siempre que $f_s > 3AB$ [52]. En resumen:

$$f_s \geq \begin{cases} \frac{12\pi A_d}{\lambda_0} f_d & \text{si } A_d \geq \frac{\lambda_0}{4\pi} \\ 3f_d & \text{si } A_d \leq \frac{\lambda_0}{4\pi} \end{cases} \quad 3.21$$

Para verificar el funcionamiento de la técnica propuesta se realizaron mediciones sobre una superficie metálica reflectiva montada sobre el mismo actuador piezoeléctrico del esquema anterior. Se utilizó una superficie de mayor longitud que el piezoeléctrico de modo de poder realizar una medición con una punta de prueba por encima y otra por debajo de la placa. La punta de prueba que se encuentra arriba de la superficie corresponde a la del esquema propuesto y la que está por debajo corresponde a un esquema de TDI con un láser de semiconductor centrado en 1310nm y un detector Thorlabs DET410 para usar como referencia. En ambos interferómetros se utiliza un acoplador 50:50 donde las ramas no utilizadas se tratan en sus extremos con gel adaptador de índice de refracción para evitar reflexiones parásitas. El esquema de referencia (TDI) es el mismo utilizado en trabajos anteriores [8,9,53,54] estando su funcionamiento ampliamente difundido y verificado. Un esquema del banco descripto se muestra en la Figura 3.27.

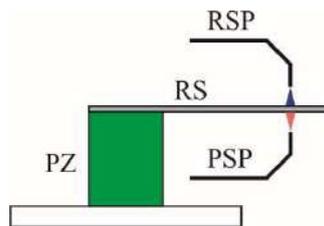


Figura 3.27. Banco de medición.

El interferómetro del esquema bajo estudio tiene como fuente un SLED centrado en 800nm con un rango espectral de 40 nm. El espectrómetro es un Ocean Optics HR4000 con el que se adquirieron espectros durante 20 segundos a 125 espectros por segundo. Con el sistema de referencia se obtuvieron muestras a 10 ks durante el mismo período de tiempo. Ambas adquisiciones se sincronizaron y realizaron con la misma PC mediante un software programado exclusivamente para la aplicación.

En la Figura 3.28 se muestran los oscilogramas obtenidos. El oscilograma que se muestra en amarillo corresponde a la adquisición realizada por el detector de intensidad y tiene asociada una longitud de onda de 1310 nm mientras que, en violeta y en verde se muestran dos oscilogramas obtenidos de la evolución temporal de la lectura de dos pixeles del espectrómetro: 794 nm y 799 nm respectivamente. Las amplitudes de las tres curvas se modificaron para su mejor visualización ya que la información no depende de sus valores absolutos. La ubicación del valor medio también fue modificada de modo que las curvas no se superpongan.

Si bien no se puede apreciar en la Figura 3.28 por las modificaciones realizadas en el gráfico, los oscilogramas obtenidos con información del espectrómetro tienen un valor de visibilidad (V) más alto que la referencia por la mayor longitud de coherencia de del sistema.

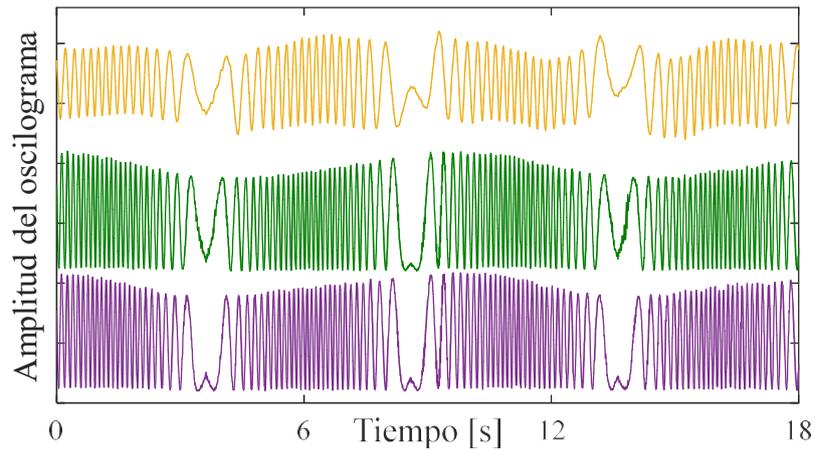


Figura 3.28. Oscilogramas obtenidos con el sensor de referencia (amarillo) y siguiendo dos pixeles del espectrómetro (verde y violeta).

Con este esquema, los cambios de sentido se pueden obtener por SDI o por TDI ya que si en un oscilograma como el representado en verde en la Figura 3.28 es imposible determinar la existencia de un cambio de sentido, se puede verificar en otro de una diferente longitud de onda (violeta).

Luego de procesar los oscilogramas y los espectros se muestran en la Figura 3.29 las curvas obtenidas. En azul se presenta la cavidad en función del tiempo según la técnica de SDI. En amarillo se muestra la cavidad en función del tiempo obtenida del oscilograma del sistema de referencia y en rojo la del oscilograma de 794 nm. Cabe destacar que las curvas de TDI (rojo y amarillo) se desplazaron de modo de superponerlas con la de SDI ya que no tienen un valor absoluto de longitud de cavidad. Si bien es evidente en la Figura 3.29 la mejor resolución de las curvas de TDI respecto de las de SDI, esta última brinda información del valor absoluto de la cavidad y de los cambios de sentido que se utilizaron para procesar TDI por lo cual las curvas presentadas en negro y amarillo son una combinación de las dos técnicas (TDI+SDI) como se describió anteriormente. Finalmente, resulta notable en la Figura 3.29 la similitud entre la curva obtenida por el sistema propuesto y el de referencia.

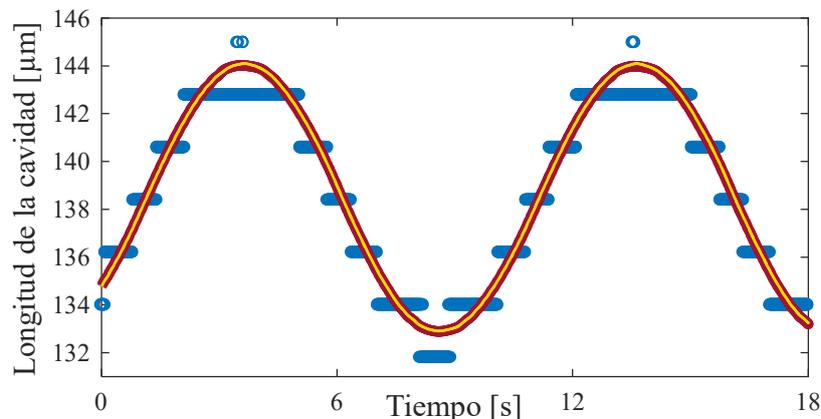


Figura 3.29. Longitud de la cavidad en función del tiempo obtenida mediante FD-SDI (azul), el sistema de referencia (negro) y el sistema propuesto (amarillo).

Capítulo 4 - Procesamiento de señales interferométricas.

Existen una gran diversidad de técnicas de procesamiento digital de señales aplicables al problema de las mediciones interferométricas o bien desarrolladas exclusivamente para ello con diferentes características en cuanto a la resolución de la medición, el tiempo de procesamiento y la inmunidad de la medición frente al ruido.

Depende de la aplicación del sistema de medición la elección del método de procesamiento [40,55]. Si se desea obtener mediciones en tiempo real se priorizarán aquellas técnicas que minimicen la cantidad de operaciones para aumentar la velocidad de cálculo. Sin embargo, en ocasiones se necesita obtener alta resolución de una medición ya realizada y se puede dedicar algunos minutos a procesar la señal.

En el caso de TDI, los oscilogramas cuentan con la información de la evolución de la cavidad en la fase de la señal. Por ello, las técnicas de procesamiento utilizadas se enfocan directamente en esta característica. Por otro lado, los espectros obtenidos en IDE tienen la información de la longitud de la cavidad dentro del argumento de un coseno al cual se le agrega una componente de valor medio y es modulado por la fuente óptica.

Las técnicas de procesamiento de espectros de IDE se pueden separar en dos grandes grupos. Por un lado, se encuentran las técnicas que buscan hallar la frecuencia de la señal armónica como, por ejemplo, la búsqueda del pico máximo de la transformada de Fourier del espectro [31] o el cálculo de la frecuencia en base a la consideración de dos máximos consecutivos en el espectro [56]. Además, se desarrollaron técnicas que tienen en cuenta más de dos máximos [57] o todo el espectro [58]. Por otro lado, se encuentran aquellos métodos enfocados en la fase del espectro: entre estas técnicas se destaca el seguimiento de un pico del espectro conociendo su número de orden [40,59].

En el siguiente capítulo se describen especialmente las técnicas digitales utilizadas para el procesamiento de las señales obtenidas de los diferentes sistemas de medición que pueden consistir en espectros u oscilogramas.

Transformada de Fourier para el procesamiento de espectros

La transformada de Fourier (TF) como herramienta matemática del análisis armónico está ampliamente difundida y se utiliza en una innumerable cantidad de áreas como la ingeniería, la medicina, el procesamiento de imágenes y de audio. Como la bibliografía al respecto es sumamente abundante a continuación se hace un desarrollo enfocado directamente en el procesamiento de espectros de SDI considerando las limitaciones prácticas y diferentes métodos para optimizar los resultados.

- TF de funciones continuas

La TF transforma una función de dominio continuo $x(t)$ en otra función $X(\omega)$ también de dominio continuo según la relación:

$$X(\omega) = F \{x(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot e^{-i\omega t} dt \quad 4.1$$

Si la función $x(t)$ es real entonces se puede demostrar que $X(\omega) = X^*(-\omega)$.

Al ser $X(\omega) = X^*(-\omega)$ se cumplen las siguientes relaciones entre los módulos y las fases:

$$|X(\omega)| = |X(-\omega)| \quad \underline{X(\omega)} = -\underline{X(-\omega)} \quad 4.2$$

En la Ecuación 4.2, $\underline{X(\omega)}$ representa el argumento o fase de $X(\omega)$.

La función $x(t)$ se puede obtener de $X(\omega)$ utilizando lo que se denomina la transformada inversa de Fourier (TIF):

$$x(t) = F^{-1} \{X(\omega)\} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) \cdot e^{i\omega t} d\omega \quad 4.3$$

Considerando que $x(t)$ es una función real se opera sobre la expresión de la Ecuación 4.3 haciendo uso de lo descrito en la Ecuación 4.2:

$$\begin{aligned} x(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) \cdot e^{i\omega t} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} (X(\omega) \cdot e^{i\omega t} + X^*(\omega) \cdot e^{-i\omega t}) \cdot d\omega = \\ & \frac{1}{2\pi} \int_0^{\infty} |X(\omega)| \cdot (e^{i(\omega t + \underline{X(\omega)})} + e^{-i(\omega t + \underline{X(\omega)})}) \cdot d\omega = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} |X(\omega)| \cdot \cos(\omega t + \underline{X(\omega)}) \cdot d\omega \end{aligned} \quad 4.4$$

La expresión de la Ecuación 4.4 nos permite entender a la TF como una descomposición de $x(t)$ en infinitos cosenos de frecuencia angular ω , amplitud $|X(\omega)|/\pi$ y fase inicial $\underline{X(\omega)}$.

En base a que $X(\omega) = X^*(-\omega)$ para una señal real, basta contar con la información de $X(\omega)$ para valores de ω positivos para poder reconstruir $x(t)$. Por esta razón es que se suele trabajar con la transformada unilateral de Fourier que no es más que la transformada para valores positivos de ω .

Cabe destacar que la TF cumple con el principio de linealidad, por lo cual:

$$F \{a \cdot x_1(t) + b \cdot x_2(t)\} = a \cdot F \{x_1(t)\} + b \cdot F \{x_2(t)\} \quad 4.5$$

- TF de señales periódicas

Siendo $x(t)$ una función periódica de período T_0 puede escribirse en términos de su desarrollo según la serie de Fourier como:

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x' \left(n \cdot \frac{2\pi}{T_0} \right) \cdot e^{jn\omega_0 t} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x'(n \cdot \omega_0) \cdot e^{jn\omega_0 t} \quad 4.6$$

En la Ecuación 4.6, $\omega_0 = 2\pi/T_0$ es la frecuencia angular de la señal y $x'(n \cdot \omega_0)$ son los coeficientes complejos de la serie de Fourier. Sustituyendo lo obtenido en 4.6 en la ecuación 4.1 y aplicando la propiedad de linealidad de la TF se puede llegar a:

$$X(\omega) = F \{ x(t) \} = F \left\{ \sum_{n=-\infty}^{\infty} x'(n \cdot \omega_0) \cdot e^{jn\omega_0 t} \right\} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h'(n \cdot \omega_0) \cdot F \{ e^{jn\omega_0 t} \} \quad 4.7$$

$$X(\omega) = 2\pi \sum_{n=-\infty}^{\infty} x'(n \cdot \omega_0) \cdot \delta(\omega - n \cdot \omega_0)$$

En la Ecuación 4.7 se puede ver que la TF de una función periódica consiste en una serie de deltas de Dirac espaciadas en ω cada $\omega_0 = 2\pi/T_0$. El peso de las deltas coincide con los módulos de los coeficientes de Fourier. Por ejemplo, a la izquierda de la Figura 4.1 se puede ver una señal periódica de período 1 y a la derecha la amplitud de su TF que consiste en deltas espaciadas cada 2π , el peso de cada delta está representado en el eje de las ordenadas.

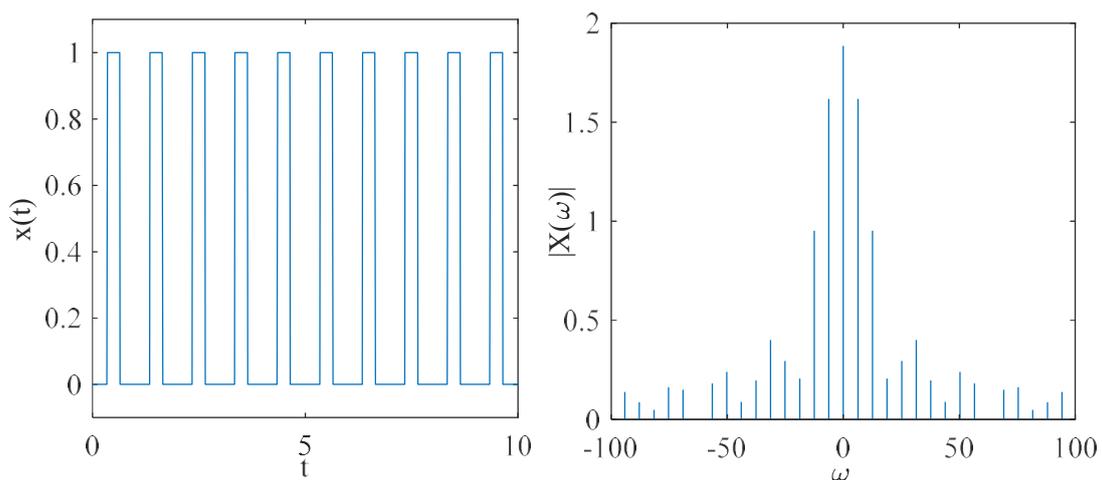


Figura 4.1. Tren de pulsos y el módulo de su TF.

Por otro lado, dada una señal no periódica como puede ser la de la izquierda de la Figura 4.2, su TF está distribuida de manera continua en el espectro.

En los dos ejemplos anteriores se puede notar que el módulo de la TF es una función par como consecuencia de que $X(\omega) = X^*(-\omega)$. En cuanto a el módulo de la TF de la Figura 4.2, se puede ver que el coeficiente $X(0) = 0$ ya que $x(t)$ tiene valor medio nulo.

Si se compara la función a la izquierda de la Figura 4.3 con la de la Figura 4.2, se puede notar cierta similitud en cuanto a que están compuestas por un pulso positivo seguido por uno negativo de igual amplitud. La principal diferencia que se observa es que el ancho de los pulsos de la Figura 4.3 es menor que el de los de la primera. Esto último lleva a que la distribución de su TF alcance frecuencias más altas como consecuencia del aumento de las pendientes de la curva (velocidad).

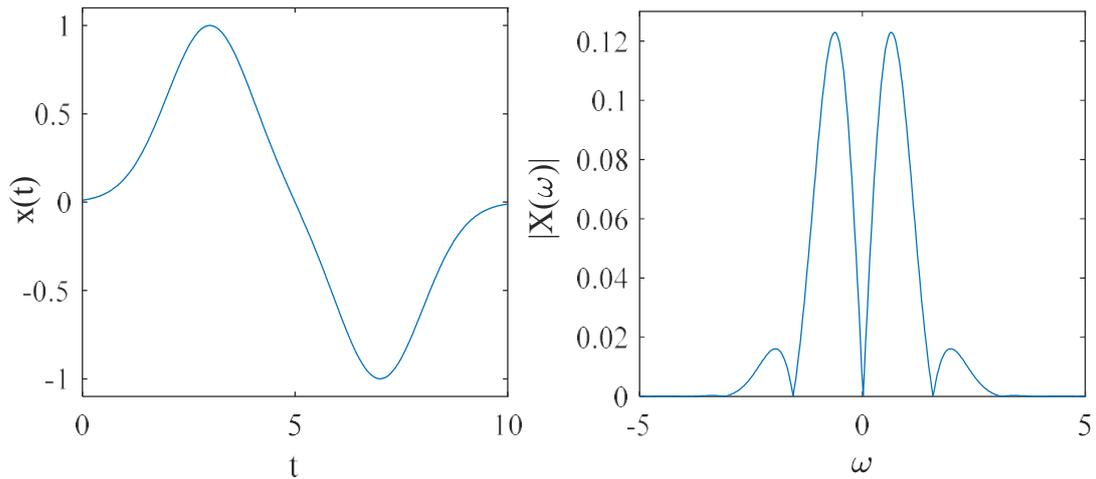


Figura 4.2. Doble pulso gaussiano y el módulo de su TF.

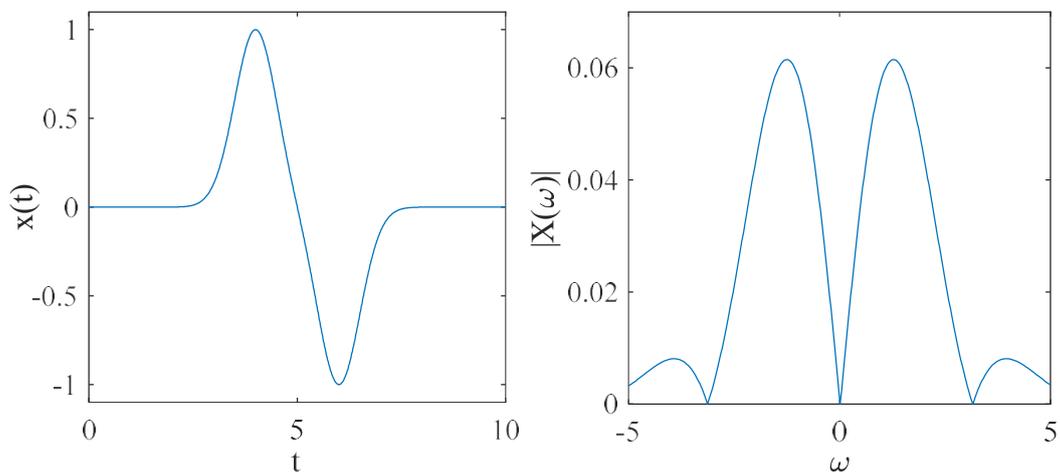


Figura 4.3. Doble pulso gaussiano de menor varianza y el módulo de su TF.

Si bien la TF como se presentó relaciona una señal de dominio temporal t y otra de dominio frecuencial ω , es una transformación matemática que puede aplicarse a señales continuas de cualquier naturaleza mientras seas integrables Lebesgue.

- Transformada de Fourier de tiempo discreto y transformada discreta de Fourier

La TF como se definió anteriormente transforma una señal de dominio continuo en otra de dominio continuo. Además, mediante la TIF permite obtener la señal original en base a su transformada. Existe un inconveniente que se evidencia al pretender utilizar la TF en el procesamiento digital de señales y es que, al tener la información almacenada de manera digital, la señales ya no son de dominio continuo. A las señales digitales o digitalizadas, por ser de dominio discreto se las suele denominar secuencias.

La descomposición de una secuencia en componentes frecuenciales se puede realizar a través de la serie de Fourier (SF) en aquellos casos en que la secuencia sea periódica como se verá a continuación, pero esto limita el rango de aplicación de la técnica. Se define por lo tanto la transformada de Fourier en tiempo discreto (TFTD) para poder realizar un estudio de las componentes constitutivas de una secuencia. La TFTD transforma una secuencia (dominio discreto) en otra de dominio continuo.

Análogamente a la TFTD existe la TFTD inversa que permite obtener la secuencia original a partir de la transformada pero que tampoco se puede implementar digitalmente porque no se puede almacenar la señal transformada por ser de dominio continuo. Sin embargo, si se la digitaliza apropiadamente se puede reconstruir una secuencia similar a la original, aunque nunca exactamente igual. Es allí donde comienza un balance entre la precisión de la reconstrucción, el espacio en memoria y el tiempo de procesamiento.

Para obtener una transformación que de una idea de las componentes frecuenciales de una secuencia y permita obtener la secuencia original a partir de la transformada es que se utiliza la transformada discreta de Fourier (TDF). La TDF transforma una secuencia en otra y mediante la transformada discreta de Fourier inversa (TDFI) se puede reconstruir exactamente la secuencia original en base a la secuencia transformada. Cabe destacar que a diferencia de la TFTD la TDF no representa exactamente la descomposición frecuencial de la señal original, pero sin embargo, permite realizar un análisis espectral teniendo en cuenta ciertas consideraciones.

Serie de Fourier (secuencias periódicas)

Sea una secuencia periódica $h[n]$ con período N ($h[n] = h[n+N]$) se la puede representar como una combinación de exponenciales según la serie de Fourier (SF):

$$h[n] = \sum_{k=0}^{N-1} a_k e^{jk(2\pi/N)n} \quad 4.8$$

En la Ecuación 4.8 los coeficientes a_k son los coeficientes de la SF que se pueden obtener mediante:

$$a_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} h[n] e^{-jk(2\pi/N)n} \quad 4.9$$

La SF no tiene problemas de convergencia, por lo cual cualquier secuencia de período N puede representarse mediante una combinación lineal de N exponenciales complejas. Hay una relación unívoca entre la SF y la serie que le da origen.

Transformada de Fourier de tiempo discreto (TFTD)

Sea $h[n]$ una secuencia no periódica, pero de duración finita de modo que $h[n] = 0$ si el módulo de n es mayor a algún N_1 , se puede generar una secuencia periódica $h'[n]$ de extensión infinita con período $N_0 > 2N_1$ como se muestra en la Figura 4.4.

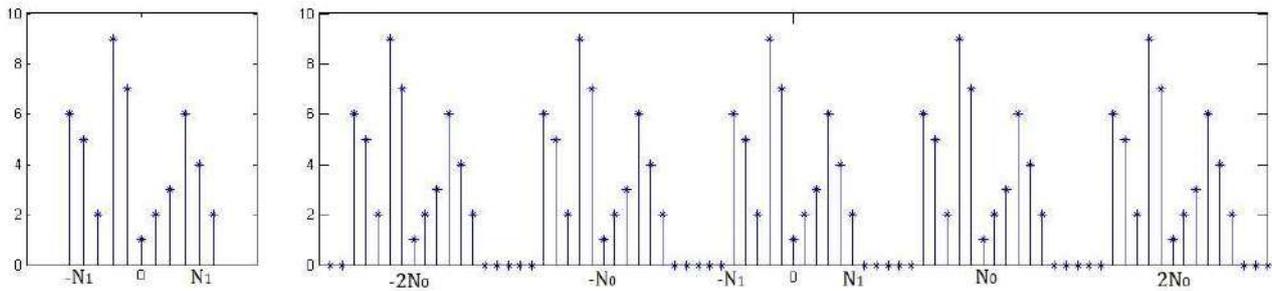


Figura 4.4. a) Serie aperiódica $h[n]$. b) Serie periódica $h'[n]$.

La secuencia $h'[n]$ se puede expresar en términos de una SF por ser periódica de período N_0 . La serie discreta de Fourier y sus coeficientes quedan determinados según una sumatoria donde el parámetro toma N_0 valores sucesivos (expresado con la notación $k = \langle N_0 \rangle$):

$$h'[n] = \sum_{k=\langle N_0 \rangle} a_k e^{jk\Omega_0 n} \quad 4.10$$

$$a_k = \frac{1}{N_0} \sum_{n=\langle N_0 \rangle} h'[n] e^{-jk\Omega_0 n}$$

Para llegar a la ecuación 4.10 se definió $\Omega_0 \triangleq 2\pi / N_0$. Si bien en el cálculo de los coeficientes de la serie hay planteada una sumatoria de N_0 términos, resulta ser que en ese rango $h'[n]$ solo tiene $2N_1+1$ valores no nulos (los coincidentes con $h[n]$). Luego, se pueden expresar los coeficientes de la SF de $h'[n]$ en función de la serie $h[n]$:

$$h'[n] = \sum_{k=\langle N_0 \rangle} a_k e^{jk\Omega_0 n} \quad 4.11$$

$$a_k = \frac{1}{N_0} \sum_{n=-N_1}^{N_1} h[n] e^{-jk\Omega_0 n} = \frac{1}{N_0} \sum_{n=-\infty}^{\infty} h[n] e^{-jk\Omega_0 n}$$

Se define al producto $H(\Omega)$ de modo que $N_0 a_k$ se obtenga de evaluar $H(k \cdot \Omega_0)$:

$$H(\Omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h[n] e^{-jn\Omega} \quad 4.12$$

$$a_k = \frac{1}{N_0} H(k \cdot \Omega_0)$$

Se expresa a la serie $h'[n]$ en función de $H(\Omega)$ reemplazando la definición de la ecuación 4.12 en la ecuación 4.11:

$$h'[n] = \sum_{k=\langle N_0 \rangle} \frac{1}{N_0} H(k\Omega_0) e^{jk\Omega_0 n} = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=\langle N_0 \rangle} H(k\Omega_0) \cdot e^{jk\Omega_0 n} \cdot \Omega_0 \quad 4.13$$

Si se hace tender N_0 a infinito, $h[n]$ y $h'[n]$ pasan a iguales. En este caso Ω_0 se vuelve infinitesimal y la sumatoria de la Ecuación 4.13 se convierte en una integral. Como k toma N_0 valores

enteros sucesivos y dada la relación $\Omega_0 \triangleq 2\pi/N_0$, la integral en Ω queda definida en un intervalo de 2π . De este modo queda expresada la TFTD y la TIFTD:

$$H(\Omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h[n]e^{-j\Omega n} \tag{4.14}$$

$$h[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} H(\Omega)e^{j\Omega n} d\Omega$$

La TFTD ($H(\Omega)$) es una función compleja de dominio continuo que al igual que la TF para señales continuas, se puede demostrar que si $h[n]$ es real $H(\Omega) = H^*(-\Omega)$ siendo la TFTD continua y periódica de período 2π . En la Figura 4.5 se muestra una serie correspondiente a un pulso de amplitud unitaria con nueve coeficientes no nulos y la amplitud de su TFTD. Allí se puede ver el carácter periódico de TFTD.

