

**DISEÑO DE OPERADORES DE VENTANA
BASADOS EN MATEMÁTICA DIFUSA PARA
LA SEGMENTACIÓN DE IMÁGENES
MÉDICAS**

Emilio J. Robalino Trujillo

**Tesis de Doctorado en Bioingeniería
Facultad de Ingeniería
Universidad Nacional de Mar del Plata**

Directora: Dra. Virginia Ballarin

Codirectores: Dra. Agustina Bouchet

Dr. Luis Borrero

-2023-

DEDICATORIA

A mi madre Bernardita, mi padre Eduardo (+), mis hermanos Mayra y Patricio, mi esposa Edith, y a mi hijo Emiliano.

A Dios quien ha guiado mi camino a una experiencia única y extraordinaria con linda gente que me ha brindado su amistad y conocimiento, convirtiéndose así en protagonista de mis logros académicos y personales que nunca imaginé.

Emilio J. Robalino

AGRADECIMIENTO

Dirigido a las personas que han apoyado mi crecimiento académico y personal, personas amables y de buen corazón que me han recibido con calidez en la Argentina, país hermoso que se convirtió en mi segundo hogar.

Mi profundo agradecimiento a mi madre y hermanos por su apoyo y confianza depositada en mí. A mi esposa e hijo por fortalecerme e impulsarme a seguir adelante con su amor, por haber sido y ser razón y motor para no rendirme y alcanzar mis metas, en especial la finalización del doctorado.

Mi constante gratitud al Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET - Argentina) por el financiamiento otorgado durante mis estudios de doctorado. A la Universidad Nacional de Mar del Plata (UNMDP - Argentina) y al Laboratorio de Procesamiento de Imágenes por abrir sus puertas y recibirme como su doctorando.

Un agradecimiento muy profundo a las Doctoras Virginia Ballarin y Agustina Bouchet, directora y codirectora de esta tesis y al Doctor Juan Ignacio Pastore por el tiempo, la guía y el conocimiento compartido que han permitido el desarrollo y culminación de esta tesis.

ÍNDICE DE CONTENIDO

	Página
RESUMEN	1
CAPÍTULO 1	2
1 Diseño de operadores para el procesamiento de imágenes	2
1.1 Introducción.....	2
1.2 Referencias	6
CAPITULO 2	9
2 Teoría de conjuntos difusos e intuicionistas	9
2.1 Teoría de conjuntos clásicos y difusos	9
2.2 Funciones de pertenencia	11
2.3 Operaciones entre conjuntos difusos	13
2.4 t-norma y s-norma	14
2.5 Operador implicación	16
2.6 Teoría de conjuntos difusos intuicionistas	16
2.7 Conjunto difuso intuicionista	17
2.8 Generador difuso intuicionista	18
2.9 Funciones de pertenencia y vectores prototipo	19
2.10 Función de pertenencia basada en la distancia euclidiana y en la distancia euclidiana difusa intuicionista.....	19
2.10.1 Función de pertenencia basada en la distancia Euclidiana	20
2.10.2 Función de pertenencia basada en la distancia Euclidiana difusa intuicionista	20
2.11 Referencias	21
CAPITULO 3	23
3 Procesamiento digital de imágenes y operadores morfológicos.....	23
3.1 Procesamiento digital de imágenes	23
3.2 Imágenes biomédicas	25
3.3 Segmentación de imágenes biomédicas	26
3.4 Morfología Matemática.....	28
3.5 Definición de imágenes digitales y operador de imágenes	29
3.6 Operadores morfológicos	29
3.6.1 Operadores morfológicos clásicos.....	30
3.6.2 Operadores morfológicos difusos	32

3.7	w-operadores	33
3.8	Diseño de operadores morfológicos	34
3.9	Referencias	35
CAPITULO 4		38
4	Diseño heurístico y automático de operadores morfológicos.....	38
4.1	Diseño heurístico de operadores morfológicos	38
4.2	Limitaciones en el diseño heurístico de operadores morfológicos.....	38
4.3	Diseño automático de w-operadores	39
4.4	Problemática en el diseño automático de w-operadores	42
4.5	Aplicación del enfoque propuesto a la problemática en el diseño automático de w-operadores.....	44
4.6	Referencias	44
CAPÍTULO 5		46
5	Método propuesto para el diseño automático de w-operadores	46
5.1	Diseño automático de w-operadores: definiciones generales.....	46
5.2	Etapas de entrenamiento	46
5.3	Definición de las funciones de pertenencia.....	47
5.4	Etapas de testeo.....	48
5.5	Métricas de evaluación de resultados	50
5.6	Referencias	51
CAPÍTULO 6		52
6	Aplicación del método propuesto para el diseño automático de w-operadores para la segmentación de leucocitos	52
6.1	Diseño automático de w-operadores mediante funciones de pertenencia gaussianas para la segmentación de leucocitos.....	52
6.1.1	Detalles técnicos experimentales.....	53
6.1.2	Diseño automático de los w-operadores y definición de las funciones de pertenencia	53
6.1.3	Etapas de testeo del w-operador diseñado	55
6.1.4	Resultados y discusión.....	56
6.2	Diseño automático de w-operadores mediante funciones de pertenencia basadas en la distancia Euclidiana difusa intuicionista para la segmentación de leucocitos	59
6.2.1	Detalles técnicos experimentales.....	59
6.2.2	Diseño automático de los w-operadores y estimación de vectores prototipo.....	60
6.2.3	Elección de los vectores prototipo y aplicación del generador intuicionista de Dubey	60

6.2.4	Definición de las funciones de pertenencia basada en la distancia euclidiana difusa intuicionista	61
6.2.5	Resultados y discusión.....	62
6.3	Comparación del método propuesto con otros métodos de clasificación.....	65
6.4	Referencias	67
CAPÍTULO 7		69
7 Aplicación del método propuesto para el diseño automático de w-operadores para la segmentación de imágenes de resonancia magnética de cerebro		69
7.1	Diseño automático de w-operadores mediante funciones de pertenencia gaussianas para la segmentación de imágenes de resonancia magnética de cerebro.....	69
7.1.1	Detalles técnicos experimentales.....	70
7.1.2	Diseño automático de los w-operadores y definición de las funciones de pertenencia	71
7.1.3	Etapas de testeo del w-operador diseñado	72
7.1.4	Resultados y discusión.....	73
7.2	Diseño automático de w-operadores mediante funciones de pertenencia basadas en la distancia euclidiana y en la distancia Euclidiana difusa intuicionista para la segmentación de imágenes de resonancia magnética de cerebro.....	82
7.2.1	Detalles técnicos experimentales.....	82
7.2.2	Diseño automático de los w-operadores y estimación de vectores prototipo.....	84
7.2.3	Elección de los vectores prototipo y aplicación del generador intuicionista de Dubey	85
7.2.4	Definición de las funciones de pertenencia basada en la distancia Euclidiana.....	85
7.2.5	Resultados y discusión.....	86
7.2.6	Aplicación de la función de pertenencia basada en la distancia euclidiana difusa intuicionista en el diseño de w-operadores para la segmentación de IRM.....	93
7.3	Comparación del método propuesto con otros métodos de segmentación en IRM.....	95
7.4	Referencias	96
CAPÍTULO 8		97
8 Conclusiones		97
8.1	Conclusiones capítulo 6: Aplicación del método propuesto para el diseño automático de w-operadores para la segmentación de leucocitos.....	97

8.1.1 Conclusiones: Diseño automático de w-operadores mediante funciones de pertenencia gaussianas para la segmentación de leucocitos	97
8.1.2 Conclusiones: Diseño automático de w-operadores mediante funciones de pertenencia basadas en la distancia euclidiana difusa intuicionista para la segmentación de leucocitos	98
8.2 Conclusiones capítulo 7: Aplicación del método propuesto para el diseño automático de w-operadores para la segmentación de imágenes de resonancia magnética de cerebro	99
8.2.1 Conclusiones: Diseño automático de w-operadores mediante funciones de pertenencia gaussianas para la segmentación de imágenes de resonancia magnética de cerebro	99
8.2.2 Conclusiones: Diseño automático de w-operadores mediante funciones de pertenencia basada en la distancia Euclidiana y en la distancia Euclidiana difusa intuicionista para la segmentación de imágenes de resonancia magnética de cerebro	100
8.3 Conclusiones generales	101
PUBLICACIONES.....	103
Revistas	103
Conferencias	103