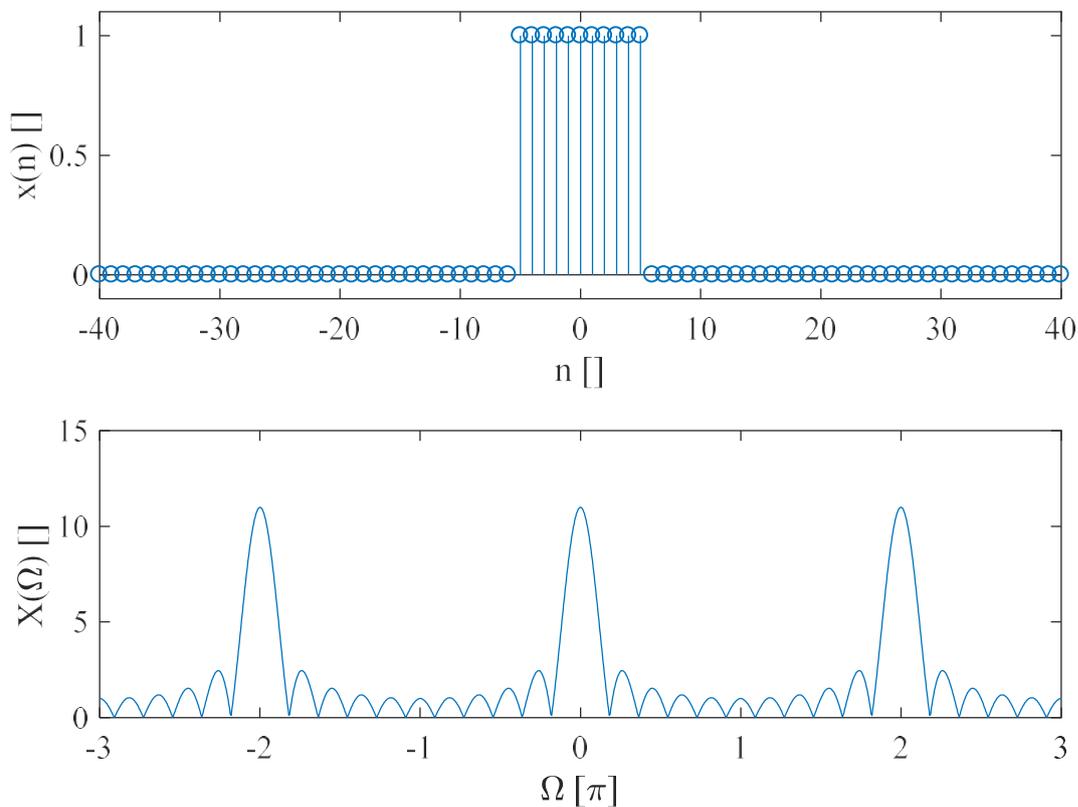


Figura 4.5. Serie pulso unitario y el módulo de su TFTD.

Cabe destacar que para secuencias periódicas la TDTF coincide con la SF por lo que el espectro de Fourier es discreto con valores separados cada $2\pi/N$ siendo N el período fundamental de la secuencia.

En la Figura 4.6 se muestran dos graficas: la superior corresponde a una secuencia cuya ley de formación es sinusoidal con período $N = 20$ y la inferior el módulo de la TFTD de la secuencia. Se

puede ver que el espectro de frecuencias consta de componentes discretos en $\Omega = n2\pi \pm 2\pi/N$ para cualquier n entero. Como se esperaba es una función par de período $\Omega = 2\pi$.

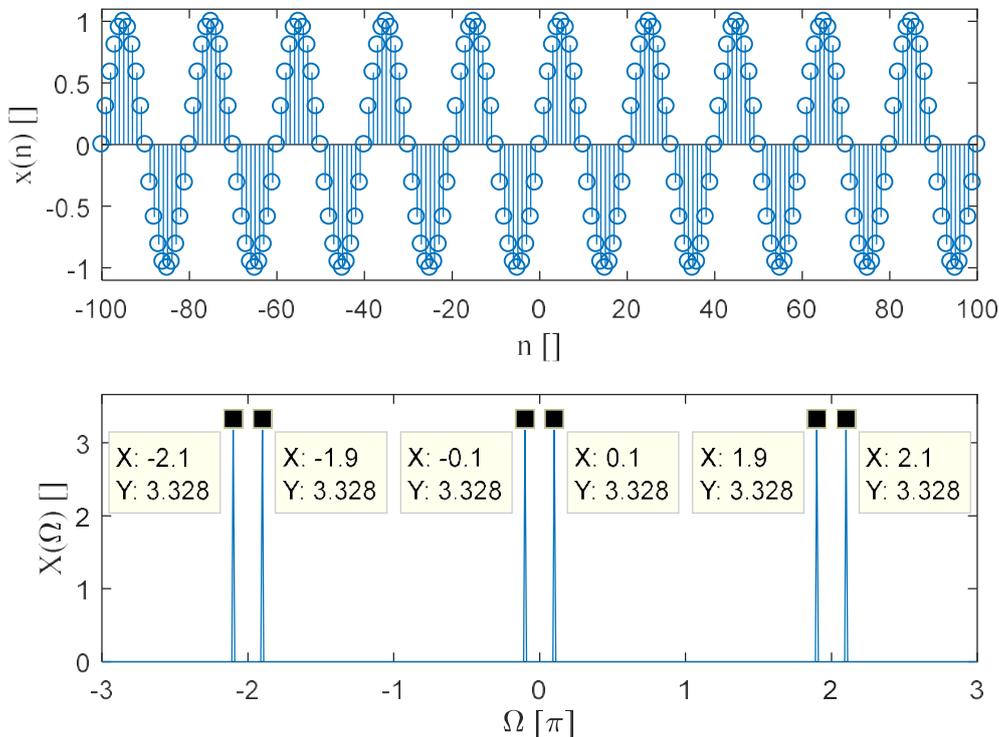


Figura 4.6. Secuencia sinusoidal de período 20 y los módulos de su TFTD.

Si la secuencia $h[n]$ se obtiene tomando muestras equiespaciadas a una frecuencia f_M de una señal continua $x(t)$ sinusoidal de frecuencia f_s , la secuencia tendrá período $N = f_M/f_s$. Luego, la TFTD de la secuencia tendrá entre $-\pi$ y π dos deltas en $\Omega = \pm 2\pi/N = \pm 2\pi f_s/f_M$ que se repetirán en el entorno de los múltiplos enteros de 2π . Siguiendo con esta línea se puede encontrar una relación entre la TF y la TFTD de una señal discretizada si se considera que el eje ω de la TF se mapea en el eje Ω de la TFTD mediante la transformación $\Omega = 2\pi/f_s$, además el espectro se repite cada 2π , razón por la cual, si se observa nuevamente la Figura 4.6 y se considera que la secuencia se obtiene adquiriendo muestras de una senoide, la TFTD corresponde a un par de deltas centradas en el origen (TF de una senoide) que se repite cada 2π .

Si la secuencia $x[n]$ es producto de digitalizar una señal analógica cuya TF tiene componentes a frecuencias mayores a $f_M/2$, la TFTD tendrá componentes para valores de Ω mayores a π que se solaparan con las del espectro centrado en 2π . Este problema se denomina *aliasing* y solo se puede evitar si la frecuencia de muestreo es al menos el doble que la máxima componente frecuencial de la señal a digitalizar. Para ello se suele utilizar un filtro analógico antes de la digitalización con el fin de eliminar aquellas frecuencias que puedan producir *aliasing*.

Transformada Discreta de Fourier (TDF)

En el apartado anterior se logró obtener una expresión para la TF de secuencias lo cual se denomina TFTD. El problema de la TFTD es que al ser de dominio continuo se dificulta su tratamiento digital.

En el grafico superior de la

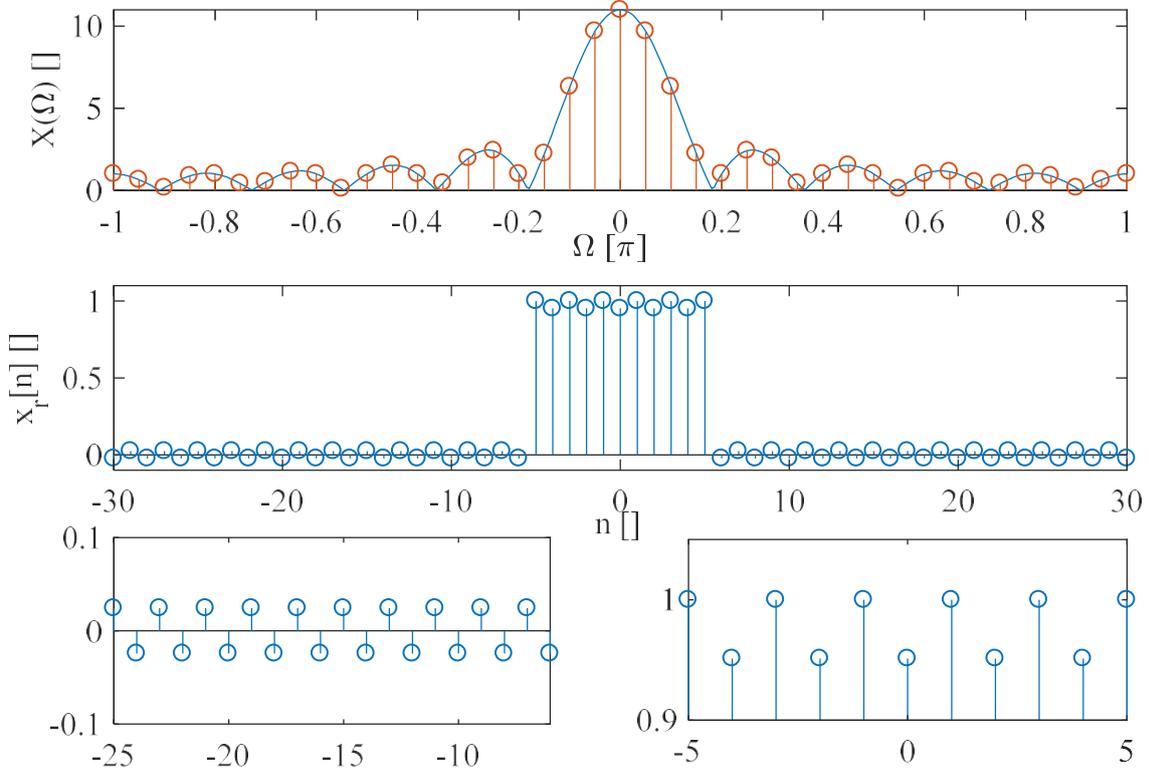


Figura 4.7 (azul) se observa el módulo de la TFTD del pulso anterior. Se toman muestras equiespaciadas en Ω cada $\pi/20$. Las muestras correspondientes a $X(k \pi/20)$ se muestran con círculos rojos sobre $|X(\Omega)|$. Se aplica la TIFTD sobre los puntos obtenidos teniendo en cuenta que la integral de la Ecuación 4.14 se convierte en una sumatoria.

El resultado de aplicar la TIFTD sobre las muestras es la secuencia $x_r[n]$. Esta secuencia obtenida es similar al pulso original salvo por la pequeña oscilación que aparece en las zonas donde debería ser constante. Este fenómeno de la aparición de dicha oscilación se denomina fenómeno de Gibbs y se puede mejorar obteniendo más muestras de $X(\Omega)$, es decir, a intervalos más pequeños con el consecuente aumento de memoria requerido para almacenar los valores y de tiempo de procesamiento para realizar la anti-transformación. El fenómeno de Gibbs se puede mejorar, pero nunca se logra evitar debido a que se utiliza una cantidad finita de muestras para representar a la curva transformada que es continua.

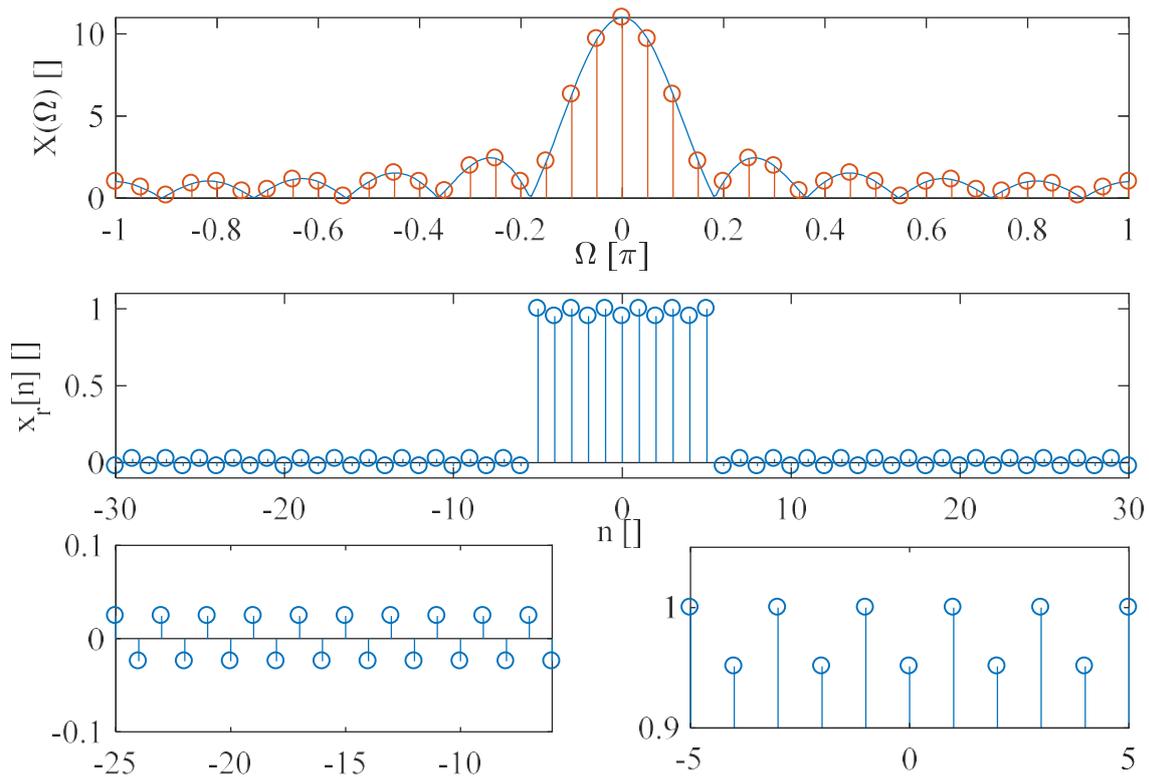


Figura 4.7. Muestreo de la TFTD y la TIFTD.

Por otro lado, la transformada discreta de Fourier (TDF) es una transformación que se aplica a secuencias y tiene como resultado otra secuencia. A la secuencia transformada se le puede aplicar la transformada discreta de Fourier inversa (TDFI) y así obtener exactamente la secuencia original. La cantidad de puntos de la serie original y la serie transformada es la misma.

Sea $h[n]$ una secuencia de N puntos, se define $H[k]$ como la TDF de $h[n]$ según:

$$H[k] = \sum_{n=0}^{N-1} h[n] \cdot e^{-j\frac{2\pi}{N}kn} \quad k = 0, 1, \dots, N-1 \quad 4.15$$

Se demuestra que si $H[k]$ es la TDF de $h[n]$ definida en la Ecuación 4.15, la secuencia original $h[n]$, se obtiene mediante la TDFI [60]:

$$h[n] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} H[k] \cdot e^{j\frac{2\pi}{N}kn} \quad n = 0, 1, \dots, N-1 \quad 4.16$$

Sea $h_N[n]$ una secuencia finita de N valores. Se construye $h'[n]$ como una secuencia periódica de período N repitiendo infinitamente $h_N[n]$. Por otro lado, $h[n]$ es una secuencia infinita compuesta por la concatenación de $h_N[n]$ con infinitos ceros a la derecha y a la izquierda. A la secuencia $h[n]$ se la puede describir como el producto de $h'[n]$ y un pulso rectangular de ancho N según:

$$h[n] = h'[n] \cdot \text{rect}\left[\frac{n - N/2}{N}\right] \quad 4.17$$

En la Figura 4.8 se muestra a la izquierda $h_N[n]$ y a la derecha $h'[n]$, el pulso rectangular y $h[n]$.

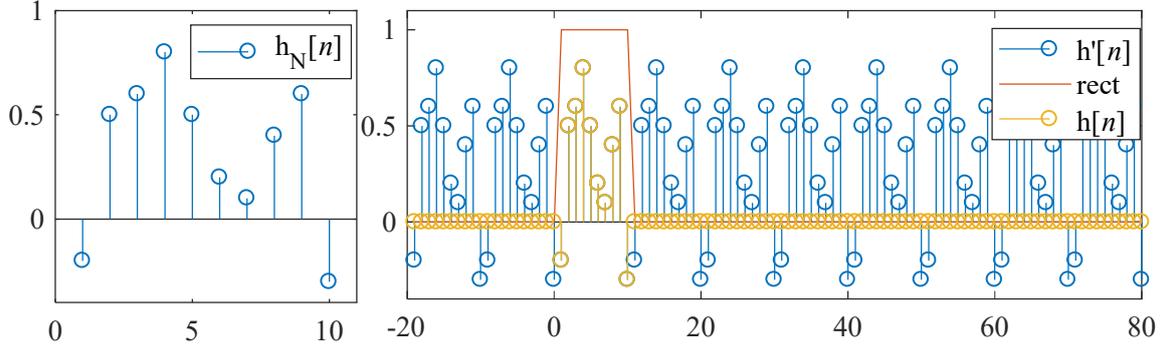


Figura 4.8. Secuencia finita $h[n]$ da de la secuencia infinita y periódica $h'[n]$

Aplicando la TDF definida en la ecuación 4.15 a la secuencia $h_N[n]$ de longitud N se obtiene:

$$H[k] = \sum_{n=0}^{N-1} h[n] \cdot e^{-j\frac{2\pi}{N}kn} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h'[n] \cdot \text{rect}\left[\frac{n-N/2}{N}\right] \cdot e^{-j\frac{2\pi}{N}kn} \quad k=1, \dots, N \quad 4.18$$

Por otro lado, considerando la TFTD de la secuencia $h[n]$:

$$H(\Omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h[n] e^{-j\Omega n} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h'[n] \cdot \text{rect}\left[\frac{n-N/2}{N}\right] \cdot e^{-j\Omega n} \quad 4.19$$

Si se comparan las ecuaciones 4.18 y 4.19 se puede ver que $H[k]$ se puede obtener muestreando $H(\Omega)$ en $\Omega_k = k \cdot 2\pi / N$ con $k=1, \dots, N$. Según la propiedad de convolución en el dominio transformado:

$$\left. \begin{array}{l} h'[n] \leftrightarrow H(\Omega) \\ \text{rect}\left[\frac{n-N/2}{N}\right] \leftrightarrow U_N(\Omega) \end{array} \right\} h[n] \cdot u_N[n] \leftrightarrow H(\Omega) \otimes U_N(\Omega) \quad 4.20$$

Por lo tanto, la DFT de $h_N[n]$ consiste en N muestras del producto de convolución de las TFTD de la secuencia periódica $h'[n]$ y del pulso unitario de extensión N .

La TFTD del pulso unitario es la función sinc con un ancho de lóbulo principal de $4\pi/(N+1)$

$$\text{rect}\left[\frac{n-N/2}{N}\right] \leftrightarrow \frac{\text{sen}\left[\frac{\Omega(M+1)/2}{\Omega/2}\right]}{\Omega/2} = (M+1) \cdot \text{sinc}\left[\frac{\Omega(M+1)/2}{\Omega/2}\right] \quad 4.21$$

Por ejemplo, considerando la secuencia $h_1[n] = \text{sen}\left(\frac{2\pi}{8} \cdot n\right)$ con $n = 0, \dots, 15$ y la secuencia $h_2[n]$ que es igual a $h_1[n]$ salvo porque $n = 0, \dots, 31$. La DFT de cada secuencia se obtiene de muestrear la convolución de la TFTD de $\text{sen}\left(\frac{2\pi}{8} \cdot n\right)$ con la transformada del rectángulo correspondiente a cada secuencia:

$$H_{f_1}(\Omega) = \frac{\pi}{i} \left\{ \sum_n \left[\delta \left(\Omega - 2\pi \left(n - \frac{1}{8} \right) \right) + \delta \left(\Omega + 2\pi \left(n + \frac{1}{8} \right) \right) \right] \right\} \otimes \text{sinc} \left(\Omega \frac{16}{2} \right) \cdot 16 \quad 4.22$$

$$H_{f_2}(\Omega) = \frac{\pi}{i} \left\{ \sum_n \left[\delta \left(\Omega - 2\pi \left(n - \frac{1}{8} \right) \right) + \delta \left(\Omega + 2\pi \left(n + \frac{1}{8} \right) \right) \right] \right\} \otimes \text{sinc} \left(\Omega \frac{32}{2} \right) \cdot 32$$

Según la propiedad de convolución de la delta de Dirac:

$$H_{f_1}(\Omega) = \frac{16 \cdot \pi}{i} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \text{sinc} \left[\left(\Omega - 2\pi \left(n \pm \frac{1}{8} \right) \right) 8 \right] \quad 4.23$$

$$H_{f_2}(\Omega) = \frac{32 \cdot \pi}{i} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \text{sinc} \left[\left(\Omega - 2\pi \left(n \pm \frac{1}{8} \right) \right) 16 \right]$$

En las ecuaciones 4.22 y 4.23 se les llama $H_{f_1}(\Omega)$ y $H_{f_2}(\Omega)$ a los productos de convolución de las TFTD y las sinc correspondientes, no se deben confundir con las TFTD.

Ambas transformadas constan de un tren de infinitas sincs en $\Omega = n2\pi \pm 2\pi/8$, la diferencia radica en que la secuencia con más puntos tiene lóbulos de la función sinc más angostos. Esto se ve en la Figura 4.9 donde en azul se muestra $H_{f_1}(\Omega)$ y en negro $H_{f_2}(\Omega)$. Cabe destacar que si bien en la figura se muestra el eje Ω entre 0 y π , el eje Ω tiene extensión infinita, tanto $H_{f_1}(\Omega)$ y $H_{f_2}(\Omega)$ son periódicas con período 2π y sus módulos son funciones pares.

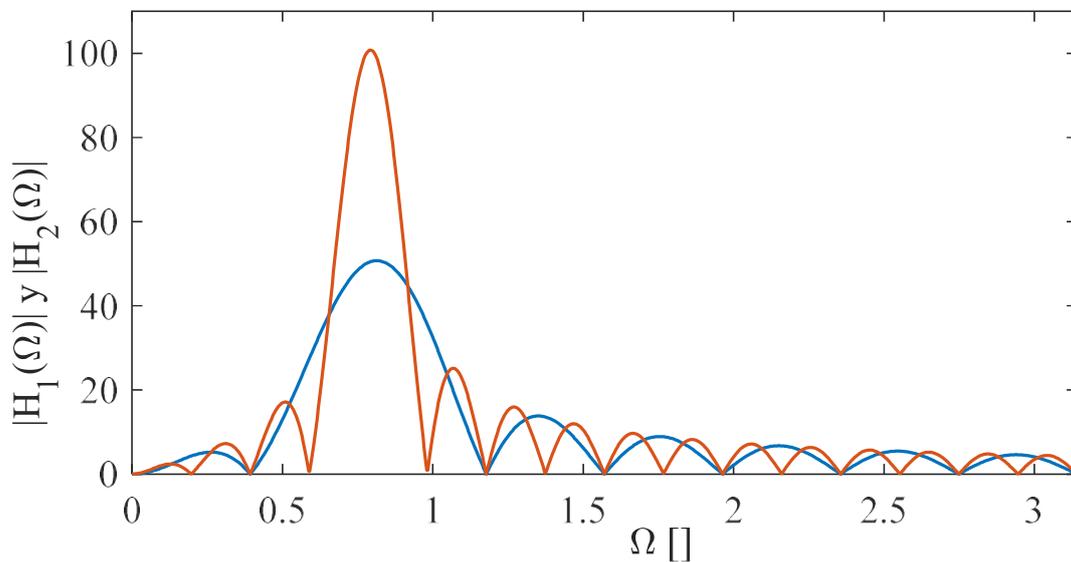


Figura 4.9. Módulos de las TFTD de dos secuencias sinusoidales de diferente cantidad de puntos.

Las TDF de $h_1[n]$ y de $h_2[n]$ se obtienen muestreando $H_{f_1}(\Omega)$ y $H_{f_2}(\Omega)$ a pasos de $2\pi/16$ en el primer caso y $2\pi/32$ en el segundo.

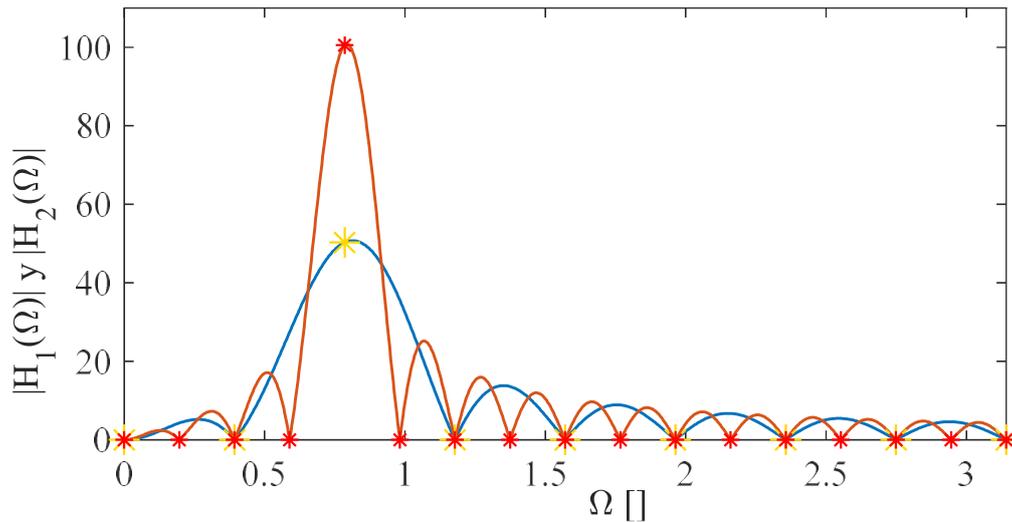


Figura 4.10. TDFT y DFT de dos secuencias sinusoidales.

En la Figura 4.10 se muestran en asteriscos amarillos y rojos las muestras de las TDFD que hacen a la TDF. Como se puede notar, en cada una de las TDF se levanta una sola muestra ya que el resto de las muestras se toman en cruces por cero de las sinc. Esta respuesta de la TDF es similar a lo que se obtiene en la TF de una señal sinusoidal cuyo espectro unilateral es una única delta a la frecuencia de la senoide.

Según se mostró en el caso anterior la TDF resulta ser útil para encontrar por ejemplo la frecuencia de una senoide mediante la lectura de la muestra cuyo valor no es nulo. Se debe mencionar las dos secuencias del ejemplo anterior tenían una cantidad entera de ciclos dentro de los puntos considerados (8 y 16). En aquellos casos en los cuales la cantidad de ciclos no es entera el problema se complejiza notablemente. En la Figura 4.11 se muestra el caso de:

$$\begin{aligned}
 h_3[n] &= \sin\left(\frac{2\pi}{8} \cdot n\right) \quad n = 1, \dots, 27 \\
 H_{f_3}(\Omega) &= \frac{28 \cdot \pi}{i} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \text{sinc}\left[\left(\Omega - 2\pi\left(n \pm \frac{1}{8}\right)\right)14\right]
 \end{aligned}
 \tag{4.24}$$

Si bien la función que da lugar a la secuencia $h_3[n]$ sigue siendo la misma, en este caso las muestras de $H_3(\Omega)$ se toman espaciadas en $2\pi/28$ por lo cual no coinciden con los cruces por cero de la sinc dando lugar a una distribución de valores muy diferente a la de los casos anteriores.

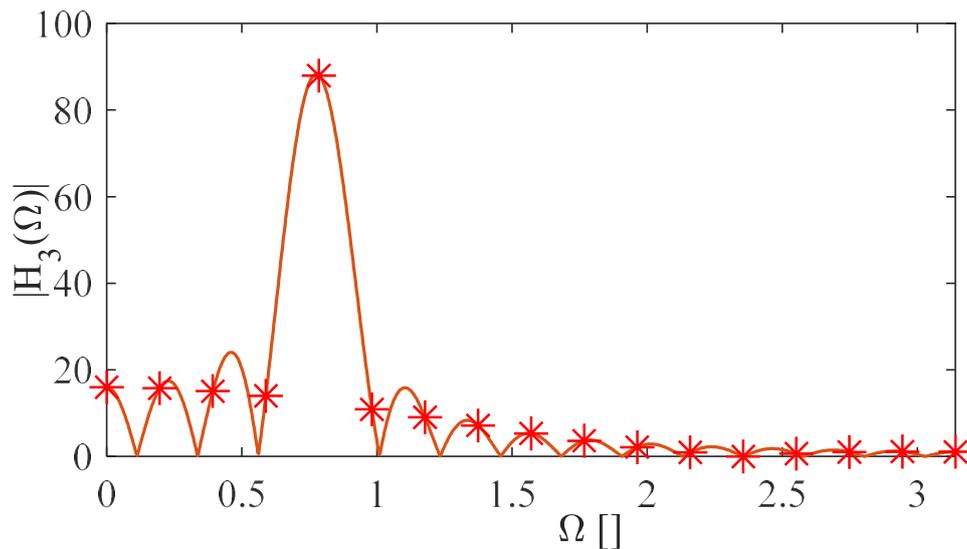


Figura 4.11. TDF de una sinusoidal con cantidad no entera de ciclos dentro de la secuencia.

A este fenómeno de aparición de puntos de amplitud no nula a frecuencias donde la TTFD no tiene componentes apreciables se le llama dispersión espectral.

La TDF y la TDFI requieren una gran cantidad de operaciones algebraicas por lo cual su consumo de tiempo puede ser elevado particularmente cuando se opera con secuencias de gran longitud. En aquellos casos en los cuales la cantidad de elementos de la secuencia sea una cantidad igual a una potencia de dos (2^n) se demuestra que el algoritmo de la TDF resuelve una cierta cantidad de operaciones repetidas. Basado en esa característica existe una técnica denominada transformada rápida de Fourier (FFT por su sigla en inglés) que permite realizar la TDF con una cantidad significativamente menor de operaciones disminuyendo así el tiempo consumido. Existen varios algoritmos que implementan la FFT uno de los más extendido en su uso es el conocido como “Diezmado en el tiempo” del año 1965 diseñado por James Cooley y John Wilder Tukey que consiste en realizar la TDF de N puntos dividiéndola en 2 de N/2 puntos cada una.

Otro algoritmo utilizado para resolver la TDF es el propuesto por Proakis y Manolakis en el año 2003. En la Tabla 4.1 se puede ver una comparación entre la cantidad de productos complejos que requiere la DFT y el algoritmo Proakis Manolakis junto con el coeficiente de mejora en función de la longitud de la secuencia. Allí se puede notar que la mejora aumenta a medida que aumenta N.

Las técnicas espectrales se implementan casi exclusivamente mediante la FFT inclusive en aquellos casos donde la longitud de la secuencia no es potencia de dos. En estos últimos casos se suelen utilizar técnicas de interpolación para tener una cantidad de puntos acordes a la técnica.

Longitud N	DFT N^2	FFT ($N/2$) $\log_2 N$	Coefficiente de mejora
4	16	4	4
8	64	12	5.3
16	256	32	8
32	1024	80	12.8
64	4096	192	21.3
128	16384	448	36.6
256	65536	1024	64
512	262144	2304	113.8
1024	1048576	5120	204.8

Tabla 4.1. Comparación de cantidad de operaciones entre la TDF y la FFT.

Filtrado Frecuencial

Entendemos por filtro frecuencial a un sistema, algoritmo o elemento capaz de discriminar y separar a una señal en componentes de modo de poder extraer una nueva señal con las características de interés de la original. Los filtros frecuenciales en particular separan a la señal en componentes frecuenciales y se diseñan para extraer de esta las características de interés.

La teoría de filtros es muy extensa con innumerables aplicaciones en comunicaciones, control, sensado, procesamiento de señales, bioingeniería y realmente un sinfín de especialidades.

Existen varias clasificaciones de filtros en las que se destacan:

- Según el dominio: Digitales o analógicos
- Según el orden: primero, segundo, tercero,...
- Según la región espectral que selecciona: pasa altos, pasa banda, pasa bajos, elimina banda, *notch*, peine, énfasis, etc
- Los analógicos pueden ser activos o pasivos en función de su ganancia y dependiendo el método de diseño existen los de Butterworth, Bessel, Chebyshev, etc
- Los digitales se clasifican también en cuanto a su respuesta al impulso unitario según sean de respuesta finita (FIR), infinita (IIR) o infinita pero truncada (TIIR).

Cada tipo de filtro tiene su propia respuesta en cuanto a cómo afecta la señal de entrada para obtener la de salida. En este trabajo se utilizará quizás sea el más sencillo de los tipos de filtros (pero no por eso menos útil) que consiste en transformar las señales digitales mediante la TDF multiplicar la señal de interés por una ventana que de valores no nulos solo al rango espectral de interés para luego anti transformar la señal resultante y obtener la señal filtrada.

Se puede destacar como virtud de esta técnica de filtrado que la característica o respuesta del filtro se puede determinar exactamente sin que presente ningún tipo de distorsión. Sin embargo, el tiempo de procesamiento es mucho más alto y se debe disponer de la señal completa antes de realizar el filtrado.

En la Figura 4.12 se muestran tres señales temporales junto al módulo de sus TDF. Si bien la TDF da como resultado una secuencia, cada vez que se considere necesario, se graficará en función de Ω siendo este el equivalente al eje de las ordenadas de la TFTD.

La primera señal es un pulso gaussiano modulado (multiplicado) por una senoide de baja frecuencia más una constante al que se le suma otra senoide de mayor frecuencia. De la señal se obtienen muestras cada $\Delta T = 10 \text{ ms}$ ($f_s = 100 \text{ Hz}$) a las cuales se aplica la TDF cuyos módulos se muestran a la derecha en rojo. Cabe destacar que, si bien por la cantidad de puntos la TDF parece continua, en realidad es una secuencia que se asocia a una función de dominio discreto con puntos separados cada $\Delta\Omega = 2\pi/\Delta T$.

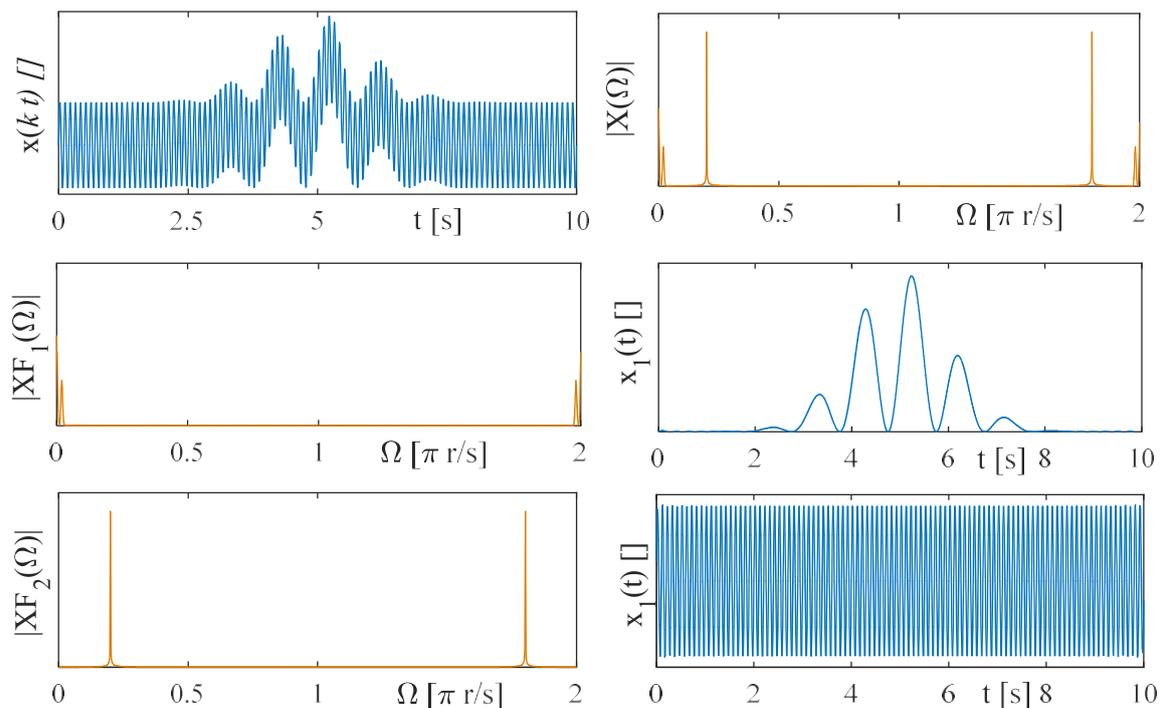


Figura 4.12. Filtrado pasa bajos y pasa banda respectivamente.

Si le llamamos $p(n\Delta T)$ al pulso se puede describir la señal según:

$$\begin{aligned} x(n\Delta T) &= p(n\Delta T) \cdot [\sin(2\pi \cdot n\Delta T) + 1] + \sin(2\pi / 10 \cdot n\Delta T) \\ x(n\Delta T) &= p(n\Delta T) \cdot \sin(2\pi \cdot n\Delta T) + p(n\Delta T) + \sin(2\pi / 10 \cdot n\Delta T) \end{aligned} \quad 4.25$$

Si $P(k\Delta\Omega)$ es la TDF de $p(n\Delta T)$, entonces $X(k\Delta\Omega)$ es la suma de $P(k\Delta\Omega)$, la convolución de $P(k\Delta\Omega)$ con la TDF del seno de frecuencia unitaria y la TDF del seno de frecuencia 10. Estos tres

términos se pueden discernir en $|X(\Omega)|$. Entre 0 y $\pi/100$ se encuentra $P(k\Delta\Omega)$, entre $\pi/100$ y $\pi/50$ la convolución de $P(k\Delta\Omega)$ con la senoide lenta de $\pi/20$ en adelante la senoide rápida.

Se puede obtener el pulso modulado por la senoide rápida si se multiplica a $P(k\Delta\Omega)$ por una señal creada *ad-hoc* que sea cero para todo Ω salvo entre 0 y $\pi/20$ y entre $2\pi-\pi/20$ y 2π donde vale uno. El resultado de ese producto se muestra debajo de $x(t)$. Si se aplica la TDFI a este producto se obtiene la señal a su derecha que resulta ser la información de interés. Si bien se razona mirando el lado derecho de la TDF ($\Omega < \pi$) dada la simetría de la transformada debe ser simétrico el filtrado de modo que luego de aplicar la TDFI la señal obtenida sea real.

Por otro lado, se realiza también como ejemplo el filtrado para obtener la senoide rápida y se muestra su resultado. De la TDF se puede obtener la frecuencia de esta (f_1) ya que el pico está en $\Omega_1 = \pi/5$ por lo cual:

$$\begin{aligned}\Omega = 2\pi &\leftrightarrow f_s \\ \Omega_1 = \pi/5 &\leftrightarrow f_1 = f_s / 10\end{aligned}$$

- Procesamiento de espectros mediante la TDF

El análisis de señales en el dominio de Fourier es muy interesante y se encuentra ampliamente difundido y desarrollado. Tiene como principales características la inmunidad al ruido, ya que este se suele encontrar separado en frecuencia de la señal de interés y un bajo requerimiento computacional. En el caso de las señales interferométricas es muy utilizada la TDF para obtener la longitud de la cavidad de la Ecuación 2.28 que se reescribe a continuación para comodidad del lector:

$$G(\lambda) = S(\lambda) \cdot K_1 \cdot K' \cdot [1 + V \cdot \cos(\frac{4\pi d}{\lambda} + \varphi_0)] \quad 4.26$$

Dada una cierta longitud de cavidad se puede asumir que K_1 , V y K_D son constantes en el rango de longitudes de onda utilizadas para la medición. Mediante un cambio de variables se puede obtener una función que presente a la longitud d como la frecuencia de una senoide:

$$\begin{aligned}u &= 2 / \lambda \\ G(u) &= S(u) \cdot K_1 \cdot K' [1 + V \cdot \cos(2\pi d \cdot u + \varphi_0)]\end{aligned} \quad 4.27$$

Agrupando las constantes se llega a una expresión en la que aparecen dos sumandos: por un lado, la distribución espectral de la fuente $S(u)$ y por el otro, la distribución de la fuente multiplicada por una senoide cuya frecuencia es la longitud de la cavidad.

$$\begin{aligned}a &= K_1 K' \\ b &= K_1 K' V \\ G(u) &= a \cdot S(u) + b \cdot S(u) \cdot \cos(2\pi d \cdot u + \varphi_0)\end{aligned} \quad 4.28$$

El espectro de Fourier de una función como la de la Ecuación 4.28 corresponde a la suma de la transformada de $aS(u)$ y la de $bS(u)$ pero desplazada en el dominio transformado en d .

La TDF es representativa de la TF como se mostró previamente para una secuencia de valores equiespaciados en el dominio no transformado, es decir, que el intervalo Δu con el cual están separados los puntos debe ser constante. En nuestro caso, los valores de u para los cuales se tienen puntos de $G(u)$ son:

$$u_k = 2 / \lambda_k \quad k=1,2,\dots,N \quad 4.29$$

En la Ecuación 4.29, N es la cantidad de puntos tomados por el espectrómetro. Se muestra en la Figura 4.13 a) las longitudes de onda correspondientes a los 3648 puntos de un espectrómetro Ocean Optics HR4000 que opera alrededor de 800 nm. En la Figura 4.13 b) se muestran los $u_k = 2/\lambda_k$ asociados y en la c) los Δu que se aprecia que no son constantes si no que disminuye a medida que aumenta u .

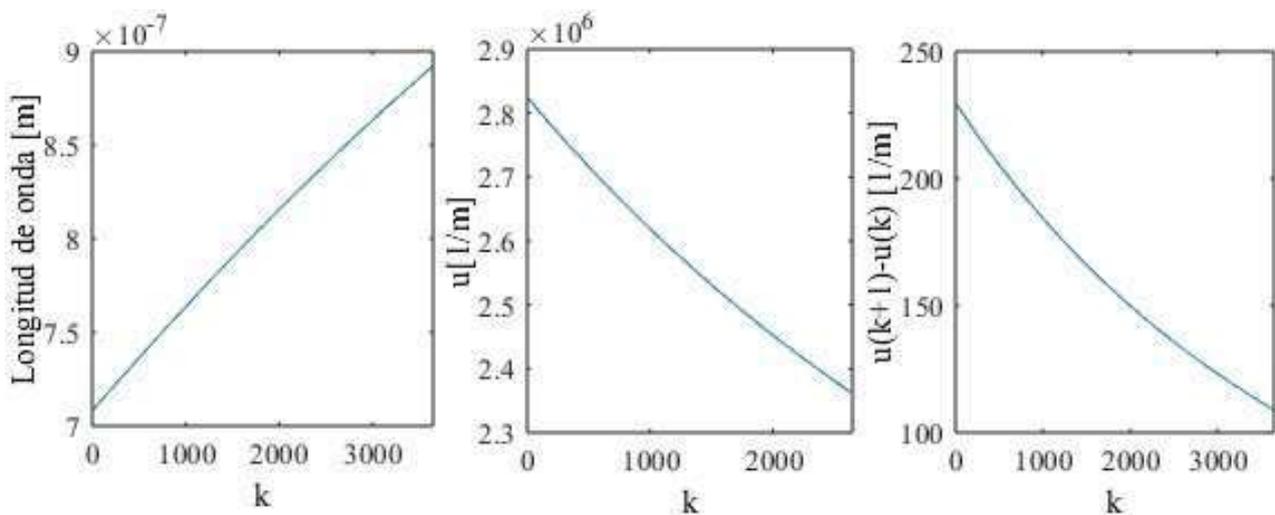


Figura 4.13. a) Longitudes de onda b) Valores de u_k c) Valores de Δu_k .

Para abordar este inconveniente se realiza una interpolación de la curva de los espectros con N_P valores de u equiespaciados de modo de poder realizar la TDF. Se adopta $N_P = 2048$ de modo que sea potencia de dos para poder realizar la TDF mediante el algoritmo de la FFT y así se llega a $G[k\Delta u]$ que es la secuencia de N_P puntos separados en Δu . Utilizando la misma nomenclatura resulta ser $S[k\Delta u]$ la secuencia correspondiente a $S(u)$.

Para la interpolación se analizaron diversas técnicas y se optó por la utilización de splines cúbicos ya que tiene una gran estabilidad numérica, la curva interpolada es suave y además es eficiente en cuanto a la cantidad de cálculos requeridos.

A la izquierda de la Figura 4.14 se pueden ver dos espectros en función de u obtenidos con dos cavidades diferentes luego de ser interpolados, uno en turquesa, el otro en naranja y a la derecha se puede ver la TDF de ambos espectros. Se aplica la TDF a la secuencia $G[k\Delta u]$ de dominio u y se obtiene otra en el dominio Ω discreto a pasos de $2\pi/N_P$.

La TDF de la Figura 4.14 esta graficada en función de c que se define como:

$$c \triangleq \frac{\Omega}{2\pi \cdot \Delta u}$$

4.30

Se puede destacar que ambos espectros transformados constan de 2 zonas de espectrales de valores no nulos. Si se define como $\Sigma[c]$ a la transformada de $S[k\Delta u]$ se puede decir que los picos corresponden a $\Sigma(c)$ y $\Sigma(c+d)$. Finalmente la longitud de la cavidad se obtiene de encontrar la posición en el eje c del pico correspondiente a $\Sigma(c+d)$.

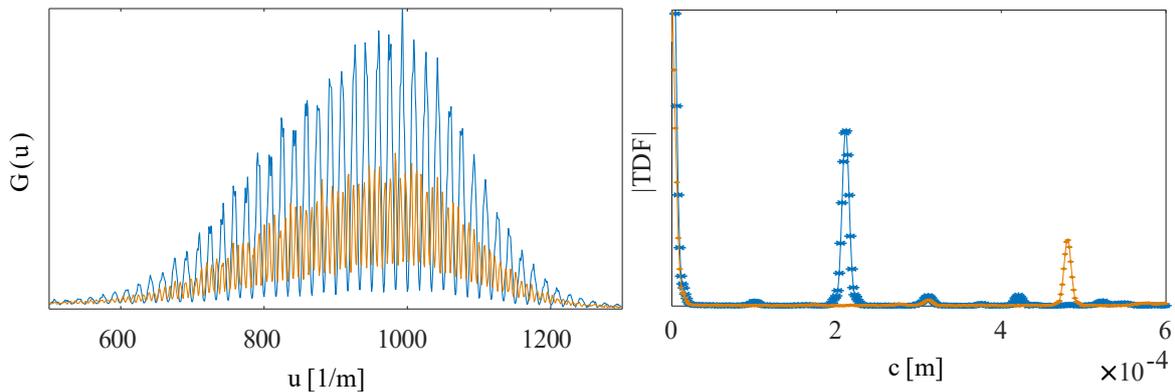


Figura 4.14. Dos espectros y sus correspondientes DFT

Sin embargo, dada la naturaleza discreta de la TDF, el valor de c para el cual la DFT es máxima en la zona de interés no necesariamente coincide con d . En la Figura 4.15 se muestran por separado las TDF de los espectros haciendo énfasis en la zona de interés. Se puede notar que hay una incertidumbre en cuanto a la ubicación del pico que se puede acotar a la distancia de dos puntos consecutivos en términos de c .

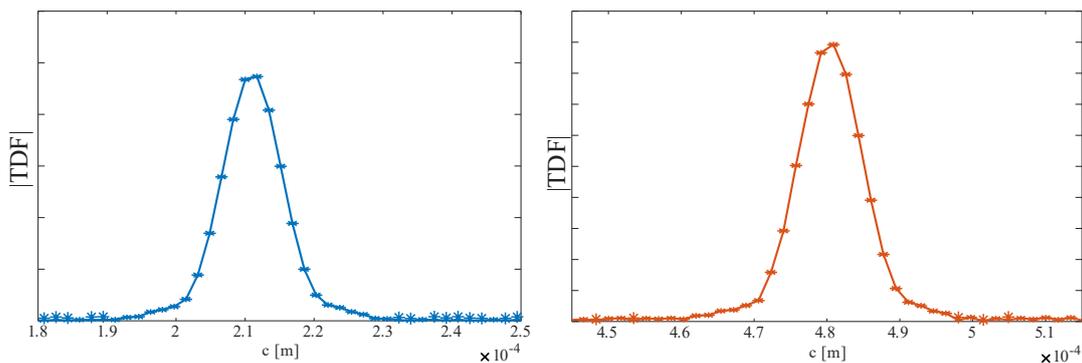


Figura 4.15. Zona de interés de la TDF de dos espectros.

La distancia horizontal entre puntos que es la mínima variación de cavidad que se puede distinguir con este método queda determina según lo que se mostró de la TDF por:

$$\Delta c = \frac{1}{N_p \Delta u} = \frac{N_p - 1}{N_p \cdot (u_{\max} - u_{\min})} = \frac{N_p - 1}{N_p} \cdot \frac{1}{\frac{2}{\lambda_{\min}} - \frac{2}{\lambda_{\max}}} = \frac{N_p - 1}{N_p} \cdot \frac{\lambda_{\max} \lambda_{\min}}{2(\lambda_{\max} - \lambda_{\min})} \quad 4.31$$

Esta técnica de medición de cavidades calculando la ubicación del pico de la TDF también se conoce como interferometría de luz blanca en el dominio de Fourier (FDWLI por su sigla en inglés *Fourier domain white light interferometry*).

- Mejoras a la resolución espectral de la TDF

Zero padding

Como se mostró anteriormente la resolución de la medición de distancia mediante interferometría de luz blanca en el dominio de Fourier está limitada por el ancho de banda espectral ya sea en u o en λ . Una manera de mejorar la resolución consiste en extender el eje u mediante el agregado de ceros a la derecha y a la izquierda de la secuencia original para obtener una señal de mayor ancho de banda.

En la Figura 4.16 se puede ver un pulso gaussiano de 1024 puntos y su DFT. Por otro lado también se muestra al mismo pulso al que se le agregan 512 puntos a la derecha y 512 puntos a la izquierda duplicando así la longitud de la secuencia.

Observando los módulos de la DFT de ambas secuencias se nota la mejora en la resolución espectral en la señal completada con ceros a costa de aumentar la cantidad de puntos y así el tiempo de procesamiento. Cabe recordar que duplicar la cantidad de puntos aumenta la cantidad de cálculos a más del doble.

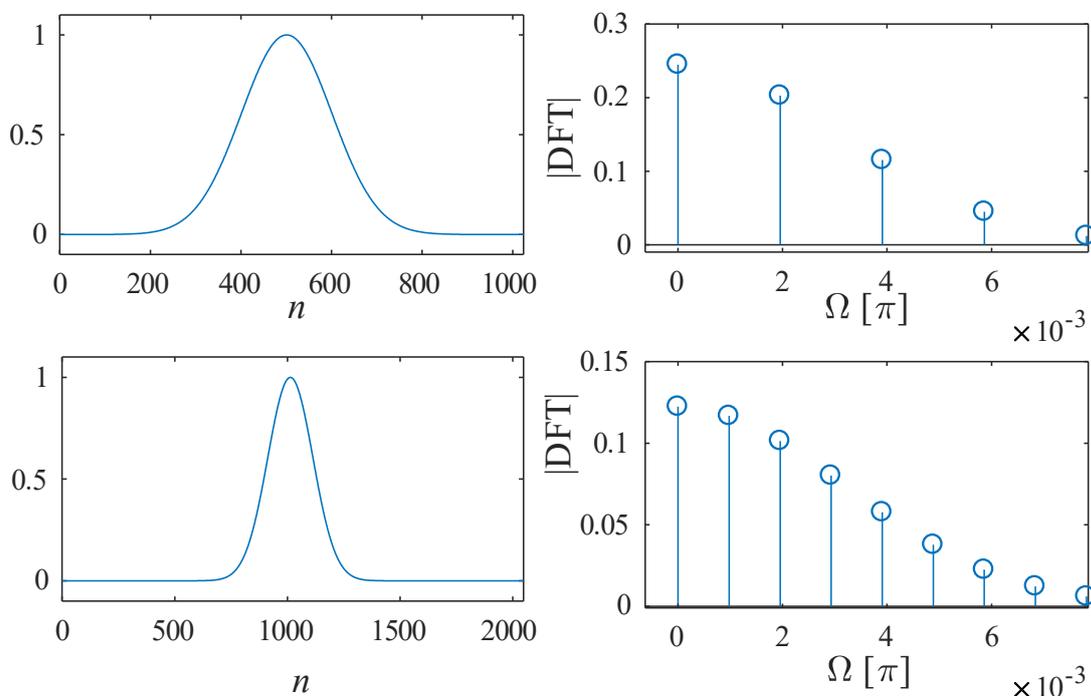


Figura 4.16. DFT y zero-padding.

Consideremos ahora una senoide de amplitud unitaria tal que en una secuencia de 1024 puntos entran exactamente 13,55 ciclos. La TDF consiste en muestras tomadas cada $\Omega = 2\pi/1024$ de un tren de sinc de ancho de lóbulo principal de $4\pi/1024$. En la Figura 4.17 se muestra en azul el módulo de la DFT de la secuencia, allí se puede notar que las componentes de mayor amplitud son las ubicadas en $13 \cdot 2\pi/1024$ y $14 \cdot 2\pi/1024$. En el caso presentado la resolución espectral de la DFT es de $2\pi/1024$.

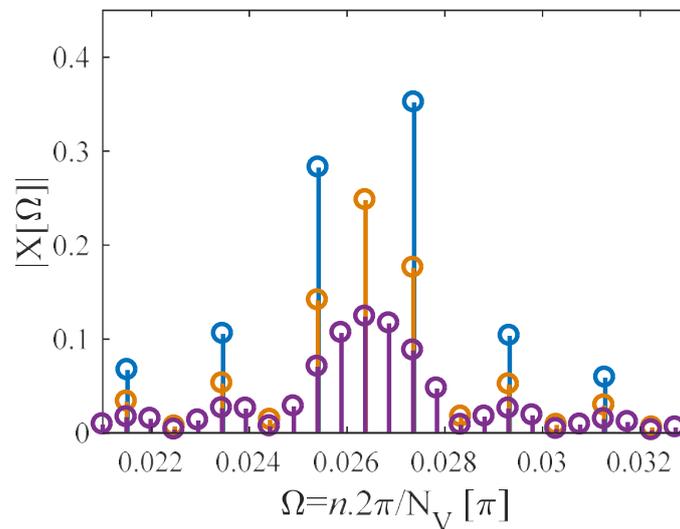


Figura 4.17. Comparación de la DFT con diferentes magnitudes de zero-padding

Si a la misma secuencia se la completa con ceros de modo de duplicar y cuadruplicar la longitud se tienen los módulos de las DFT que se muestran en naranja y violeta respectivamente en la misma figura. Allí se puede notar claramente como aumenta la resolución (se tienen más puntos espectrales) de modo que se puede tener una mejor aproximación de la frecuencia de la señal.

En el caso en el que se cuadruplico la longitud de la secuencia, la resolución espectral mejoro también cuatro veces. En la secuencia original, entraban 13,55 ciclos dentro de la ventana. En la secuencia completa con ceros, si bien sigue habiendo 13,55 ciclos de la senoide (el resto son ceros), entrarían $13,55 \cdot 4 = 54,2$ ciclos. Por lo cual las componentes de mayor amplitud son las de:

$$\Omega_1 = 54 \cdot \frac{2\pi}{4 \cdot 1024} = \frac{27\pi}{1024}$$

$$\Omega_2 = 55 \cdot \frac{2\pi}{4 \cdot 1024} = \frac{55\pi}{2048}$$

Si bien la resolución mejoro a $\Omega_2 - \Omega_1 = 2\pi / (4 \cdot 1024)$ la cantidad de operaciones necesarias para implementar el cálculo mediante el algoritmo de la FFT es mayor:

$$C_1 = 1024 \cdot \log_2(1024) = 10240$$

$$C_2 = 4096 \cdot \log_2(4096) = 49152$$

$$\frac{C_2}{C_1} = 4,8$$

Resulta interesante mostrar la diferencia entre cuadruplicar la longitud de la secuencia mediante el agregado de ceros y cuadruplicar la longitud de la secuencia mediante el agregado de puntos de la senoide. Como se mostró previamente, el aumentar la longitud de la secuencia mejora la resolución espectral al mismo tiempo que disminuye el ancho del lóbulo de la sinc que está en convolución con el tren de deltas correspondientes a la TFTD de la senoide, en definitiva, se multiplica la senoide por un pulso de cuatro veces mayor longitud. Sin embargo, al agregar ceros tanto al inicio o al final de la secuencia, la distancia entre valores espectrales disminuye, pero la sinc correspondiente al pulso por el que se multiplica la senoide no se ve modificada. Esta es la razón por la cual en la Figura 4.17 se observa que se tienen más cantidad de puntos (mejora de resolución) pero para graficar la misma sinc.