ÍNDICE DE FIGURAS

	Página
Figura 1.1. Vecindades de diferente forma y tamaño.....	3
Figura 2.1. Representación gráfica de un conjunto clásico y un conjunto difuso	10
Figura 2.2. Función de pertenencia tipo triangular.....	12
Figura 2.3. Función de pertenencia tipo S.....	12
Figura 2.4. Función de pertenencia tipo Gaussiana.....	12
Figura 2.5. Función de pertenencia trapezoidal.....	13
Figura 2.6. Representación de la teoría de conjuntos clásica como subconjunto de la teoría de conjuntos difusa.	13
Figura 2.7. Gráficas del índice difuso intuicionista (IDI) de Sugeno, Yager y Dubey frente al grado de pertenencia.	19
Figura 3.1. Digitalización de una imagen.....	23
Figura 3.2. Imagen digital en niveles de gris y su representación numérica.....	24
Figura 3.5. Ejemplos de segmentación en imágenes biomédicas.....	27
Figura 3.6. Elementos estructurantes de diferente geometría y tamaño.....	28
Figura 3.7. Exploración de una imagen con elemento estructurante cuadrado	29
Figura 3.8. Erosión y dilatación de una imagen binaria.	31
Figura 3.9. Dilatación y erosión de imagen de Lena utilizando un cuadrado de 3x3. Erosión y dilatación de imagen de rayos X con un disco plano con un radio de 2 píxeles.....	32
Figura 3.10. Obtención de una configuración de ventana mediante una ventana W , ubicada en un píxel $t = (2,4)$, y registrada en un vector de observación $X(W_t)$	34
Figura 4.1. Imágenes de diseño con diferentes problemas de procesamiento a resolver: filtrado de ruido y extracción de bordes	39
Figura 4.2. Conjuntos de pares de imágenes observadas e ideales	40
Figura 4.3. Diseño de w-operador mediante el escaneo píxel a píxel de una ventana W sobre un par de imágenes de entrenamiento.....	42
Figura 4.4. Presenta una ilustración del diseño automático de un w-operador Ψ , a partir de una ventana W de tamaño igual a 3x3, y un par de imágenes de entrenamiento	43
Figura 5.1. Visualización de un vector de observación X conformado por los valores dentro de una ventana de tamaño 3x3, y su píxel central x_5 dentro de un recuadro verde.	48
Figura 5.2. Diagrama de diseño automático de w-operadores.	50
Figura 6.1. Presenta dos imágenes a color de la base de datos CellaVision transformadas a niveles de gris, y sus respectivas imágenes ideales	54

Figura 6.2. Funciones gaussianas e histograma total del conjunto de imágenes de entrenamiento para diferentes clases	55
Figura 6.3. Zona semiabierta del núcleo de imagen de prueba, señalada mediante un círculo color oro	58
Figura 6.4. Gráficos del error de clasificación, sensibilidad, y especificidad de los w-operadores diseñados con ventanas 11×11 y 15×15, la FPDEDI y $K=\{2,4,8,12,15\}$ clústers o vectores prototipo, calculados con FCM, aplicados a imágenes de leucocitos	63
Figura 6.5. Ejemplo de imágenes de leucocitos de prueba con su respectiva imagen ideal.	63
Figura 7.1. Ejemplo de IRM con 0, 1, 3, 5, 7, y 9% de ruido y su imagen ideal.	71
Figura 7.2. Ejemplos de funciones de pertenencia gaussianas e histogramas para cada clase utilizando la partición 80-20, con niveles de ruido del 0, 5, y 9%.....	72
Figura 7.3. Imagen ideal de IRM de prueba.	73
Figura 7.4. Error de clasificación de los w-operadores diseñados con las particiones: 50-50, 70-30, y 80-20	80
Figura 7.5. Sensibilidad de los w-operadores diseñados con las particiones: 50-50, 70-30, y 80-20	80
Figura 7.6. Especificidad de los w-operadores diseñados con las particiones: 50-50, 70-30, y 80-20	81
Figura 7.7. Gráficos del error de clasificación, sensibilidad, y especificidad de los w-operadores diseñados con FPDE y el algoritmo de clustering FCM con diferente número de clústers K aplicados a IRM con niveles de ruido al 0, 3, 5, 7, y 9%.....	88
Figura 7.8. Gráficos del error de clasificación, sensibilidad, y especificidad de los w-operadores diseñados con FPDE, el algoritmo de SC y diferente rango de influencia de clúster (RIC) aplicados a IRM con niveles de ruido al 0, 3, 5, 7, y 9%.....	90
Figura 7.9. Gráficos del error de clasificación, sensibilidad, y especificidad de los w-operadores diseñados con FPDE, el algoritmo SC y diferente rango de influencia de clúster (RIC) aplicados a IRM con niveles de ruido al 0, 3, 5, 7, y 9%.....	90
Figura 7.10. Ejemplo de imagen observada de prueba con nivel de ruido al 0, 5, y 9%, y su imagen ideal.....	91
Figura 7.11. Resultados de los w-operadores diseñados con FPDE y el algoritmo de clustering FCM	91
Figura 7.12. Resultados de los w-operadores diseñados con FPDE y el algoritmo de clustering substractivo, con los parámetros modificados option: [2, 0.8, 0.7, 0], y el parámetro RIC = {0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9}.....	92