Del mismo modo que se utiliza el *zero-padding* para mejorar la resolución espectral y en definitiva para encontrar la frecuencia o período de la secuencia, se puede utilizar sobre un espectro para obtener la longitud de la cavidad. Si bien los espectros no son puramente armónicos, sino que son sinusoides moduladas por la densidad espectral de la fuente óptica, en la TFTD de $G(u)$ la longitud de la cavidad es la frecuencia central de una campana cuya forma depende de la fuente. En la Figura 4.18 se puede ver un espectro y la amplitud de su TDF (turquesa) en la zona de interés superpuesta a la amplitud de la TDF del mismo espectro al que se le duplico (verde) y cuadruplico (negro) su longitud mediante el agregado de ceros. Es claro el aumento de la resolución logrado con esta técnica. En el grafico se afectó a la DFT verde por un factor de 0,8 y a la negra 0,6 para mejorar la visualización del fenómeno.

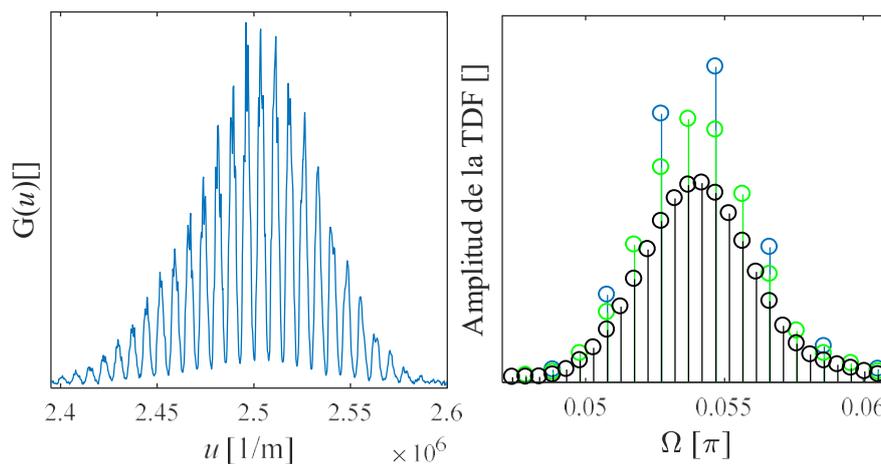


Figura 4.18. Comparación de la amplitud de la DFT de un espectro (turquesa) con el aplicado de *zero-padding* para duplicar la longitud de la secuencia (verde) y cuadruplicarla (negro).

Si bien la cantidad de operaciones crece al aumentar la cantidad de puntos de la secuencia, en algunas aplicaciones se utiliza esta metodología inclusive cuando se pretende tener mediciones en tiempo real [5].

Mejora de TDF mediante un sencillo algoritmo

Como se mostró previamente la resolución del cálculo está limitada por el ancho de banda espectral de la medición, a mayor ancho de banda, mejor resolución de la medición.

Se puede mejorar la aproximación de la frecuencia d en $G(u)$ sabiendo que como se mostró anteriormente la dispersión espectral en la DFT tiene la distribución de una sinc cuyo ancho del lóbulo principal depende de la longitud de la secuencia considerada.

La estimación de la frecuencia d que es el objeto de la medición sería idealmente exacta si en la ventana de medición se encontrara una cantidad entera de ciclos de $\cos(2\pi d \cdot u)$ ya que la DFT tendría una muestra justo a esa frecuencia.

Una simple mejora a la aproximación de d se puede realizar mediante un algoritmo que permita ajustar el tamaño de la ventana de modo que la cantidad de ciclos que entren dentro de esta sea una cantidad entera.

Se tienen dos señales temporales sinusoidales de frecuencias muy similares. Se adquieren mil muestras de cada señal separadas cada un segundo obteniendo las secuencias que se muestran en la parte superior de la Figura 4.19. Dentro de las mil muestras entran ocho ciclos exactos de la representada en turquesa y ocho ciclos y medio de la mostrada en naranja. En la parte inferior de la Figura 4.19 se muestran los módulos de los coeficientes de la TDF de las secuencias consideradas. Los coeficientes de la TDF corresponden a frecuencias espaciadas en $\Delta f = 1/T_V = 1$ mHz (T_V es el tiempo de adquisición)

Si se observa el módulo de los coeficientes turquesas, se puede notar que en este caso no existe el fenómeno de dispersión espectral y que la componente frecuencial de valor no nulo viene a ser la octava componente de frecuencia no nula, esto se debe a que, al entrar 8 ciclos de la señal en la ventana, el período de la senoide es $T_S = T_V/8$. Por lo cual la frecuencia de la senoide es $f_S = 1/T_S = 8\Delta f$. Resulta evidente que si los coeficientes están espaciados en Δf , la componente espectral no nula es la novena (la primera corresponde a frecuencia cero). Resulta que se obtienen muestras espaciadas cada Δf de una sinc centrada en $8\Delta f$ con los cruces por cero en $f_0 = 8\Delta f \pm n\Delta f$.

En el caso de la secuencia representada en azul: $f_S = 1/T_S = 8,5\Delta f$. Esto lleva a que la DFT sea el muestreo cada Δf de una sinc centrada en $8,5\Delta f$ con cruces por cero en $f_0 = 8,5\Delta f \pm n\Delta f$. Como los coeficientes no corresponden a cruces por cero de la sinc aparece la dispersión espectral y además como no hay coeficiente en $8,5\Delta f$ tampoco se representa a la componente fundamental quedando los puntos representados en negro en la parte inferior de la Figura 4.19.

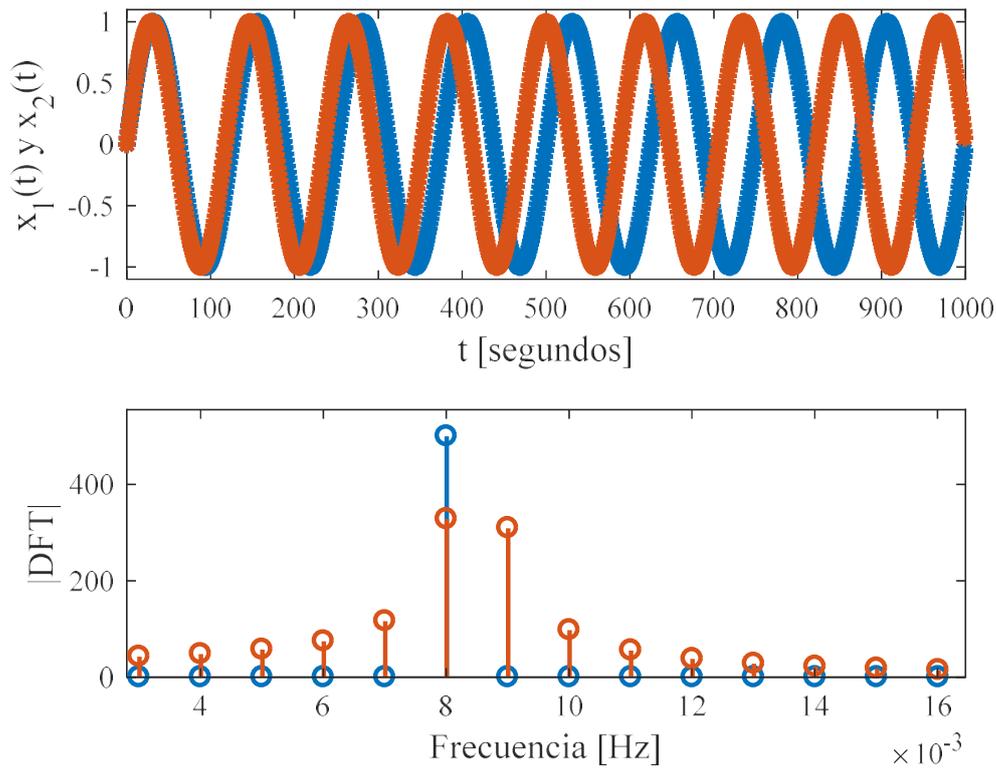


Figura 4.19. Dos secuencias sinusoidales y los módulos de sus DFT.

Como los coeficientes de la TDF (naranja) están equiespaciados en múltiplos enteros de Δf de un tren de sincs en $\pm 8,5\Delta f \pm f_s$, el coeficiente en $8\Delta f$ y el coeficiente en $9\Delta f$ tienen amplitudes muy similares. La pequeña diferencia en sus magnitudes se debe al aporte de la sinc centrada en $-8,5\Delta f$.

La relación de amplitudes de las componentes espectrales de mayor amplitud se puede utilizar para mejorar el cálculo de la longitud d . Se parte de una senoide tal que entren N ciclos dentro de una secuencia de longitud N_V . Considérese que la cantidad de ciclos de la señal que se encuentran dentro de la secuencia es muy menor a la longitud de la secuencia (baja frecuencia), entonces, se puede despreciar el aporte de las sinc centradas en torno de múltiplos de 2π . En la Figura 4.20 se muestra un caso en el que $N/N_V = 4,6$.

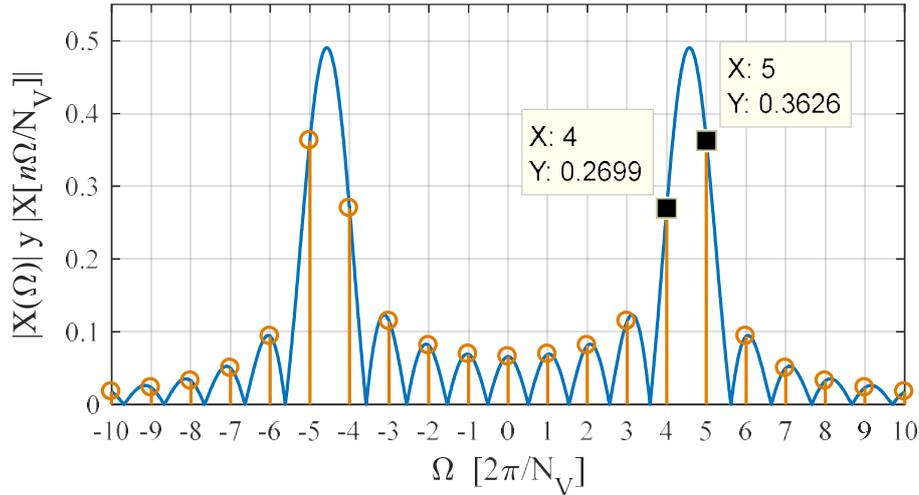


Figura 4.20. TDF de una señal con $N/N_V=4.6$

Sean $2\pi N_1/N_V$ y $2\pi N_2/N_V$ las componentes espectrales de mayor amplitud de la DFT ($N_1 < N < N_2$) cuyas amplitudes son A_1 y A_2 :

$$\begin{aligned} \frac{A_1}{A/2} &= \text{sinc}\left(2\pi \frac{N-N_1}{N_V}\right) + \text{sinc}\left(2\pi \frac{N+N_1}{N_V}\right) = \frac{\cos(\pi N_1)}{\pi} \cdot \frac{2N}{N^2-N_1^2} \\ \frac{A_2}{A/2} &= \text{sinc}\left(2\pi \frac{N-N_2}{N_V}\right) + \text{sinc}\left(2\pi \frac{N+N_2}{N_V}\right) = \frac{\cos(\pi N_2)}{\pi} \cdot \frac{2N}{N^2-N_2^2} \end{aligned} \quad 4.32$$

Dividiendo miembro a miembro ambas expresiones de la 4.32 se obtiene:

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{N^2-N_2^2}{N^2-N_1^2} \cdot \frac{\cos(\pi N_1)}{\cos(\pi N_2)} \quad 4.33$$

Operando se llega a:

$$N^2 = \frac{A_1 N_1^2 + A_2 N_2^2}{A_1 + A_2} \quad 4.34$$

Finalmente se obtiene N que es una mejor aproximación de la frecuencia de la sinusoide que el valor de la componente espectral. Si se aplica la (4.34) a las componentes espectrales de la Figura 4.20 se tiene:

$$N = \sqrt{\frac{0,36265 \cdot 5^2 + 0,23467 \cdot 4^2}{0,36265 + 0,23467}} = 4,600000$$

El algoritmo propuesto [61] mejora notablemente la resolución de la búsqueda de frecuencias de señales sinusoidales, sin embargo, al pretender aplicarlo a los espectros de SDI donde la sinusoide esta modulada por la fuente óptica el problema se complejiza porque ya no se tiene una superposición

de funciones sinc desplazadas en $2\pi/N_V$ si no que el resultado es la convolución de un tren de deltas con la transformada del espectro de la fuente óptica.

Una posible solución al problema mencionado consiste en ecualizar el espectro para que la señal se vuelva sinusoidal, esto es equivalente a encontrar el espectro que se hubiese obtenido si la fuente hubiese sido de espectro plano. Esto se puede hacer por medios ópticos o de tratamiento de señales. Una manera de conseguirlo ópticamente es tomar un espectro sin formar una cavidad para utilizarlo de referencia y normalizar los espectros obtenidos. El problema que resulta de este método es que la distribución espectral del SLED varía con la corriente alimentación y con la temperatura por lo cual no es razonable considerar durante un tiempo considerable que el espectro es estacionario. En este sentido para mediciones en tiempo real no resulta viable esta forma de abordar el problema. Otra posibilidad es duplicar el detector y tomar permanentemente muestras de la fuente a costa de incrementar severamente el costo del banco. También se puede chopear entre una referencia y la señal al espectrómetro perdiendo respuesta temporal y aumentando, pero en menor medida el costo y la complejidad del banco. El tiempo de procesamiento no se afecta demasiado porque mientras se toma una referencia se procesa el espectro anterior.

Abordaremos a continuación el problema de obtener una senoide del espectro de la Ecuación 4.26. Luego de aplicar el cambio de variable y nomenclatura propuestos en las Ecuaciones 4.27 y 4.28 respectivamente se llega a:

$$G(u) = a \cdot S(u) + b \cdot S(u) \cdot \cos(2\pi \cdot d \cdot u + \varphi_0) \quad 4.35$$

Considerando que se tienen muestras en u que luego de la interpolación están equi-espaciadas cada Δu la secuencia de N con la que se debe trabajar es:

$$G[k \cdot \Delta u] = a \cdot S[k \cdot \Delta u] + b \cdot S[k \cdot \Delta u] \cdot \cos[2\pi \cdot d \cdot k \cdot \Delta u + \varphi_0] \quad 4.36$$

Si llamamos $T_1[n2\pi/N]$ a la DFT de $a \cdot S[k \cdot \Delta u]$ y $T_2[n2\pi/N]$ a la de $b \cdot S[k \cdot \Delta u] \cdot \cos[2\pi \cdot d \cdot k \cdot \Delta u + \varphi_0]$ por la propiedad de linealidad de la TDF se puede expresar a la TDF de $G[k\Delta u]$ como:

$$D\left[n \frac{2\pi}{N}\right] = T_1\left[n \frac{2\pi}{N}\right] + T_2\left[n \frac{2\pi}{N}\right] \quad 4.37$$

En este punto hay que mencionar que n representa el orden de la componente espectral que tiene su correlación en Ω según $\Omega_n = n2\pi/N$, es decir, que $T_1[n2\pi/N]$ es equivalente a $T_2[\Omega_n]$.

Considerando valores de n menores a $N/2$ ($\Omega < \pi$) y sabiendo que la TDF esta espejada en $\Omega = \pi$, $T_1[\Omega_n]$ tiene componentes significativos solo para bajos valores de Ω_n , sin embargo, $T_2[\Omega_n]$ los tiene en el entorno de:

$$\Omega_p = \frac{2\pi \cdot d}{1/\Delta u} \quad 4.38$$

Mediante filtrado digital pasa banda es fácil separar las dos componentes para obtener $T_2[\Omega_n]$. Posteriormente, aplicando la TDFI a $T_2[\Omega_n]$ se obtiene $G_2(k\Delta u)$ que no es más que el espectro original

al que se le extrajeron las componentes de baja frecuencia. Este proceso se muestra en la Figura 4.21 donde se muestran a la izquierda el espectro original, en el centro se grafica DFT y se resaltan en rojo las componentes espectrales que pasaran por el filtro, finalmente a la derecha se ve la señal recuperada ($T_2[\Omega_n]$)

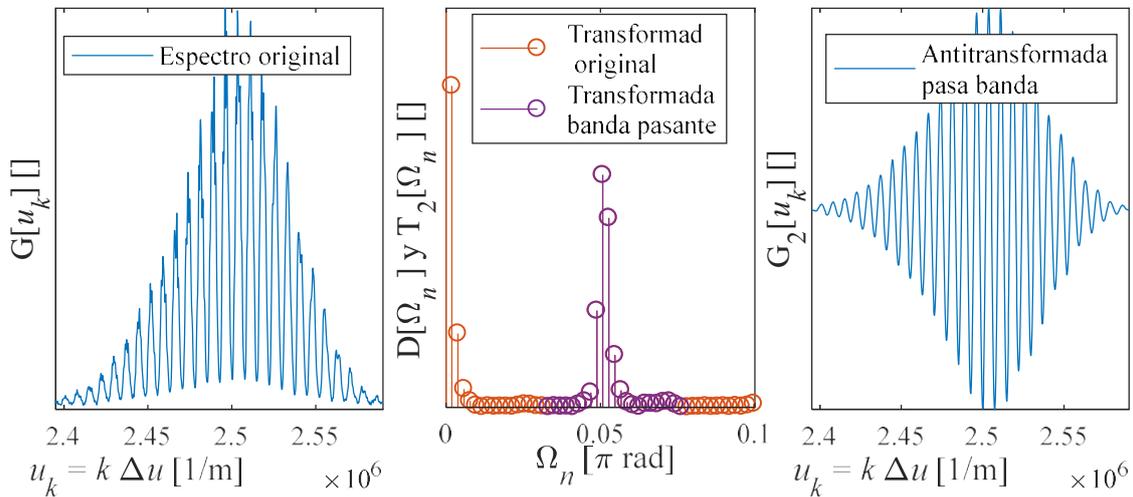


Figura 4.21. a) Espectro original. b) $|TDF|$ del espectro original con énfasis en las componentes de interés. c) $G_2[u_k]$ recuperado luego de la TDFI.

En este punto hay que mencionar que como se ve en la Figura 4.21 b), las componentes de bajas frecuencias y las de la zona de interés están claramente separadas. En aquellos casos en los cuales la cavidad es muy chica y por lo tanto entran pocos picos dentro del rango espectral de la fuente, las componentes espectrales de interés tienden a solaparse con las de baja frecuencia y el filtrado deja de ser una solución viable, pero para el resto de los casos el método propuesto es sumamente útil ya que las portadoras de la izquierda y de la derecha son de exactamente la misma frecuencia. De conocer la modulación de amplitud de $T_2[\Omega_n]$, se la puede extraer dividiendo a la señal por la modulante.

Existen diversas técnicas para obtener la envolvente de una señal como la de la Figura 4.21 c). Por un lado, se puede detectar los máximos de la señal rectificada y luego interpolar los puntos para obtener una aproximación a la modulante. Finalmente se dividen ambas señales y se obtiene una senoide de amplitud unitaria cuya frecuencia es la longitud de la cavidad. Este proceso se muestra en la Figura 4.22, la gráfica a) muestra a $T_2[\Omega_n]$ rectificada junto con los máximos de la función y la envolvente producto de interpolar los picos. En la gráfica b) se puede ver en amarillo a $T_2[\Omega_n]$ dividida por la envolvente encontrada previamente, se aprecia que resulta ser una señal de características armónicas a la cual se le puede aplicar el algoritmo de mejora de resolución de la DFT descripto previamente. Para verificar que la señal obtenida tiene las características de interés del espectro original, este se muestra superpuesto en azul. En la comparación se ve que evidentemente la señal sinusoidal recuperada corresponde a $\cos[2\pi \cdot d \cdot k \cdot \Delta u + \varphi_0]$ como se esperaba. Finalmente, a la izquierda se muestra la amplitud de la TDF de la función resaltando los picos de mayor amplitud. Se puede notar que a diferencia de la DFT de la Figura 4.21 b) esta no tiene componentes de baja

frecuencia debido a que fueron filtradas previamente. Además, se observa que hay más componentes espectrales de importancia en el entorno de Ω_p ya que ahora la delta correspondiente a la senoide esta convolucionada con la sinc proveniente del pulso rectangular que tiene mayor cantidad de componentes espectrales que la transformada de la fuente que es una función más suave.

Hay que mencionar que la curva envolvente de la Figura 4.21 a) no tiene el mismo rango en u que el espectro ya que surge de puntos de interpolación entre el primer y el segundo pico, por esta razón su longitud es menor a N . La curva sinusoidal recuperada se encuentra dividiendo al espectro por la envolvente solo en el rango de u en el que la envolvente tiene valores por lo cual también su longitud es menor a N y no corresponde con una potencia de dos. Para lograr que la secuencia tenga longitud N y se pueda aplicar la FFT, se hace una interpolación de la senoide con N puntos en el rango de u de donde hay envolvente.

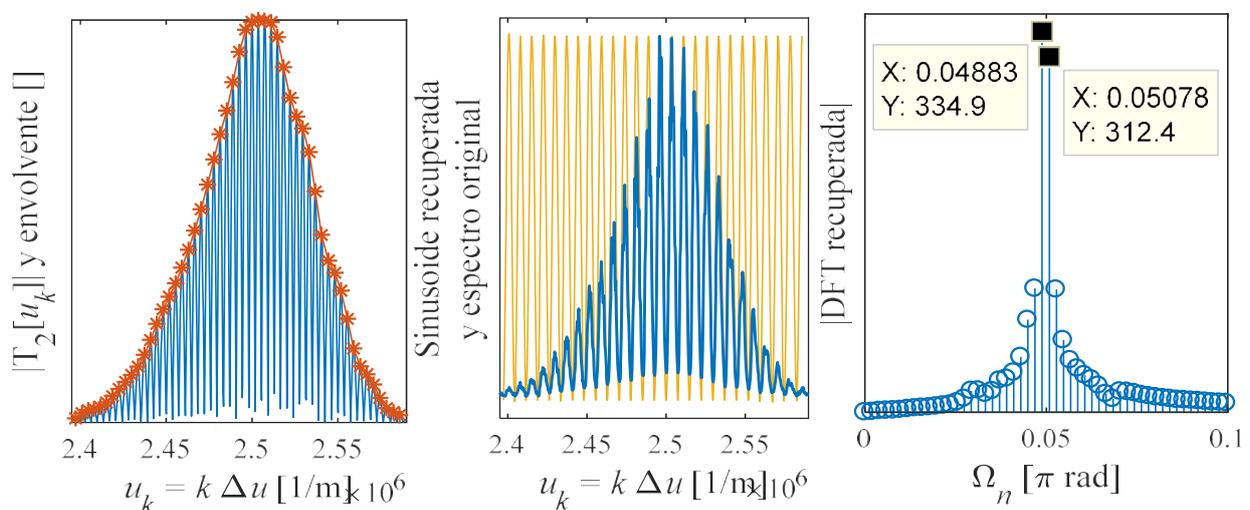


Figura 4.22. a) Espectro rectificado, picos y envolvente. b) Sinusoide recuperada y espectro original. c) Amplitud de la DFT de la senoide recuperada.

A los valores de los picos de mayor amplitud de la Figura 4.21 b) se les aplica la técnica de mejora de resolución mediante la ecuación 4.34. A saber:

$$N_1 = \Omega_1 \cdot \frac{N}{2\pi} = 0,048828 \cdot \pi \cdot \frac{1024}{2\pi} = 25$$

$$N_2 = \Omega_2 \cdot \frac{N}{2\pi} = 0,050781 \cdot \pi \cdot \frac{1024}{2\pi} = 26$$

$$N_p = \sqrt{\frac{334,8915 \cdot 25^2 + 312,437 \cdot 26^2}{334,8915 + 312,437}} = 25,488 \quad 4.39$$

Según la ecuación 4.39 entran 25.488 ciclos de la senoide en la señal, es decir que la longitud de la cavidad que es la frecuencia de la señal se calcula como:

$$d = N_p \cdot \frac{1}{N \cdot \Delta u} = 135,058 \mu\text{m} \quad 4.40$$

Para llegar al resultado de la ecuación 4.40 se calculó Δu utilizando la diferencia en u del primer y último pico que es el rango espectral de la senoide:

$$\Delta u = \frac{u_{pmax} - u_{pmin}}{N-1} \quad 4.41$$

En resumen, el algoritmo para procesar un espectro con la mejora debe seguir la siguiente secuencia:

- Cargar vector de longitudes de onda y espectro
- Aplicar cambio de variable y pasar a u
- Interpolación para obtener N puntos equiespaciados en u
- FFT y búsqueda de máximo para determinar rango espectral de operación
- Filtrado pasa banda y antitransformación
- Detección de picos, generación de envolvente y obtención de senoide (cambia rango espectral y cantidad de puntos).
- Interpolación para obtener N puntos equiespaciados en el rango de trabajo.
- FFT de la senoide obtenida y se buscan las componentes de mayor amplitud.
- Se calcula el valor de N corregido
- Se calcula d .

La cantidad de puntos N a considerar, debe ser potencia de dos para poder utilizar el algoritmo de la FFT como se mencionó anteriormente. En cuanto a su magnitud, hay una limitación en el mínimo valor ya que debe ser al menos el doble que la cantidad de ciclos de la senoide que se ven presentes en la ventana para cumplir con el criterio de muestreo de Nyquist [62]. En la ecuación 4.40 se encontró una relación entre la longitud de la cavidad y el período de la señal N_p .

El algoritmo propuesto se probó en un set de 803 espectros que se procesaron secuencialmente para comparar el rendimiento con el método de aplicar directamente la TDF. Los espectros se adquirieron midiendo una cavidad que se hizo variar mediante una señal triangular aplicada a un actuador electromagnético no calibrado como muestra la Figura 4.23.

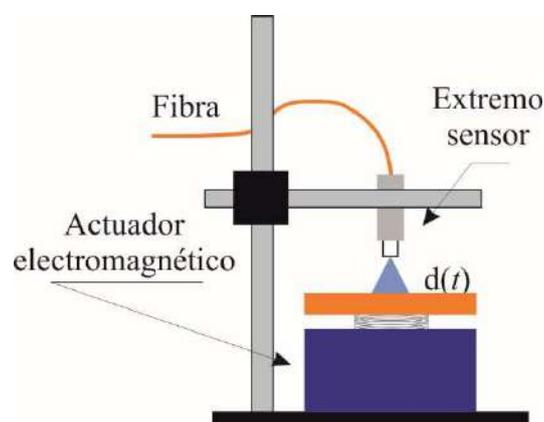


Figura 4.23. Banco de medición con actuador electromagnético.

El procesamiento de los espectros se realizó veinte veces y en promedio en el *hardware* en el que se lo implemento demoró 2,11 s por vez (2,6 ms/esp). En cambio, el cálculo de d utilizando directamente la TDF mediante la FFT ensayado para el mismo conjunto de espectros demora en el mismo equipo en un promedio de veinte corridas 0,31 s (386.1 μ s/esp). En la Figura 4.24 se muestran las curvas obtenidas con cada método. Si bien el método propuesto demoró 6,8 veces más, la mejora en la resolución lo vuelve factible de ser utilizado en aplicaciones en donde el tiempo de procesamiento no sea crítico.