ÍNDICE DE TABLAS

	Página
Tabla 6.1. Parámetros de las funciones de pertenencia	56
Tabla 6.2. Ejemplo de w-operador diseñado con una ventana de 3x3	56
Tabla 6.3. Presenta los resultados de los w-operadores diseñados, utilizando funciones de pertenencia gaussianas, ventanas de tamaño 3x3, 5x5, 7x7, 11x11 y 15x15, aplicados a 5 imágenes de prueba.	57
Tabla 6.4. Matriz de confusión para una ventana de 3x3	58
Tabla 6.6. Matriz de confusión para una ventana de 7x7	58
Tabla 6.8. Matriz de confusión para una ventana de 15x15	58
Tabla 6.9. Error de clasificación, sensibilidad y especificidad.....	59
Tabla 6.10. Error de clasificación, sensibilidad, y especificidad de los w-operadores diseñados con FPDEDI, con ventanas 11 × 11 y 15 × 15, y con diferente número <i>K</i> de vectores prototipo calculados FCM, aplicados a imágenes de leucocitos.....	62
Tabla 6.11. Presenta los mejores resultados de: -los w-operadores diseñados con FPDEDI, y vectores prototipo calculados con FCM, y -los w-operadores diseñados mediante funciones gaussianas, aplicados a imágenes de leucocitos.....	62
Tabla 6.12. Resultados de los w-operadores diseñados con ventanas 11 × 11 y 15 × 15, la FPDEDI y <i>K</i> = {2, 4, 8, 12, 15} vectores prototipo, calculados con FCM, aplicados a las tres imágenes de leucocitos de la Figura 6.5.	64
Tabla 6.13. Exactitud (Ex) y coeficiente de Dice (Cf D) de IFS, T2FS, KM, GVF, IFV-MMF, y el método propuesto: WFG-11x11, WFG-15x15, WFPDEDI-11x11, y WFPDEDI-15x15.....	66
Tabla 6.14. Precisión (Prc) y coeficiente de Dice (Cf D) de W, FCN, U-Net, LM, IFV-MMF, y el método propuesto: WFG-11x11, WFG-15x15, WFPDEDI-11x11, y WFPDEDI-15x15.....	66
Tabla 7.1. Resultado de la aplicación de los w-operadores diseñados con la partición 50-50, y con ventanas de tamaño 3x3, 5x5, 7x7, 11x11, y 15x15, sobre una imagen de prueba con ruido al 0, 1, 3, 5, 7 y 9%.....	74
Tabla 7.2. Matriz de confusión para ventana 3x3.....	75
Tabla 7.3. Matriz de confusión para ventana 5x5.....	75
Tabla 7.4. Matriz de confusión para ventana 7x7.....	75
Tabla 7.5. Matriz de confusión para ventana 11x11.....	75
Tabla 7.6. Matriz de confusión para ventana 15x15.....	75
Tabla 7.12. Error de clasificación, sensibilidad, y especificidad de los w-operadores diseñados con el 50% de imágenes para entrenamiento, y con	