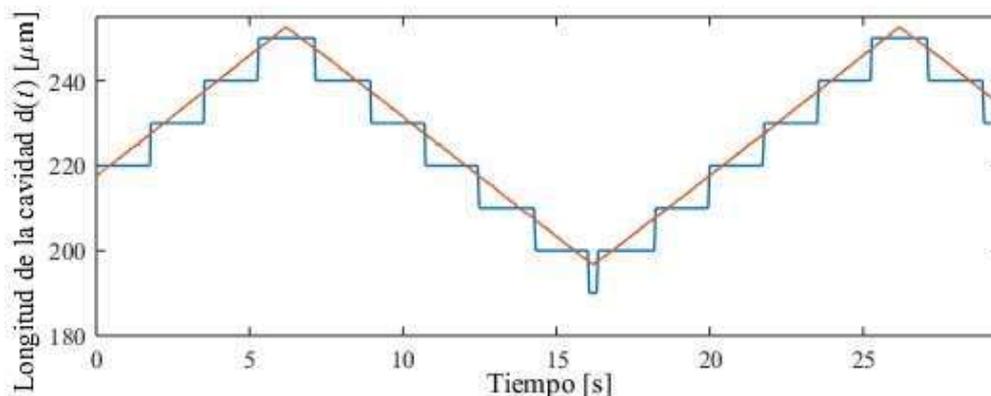


Figura 4.24. Comparación entre la curva obtenida mediante la FFT con y sin la mejora propuesta.

A simple vista se ve la mejora en la curva roja respecto de la azul (FDWLI). Los saltos en longitud de la FDWLI se deben a la limitación de su resolución que para el caso mostrado es de:

$$\Delta d = \frac{1}{N \cdot \Delta u} = \frac{1}{N \frac{u_{\max} - u_{\min}}{N-1}} = \frac{1023/1024}{\frac{2}{780 \text{ nm}} - \frac{2}{820 \text{ nm}}} = 7,987 \mu\text{m}$$

Seguimiento de máximos espectrales

Como se comentó al comienzo de este capítulo, el procesamiento de espectros de SDI se puede separar en dos grandes grupos. Según esta clasificación el seguimiento de máximos espectrales se encuentra dentro de aquellas técnicas no basadas en periodogramas. De la ecuación 2.28 se deduce que si λ_m es la longitud de onda de un máximo espectral:

$$\frac{4\pi \cdot d}{\lambda_m} + \varphi_0 = m \cdot 2\pi \quad 4.42$$

donde m es un número entero asociado a ese máximo denominado orden espectral.

De la ecuación 4.42 se puede obtener la longitud de la cavidad:

$$d = \frac{K_m}{2} \lambda_m \quad 4.43$$

$$K_m = m - \frac{\varphi_0}{2\pi}$$

Para un cierto máximo espectral, el valor de K_m es constante y debe ser determinado. Calculando la cavidad según la ecuación 4.43 se tiene una resolución que depende de la capacidad para encontrar la posición del máximo (λ_m). Derivando la primer expresión de la ecuación 4.43 se obtiene:

$$\frac{\partial d}{\partial \lambda_m} = \frac{K_m}{2} \rightarrow \frac{\Delta d}{d} \cong \frac{\Delta \lambda_m}{\lambda_m} \quad 4.44$$

Según la ecuación 4.44, el error relativo en el cálculo de la longitud de la cavidad es igual al error relativo en el cálculo de la ubicación del máximo espectral. Este último depende de varios factores como la relación señal a ruido del espectro adquirido y la estabilidad del sistema, pero fundamentalmente de la resolución espectral del espectrómetro.

En cuanto a K_m , se puede calibrar previamente mediante una medición o bien se puede aproximar calculando la longitud de la cavidad por otro método. Una vez calculado se puede seguir la evolución de dicho máximo en el tiempo teniendo en cuenta que, si por un cambio brusco en la longitud de la cavidad se confunde el máximo que se está estudiando con uno consecutivo, se cometerá un error de $\lambda_m/2$.

Se puede evitar el problema anterior si en vez de un máximo se consideran dos extremos consecutivos. De este modo se cumple:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{4\pi \cdot d}{\lambda_m} + \varphi_0 = m \cdot 2\pi \\ \frac{4\pi \cdot d}{\lambda_{m+1}} + \varphi_0 = (m+1) \cdot 2\pi \end{array} \right\} \rightarrow d = \left[2 \cdot (\lambda_m^{-1} - \lambda_{m+1}^{-1}) \right]^{-1} = \frac{\lambda_{m+1} \cdot \lambda_m}{2 \cdot (\lambda_{m+1} - \lambda_m)} \quad 4.45$$

En la ecuación 4.45 λ_m y λ_{m+1} son la longitudes de onda de dos máximos consecutivos. Si se asume que el error cometido en la determinación de la longitud de onda de ambos máximos es el mismo, se puede obtener la resolución del cálculo de d de la ecuación 4.45 según:

$$\frac{\Delta d}{d} \cong \sqrt{2} \frac{\lambda_{m+1}}{\lambda_{m+1} - \lambda_m} \cdot \frac{\Delta \lambda_m}{\lambda_m} \quad 4.46$$

Es claro que en este caso no existe el problema de la confusión en el pico que se está estudiando ni se requiere calibrar inicialmente el valor de K_m , sin embargo, si se comparan las ecuaciones 4.44 y 4.46 se puede notar que la resolución empeora en un factor de $\sqrt{2} \cdot \lambda_{m+1} / (\lambda_{m+1} - \lambda_m)$. En una medición de una cavidad de 500 μm con una fuente en el entorno de los 800 nm y un espectrómetro con resolución espectral de 50,5 pm, Δd obtenido con la ecuación 4.44 es 31.56 nm, sin embargo, considerando dos picos se degrada 256 veces llegando a ser $\Delta d = 8.08 \mu\text{m}$. El problema de la técnica del seguimiento de un pico radica principalmente en que la frecuencia de obtención de los espectros debe ser suficientemente alta comparada con la evolución de la cavidad como para evitar la confusión respecto del máximo que se está estudiando, además, no permite estudiar cavidades que presentan discontinuidades.

Procesamiento de espectros mediante estimación de parámetros

En general, el procesamiento de una señal, consiste en aplicarle ciertas técnicas que la transforman o modifican para finalmente obtener la información que se desea obtener. Sin embargo, mediante la técnica de estimación de parámetros el proceso es inverso, se generan digitalmente señales con diferentes valores del parámetro que se desea determinar y se adopta el valor del parámetro que dio lugar a la señal con mayor similitud a la medida.

La ley que describe un espectro obtenido de un SIFO de *Fizeau* es la de la ecuación 4.35 que se reescribe a continuación:

$$G(u) = a \cdot S(u) + b \cdot S(u) \cdot \cos(2\pi \cdot d \cdot u + \varphi_0)$$

Si bien se desea conocer el valor de d , no son conocidos tampoco los valores de a , b , $S(u)$ y φ_0 . En cuanto a $a \cdot S(u)$, se puede estimar del mismo modo que se hizo en el apartado anterior, mediante filtrado pasa-bajos. De este modo, dividiendo a la ecuación 4.35 se puede llegar a la ecuación normalizada:

$$G_{norm}(u) = 1 + c \cdot \cos(2\pi \cdot d \cdot u + \varphi_0) \quad 4.47$$

En la ecuación 4.47 $c = b/a$. Si se le resta la constante unitaria y se lo divide por c se llega a:

$$f(u) = \cos(2\pi \cdot d \cdot u + \varphi_0) \quad 4.48$$

El valor de c se puede obtener promediando el valor de los máximos de $G_{norm}(u)-1$. La función $f(u)$ tiene dos parámetros desconocidos: d y φ_0 . Es importante mencionar que el valor de φ_0 en algunos trabajos se ha considerado constante [40,55] pero esta aproximación puede llevar a saltos en la demodulación de la señal debido a su dependencia con d . Los saltos se pueden interpretar considerando la ambigüedad que resulta cuando a lo largo de una medición el valor de φ_0 aumenta por encima de π [63].

Se generan una serie de señales $f(u)$ que difieren en d y φ_0 . La cantidad simulan diferentes señales con el valor de φ_0 estimado, pero variando el parámetro d . La cantidad de simulaciones (N) depende básicamente de la variación en el valor de d de cada curva (Δd) y del rango de variación ($d_{max} - d_{min}$).

$$N = \frac{d_{max} - d_{min}}{\Delta d} + 1 \quad 4.49$$

El valor de Δd coincide con la resolución del método y se adopta según requiera la aplicación. El rango limitado por d_{max} y d_{min} es el rango dinámico de la medición. La cantidad de señales que se compararán (N) y la longitud asociada a cada una de ellas (d_i) son:

$$N = \frac{d_{min} - d_{max}}{\Delta d} + 1 \quad 4.50$$
$$d_i = d_{min} + i \cdot \Delta d \quad 0..i..N-1$$

Para determina cuál de las señales generadas se resulta con mayor similitud a la original, se utiliza en criterio de error cuadrático medio (MSE por su sigla en inglés *mean square error*). Se demuestra que el MSE es igual a la suma de la varianza y el cuadrado del error medio de la estimación. Siendo $f'(u)$ la señal generada:

$$\text{MSE} = \frac{1}{N} \sum_N (f'(u) - f(u))^2 = \text{var}[f'] + \text{mean}^2[f'] \quad 4.51$$

Según la ecuación 4.51, el MSE es mínimo solo cuando la varianza y el error medio de la estimación son mínimos lo que lo vuelve un parámetro efectivo para esta aplicación. Existe un límite inferior en la varianza de la estimación que está definido por el criterio de Cramer-Rao por lo que el MSE nunca puede llegar a ser cero [64].

Para cada valor de d_i se generan señales variando el valor de φ_0 desde $-\pi$ hasta π a pasos de $\pi/60$, se adopta el valor que minimice el MSE y se descartan el resto de las señales. Luego para cada valor de d_i se obtiene una única señal.

En la Figura 4.25 (izquierda) se muestra MSE en función del valor de d_i para el procesamiento de un espectro obtenido con un SLED centrado en $\lambda c = 800\text{nm}$. A la derecha, en la misma figura se amplía la zona donde se ubican los mínimos valores de MSE. Se puede notar que aparecen picos separados en $\lambda c/2$ para los cuales el valor de MSE es similar. El valor de d_i que da origen al mínimo MSE se adopta como el resultado del procesamiento. Si bien en teoría el haz de luz incide perpendicularmente en la superficie a medir, en la práctica se puede dar una pequeña desalineación que distorsiona el frente de onda. Dicha distorsión degrada la señal y se vuelve más evidente a medida que la longitud de la cavidad aumenta. Este fenómeno lleva a que en ocasiones se produzca un error de $\lambda c/2$ en la medición debido a un error en la elección del extremo de mínimo MSE (salto de modo).

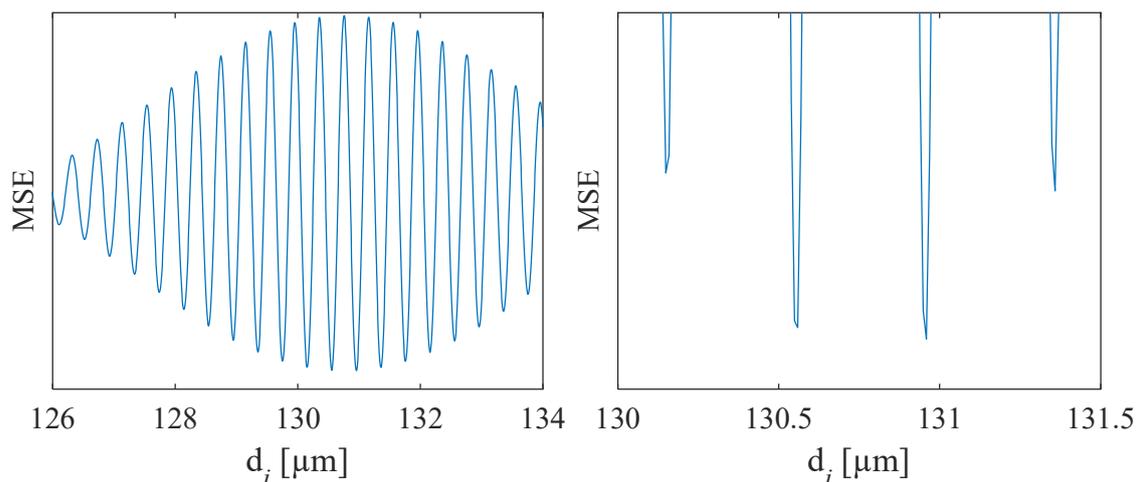


Figura 4.25. MSE para diferentes valores de longitud de cavidad simulada.

El procesamiento de espectros debido a la estimación de parámetros es muy costoso en términos de procesamiento por la cantidad de señales que se deben generar y comparar mediante MSE.

Por esta razón y con la intención de evitar el salto de modo, se procesa inicialmente el espectro mediante algún método que permita obtener una resolución mejor a $\lambda_c/2$. La TDF puede ser de utilidad si se cumple:

$$\frac{1}{AB_u} \leq \frac{\lambda_c}{2} \rightarrow \frac{\lambda_{\max} \cdot \lambda_{\min}}{\lambda_{\max} - \lambda_{\min}} \leq \lambda_c \quad 4.52$$

En aquellos casos en los que no se cumpla la condición de la ecuación 4.52, se puede mejorar la resolución mediante alguna de las técnicas desarrolladas a tal fin.

Procesamiento de interferogramas

Los interferogramas son el resultado de estudiar en el dominio del tiempo la evolución de la potencia de luz proveniente de una cavidad interferente cuando a esta se incide con luz monocromática. Según ya fue desarrollado, en un interferómetro de Fizeau implementado en fibra óptica, la intensidad de luz reflejada en la cavidad viene dada por:

$$I(d) = I_{A0} \cdot K_I \cdot \left[1 + V \cdot \cos\left(\frac{4\pi d}{\lambda_0}\right) \right] \quad 4.53$$

En la ecuación 4.53 se representa con d a la longitud de la cavidad, λ_0 es la longitud de onda de la luz, V se definió como la visibilidad, I_{A0} es la intensidad incidente. Tanto V como K_I dependen de las reflectividades de las caras de la cavidad como del acoplamiento óptico de la cavidad que además de factores constitutivos de la fibra óptica y de la longitud de onda de la luz varía con la longitud de la cavidad d .

Tanto la visibilidad como K_I se pueden asumir como constante cuando la longitud d varía ($d(t)$) de modo que la función coseno desarrolla unos pocos ciclos, esto es equivalente a decir que la variación de la cavidad es de algunas veces la longitud de onda de la luz. La señal obtenida cuando la luz incide en un detector de potencia óptica es directamente proporcional a la intensidad y normalizando esta función por su valor medio se llega a la potencia normalizada:

$$P_N(d) = 1 + V \cdot \cos\left(\frac{4\pi d}{\lambda_0}\right) \quad 4.54$$

En estos casos la potencia normalizada es una senoide de frecuencia variable con amplitud V y valor medio unitario. La información de interés $d(t)$ se encuentra en el argumento del coseno pudiendo considerar a la potencia normalizada como una señal de fase modulada (PM). Si bien las señales de PM están bastante estudiadas dentro del mundo de las comunicaciones estos métodos no pueden extrapolarse a estos casos por ser la potencia normalizada una señal de PM en banda base. Otros métodos desarrollados para mediciones interferométricas de imágenes, también recuperan la fase de una señal de este tipo pero contando con una modulación de frecuencia alrededor de un valor medio y no de frecuencia cero [58].

- Procesamiento de interferogramas mediante la transformada de Hilbert

La Transformada de Hilbert (TH), al contrario de otras transformaciones integrales como la TF, no es una transformación entre dominios. La TH asigna una parte complementaria imaginaria a una señal real desplazando cada componente de la señal un cuarto de período. De este modo se obtienen la fase y la amplitud instantáneas de la señal.

Considerando la señal $x(t)$, la TH se define como:

$$\tilde{x}(t) = H\{x(t)\} = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(\tau)}{t-\tau} \cdot d\tau \quad 4.55$$

En la ecuación 4.55 se puede notar que la integral puede tener una singularidad cuando $t=\tau$ por lo que se debe considerar el valor principal de Cauchy. La TH de una función real es también una función real. Se puede interpretar mejor la TH si se entiende como la convolución de $x(t)$ con $(\pi t)^{-1}$. Esto es lo mismo que pensar a la TH como un filtro lineal en el cual todas las componentes mantienen la amplitud, pero se les agrega una fase de $\pi/2$ ya que la transferencia del filtro es la TF de $(\pi t)^{-1}$. De este modo es directo el cálculo de la TH de funciones armónicas:

$$\begin{aligned} H[\cos(\omega t)] &= \sin(\omega t) \\ H[\sin(\omega t)] &= -\cos(\omega t) \end{aligned} \quad 4.56$$

Transformada de productos

Es de particular interés como se verá más adelante la TH de productos de señales de diferentes frecuencias. Según el teorema del producto o la identidad de Bedrosian [65], si se tienen dos señales de frecuencias disímiles cuyos espectros no se solapan, siendo $x_{rapida}(t)$ de mayor frecuencia que $x_{lenta}(t)$, la TH del producto es equivalente a la TF de la rápida multiplicada por la lenta:

$$H[x_{rapida} \cdot x_{lenta}] = x_{lenta} \cdot H[x_{rapida}] = x_{lenta} \cdot \tilde{x}_{rapida} \quad 4.57$$

En aquellos casos en que los factores de multiplicación se solapan en el espectro, pero una de las dos funciones se puede descomponer en una suma de dos componentes de modo tal que ninguna de las dos componentes se solapa espectralmente con la otra función, la TH del producto se resuelve como:

$$H[(x_{rapida} + x_{lenta}) \cdot n] = H[x_{rapida} \cdot n + x_{lenta} \cdot n] = \tilde{x}_{rapida} \cdot n + x_{lenta} \cdot \tilde{n} \quad 4.58$$

Señal analítica

Se define también la ‘señal analítica’ o ‘señal cuadratura’ como la señal cuya parte imaginaria es la TH de la parte real:

$$X(t) = x(t) + j\tilde{x}(t) \quad 4.59$$

La función analítica se puede interpretar como un fasor en el plano complejo con amplitud y frecuencia variable cuyo valor real coincide con $x(t)$. Si llamamos $A(t)$ y $\phi(t)$ la amplitud y la fase de $X(t)$ respectivamente, se puede escribir:

$$\begin{aligned} x(t) &= A(t) \cdot \cos(\phi(t)) \\ \tilde{x}(t) &= A(t) \cdot \text{sen}(\phi(t)) \end{aligned} \quad 4.60$$

Sea por ejemplo la siguiente función:

$$x(t) = \cos\left(\frac{2\pi \cdot t}{4}\right) \cdot \cos(2\pi \cdot t \cdot 3) \quad 4.61$$

La señal definida en la ecuación 4.61 se puede interpretar como el producto de dos cosenos de diferentes frecuencias. Utilizando la propiedad de la ecuación 4.57 se calcula la TH como:

$$\tilde{x}(t) = \cos\left(\frac{2\pi \cdot t}{4}\right) \cdot H[\cos(2\pi \cdot t \cdot 3)] = \cos\left(\frac{2\pi \cdot t}{4}\right) \cdot \sin(2\pi \cdot t \cdot 3)$$

La señal analítica $X(t)$ es compleja y se obtiene de la ecuación 4.59:

$$\begin{aligned} X(t) &= x(t) + j\tilde{x}(t) = \cos\left(\frac{2\pi \cdot t}{4}\right) \cdot \cos(2\pi \cdot t \cdot 3) + j \cdot \cos\left(\frac{2\pi \cdot t}{4}\right) \cdot \sin(2\pi \cdot t \cdot 3) = \\ &\cos\left(\frac{2\pi \cdot t}{4}\right) \cdot [\cos(2\pi \cdot t \cdot 3) + j \cdot \sin(2\pi \cdot t \cdot 3)] = \cos\left(\frac{2\pi \cdot t}{4}\right) \cdot e^{j2\pi \cdot t \cdot 3} \end{aligned}$$

En la Figura 4.26 se muestra una representación paramétrica en coordenadas polares de la señal analítica $X(t)$. La construcción se realiza conectando sucesivos valores de $X(t)$ en el plano complejo a medida que aumenta el parámetro t . Además, se destacan los valores $X(t_1)$ y $X(t_2)$ siendo t_1 y t_2 dos valores arbitrarios de tiempo. En este caso el fasor $X(t)$ gira en sentido contrario al de las agujas del reloj con una frecuencia igual a tres mientras que la amplitud disminuye desde la unidad hasta cero a medida que el tiempo pasa de cero a uno.

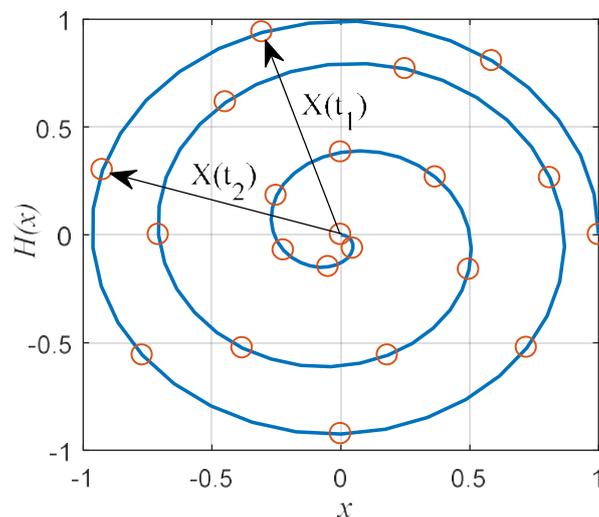


Figura 4.26. Representación polar de la función analítica.

La implementación digital de la transformada de Hilbert se puede realizar mediante la TDF y si la cantidad de puntos de la secuencia a transformar es una potencia de dos, se puede utilizar el algoritmo de la FFT. En [66] se muestra que a partir de una secuencia se puede obtener su función analítica en tres pasos:

- 1- Se realiza la TDF de la secuencia
- 2- Se reemplazan por cero los valores correspondientes a frecuencia negativas (segunda mitad de la secuencia), se duplican el resto salvo el primero y el del medio.
- 3- Se realiza la TDTI y se obtiene la señal analítica.

Para obtener la transformada de Hilbert de la señal analítica, solo hay que restar la función original y a la resta dividirla por la identidad imaginaria.

Más información respecto de la TH puede encontrarse en la referencia mencionada.

Aplicación de la TH a la demodulación de interferogramas

Volviendo a la potencia normalizada de la ecuación 4.54 y restando la constante se obtiene:

$$u(d) = P_N(d) - 1 = V \cdot \cos\left(\frac{4\pi d}{\lambda_0}\right) \quad 4.62$$

Considerando que d es una función temporal por lo cual, u también lo es, la función $u(t)$ consiste en una senoide cuyo argumento depende de la longitud de cavidad $d(t)$ y en la fase de su función analítica se dispone de la información de interés:

$$\left. \begin{aligned} u(t) &= V \cdot \cos\left(\frac{4\pi \cdot d(t)}{\lambda_0}\right) \\ \tilde{u}(t) &= V \cdot \sin\left(\frac{4\pi \cdot d(t)}{\lambda_0}\right) \end{aligned} \right\} \begin{aligned} U(t) &= V \cdot e^{j\frac{4\pi \cdot d(t)}{\lambda_0}} = A(t) \cdot e^{j\phi(t)} \\ d(t) &= \frac{\lambda_0}{4\pi} \phi(t) \end{aligned} \quad 4.63$$

La curva $d(t)$ se obtiene directamente de la fase de la señal analítica como lo expresa la ecuación 4.63. En este punto cabe remarcar que, si bien este método es muy fácil de implementar, luego de obtener la señal en cuadratura para la obtención de la fase, hay que tratar los quiebres de amplitud 2π que se aparecen vez que el fasor da una vuelta completa detectando los saltos y sumando 2π a todos los valores de fase a partir del quiebre.

Otra manera de resolver el problema es calculando la frecuencia angular instantánea $\omega(t)$ y obteniendo de esta la curva de fase por integración:

$$\omega(t) = 2\pi f(t) = \frac{d\phi}{dt} \quad \rightarrow \quad \phi(t) = \phi_0 + \int_0^t \omega(\tau) \cdot d\tau \quad 4.64$$

La obtención de la frecuencia angular es insensible al problema de los quiebres en la fase por lo cual, al obtener por este medio la curva de fase, se evita completamente el problema de los saltos. La fase instantánea de $X(t)$ se obtiene de:

$$\phi(t) = \arctan\left(\frac{\tilde{x}}{x}\right) \quad 4.65$$

La frecuencia angular instantánea se puede obtener derivando la ecuación 4.65:

$$\omega(t) = \frac{d}{dt} \arctan\left(\frac{\tilde{x}(t)}{x(t)}\right) = \frac{1}{\left(\frac{\tilde{x}(t)}{x(t)}\right)^2 + 1} \cdot \frac{\dot{\tilde{x}}(t)x(t) - \tilde{x}(t)\dot{x}(t)}{x^2(t)} = \frac{\dot{\tilde{x}}(t)x(t) - \tilde{x}(t)\dot{x}(t)}{\tilde{x}^2(t) + x^2(t)} \quad 4.66$$

El problema de los métodos antes descriptos es que no consideran frecuencias negativas en las soluciones. El cambio de signo de la frecuencia angular instantánea ($\omega = 2\pi f$) se puede entender fácilmente si se la piensa a esta como la pendiente de la curva de fase, es decir, cuando la fase aumenta, la frecuencia es negativa y cuando disminuye, es positiva. Este problema del cambio de tendencia en la pendiente de fase es recurrente en los oscilogramas y se da cada vez que la longitud de la cavidad cambia de sentido. Cuando la cavidad aumenta, el desfase entre los haces interferentes aumenta y lo hace el argumento del coseno de la ecuación 4.62. Sin embargo, cuando la cavidad disminuye, el argumento también lo hace volviéndose negativa la frecuencia instantánea. Inclusive, como se mencionó en capítulos anteriores, puede suceder que un cambio de sentido en la evolución de la cavidad quede enmascarado y sea imposible de detectar observando el interferograma.

En mediciones en que la cavidad varía en un rango en el cual la visibilidad V no se puede asumir constante, la fase de la señal analítica no presenta inconvenientes para extraer de ella la curva de la cavidad. Esto se debe a que como $V(t)$ varía muy lentamente frente al coseno, la curva $u(t)$ es el producto de dos señales de frecuencias disimiles. Aplicando la ya mostrada propiedad de la TH de producto de señales de diferentes frecuencias, la solución encontrada en la ecuación 4.63 sigue siendo válida.

A pesar de que la variación temporal de la visibilidad no es un inconveniente, al mismo tiempo varía el factor K_I por el cual fue dividida la potencia óptica para obtener la potencia normalizada. En estos casos, normalizar la potencia no parece aclarar la señal. Finalmente se opera directamente sobre la potencia óptica detectada:

$$P(t) = \alpha(t) \cdot \left[1 + V(t) \cdot \cos\left(\frac{4\pi d(t)}{\lambda_0}\right) \right] \quad 4.67$$

En la ecuación 4.67 $\alpha(t)$ es un factor que depende tanto de la intensidad con la que se ilumina la cavidad, de K_I , de la ubicación del detector respecto a la fibra óptica de salida del interferómetro y la eficiencia de detección. Distribuyendo este factor, se puede ver que la señal sigue siendo el coseno de interés con amplitud modulada por $\alpha(t) \cdot V(t)$ a la cual se le adiciona $\alpha(t)$. Se puede considerar que la adición de $\alpha(t)$ agrega una línea base al coseno modulado en amplitud:

$$P(t) = \alpha(t) + \alpha(t) \cdot V(t) \cdot \cos\left(\frac{4\pi d(t)}{\lambda_0}\right) \quad 4.68$$

En algunos casos, la línea base se puede extraer por medio de filtrado del interferograma por estar constituida por términos de menor frecuencia que el coseno de interés y en otros por no solaparse las bandas espectrales. Por ejemplo, en la Figura 4.27 a) se observa nuevamente el oscilograma que fue mostrado en el capítulo 3. Las consideraciones experimentales se encuentran allí descriptas. En la

Figura 4.27 b) se pueden ver los primeros tres segundos. En estas dos imágenes se pone de manifiesto la modulación en amplitud de la senoide de interés y como su valor medio instantáneo también varía con el tiempo (línea base). En la Figura 4.27 c) se muestra el módulo de la TDF del oscilograma. Si se observa el eje de las abscisas se podrá notar que se encuentra graduado en frecuencia considerando la relación entre la TDF y la TFTD por la cual los puntos corresponden a muestras espaciadas cada $2\pi/Np$ en el eje Ω y la relación con frecuencia de adquisición que corresponde a 2π en la misma coordenada. En esta figura se evidencia que las componentes de interés se encuentran en el entorno de 8,5 Hz muy separado de las componentes de baja frecuencia. Resulta notable también la aparición de una componente espuria en 50 Hz coincidente con la frecuencia de la red eléctrica domiciliaria, esto se puede explicar considerando que la fuente óptica (láser semiconductor) se encuentra alimentado eléctricamente mediante una fuente conectada a la red eléctrica. Por esta razón es que la oscilación de la red se ve reflejada en la intensidad de la fuente óptica.