ventanas de tamaño 3x3, 5x5, 7x7, 11x11, y 15x15, aplicados al 50% de imágenes de prueba, con ruido al 0, 1, 3, 5, 7 y 9%.....	76
Tabla 7.13. Resultado de la aplicación de los w-operadores diseñados con la partición 70-30, y con ventanas de tamaño 3x3, 5x5, 7x7, 11x11, y 15x15, sobre una imagen de prueba con ruido al 0, 1, 3, 5, 7 y 9%.....	76
Tabla 7.14. Error de clasificación, sensibilidad, y especificidad de los w-operadores diseñados con el 70% de imágenes para entrenamiento, y con ventanas de tamaño 3x3, 5x5, 7x7, 11x11, y 15x15, aplicados al 30% de imágenes de prueba, con ruido al 0, 1, 3, 5, 7 y 9%.....	77
Tabla 7.15. Resultado de la aplicación de los w-operadores diseñados con la partición 80-20, y con ventanas de tamaño 3x3, 5x5, 7x7, 11x11, y 15x15, sobre una imagen de prueba con ruido al 0, 1, 3, 5, 7 y 9%.....	78
Tabla 7.16. Error de clasificación, sensibilidad, y especificidad de los w-operadores diseñados con el 80% de imágenes para entrenamiento, y con ventanas de tamaño 3x3, 5x5, 7x7, 11x11, y 15x15, aplicados al 20% de imágenes de prueba, con ruido al 0, 1, 3, 5, 7 y 9%.....	79
Tabla 7.17. Detalles técnicos de los algoritmos de clustering.....	83
Tabla 7.18. Error de clasificación, sensibilidad, y especificidad de los w-operadores diseñados con FPDE y el algoritmo de clustering FCM con diferente número de vectores prototipo K aplicados a IRM con niveles de ruido al 0, 3, 5, 7, y 9%.	87
Tabla 7.19. Error de clasificación, sensibilidad, y especificidad de los w-operadores diseñados con FPDE y el algoritmo de clustering substractivo SC con diferente RIC aplicados a IRM con niveles de ruido al 0, 3, 5, 7, y 9%. La columna izquierda en cada métrica corresponde a los resultados con los parámetros option 1: [1.25, 0.5, 0.15, 0], mientras que la columna derecha corresponde a los resultados con los parámetros modificados option 2: [2, 0.8, 0.7, 0]......	89
Tabla 7.20. Presenta los mejores resultados de los w-operadores diseñados mediante FPDE y vectores prototipo calculados con FCM y SC y los mejores resultados de los w-operadores diseñados mediante funciones gaussianas.....	92
Tabla 7.21. Presenta los mejores resultados de: -los w-operadores diseñados con FPDE, y vectores prototipos calculados con FCM y SC, -los w-operadores diseñados mediante funciones gaussianas, y -los w-operadores diseñados con FPDEDI, y los mejores vectores prototipo calculados con FCM y SC del primer experimento.	94
Tabla 7.22. Comparación de método propuesto con otros métodos enfocados a la segmentación de IRM de cerebro.....	96

RESUMEN

El procesamiento digital de imágenes consiste en la transformación de imágenes mediante funciones conocidas como operadores de imagen. Los operadores de imágenes más conocidos son los operadores morfológicos clásicos y difusos estudiados por la Morfología Matemática clásica y difusa, respectivamente. La combinación de los operadores morfológicos básicos, dilatación y erosión, permiten el diseño de operadores morfológicos complejos que resuelven tareas de procesamiento complejas como la segmentación. Dicha combinación de operadores morfológicos básicos, dependen del conocimiento y experiencia del diseñador para encontrar la mejor combinación o secuencia de operadores, por lo que el diseñador debe aplicar el enfoque de prueba y error en cada secuencia de operaciones. Este tipo de diseño de operadores morfológicos complejos es conocido como diseño heurístico y dado que su desarrollo requiere mucho tiempo, se ha considerado como enfoque alternativo el uso técnicas de aprendizaje automático para el diseño de operadores morfológicos. Una clase operadores morfológicos, invariantes a traslaciones y definidos dentro de una ventana, son los operadores de ventana o w-operadores. El diseño automático de los w-operadores, consiste en la estimación estadística de w-operadores que transformen una imagen con un problema a resolver en su imagen deseada o ideal, mediante el uso de ejemplos y técnicas de aprendizaje automático. El principal inconveniente en el diseño automático de w-operadores radica en la gran cantidad de ejemplos necesarios para estimar un w-operador que transforme imágenes que no fueron presentadas como ejemplos durante el diseño en sus imágenes ideales. La cantidad limitada de ejemplos no permite que el w-operador diseñado transforme nuevas imágenes de entrada en sus imágenes ideales, dando lugar al problema de generalización. En esta tesis, para resolver este problema, se propone implementar el uso de funciones de pertenencia de la Lógica Difusa, la cual representa el conocimiento en un lenguaje matemático a través de la Teoría de conjuntos difusos. La implementación de las funciones de pertenencia en el diseño de w-operadores, da lugar al diseño de nuevos operadores morfológicos, los w-operadores difusos. Esta propuesta es aplicada al diseño automático de w-operadores para la segmentación de dos clases y multiclase de imágenes biomédicas.

CAPÍTULO 1

1 Diseño de operadores para el procesamiento de imágenes

Este capítulo presenta una introducción a los operadores de imágenes, su diseño heurístico y automático, problemática en ambos enfoques y el enfoque propuesto para solucionar el problema de generalización en el diseño automático de operadores.

1.1 Introducción

Las imágenes son producidas por una variedad de dispositivos físicos, que incluyen cámaras fijas y de video, escáneres, dispositivos de rayos X, microscopios electrónicos, radar y ultrasonido. Se pueden usar para una variedad de propósitos, incluidos entretenimiento, imágenes médicas, negocios e industria, análisis de carácter militar, civil, de seguridad y científico. La digitalización de imágenes es un proceso que convierte una forma pictórica en datos numéricos. Una imagen digital es una imagen que ha sido discretizada tanto en coordenadas espaciales como en brillo o intensidad. La imagen se divide en pequeñas regiones denominadas elementos de imagen o píxeles [1]. El interés cada vez mayor en el procesamiento de imágenes digitales proviene de dos principales áreas de aplicación: la mejora en la calidad de la información pictórica para la interpretación humana y el procesamiento de datos de imágenes para almacenamiento, transmisión, y representación para la percepción de máquinas autónomas [2]. El procesamiento de imágenes digitales comienza con una imagen y produce una versión modificada de esa imagen.

La comprensión de alto nivel del contenido de las imágenes ha recibido mucha atención en la última década y para alcanzarlo, el procesamiento de bajo y medio nivel figuran como bloques de construcción en este marco y continúan desempeñando un papel importante en varias tareas específicas. Por ejemplo, el procesamiento de bajo nivel implica operaciones primitivas de preprocesamiento tales como el filtrado de ruido, el mejoramiento de contraste y la nitidez en imágenes [3]. Este procesamiento se caracteriza en el hecho de que sus entradas y salidas son imágenes. Por otro lado, el procesamiento de medio nivel implica tareas como: la segmentación que consiste en la partición de una imagen en regiones u objetos, la descripción de aquellos objetos para reducirlos a una forma adecuada para el procesamiento computacional, y la clasificación (reconocimiento) de objetos individuales. Este tipo de procesamiento se caracteriza en que sus entradas generalmente son imágenes, pero sus salidas son atributos extraídos de esas imágenes como, por ejemplo, bordes, contornos, y la identidad de los objetos individuales [2,3]. Estos tipos de procesamiento se basan en las características locales de las imágenes y, por lo tanto, los operadores locales de imágenes son adecuados para estas tareas. En este tipo de operaciones, el valor de un píxel en la imagen de salida, depende no solo del valor del píxel en la misma ubicación en la imagen de entrada, sino también de los valores de los píxeles en su entorno. A este conjunto de píxeles se lo conoce como vecindad (figura 1.1). El tamaño y la geometría de la vecindad está relacionado con la tarea o transformación

deseada. Sin embargo, a medida que aumenta el tamaño, también lo hace su tiempo de cálculo. Algunos ejemplos son la convolución, la detección de bordes, los filtros de suavizado (filtros de promedio y de mediana), los filtros de nitidez (filtros de gradiente y laplaciano) y los filtros morfológicos [1].

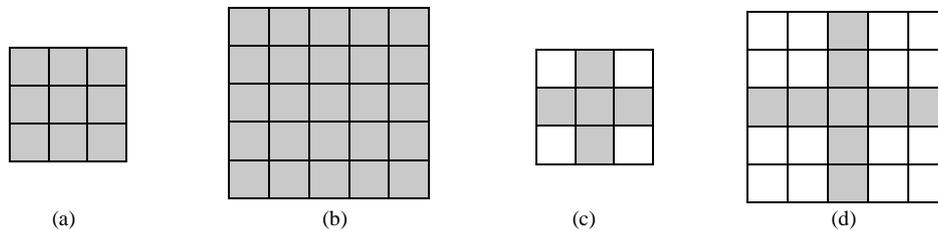


Figura 1.1. Vecindades de diferente forma y tamaño. (a) vecindad de forma cuadrada de 3x3, (b) y de 5x5, (c) vecindad en forma de cruz de 3x3, (d) y de 5x5.