En base al espectro mostrado, se decide realizar un filtrado pasa banda para quitar las componentes de baja frecuencia correspondientes a la línea base y también disminuir el ruido presente incluyendo el de línea. El filtrado se realiza multiplicando al espectro por un pulso de amplitud unitaria entre 2 y 20 Hz mientras que el resto de los valores son nulos. Luego se recupera la señal filtrada mediante la TDFI.

En la Figura 4.28 inferior se muestra el oscilograma ya filtrado, se aprecia que el valor medio es nulo y que es prácticamente simétrico horizontalmente. En la parte superior de la misma figura se observa el oscilograma original y superpuesto a este la línea base obtenida mediante filtrado pasa bajo con una frecuencia de corte en 2 Hz. Cabe destacar que la obtención de la línea base no es necesario para procesar la señal, esto se hace solo para mostrar la correspondencia entre esta curva y el valor medio instantáneo del oscilograma.

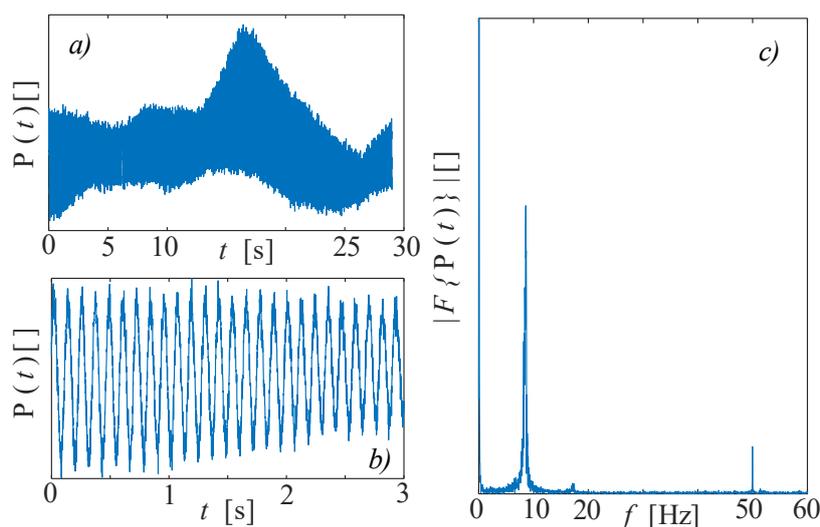


Figura 4.27. a) Oscilograma de 28.9 segundos. b) Primeros tres segundos del oscilograma. c) Amplitud de la TDF del oscilograma.

La señal obtenida luego del filtrado es óptima para ser procesada mediante la transformada de Hilbert según se describió anteriormente.

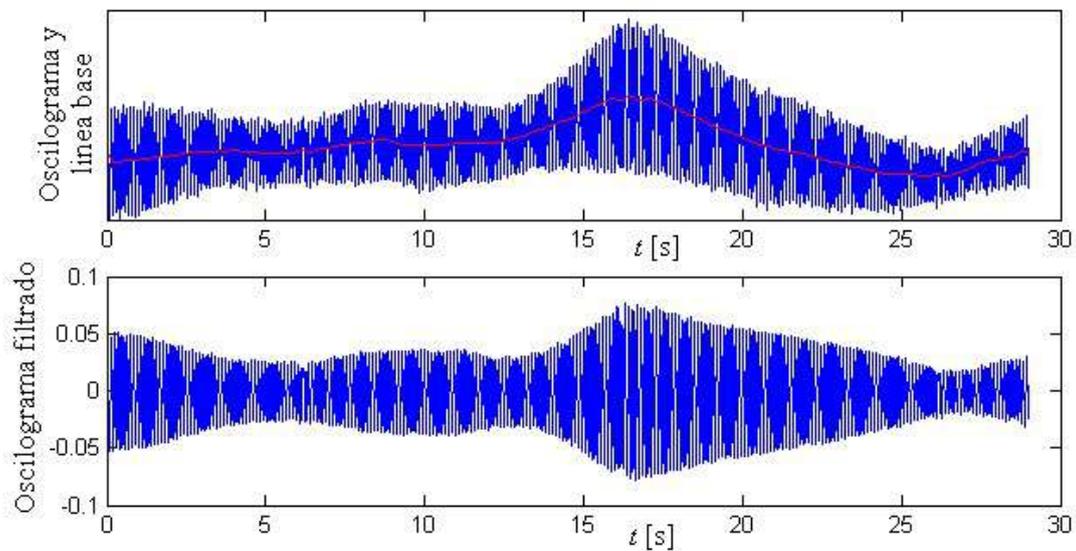


Figura 4.28. Oscilograma original y línea base (superior). Oscilograma filtrado (inferior).

Se obtiene la señal analítica del oscilograma filtrado y se grafica en la parte superior de la Figura 4.29 en azul junto al módulo de la señal analítica. El resultado obtenido es el esperado ya que se tiene en el módulo la modulación de amplitud de la señal de interés. Si bien esta curva no es útil para recuperar la fase, resulta un buen indicador de que la señal obtenida representa lo que se mencionó. Por otro lado y en negro, se muestra en la parte baja de la Figura 4.29 la fase de la señal analítica: a la izquierda en todo el intervalo y a la derecha en el primer segundo para facilitar su interpretación. Se pueden ver los típicos saltos de amplitud 2π que deben tratarse para la obtención de la curva $d(t)$ que es objetivo de la medición.

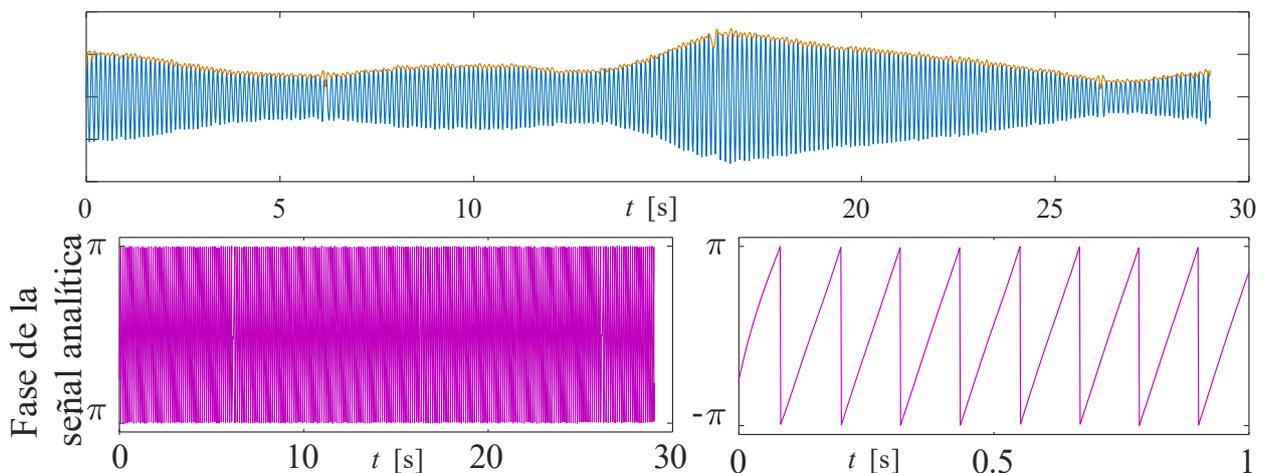


Figura 4.29. Señal analítica: Amplitud (superior) y fase (inferior).

Para tratar el problema de los saltos de fase se propone un algoritmo que recorre la curva de fase y suma 2π a toda la secuencia a partir del valor en el cual se produce un salto y cada vez que existe uno. La existencia de un salto se verifica cuando un valor de fase es cercano a π y el siguiente a $-\pi$. Finalmente la curva recuperada se la multiplica por $\lambda_0/(4\pi)$ y se tiene el resultado de la medición de $d(t)$ que se muestra en la Figura 4.30.

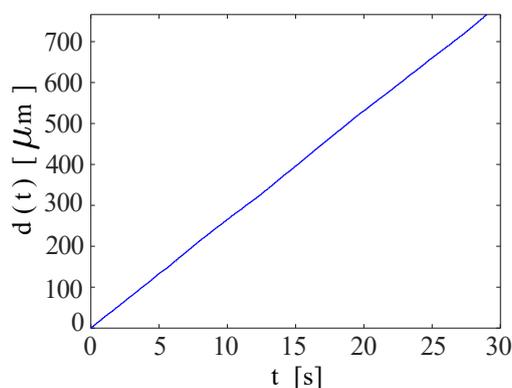


Figura 4.30. Cavidad en función del tiempo medida.

La curva recuperada corresponde a una recta creciente pero la cavidad real evoluciona con la forma de una señal triangular. Si bien las pendientes coinciden, este método no es capaz de determinar el cambio de sentido en la cavidad porque no opera con frecuencias negativas. En este caso se deben conocer previamente los instantes de tiempo en los cuales la cavidad cambia de sentido: ya sea mediante la observación del interferograma, por conocimiento del fenómeno que se está midiendo u obteniéndolo de técnicas espectrales como las que se explicaron anteriormente. Luego se procesan con el método descrito cada uno de los intervalos y finalmente se solapan.

En otros casos, es imposible separar por filtrado lineal la línea base de $P(t)$ de la sinusoides modulada en amplitud. Esto se da en mediciones en las cuales hay velocidades muy diferentes, por ejemplo, en medición de caracterización de contracción de resinas de fotocurado. En estos casos, la resina se contrae rápidamente al iniciar la medición y luego lo hace cada vez más lento hasta que su espesor se hace constante al igual que la cavidad. El problema reside en que la velocidad con la que varía la línea base al principio del experimento, se solapa en banda con la oscilación al final del mismo, peor aún, la oscilación se extingue cuando es constante la cavidad. Resulta posible para solucionar este problema procesar el oscilograma en dos o más partes de modo que en cada ventana no se solapen los espectros y luego unir todas las soluciones. A tal fin se diseñó una aplicación capaz de facilitar el procesamiento de este tipo de interferogramas. De este modo el usuario dispone de todas las herramientas necesarias para procesar un oscilograma mientras se visualiza las salidas de los pasos intermedios para determinar si se obtienen los resultados esperados.

Aplicación GUI el procesamiento de interferogramas

La aplicación se diseñó intentando brindar al usuario las herramientas necesarias para poder procesar oscilogramas conociendo a priori los cambios de sentido de la cavidad. Es decir, se piensa en un esquema de procesamiento de dos tipos de oscilogramas:

- Cavidades que no cambian de sentido, es decir, que crecen o decrecen monótonamente.
- Mediciones en las cuales se conoce el momento del cambio de sentido.

Mediciones del primer tipo son por ejemplo las de caracterización de coeficiente de expansión térmica. Allí se calienta un material controladamente y se mide la cavidad formada entre la fibra y la superficie del material. Al expandirse el material durante toda la experiencia, se sabe que la cavidad disminuye monótonamente por lo cual no hay cambios de sentido. Por otro lado, mediciones del segundo tipo son, por ejemplo, las de vibraciones de baja frecuencia en las cuales la medición se hace con técnicas espectrales de las cuales se extraen los instantes de cambio de sentido y luego se utiliza dicha información para procesar los interferogramas.

Se pretende que el usuario tenga flexibilidad suficiente como para poder aplicar todas las técnicas descriptas previamente, pero tratando de simplificar lo más posible el acceso a ellas, esto se aborda intentando permanentemente mostrar gráficamente las señales procesadas.

Para procesar oscilogramas con zonas de frecuencias muy disimiles como así también a aquellos correspondientes a mediciones de cavidades que cambian de sentido, se debe poder dividir la muestra en dos o más sub-oscilogramas de menor longitud para luego concatenar los resultados. También tiene que ser posible realizar el filtrado pasabanda de la señal teniendo permanentemente acceso al gráfico de la señal original, señal filtrada y espectro de ambas para que el usuario tenga completo control de los procesos que se estén realizando.

Para el desarrollo del prototipo de la aplicación se utilizó el entorno de desarrollo MatLab por contar con muchos algoritmos de utilidad ya implementados y ofrecer la posibilidad de realizar gráficos de manera muy sencilla y dinámica, sumado a esto que la herramienta GUIDE permite crear interfaces graficas de usuario (GUI por su sigla en inglés).

En la Figura 4.31 se muestra el esquema del procesamiento en el cual se enfocó el diseño de la aplicación.

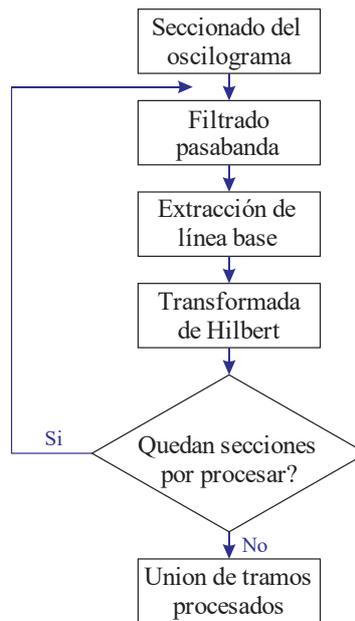


Figura 4.31. Esquema de procesamiento de la aplicación.

En la Figura 4.32 se puede ver que la vista principal consta de cinco bloques donde están dispuestas las acciones que se pueden llevar a cabo: selección de la información, segmentos en los cuales dividir el oscilograma y filtro pasa banda, selección de línea base, procesamiento mediante transformada de Hilbert y la administración de la información obtenida. Además, debajo de los cuadros se tienen dos gráficos donde se muestran los datos.

El procesamiento de un oscilograma comienza con la selección y carga de los datos, esto se hace desde el cuadro ‘Carga de variables’. Desde allí se pueden seleccionar variables del entorno de trabajo de MatLab como así también abrir archivos de texto con la información separada por comas. Al abrir archivos se crean variables a las que se les puede asignar cualquier nombre arbitrario para después ser seleccionadas. Para comenzar con el procesamiento se necesitan dos variables, en una se debe contar con la escala temporal y en la otra con el oscilograma propiamente dicho. El software verifica que ambos vectores tengan la misma cantidad de puntos y que el eje temporal tenga sus valores separados uniformemente, en caso de que esto último no sea así ofrece la posibilidad de solucionarlo mediante interpolación.

Luego de seleccionar las variables y una vez que fueron validados los datos por el software, se hace clic en ‘Cargar’ y en la parte inferior de la ventana se muestran las gráficas del oscilograma (izquierda) y del espectro (derecha) como se muestra en la Figura 4.32.

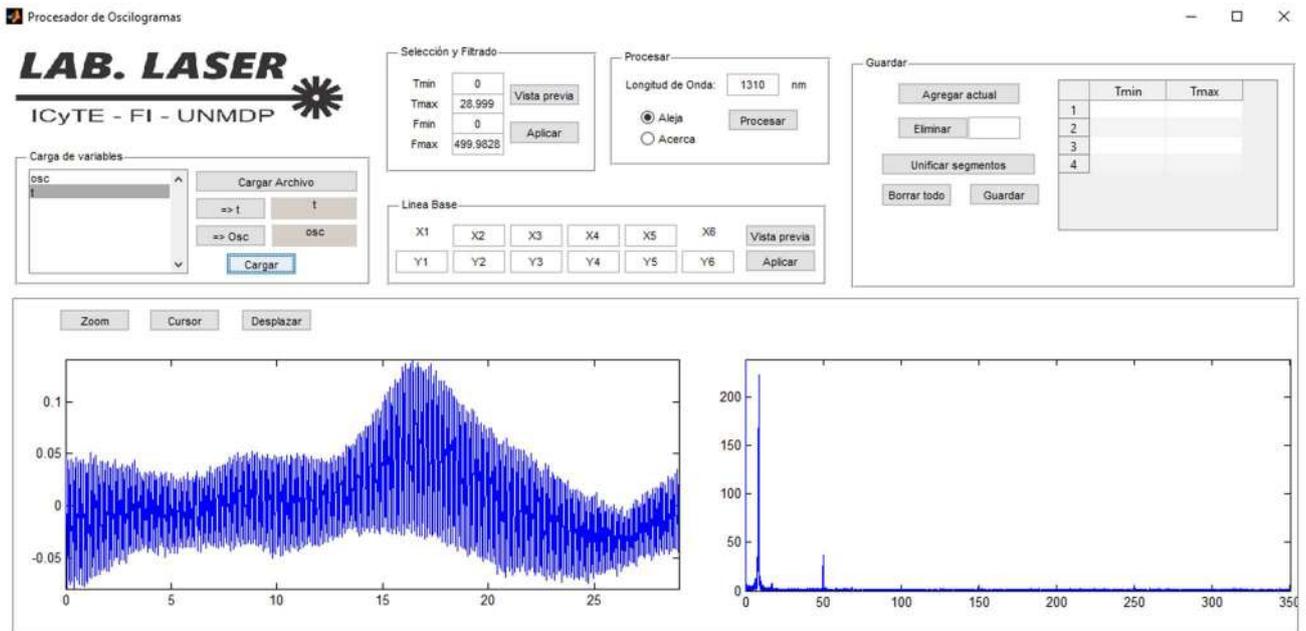


Figura 4.32. GUI con oscilograma cargado.

Además de mostrar los gráficos mencionados, en el cuadro 'Selección y Filtrado' se cargan los valores con los rangos temporal y espectral máximos de la muestra. El rango temporal puede modificarse para trabajar con solo una parte de la muestra. En tal caso, luego de seleccionar el rango temporal de interés, al hacer clic en Vista previa se muestra en los cuadros inferiores solo el oscilograma en la zona seleccionada y el espectro en dicha zona. Si además se selecciona un rango espectral, se podrán ver en el gráfico de la izquierda en la zona temporal de interés el oscilograma original y el filtrado. A La derecha se mostrará el espectro en la zona de interés. En la Figura 4.33 se puede ver la selección de la zona entre 5,17 s y 17,17 s.

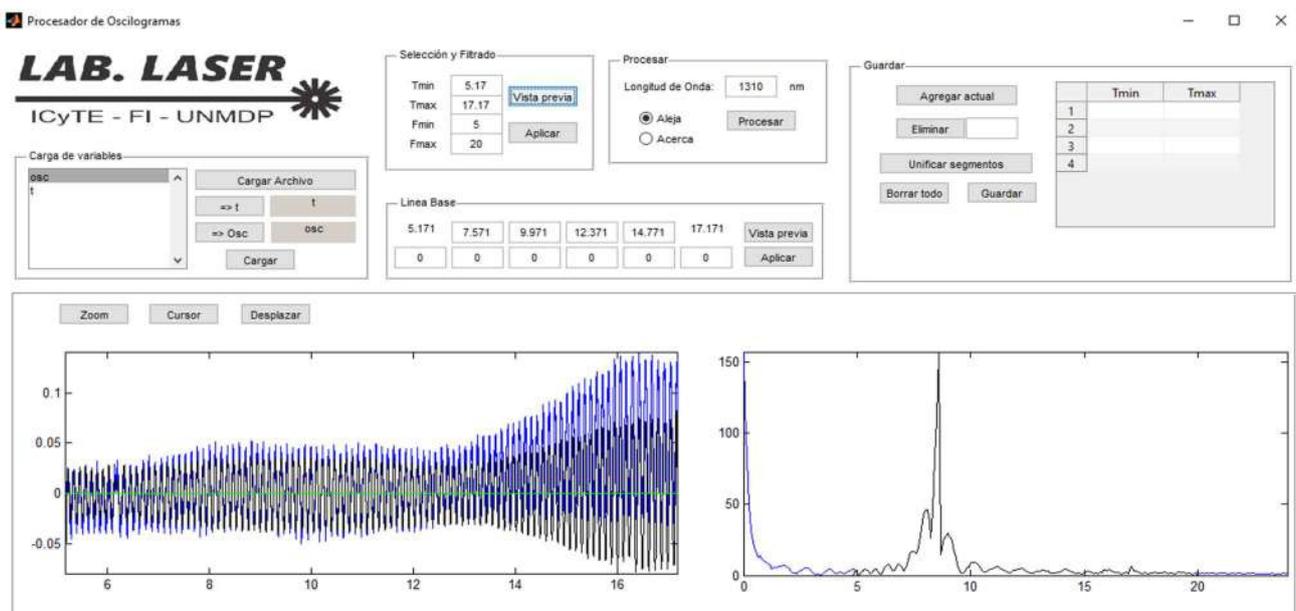


Figura 4.33. Oscilograma filtrado.

La selección temporal no fue arbitraria, se sabe que en esta muestra hay cambios de sentido a los 6.17s y 16.17s y en ese intervalo la cavidad disminuye. Se optó por el rango 5,17 s a 17,17 s ya que corresponde a un intervalo de igual sentido, pero se extiende la zona un segundo para cada lado para después descartar estos datos una vez finalizado el procesamiento. Esto se recomienda ya que en ocasiones la TH tiene discrepancias con la información de interés al inicio y al final del vector.

La selección de la zona de interés y del rango espectral del filtro se puede realizar tantas veces como sea necesaria hasta que el usuario este conforme con la señal filtrada. En cada intento se seleccionan los rangos deseados y se hace clic en vista previa. Una vez obtenida la señal deseada se cliqua en Aplicar.

Una vez aplicado el filtro, en el gráfico del oscilograma ya no se verá el oscilograma original y se pasará a trabajar directamente con el filtrado. En cuadro ‘Linea base’ que tiene dos filas de 6 cuadros de texto se verá que se completan los cuadros superiores con valores de tiempo entre el primero y el ultimo del rango seleccionado. Esta permite crear una línea en el grafico para sustraerle a la señal en aquellos casos en los que se detecte que luego del filtrado el valor medio instantáneo de la señal no es nulo en todo el intervalo. Las columnas son pares tiempo-oscilograma que se pueden modificar arbitrariamente para sustraerle a la señal. En el caso de la señal en cuestión no es necesario porque como muestra la Figura 4.34, la señal lograda con el filtrado representa perfectamente una señal modulada en frecuencia y amplitud, siendo la modulación de amplitud de mucho menor frecuencia que la de frecuencia.

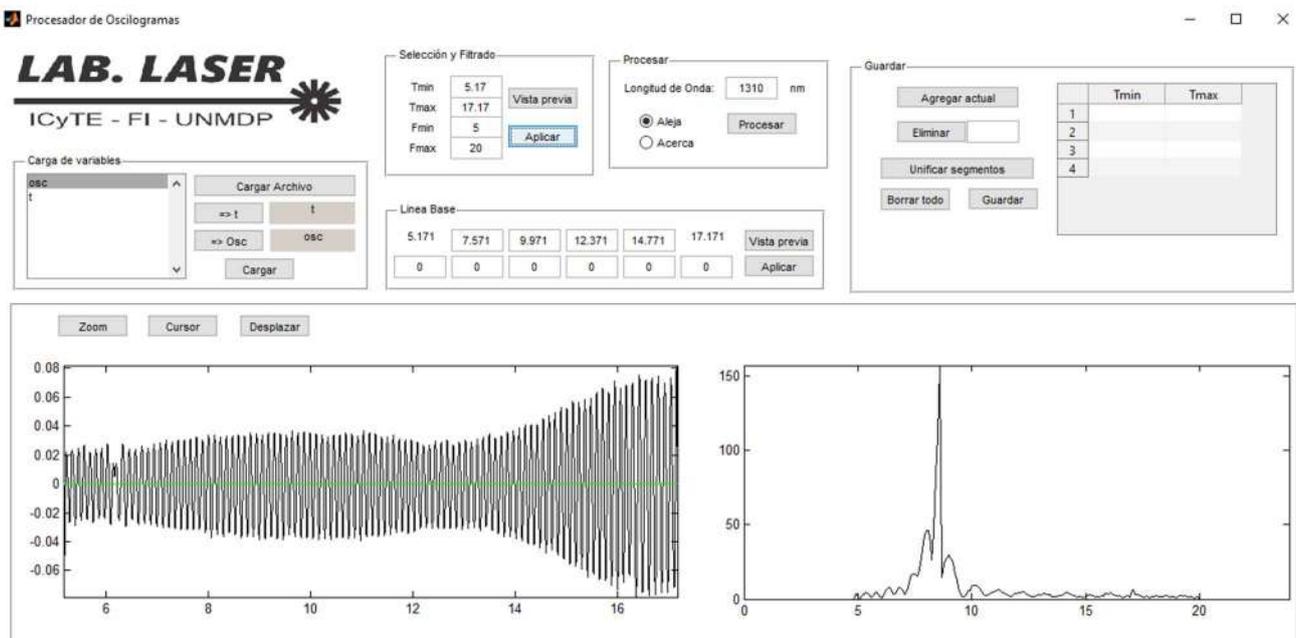


Figura 4.34. GUI con oscilograma ya filtrado.

Una vez que el usuario obtuvo una señal con las características deseadas ya sea con la utilización de la línea base o no, solo resta procesar mediante la TH. En el cuadro ‘Procesar’ se debe determinar la longitud de onda del láser utilizado durante la adquisición y el sentido de desplazamiento

de la superficie bajo medición. En este caso se selecciona ‘Acerca’ porque la cavidad disminuye su longitud y en la longitud de onda del láser se seleccionan 1310nm. Luego se da clic en Procesar y se abre una ventana como la de la Figura 4.35.

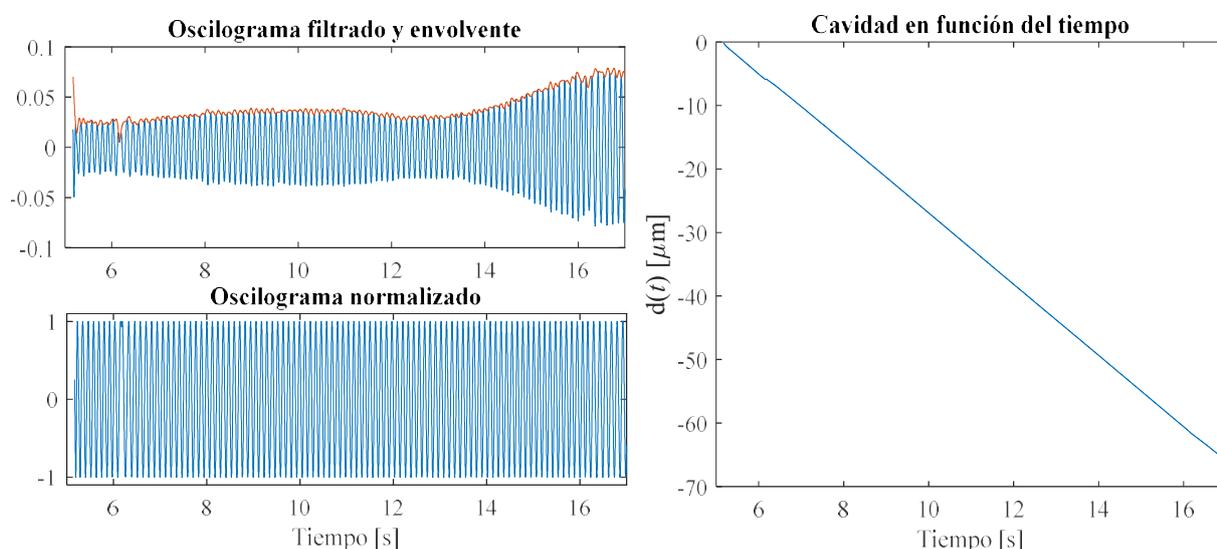


Figura 4.35. Ventana de muestra del procesamiento realizado.

En la ventana de resumen que muestra el procesamiento se distinguen tres graficas: La primera muestra la misma curva que se obtuvo durante el filtrado y superpuesta a ella la amplitud de la señal analítica y debajo de esta el cociente entre las dos curvas. Estos gráficos se utilizan pura y exclusivamente para que el usuario tenga una referencia de la calidad del procesamiento, es decir, si mediante la TH se logró interpretar la señal como fue previsto, la curva roja debe representar la amplitud de la curva azul en el grafico superior y por ende en el que se encuentra por debajo (Oscilograma interpretado) se debe observar el oscilograma, pero corregido de modo que la amplitud sea unitaria en toda la señal. En el caso que se expone esto se cumple perfectamente por lo cual se da por aprobado el procesamiento. En la curva de la derecha se muestra la cavidad.

Se puede ver que en la Figura 4.35, en los inicios de la curva en la que se muestran el oscilograma filtrado y su envolvente, la curva roja no corresponde a lo esperado. Esta es la causa por la que se recomienda extender en un segundo el rango a cada lado.

Una vez aceptado el procesamiento, se vuelve a la ventana original y en el cuadro ‘Guardar’ se hace clic en Agregar actual. Con esta acción se le indica a la aplicación que estamos de acuerdo con el procesamiento realizado. A la tabla se le agregara una fila con el rango temporal inicial y final de la selección.

El proceso se debe repetir hasta procesar toda la señal, finalmente se tendrá la tabla completa abarcando todo el rango temporal de la señal. Para procesar el oscilograma en cuestión se lo separó en cuatro secciones que se solapan en dos segundos como se ve en la tabla del cuadro ‘Guardar’.

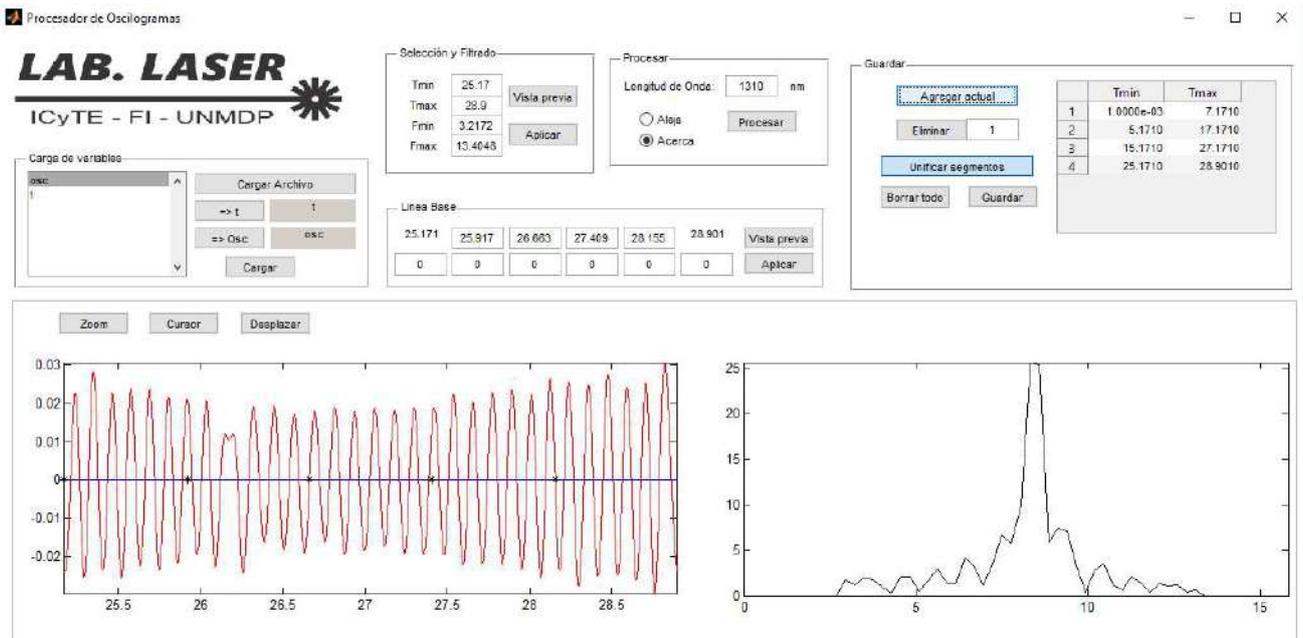


Figura 4.36. Aplicación con toda la señal procesada por tramos.

En el mismo cuadro 'Guardar' se puede borrar el procesamiento de alguna zona que posteriormente se decida descartar ingresando el número de fila y haciendo clic en Eliminar. Una vez verificado que todo está procesado y que se solapan correctamente las zonas se finaliza la operatoria cliqueando Unificar segmentos para que se muestre la curva recuperada que se muestra en la Figura 4.37 y el procesamiento se dé por acabado.

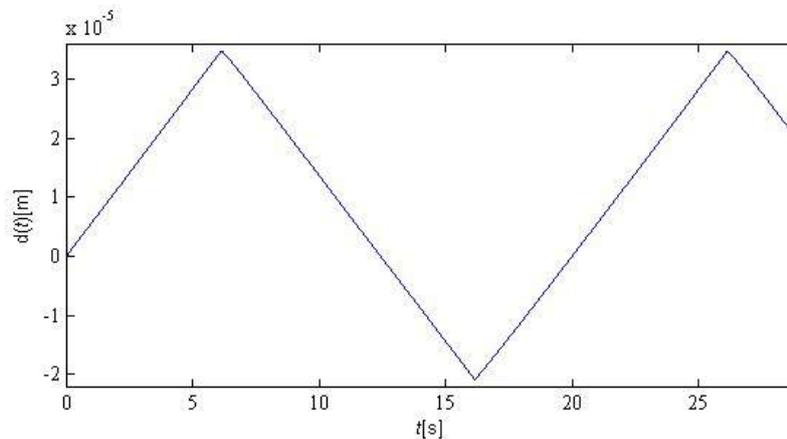


Figura 4.37. Curva de evolución de la cavidad en función del tiempo.

Una vez obtenido, validado y aceptado el resultado final la información se puede salvar haciendo clic en Guardar y se abrirá un cuadro que pedirá seleccionar la carpeta de destino.

Capítulo 5 – Aplicaciones

A continuación, se presentan ciertas aplicaciones específicas en las cuales se aplicaron los métodos y técnicas descriptos previamente para abordar la medición de problemas específicos.

Como el problema de la adquisición de oscilogramas con la técnica de láser y detector óptico tradicional ya estaba resuelto en el Laboratorio Laser del ICyTE, Facultad de Ingeniería de la UNMDP, se desarrolló un sistema de adquisición de espectros autónomo, remoto, accesible por red y que permita realizar mediciones en un ambiente diferente al del operador. Con el instrumento desarrollado se llevaron a cabo las mediciones aplicadas que se describen a continuación.

- Instrumento remoto de mediciones de longitudes mediante SDI

Se utilizó una *single board computer* (SBC) como núcleo de un equipo de medición remoto el cual debería brindar la posibilidad de ser configurable por red cableada o inalámbrica. En función de esto, se decidió utilizar una “Raspberry Pi 3 B”. Esta SBC dispone de un potente procesador de 64 bit Broadcom BCM2837 de cuatro núcleos con una frecuencia de hasta 1,2 GHz el cual es suficiente para realizar las operaciones de adquisición y procesamiento de espectros. Cuenta con un gigabyte de memoria RAM que además de ser utilizado por el sistema operativo se utilizará para guardar la información adquirida para luego ser volcada en una memoria de estado sólido externa.

Respecto de la conectividad, la “Raspberry Pi 3 B” cuenta con un chip BCM43438 el cual la dota de conectividad WLAN a 2,4 GHz cumpliendo el standard IEEE 802.11 b/g/n y Bluetooth 4.1. También dispone de conexión ethernet, 40 pines para uso de propósito general y 4 puertos USB.

Desde una PC el operador puede obtener y procesar espectros adquiridos remotamente en el banco de trabajo. La SBC se conecta por USB al espectrómetro y mediante un pin de propósito general y una placa diseñada *ad-hoc* se controla la corriente de alimentación del SLED. La conexión mediante la PC y la SBC se realiza por LAN, ya sea mediante ethernet o WLAN tanto punto a punto, o a través de un *router*.

Se realizaron en el lenguaje Python dos aplicaciones, una corre en la SBC y la otra en la PC. La aplicación del usuario (PC) dispone de una interfaz gráfica desde la cual se puede elegir el tiempo de integración del espectrómetro, la frecuencia de adquisición de los espectros, la duración de la adquisición de los espectros, la corriente del SLED y la técnica para procesar dichos espectros.

La SBC tiene instalado el sistema operativo Raspbian y sobre este corre una aplicación principal que genera un servidor *socket* para gestionar la conectividad con la aplicación de la PC y maneja la modulación de pulsos para controlar la corriente del SLED. La adquisición de espectros, por ser una tarea de tiempo crítico, se programó en lenguaje C una aplicación secundaria para lograr frecuencias de muestreo más elevadas. La aplicación principal ejecuta el código programado en C al momento de iniciar una adquisición. Este último adquiere los espectros y los guarda en disco. La

aplicación principal de la SBC se comunica con la aplicación secundaria mediante un *socket* interno. En la Figura 5.1 se muestra un esquema del sistema de adquisición remoto.

Durante el tiempo que dura la adquisición, no se envían todos los espectros al PC, sino que solo se guardan en la memoria interna de la SBC. Se envían espectros a un intervalo de tiempo determinado para usar como monitoreo en tiempo real, pero la totalidad de la información adquirida se envía una vez finalizada la adquisición para su posterior procesamiento.

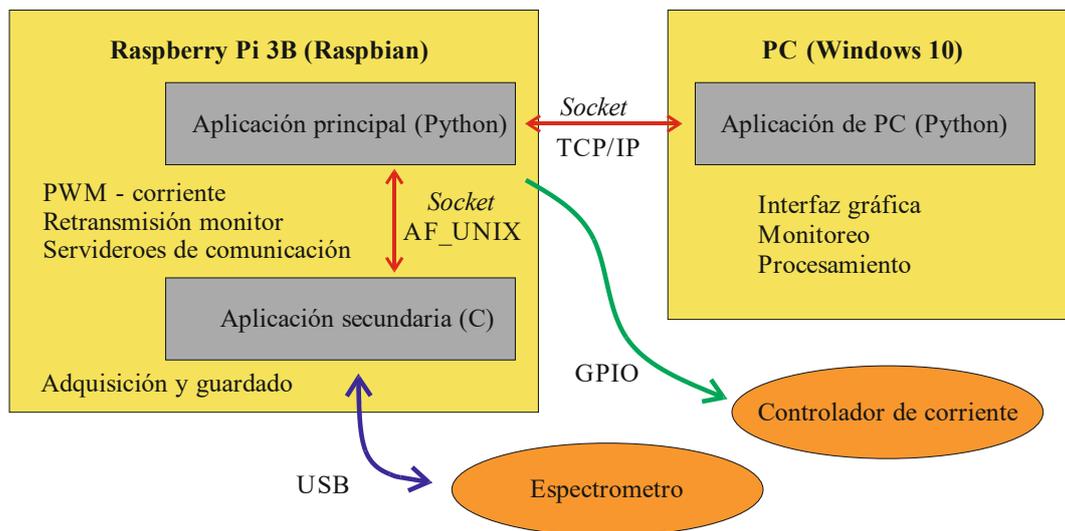


Figura 5.1. Esquema del dispositivo de medición remoto mediante SDI.

- Caracterización de actuadores piezoeléctricos

Los actuadores piezoeléctricos son ampliamente utilizados como actuadores en sistemas de precisión dedicados a micro procesamiento, micro manipulación y micro ensamblado. Son atractivos tanto en el campo de la industria como en el de la ciencia debido a su resolución nanométrica [67]. La histéresis propia del material introduce un efecto alineal indeseado que si bien puede ser disminuido excitándolo con un generador de carga o mediante el método de inserción de capacidad [67,68], es un problema que debe considerarse y cuantificarse.

Se utilizó el sistema de doble dominio para caracterizar un actuador piezoeléctrico en baja frecuencia y sin carga. La punta de prueba se alinea perpendicularmente con la superficie del actuador AE0203D08F de Thorlabs. Un generador de señales Hewlet Packard 33120 se conectó a la entrada de un *driver* (Thorlabs MDT694) el cual se utilizó para excitar al actuador.

Se configuro el generador con una señal triangular de 10 mHz y 10 Vpp para utilizar todo el rango de salida del *driver* (150 V) de ganancia de tensión $A = 15$.

En cuanto a la configuración óptica, se utilizaron como fuentes ópticas un láser con longitud de onda de 1310 nm y un SLED con un rango espectral de 770-830 nm. La información temporal se detectó con un Thorlabs DET410 InGaAs mientras que el espectrómetro utilizado fue un Ocean Optics HR4000 que cubre el rango de 740-890 nm.

En la Figura 5.2 se muestra en azul la curva utilizada para determinar longitud absoluta, extremos e intervalos de crecimiento y decrecimiento. En rojo se puede ver la curva de longitud de la cavidad en función del tiempo obtenida por el método de demodulación propuesto junto con el interferómetro de doble dominio (Figura 3.16). Para obtenerla se utilizó la aplicación mostrada en la página 97.

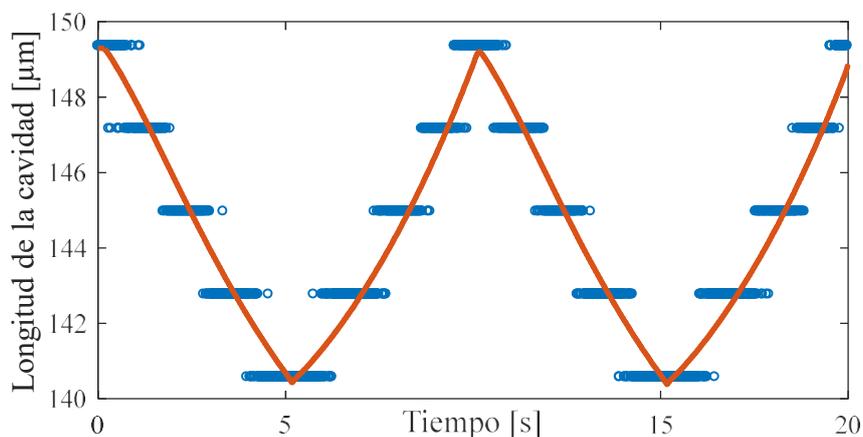


Figura 5.2. Cavidad en función del tiempo obtenida mediante SDI (azul) y mediante SDI+TDI 140.4 149.4(rojo).

De la curva roja mostrada en la Figura 5.2 se puede obtener la variación de la longitud del piezoeléctrico que resultó ser de 8,9 μm entre extremos, lo que resulta en una transferencia de:

$$\frac{\Delta L}{\Delta V} = \frac{8,9 \mu\text{m}}{150 \text{ V}} = 59,33 \text{ nm / V}$$

Además, como la variación de la longitud del piezoeléctrico es opuesta a la de la cavidad, se la puede graficar en función de la tensión aplicada. En la Figura 5.3 se puede ver la típica curva de histéresis del piezoeléctrico debida a su naturaleza ferroeléctrica [68,69].

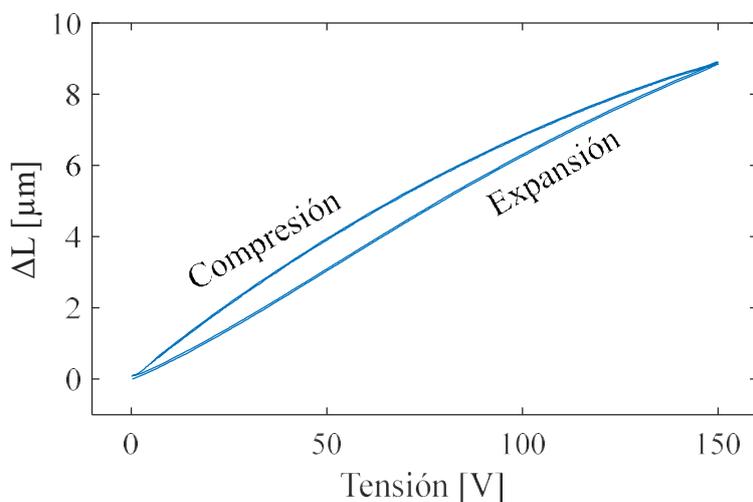


Figura 5.3. Histéresis del actuador piezoeléctrico.

- Expansión térmica de una platina para microscopio

En el ámbito de la biología suele ser un requerimiento que las muestras a inspeccionar mediante microscopía se mantengan a una temperatura determinada. Para ello es que se utilizan platinas con temperatura controlada electrónicamente sobre las cuales se colocan los porta objetos con las muestras a medir. Si bien el control de temperatura es capaz de compensar cambios en variables externas como la temperatura ambiente o corrientes de aire, pueden existir transitorios en los cuales la temperatura de la platina se vea modificada. De este modo, se producen variaciones en el espesor de la platina por el efecto de la expansión térmica que llevan al desplazamiento vertical de la muestra.

En el microscopio confocal la luz pasa por un *pinhole* espacial con el objeto de que los haces desenfocados no converjan en este y evitar así que progresen hacia el fotomultiplicador, obteniendo un corte de la muestra coincidente con el plano focal [70]. Cuando la muestra se desplaza verticalmente debido al efecto térmico, la superficie analizada sale de foco perdiéndose de vista. Por esta razón, el coeficiente de expansión térmica de la platina resulta de interés.

El esquema de doble dominio con banco simple se utilizó para caracterizar la expansión térmica de una platina térmica de microscopio. Se la calentó mediante su actuador térmico y se alineó la punta de prueba del interferómetro con la superficie como se muestra en la Figura 5.4. Se adquirieron espectros y temperatura simultáneamente a medida que se calentaba el material. La medición de temperatura se realizó adquiriendo la señal del sensor propio de la platina (Texas Instruments LM35).

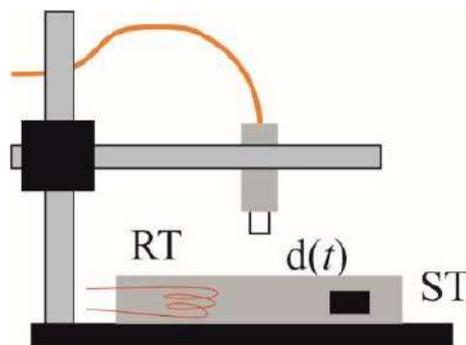


Figura 5.4. Banco de medición de coeficiente de expansión térmica. RT: resistencia térmica, ST: sensor de temperatura.

Las curvas de cavidad y temperatura en función del tiempo se muestran en la Figura 5.5. Mientras que en la Figura 5.6 se grafica la longitud de la cavidad como función de la temperatura en negro.

De la curva negra de la Figura 5.6 se puede extraer el coeficiente de expansión térmica como la pendiente de la curva, para ello se realiza un *fitting* para obtener la recta que minimiza el error cuadrático medio. La recta se muestra en amarillo, en este caso resulto ser la pendiente de 1.43 mm/°C.

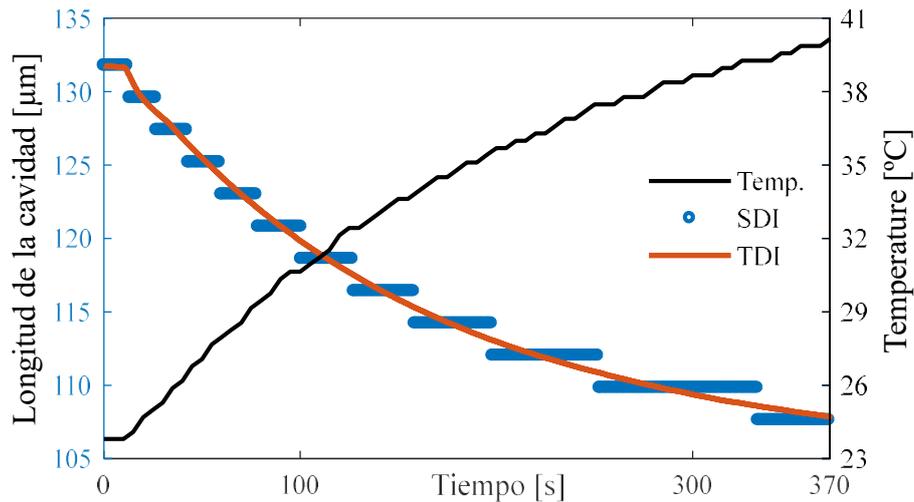


Figura 5.5. Cavidad en función del tiempo (SDI y TDI+SDI) y temperatura en función del tiempo.

En el sistema presentado se destaca la robustez ya que además de no requerir partes móviles, está completamente realizado en fibra óptica lo que lo vuelve mecánicamente muy resistente, no requiere alineación y solo basta colocar la punta de prueba en la dirección del punto de medición. La combinación de las técnicas de FD-SDI y TDI permiten mediciones absolutas y, además, las relativas tienen la resolución del esquema del Fizeau temporal que es de decenas de nanómetros. El sistema óptico necesario es sensiblemente más simple y económico que el del esquema con dos fuentes y dos detectores.

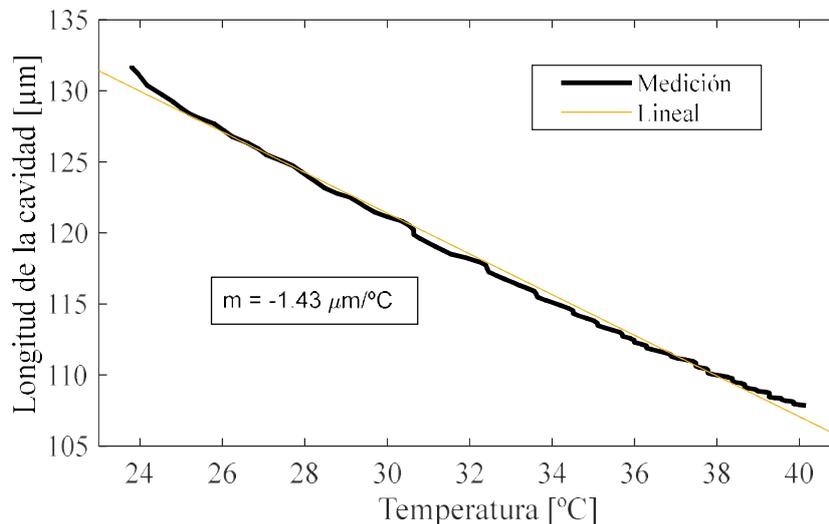


Figura 5.6. Cavidad en función de la temperatura y aproximación lineal.

- Caracterización de contracción de resinas dentales

Las resinas poliméricas de fotocurado utilizadas como material de obturación en la odontología tienen la principal desventaja respecto de las amalgamas tradicionales de la alta contracción que sufren

durante el curado. Este fenómeno lleva a la aparición de microgrietas y tensiones residuales en la interfaz formada entre la pieza dental y la resina [71–73] que resulta en caries reincidentes.

El sensor más utilizado en este tipo de mediciones es el transformador diferencial variable lineal (LVDT por su sigla en inglés *Linear Variable Differential Transformer*), pero en resinas líquidas el núcleo se hunde dentro del material resultando imposible la medición. Por otro lado, otras técnicas ópticas como las redes de Bragg fueron utilizadas para intentar caracterizar el fenómeno [74], pero la muestra no es capaz de deformar la red hasta que no vitrifica por lo que hay un tiempo muerto sin medición al inicio del proceso.

Si bien se contaba con soluciones para el problema de la caracterización del curado de las resinas, el método de interferometría temporal utilizado no era capaz de determinar posibles cambios de sentido de la cavidad ni permitía tener resultados durante la medición por lo que no se podía determinar el del procedimiento éxito hasta finalizar la adquisición y procesar la señal.

Se utilizó el instrumento remoto de medición para obtener espectros a 10 Hz durante el curado de una resina. Los espectros se procesan en tiempo real mediante la técnica de FFT y el sencillo algoritmo. El esquema es mostrado en la Figura 5.7.

Del mismo modo se realizó la medición, pero para medir la contracción de una resina curada con un LED Philips LUMILED alimentado con 500 mA. La resina se coloca dentro de un molde de goma con un orificio circular de 5 mm de diámetro pegado sobre una superficie de vidrio que actúa de soporte para evitar escurrimientos de las resinas líquidas.

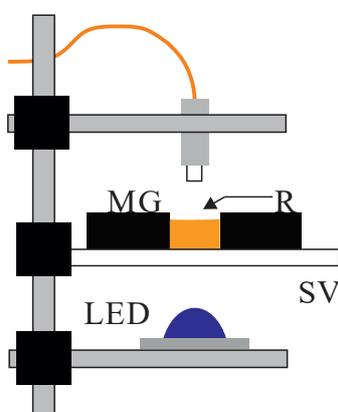


Figura 5.7. Banco de caracterización del curado de resinas fotopolimerizables. R: resina, SV: soporte de vidrio, MG: molde de goma.

El LED de utilizado para desencadenar el fotocurado se enciende a los 15 segundos de iniciada la medición. En la Figura 5.8 se muestra la curva obtenida en $t = 300$ s. Si bien se observan ciertas imperfecciones en el resultado, en particular en la zona de $t = 210$ s, cabe destacar que la curva es mostrada en tiempo real y los espectros son almacenados en memoria de modo que si se necesita obtener una curva con mayor precisión se puede post procesar la información con alguna otra técnica como por ejemplo la estimación de parámetro o bien interferometría en el dominio del tiempo si la velocidad lo permitiera.

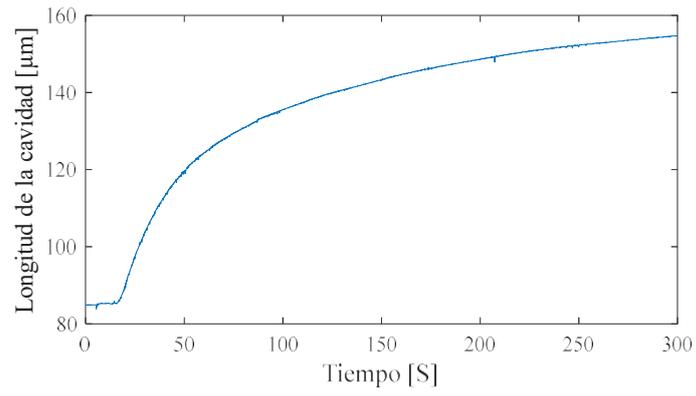


Figura 5.8. Comparación entre la curva obtenida por FDWLI y aplicando la mejora propuesta.

Capítulo 6 – Conclusiones y comentarios.

En función de los objetivos propuestos en el Capítulo 1, en el Capítulo 2 se realizó un estudio general de los sensores de fibra óptica haciendo fundamental hincapié en los interferométricos. Este estudio se realizó desde la concepción de la fibra óptica como guía de onda y considerando las distintas variedades de estas en la actualidad. Cabe destacar que las técnicas ópticas implementadas en fibra aquí descritas se desarrollaron en gran medida gracias al avance de las comunicaciones ópticas que enfocaron los esfuerzos de empresas y estados en el desarrollo de componentes que luego serían utilizados también como sensores.

Si bien en sus inicios los sensores de fibra óptica se aplicaban casi exclusivamente en casos en los cuales las técnicas tradicionales no brindaban soluciones, la fabricación masiva de estos componentes hizo descender los costos al punto que en ciertas aplicaciones han desplazado a los métodos utilizados previamente.

En cuanto a los sensores interferométricos de fibra óptica, se desarrollaron particularmente los de los siguientes tipos: *Mach-Zehnder*, *Michelson*, *Sagnac*, *Fabry-Perot* y *Fizeau*. En los últimos dos se forma una cavidad interferente en la cual interactúan múltiples haces.