Una gran clase de operadores locales de imágenes se pueden modelar como operadores morfológicos. Estos operadores se estudian formalmente en el campo de la Morfología Matemática (MM), una rama del procesamiento y análisis de imágenes no lineales desarrollada inicialmente por Georges Matheron y Jean Serra [4, 5, 6, 7] que se concentra en la estructura geométrica dentro de una imagen, donde las imágenes que se analizan se consideran como conjuntos de píxeles y la teoría de conjuntos se aplica a las operaciones morfológicas. Este enfoque se basa en relaciones lógicas, en lugar de aritméticas, entre píxeles y puede extraer características geométricas eligiendo una forma de estructura adecuada llamada elemento estructurante [1]. En otras palabras, estos operadores se basan en la comparación local de estructuras geométricas presentes en las imágenes y constituyen una poderosa herramienta para el procesamiento de imágenes. Las operaciones elementales de la MM son la dilatación y la erosión y fueron definidas inicialmente sobre imágenes binarias. La extensión de las transformaciones morfológicas de procesamiento binario a escala de grises por parte de Serra, Sternberg y Haralick introdujo una generalización morfológica natural de las operaciones de dilatación y erosión. Heijmans mostró además cómo utilizar operadores morfológicos binarios y técnicas de umbralización para construir una gran clase de operadores morfológicos en escala de grises [1]. Una extensión de la Morfología Matemática binaria es la Morfología Matemática Difusa (MMD) que incorpora conceptos de lógica difusa para extender los operadores morfológicos binarios a imágenes en niveles de gris permitiendo modelar y manipular la incertidumbre e imprecisión presentes en todo tipo de imágenes, principalmente en imágenes médicas [8]. Dentro del conjunto de operadores morfológicos, aquellos que son invariantes a traslaciones y definidos localmente dentro de una ventana, son llamados operadores de ventana o w-operadores.

Un procedimiento común para resolver tareas de procesamiento de imágenes es mediante combinaciones de múltiples operadores básicos ya sean de MM o MMD. Dicha combinación puede incluir canalizaciones secuenciales, subprocessos de decisión e iteración. Encontrar una solución satisfactoria requiere un enfoque de prueba y error en el que se deben ensamblar y probar varias configuraciones de la composición, variando los operadores básicos y sus parámetros [2, 3, 9]. El diseño de operadores de imágenes para estas tareas se suele realizar manualmente aprovechando las características

específicas del dominio de la aplicación por lo que se requiere un grado considerable de conocimiento y experiencia por parte del diseñador. A este tipo de diseño se lo conoce como diseño heurístico y dado que su proceso para diseñar operadores que cumplan tareas de procesamiento consume demasiado tiempo, un enfoque de diseño alternativo son el uso de técnicas de aprendizaje automático para estimar las transformaciones [3]. Dados pares de imágenes que consisten en una entrada típica y la respectiva salida deseada, el objetivo es estimar un operador que transforme las entradas en las salidas deseadas. Los avances más recientes en los métodos de procesamiento de imágenes se basan en el uso de un amplio conjunto de características de imagen combinadas con técnicas de aprendizaje automático. En ese sentido, muchos enfoques previos para el aprendizaje de operadores locales de imágenes han propuesto el uso de pares de imágenes de entrada-salida como fuente de datos de entrenamiento [10-13]. Este tipo de enfoque se ha aplicado con éxito en tareas de filtrado en la década de los 80 y 90. El diseño de filtros medianos, stack y los filtros de coincidencia de plantillas son ejemplos de tales aplicaciones [10, 11].

En este último tiempo, este enfoque se ha preocupado de la segmentación de diferentes tipos de imágenes médicas con el fin de mejorar el diagnóstico y tratamiento de enfermedades [12, 14]. La segmentación de imágenes puede ser considerada como un problema de clasificación en el campo del reconocimiento de patrones. En este contexto, los w -operadores resultan adecuados para la segmentación de imágenes dependiendo de la cantidad de información relevante dentro una ventana espacial finita [15]. En otras palabras, el aprendizaje automático es aplicado al diseño de clasificadores, donde su principal característica, es asignar una clase a un pixel en función de la cantidad de información presente dentro de una ventana de determinado tamaño. Al comienzo, el diseño automático de w -operadores fue destinado a tareas de procesamiento en imágenes binarias, tales como filtrado de ruido, detección de bordes, identificación de texturas entre otras [16, 17]. Ahora, en el caso de imágenes en niveles de gris, se destinó a tareas como la eliminación de distorsiones de imágenes borrosas (deblurring), y principalmente la segmentación [13, 14]. El diseño automático de w -operadores se define por dos etapas: entrenamiento y testeo. La etapa de entrenamiento consiste en el diseño del w -operador mediante una optimización estadística a partir de pares de imágenes de entrenamiento. Cada par de imágenes se compone de una imagen observada, que muestra el problema a resolver y la imagen ideal asociada, que representa la salida deseada. En esta etapa, a partir de los pares de imágenes de entrenamiento, una ventana de determinado tamaño, y un algoritmo de aprendizaje se obtiene un conjunto de patrones o configuraciones y sus respectivas salidas o etiquetas. La representación de los w -operadores se reduce a la utilización de grandes tablas de decisión conformadas por los patrones que, transformados a vectores, toman el nombre de vectores de observación (formados por píxeles dentro de una ventana), y sus correspondientes etiquetas estimadas [16]. En la etapa de testeo se calcula el error del w -operador diseñado utilizando un conjunto de imágenes que no fue usado durante el entrenamiento. Esto se realiza con el fin de validar y optimizar el w -operador.