Los estudios mostrados en el Capítulo 2 permitieron implementar un interferómetro de *Fizeau* para realizar mediciones de variaciones de la longitud de una cavidad con una muy baja invasividad y alta resolución, utilizando un extremo de la fibra óptica como punta de prueba sin que requiera mayores alineaciones. Se mostró que el mismo interferómetro se puede utilizar tanto en el dominio temporal como en el espectral dependiendo de las fuentes y detectores ópticos utilizados.

Ambos dominios de interferometría brindan diferente información proveniente de señales muy disímiles, pero obtenidas en base al mismo principio físico. Como se mencionó en el Capítulo 1, se disponía de un sensor de dominio temporal el cual se había utilizado con éxito para caracterizar la evolución del proceso de fotopolimerización de resinas dentales, sin embargo, este enfoque no brinda información de la longitud absoluta de la cavidad y tiene ambigüedad en cuanto al sentido por lo que se implementó un interferómetro de dominio espectral que permitió subsanar estos inconvenientes.

En el Capítulo 3 se mostraron mediciones obtenidas con cada enfoque del interferómetro de *Fizeau* implementado en fibra óptica, se estudiaron en profundidad y se abordaron los problemas tecnológicos que limitan la utilización de este tipo de sensores. Con el interferómetro implementado en el dominio espectral se lograron realizar mediciones absolutas de la longitud de la cavidad logrando también evitar la ambigüedad en el sentido de la evolución de la cavidad. Además, permite seguir midiendo un evento, aunque durante un intervalo de tiempo, por alguna razón (alta velocidad, desalineación, etc), se haya perdido la medición. Esto resulta imposible en el dominio temporal ya que, al medir variaciones, el valor absoluto del cambio en la cavidad se obtiene por acumulación.

Si bien la técnica espectral presenta las cualidades mencionadas, tiene una limitación que es más restrictiva que la medición temporal en cuanto a la velocidad de variación de la longitud de la cavidad que es capaz de medir. Para abordar esta limitación se desarrolló el interferómetro de doble

dominio que es la combinación de dos interferómetros de *Fizeau* en una única cavidad interferente. De este modo se logra medir con dos interferómetros utilizando una única punta de prueba. Se propuso una estrategia en la cual se procesa el oscilograma conociendo los intervalos de crecimiento y decrecimiento de la longitud obtenida por el método espectral y agregando información de longitud absoluta.

Por otro lado, se mostró que en ciertos casos en los cuales la cavidad varía muy lentamente, se puede plantear un esquema de doble dominio sin emplear con un láser y un detector de intensidad en el banco óptico, si no que la información temporal se obtiene registrando temporalmente la señal de uno o varios pixeles del espectrómetro. De este modo, se logra obtener oscilogramas a diferentes longitudes de onda de una misma medición sin afectar la configuración del interferómetro espectral.

Se realizó en el Capítulo 4 un desglose de las técnicas utilizadas para la obtención de la información de longitud y su variación de las señales provenientes de los interferómetros. Por un lado, en cuanto al procesamiento de espectros se mostró que en función de la aplicación y la capacidad de cómputo se puede optar por algoritmos muy rápidos como la detección del máximo de la FFT de cada espectro. Con este esquema de procesamiento se logra obtener mediciones en tiempo real para aplicaciones en las que se necesiten frecuencias de muestreo de hasta decenas de Hertz. El rango dinámico de la medición depende de la resolución y ancho de banda del espectrómetro, siendo esta última característica determinante para la resolución que típicamente puede tomar valores de entre 4 y 10 μm .

Se presentó la aplicación de un sencillo algoritmo para mejorar la resolución de la medición a valores submicrométricos. Si bien la carga computacional del procesamiento aumenta debido a que se debe utilizar tres veces el algoritmo de la FFT para cada espectro, el tiempo requerido es inferior al que se necesita para obtener resoluciones similares con el conocido método de *zero padding*.

También se mostró la posibilidad de procesar los espectros mediante estimación de parámetros que permite obtener valores de resolución muy superiores, pero con tiempos de procesamiento que no lo hacen viable para mediciones en tiempo real. Además, se requiere una estricta alineación del extremo de fibra respecto de la superficie a medir para evitar problemas de saltos en la demodulación.

En cuanto a los oscilogramas, se mostró que, con solo detectar sus extremos y cruces por cero, se obtiene una resolución de un octavo de la longitud de óptica del láser. Al emplear uno típico de comunicaciones, se llegan a detectar variaciones de 164 nm. Se propuso mejorar la resolución desarrollando la fase completa del oscilograma mediante la utilización de la transformada de Hilbert previo acondicionamiento de la señal. Como el método resultante no es automático, se desarrolló un *software* que brinda al usuario las herramientas necesarias para realizar interactivamente el procesamiento del oscilograma.

En el Capítulo 5 se mostraron aplicaciones en las cuales se utilizaron las técnicas ópticas y de procesamiento de señales desarrolladas durante los últimos años y que dan lugar a esta tesis. En primer lugar, se utilizó el interferómetro de doble dominio para caracterizar la transferencia de un actuador piezoeléctrico. Para procesar las señales obtenidas se utilizó el esquema propuesto de detección de máximo de la FFT para determinar intervalos de crecimiento y luego procesamiento del oscilograma

en base a la información del esquema espectral. Para procesar los interferogramas se utilizó el *software* desarrollado a tal fin.

El esquema de doble dominio con banco simple se aplicó a la medición de expansión térmica de platinas de microscopio. Esta aplicación como aquellas otras en las cuales sea evidente la baja velocidad del proceso son susceptibles de ser medidas con este esquema.

Finalmente, se mostró la curva obtenida de una medición en tiempo real del curado de una resina dental fotopolimerizable. Se obtuvieron espectros a 10 Hz los cuales se lograron procesar en tiempo real mediante la utilización de la FFT y el sencillo algoritmo mostrado en el Capítulo 4. Este esquema permite observar durante la medición la evolución de la cavidad. Esto resulta una mejora respecto del método que se disponía ya que anteriormente no se podía saber hasta terminado el curado si la medición había resultado exitosa. Por otro lado, la información espectral queda guardada en el sistema para permitir un post procesado con algún otro método si fuera necesario.

Dado el éxito de las técnicas descriptas, se desarrolló el prototipo de un instrumento autónomo para realizar mediciones interferométricas en el dominio espectral dotado con comunicación Ethernet, WiFi y Bluetooth. El instrumento permite ser configurado mediante un dispositivo remoto que puede estar dentro de una red local, personal o bien a través de internet. Se prevé utilizar el equipo para realizar mediciones fuera del ambiente del laboratorio. Se pretende estudiar la factibilidad de realizar mediciones en ambientes industriales para aplicarlo, por ejemplo, a la caracterización del secado de pinturas y evaporación de solventes.

Se aspira a futuro, utilizar el equipo para realimentar la información de la longitud de la cavidad en sistemas de control de posición. Por ejemplo, controlar la posición de una platina en un microscopio confocal para realizar una medición durante un barrido controlado y luego obtener un modelo 3D de la muestra.

En cuanto al procesamiento de señales de doble dominio, se propone estudiar la posibilidad de utilizar la información espectral procesada para configurar automáticamente un algoritmo para procesar oscilogramas sin intervención del usuario.

Finalmente, también se propone utilizar el reflejo de luz que se propaga dentro de la muestra y se refleja en la interfaz con el vidrio en las mediciones de resinas fotocurables para obtener información de la variación del índice de refracción durante el proceso de polimerización.

Publicaciones realizadas durante la tesis

Artículos completos publicados en revistas internacionales indexadas

“Improved spectral resolution in time-varying interferometry”

Julián Antonacci, Eneas N. Morel, Jorge R. Torga, Ricardo Duchowicz y Gustavo F. Arenas.

Optics and Lasers in Engineering, Volumen 110, páginas 457-461, 2018.

DOI: 10.1016/j.optlaseng.2018.07.003“

“Spectral Fizeau interferometer applied to dental polymeric resins early shrinkage determination”

Julián Antonacci, A. M. Mesa Yandi, N. A. Russo, Ricardo Duchowicz y Gustavo F. Arenas.

OPA Journal, Volumen 51(1), páginas 1-6, 2018

DOI: 10.7149/OPA.51.1.49076

“Double domain wavelength multiplexed Fizeau interferometer with high resolution dynamic sensing and absolute length detection”

Julián Antonacci, Gustavo F. Arenas y Ricardo Duchowicz.

Optics and Lasers in Engineering, Volumen 91, paginas 227-231, 2017.

DOI: 10.1016/j.optlaseng.2016.12.006.

Proceedings publicados en medios de alcance internacional con referato

“Spectral sensor resolution measurement improvements by temporal analysis”

Julián Antonacci, Eneas N. Morel, Jorge Torga, Ricardo Duchowicz y Gustavo F. Arenas.

IEEE - 2017 XVII Workshop on Information Processing and Control (RPIC)

DOI: 10.23919/RPIC.2017.8214341

“Spectral Fizeau Interferometer spectra processing by means of a fuzzy inference system”

Julián Antonacci, Gustavo J. Meschino, Lucía I. Passoni y Gustavo F. Arenas.

IEEE - 2015 XVII Workshop on Information Processing and Control (RPIC)

DOI: 10.23919/RPIC.2017.8214341

“Analysis of temporal and spectral response of an optical fiber Fizeau interferometer applied to the study of photocurable resins”

Angelica M. Mesa Yandi, Nélica A. Russo, Gustavo F. Arenas, Julián Antonacci, Sergio Noriega y Ricardo Duchowicz.

IEEE - 2015 XVII Workshop on Information Processing and Control (RPIC)

DOI: 10.1109/RPIC.2015.7497113

Presentaciones en congresos

“Mejora de resolución de mediciones dinámicas de longitud en un sensor espectral mediante su estudio temporal”

Julián Antonacci, Eneas N. Morel, Jorge Torga, Ricardo Duchowicz y Gustavo F. Arenas

Reunión de procesamiento de la información y comunicaciones – Mar del Plata, 2017

“Interferómetro de Fizeau espectral aplicado a la determinación de contracción inicial en resinas poliméricas dentales”

Julián Antonacci, A. M. Mesa Yandi, N. A. Russo, Ricardo Duchowicz y Gustavo F. Arenas.

IX Conferencia RIAO/OPTILAS – Pucón, 2016

“Procesamiento de espectros de un Interferómetro de Fizeau a través de la Transformada Discreta de Fourier”

Julián Antonacci, Roberto M. Hidalgo y Gustavo F. Arenas.

Simposio argentino de sistemas embebidos – Buenos Aires, 2016

“Procesamiento de espectros de un interferómetro de Fizeau mediante un Sistema de Inferencia Difuso”

Julián Antonacci, Gustavo J. Meschino, Lucía I. Passoni y Gustavo F. Arenas.

Reunión de procesamiento de la información y comunicaciones – Córdoba, 2015

“Análisis de la respuesta temporal y espectral de un Interferómetro de Fizeau de fibra óptica aplicado al estudio de resinas fotocurables”

Angelica M. Mesa Yandy, Julian Antonacci, Nélida A. Russo, Sergio Noriega, Gustavo F. Arenas y Ricardo Duchowicz.

Reunión de procesamiento de la información y comunicaciones – Córdoba, 2015

“Estudio complementario de un interferómetro de Fizeau dual y sus aplicaciones”

Julián Antonacci, Gustavo F. Arenas, María A. Mesa Yandi, Nélida A. Russo y Ricardo Duchowicz.

99 Reunión nacional de la Asociación física Argentina – Tandil, 2014

“Estudio de sensores basados en fibra óptica de polímero (POF) y potenciales aplicaciones en el laboratorio y la industria”

Julián Antonacci, Gustavo F. Arenas y Ricardo Duchowicz.

98 Reunión nacional de la Asociación física Argentina – Bariloche, 2013

Trabajos en colaboración

“Photothermal triggering of self-healing processes applied to the reparation of bio-based polymer networks”

Facundo I. Altuna, Julián Antonacci, Gustavo F. Arenas, Valeria Petarin, Cristina E. Hoppe y Roberto J. J. Williams.

Materials Research Express, Volumen 3(4), 45003, 2016

“Remote activation by green-light irradiation of shape memory epoxies containing gold nanoparticles”

Agustina B. Leonardi, Julieta Puig, Julián Antonacci, Gustavo F. Arenas, Ileana A. Zucchi, Cristina E. Hoppe, Linda Reven, Lili L. Zhu, Violeta Toader, Roberto J. J. Williams.

European Polymer Journal, Volumen 71, paginas 451-460, 2015

DOI: 10.1016/j.eurpolymj.2015.08.024

Bibliografía

- [1] Udd E, Spillman WBJ. *Fiber Optic Sensors: An Introduction for Engineers*. Hoboken, New Jersey.: John Wiley & Sons; 2011.
- [2] Berthold III J. W. *Industrial Applications of Fiber Optic Sensors*. In: Udd E., editor., 1991, p. 414.
- [3] Yin S, Ruffin PB, Yu FTS. *Fiber Optic Sensors, Second Edition*. vol. 20085244. Boca Raton: CRC Press; 2008. doi:10.1201/9781420053661.
- [4] Yuan L, Yang J. Multiplexed Mach–Zehnder and Fizeau tandem white light interferometric fiber optic strain/temperature sensing system. *Sensors Actuators A Phys* 2003;105:40–6. doi:10.1016/S0924-4247(03)00062-1.
- [5] Musa SM, Musa S. M., Claus R. O., Reed J. H., Simpson Roger L., Wang A., et al. *Real-Time Signal Processing and Hardware Development for a Wavelength Modulated Optical Fiber Sensor System*. 1997.
- [6] Rao Y-J. Recent progress in fiber-optic extrinsic Fabry–Perot interferometric sensors. *Opt Fiber Technol* 2006;12:227–37. doi:10.1016/j.yofte.2006.03.004.
- [7] Horiguchi T, Shimizu K, Kurashima T, Tateda M, Koyamada Y. Development of a distributed sensing technique using Brillouin scattering. *J Light Technol* 1995;13:1296–302. doi:10.1109/50.400684.
- [8] Arenas GF, Duchowicz R. Vitrification of photo-curing resins by embedded cantilever and Fizeau interferometer. *Proc SPIE, Int Soc Opt Eng* 2011;8011.
- [9] Arenas G, Noriega S, Vallo C, Duchowicz R. Polymerization shrinkage of a dental resin composite determined by a fiber optic Fizeau interferometer. *Opt Commun* 2007;271:581–6. doi:10.1016/j.optcom.2006.10.054.
- [10] Mucci VL, Arenas GF, Duchowicz R, Cook DW, Vallo CI. Influence of Thermal Expansion on Shrinkage During Photopolymerization of Dental Resins Based on bis-GMA/TEGDMA. *Dent Mater* 2009;25:103–14.
- [11] Bennett S. A brief history of automatic control. *Control Syst IEEE* 1996;16:17–25. doi:10.1109/37.506394.
- [12] Morris AS, Langari R. Instrument Types and Performance Characteristics. *Meas Instrum* 2012;11–37. doi:10.1016/B978-0-12-381960-4.00002-4.
- [13] Vukusic JI. *Optical Fiber Communications: Principles and Practice*. *Opt Acta Int J Opt* 1986;33:685–685. doi:10.1080/716099703.
- [14] Hecht E. *Óptica*. 3°. Madrid: Addison Wesley Iberoamericana; 2000.
- [15] Mitschke F. *Fiber Optics, Physics and Technology*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg; 2010. doi:10.1007/978-3-642-03703-0.
- [16] Miller SE, Chinoweth AG. *Optical Fiber Telecommunications*. London: Academic Press; 1979.
- [17] Gloge D, Marcattili EAJ. Multimode Theory of Graded-Core Fibers. *Bell Syst Tech J* 1973;52:1563–78. doi:10.1002/j.1538-7305.1973.tb02033.x.
- [18] Pask C, Snyder AW, Mitchell DJ. Number of modes on optical waveguides. *J Opt Soc Am* 1975;65:356. doi:10.1364/JOSA.65.000356.
- [19] Giles I. P., Uttam D., McNeill S., Culshaw B. Self-Compensating Technique for Remote Optic Intensity Modulated Transducers. *SPIE Fibre Opt* 85 1985;522:233–9.
- [20] Giles I. P., McNeill S., Culshaw B. A Stable Remote Intensity Based Optical Fibre Sensor. *J Phys E* 1985;18:502–4.
- [21] Corke M., Gillham F, Hu A., Stowe D.W., Sawyer L. *Fiber optic Pressure Sensors Employing Reflective Diaphragm Techniques*. *Fiber Opt. laser sensors VI*, vol. 985, Boston, USA: 1988, p. 164–71.
- [22] Christensen D. A., Ives J. T. *Fiber optic temperature probe using a semiconductor sensor*. NATO Adv. Stud. Inst., Dordrecht, The Netherlands: 1987, p. 361.
- [23] Yu F. T. S., Yin S. *Fiber Optic Sensors*. USA: CRC Press; 2002.
- [24] Friebele EJ, Putnam MA, Patrick HJ, Kersey AD, Greenblatt AS, Ruthven GP, et al. Ultrahigh-sensitivity fiber-optic strain and temperature sensor. *Opt Lett* 1998;23:222–4. doi:10.1364/OL.23.000222.
- [25] Udd E. *Fiber optic smart structures*. *Proc IEEE* 1996;84:884–94. doi:10.1109/5.503144.
- [26] Gunderson LC. *Fiber optic sensor applications using Fabry-Perot interferometry*. In: Kersten RT, editor., 1990, p. 194. doi:10.1117/12.20306.

- [27] Tennyson RC, Coroy T, Duck G, Manuelpillai G, Mulvihill P, Cooper DJF, et al. Fibre optic sensors in civil engineering structures. *Can J Civ Eng* 2000;27:880–9. doi:10.1139/100-010.
- [28] Yamate T. Fiber optic sensors for the exploration of oil and gas. *Proc SPIE* 2008;7004:2. doi:10.1117/12.791160.
- [29] Fiberstore. How Are Fused Fiber Optic Couplers Made & How Do They Work 2015. <https://community.fs.com/blog/how-are-fused-fiber-optic-couplers-made-how-do-they-work.html>.
- [30] Thorlabs. Definition of 1x2 Fused Fiber Optic Coupler Specifications n.d. https://www.thorlabs.com/newgrouppage9.cfm?objectgroup_id=10758.
- [31] Liu T, Fernando GF. A frequency division multiplexed low-finesse fiber optic Fabry–Perot sensor system for strain and displacement measurements. *Rev Sci Instrum* 2000;71:1275. doi:10.1063/1.1150453.
- [32] Xu J, Wang X, Cooper KL, Wang A. Miniature all-silica fiber optic pressure and acoustic sensors. *Opt Lett* 2005;30:3269–71. doi:10.1364/OL.30.003269.
- [33] Grattan K. T. V., Meggitt B. T. *Optical Fiber Sensor Technology*. Boston, MA: Springer US; 2000. doi:10.1007/978-1-4757-6081-1.
- [34] Han Zhang, Y., Shen, F. B., Pickrell, G. R., Wang, A. B. M. Signal-processing algorithm for white-light optical fiber extrinsic Fabry–Perot interferometric sensors. *Opt Lett* 2004;29:1736–1738.
- [35] Han M, Zhang Y, Shen F, Pickrell GR, Wang A. Signal-processing algorithm for white-light optical fiber extrinsic Fabry–Perot interferometric sensors. *Opt Lett* 2004;29:1736. doi:10.1364/OL.29.001736.
- [36] Born M., Wolf E. *Principles of Optics*. 7th ed. United Kingdom: 1999.
- [37] Jiang Y. Fourier Transform White-Light Interferometry for the Measurement of Fiber-Optic Extrinsic Fabry–Pérot Interferometric Sensors. *IEEE Photonics Technol Lett* 2008;20:75–7. doi:10.1109/LPT.2007.912567.
- [38] Yandy AMM, Russo NA, Arenas GF, **Antonacci J**, Noriega S, Duchowicz R. Analysis of temporal and spectral response of an optical fiber Fizeau interferometer applied to the study of photocurable resins. 2015 XVI Work. Inf. Process. Control, IEEE; 2015, p. 1–5. doi:10.1109/RPIC.2015.7497113.
- [39] **Antonacci J**, Meschino GJ, Passoni LI, Arenas GF. Spectral Fizeau Interferometer spectra processing by means of a fuzzy inference system. 2015 XVI Work. Inf. Process. Control, IEEE; 2015, p. 1–6. doi:10.1109/RPIC.2015.7497078.
- [40] Qi B. Novel data processing techniques for dispersive white light interferometer. *Opt Eng* 2003;42:3165. doi:10.1117/1.1613958.
- [41] Malacara Hernandez D. Review of interferogram analysis methods. vol. 1332, 1991, p. 678–89.
- [42] Lee C-L, You Y-W, Dai J-H, Hsu J-M, Horng J-S. Hygroscopic polymer microcavity fiber Fizeau interferometer incorporating a fiber Bragg grating for simultaneously sensing humidity and temperature. *Sensors Actuators B Chem* 2016;222:339–46. doi:10.1016/j.snb.2015.08.086.
- [43] Lee C-L, Lee L-H, Hwang H-E, Hsu J-M. Highly Sensitive Air-Gap Fiber Fabry–Pérot Interferometers Based on Polymer-Filled Hollow Core Fibers. *IEEE Photonics Technol Lett* 2012;24:149–51. doi:10.1109/LPT.2011.2174632.
- [44] Oppenheim A V., Schafer RW, John RB. *Discrete-time signal processing*. New Jersey, Printice Hall Inc 1989.
- [45] Thorlabs. Si Fiber-Coupled Amplified Photodetectors n.d. https://www.thorlabs.com/newgrouppage9.cfm?objectgroup_id=6685&pn=FPD510-FC-VIS.
- [46] Thorlabs. High-speed Photodetectors n.d. https://www.thorlabs.com/newgrouppage9.cfm?objectgroup_id=1295.
- [47] Ackermann GK, Eichler J. *Holography: A Practical Approach*. Wiley; 2008.
- [48] Hu Z, Pan Y, Rollins AM. Analytical model of spectrometer-based two-beam spectral interferometry. *Appl Opt* 2007;46:8499. doi:10.1364/AO.46.008499.
- [49] Ocean Optics. HR4000 and HR4000CG-UV-NIR series spectrometer Installation and operation manual. n.d.
- [50] **Antonacci J**, Arenas GF, Duchowicz R. Double domain wavelength multiplexed Fizeau interferometer with high resolution dynamic sensing and absolute length detection. *Opt Lasers Eng* 2017;91:227–31. doi:https://doi.org/10.1016/j.optlaseng.2016.12.006.
- [51] Carson JR. Notes on the Theory of Modulation. *Proc IRE* 1922;10:57–64. doi:10.1109/JRPROC.1922.219793.

- [52] **Antonacci J**, Morel EN, Torga JR, Duchowicz R, Arenas GF. Improved spectral resolution in time-varying interferometry. *Opt Lasers Eng* 2018;110:457–61. doi:10.1016/j.optlaseng.2018.07.003.
- [53] Schroeder WF, Arenas GF, Vallo CI. Monomer conversion in a light-cured dental resin containing 1-phenyl-1,2-propanedione photosensitizer. *Polym Int* 2007;56:1099–105. doi:10.1002/pi.2239.
- [54] Arenas GF, Guzmán MN, Vallo C, Duchowicz R, Trivi M. Measurement of shrinkage during photopolymerization of methacrylate resins by interferometric techniques: Local and global analyses. *Polym Test* 2016;50:262–9. doi:10.1016/j.polymertesting.2015.12.013.
- [55] Shen F, Wang A. Frequency-estimation-based signal-processing algorithm for white-light optical fiber Fabry–Perot interferometers. *Appl Opt* 2005;44:5206. doi:10.1364/AO.44.005206.
- [56] Schwider J, Zhou L. Dispersive interferometric profilometer. *Opt Lett* 1994;19:995. doi:10.1364/OL.19.000995.
- [57] Liu T, Wu M, Rao Y, Jackson AD, Fernando GF. A multiplexed optical fibre-based extrinsic Fabry–Perot sensor system for in-situ strain monitoring in composites. *Smart Mater Struct* 1998;7.
- [58] Takeda M, Ina H, Kobayashi S. Fourier-transform method of fringe-pattern analysis for computer-based topography and interferometry. *J Opt Soc Am* 1982;72:156. doi:10.1364/JOSA.72.000156.
- [59] Cortés R, Khomenko AV, Starodumov AN, Arzate N, Zenteno LA. Interferometric fiber-optic temperature sensor with spiral polarization couplers. *Opt Commun* 1998;154:268–72. doi:10.1016/S0030-4018(98)00322-8.
- [60] Oppenheim A V., Willsky AS, Hamid with S. *Signals and Systems*. 2nd Editio. Prentice/Hall International; n.d.
- [61] **Antonacci J**, Hidalgo RM, Arenas GF. Digital signal Spectral Fizeau Interferometer Signal Processing. *Congr. Argentino Sist. Embebidos*, Buenos Aires, Argentina: ACSE - Asociación civil para la investigación, promoción y desarrollo de los sistemas electrónicos embebidos.; 2016, p. 37–40.
- [62] Nyquist H. Certain Topics in Telegraph Transmission Theory. *Trans Am Inst Electr Eng* 1928;47:617–44. doi:10.1109/T-AIEE.1928.5055024.
- [63] Ma C, Lally EM, Wang A. Toward Eliminating Signal Demodulation Jumps in Optical Fiber Intrinsic Fabry–Perot Interferometric Sensors. *J Light Technol* 2011;29:1913–9. doi:10.1109/JLT.2011.2144957.
- [64] Rife D, Boorstyn R. Single tone parameter estimation from discrete-time observations. *IEEE Trans Inf Theory* 1974;20:591–8. doi:10.1109/TIT.1974.1055282.
- [65] Venouziou M, Zhang H. Characterizing the Hilbert transform by the Bedrosian theorem. *J Math Anal Appl* 2008;338:1477–81. doi:10.1016/j.jmaa.2007.05.067.
- [66] Marple L. Computing the discrete-time “analytic” signal via FFT. *IEEE Trans Signal Process* 1999;47:2600–3. doi:10.1109/78.782222.
- [67] Xu Q. Identification and Compensation of Piezoelectric Hysteresis Without Modeling Hysteresis Inverse. *IEEE Trans Ind Electron* 2013;60:3927–37. doi:10.1109/TIE.2012.2206339.
- [68] Hsin-Jang Shieh, Faa-Jeng Lin, Po-Kai Huang, Li-Tao Teng. Adaptive displacement control with hysteresis modeling for piezoactuated positioning mechanism. *IEEE Trans Ind Electron* 2006;53:905–14. doi:10.1109/TIE.2006.874264.
- [69] Marfal L. A. P., Leao J. V. F., Nader G., Silva E. C. N., Higuti R. T., Kitano C. Analysis of Linearity and Frequency Response of a New Piezoelectric Flextensional Actuator Using a Homodyne Interferometer and the J1-J4 Method. *Instrum Meas Technol Conf Proc IEEE* 2005;2:1048–53.
- [70] Pawley JB. *Handbook of Biological Confocal Microscopy*, Second Edition. *Opt Eng* 1996;35:2765. doi:10.1117/1.600871.
- [71] de Gee AF, Feilzer AJ, Davidson CL. True linear polymerization shrinkage of unfilled resins and composites determined with a linometer. *Dent Mater* 1993;9:11–4.
- [72] Fano V, Ortalli I, Pizzi S, Bonanini M. Polymerization shrinkage of microfilled composites determined by laser beam scanning. *Biomaterials* 1997;18:467–70. doi:10.1016/S0142-9612(96)00171-8.
- [73] Uhl A, Mills RW, Rzanny AE, Jandt KD. Time dependence of composite shrinkage using halogen and LED light curing. *Dent Mater* 2005;21:278–86.
- [74] H. Ottevaere, M. Tabak, K. Chah, P. Mégret, H. Thienpont. Dental composite resins: measuring the polymerization shrinkage using optical fiber Bragg grating sensors. *Opt Sens Detect II* 2012;8439.