Como en cualquier problema habitual de aprendizaje automático, el aprendizaje en el contexto del diseño de w -operadores de imágenes también está sujeto a varios problemas estadísticos y computacionales. Una pregunta importante es cuántos pares de imágenes de entrenamiento son necesarios para obtener una buena aproximación del w -operador

deseado. La práctica muestra que depende en gran medida de la complejidad del contenido de la imagen y de la tarea de procesamiento, así como de la resolución de la imagen. Para el problema de segmentación, la elección del tamaño de ventana es muy importante, ésta deber ser lo suficientemente grande para capturar información considerable y así discriminar patrones relevantes.

En general, la complejidad en el diseño automático de w-operadores radica en las grandes cantidades de imágenes de entrenamiento necesarias para completar la tabla de decisión con todos los posibles vectores de observación, que crecen exponencialmente en función del tamaño de ventana y los niveles de gris en una imagen. Las imágenes de entrenamiento, al ser finitas y limitadas, impiden que los w-operadores puedan predecir la etiqueta de un nuevo vector de observación. A este problema se lo conoce como problema de generalización [18]. En la segmentación de imágenes donde se utiliza ventanas de gran tamaño para capturar información de forma, textura y niveles de gris, el problema de generalización reduce significativamente la capacidad predictiva del w-operador para nuevos vectores de observación dando lugar a una mala segmentación. Existen trabajos que proponen varias técnicas para solucionar el problema de generalización. Por ejemplo, en [13, 19, 20] utilizan multiresolución piramidal y aperture para restringir el dominio espacial y el rango de niveles de gris en las ventanas, respectivamente, con el fin de reducir el tamaño de búsqueda de los w-operadores. Otras soluciones para resolver el problema de generalización se presentan en [12] y [14], donde diseñan w-operadores para la segmentación de imágenes utilizando aperture y redes neuronales tipo feedforward que modelan la probabilidad condicional de cada vector de observación.

En esta tesis, para solucionar el problema de generalización se propone implementar el uso de funciones de pertenencia de la Lógica Difusa, la cual representa el conocimiento en un lenguaje matemático a través de la teoría de conjuntos difusos y sus funciones de pertenencia [21]. El conjunto difuso permite modelar la imprecisión y la vaguedad en los sistemas de comprensión humana y proporciona un marco formal para describir, analizar e interpretar los eventos vagos e inciertos. En el procesamiento de imágenes en niveles de gris, cuya característica es la ambigüedad dentro de los píxeles que las conforman, cada región o estructura en una imagen puede ser modelada como un conjunto difuso definido por una función de pertenencia, la cual se encarga de asignar a cada píxel un grado de pertenencia en el rango $[0,1]$ para resolver el escenario difuso dentro de la imagen [22]. Varios trabajos han sido presentados donde la teoría de conjuntos difusos y la definición de funciones de pertenencia son aplicados a diferentes áreas relacionadas al procesamiento de imágenes como, por ejemplo, umbralamiento y segmentación. En [23-26] proponen métodos de umbralamiento de imágenes donde las funciones de pertenencia juegan un rol importante para encontrar uno o varios valores umbrales adecuados para la segmentación de imágenes, determinando la relación de un píxel con su región de pertenencia. Por otro lado, las funciones de pertenencia se han incorporado en algoritmos de clustering como el algoritmo Fuzzy C-Means (FCM), donde los píxeles pertenecen a varios clústers con diversos grados de pertenencia. Este algoritmo ha sido modificado en [27-30] para mejorar su robustez en el área de segmentación. En conclusión, las funciones de pertenencia mejoran la toma de decisiones al momento de definir un píxel dentro de una categoría o clase.

En el contexto del diseño automático de w-operadores, las funciones de pertenencia asignan grados de pertenencia a cada elemento de una imagen dentro de un subconjunto o ventana, dando lugar a una ventana difusa o vector de observación difuso, permitiendo asignar una etiqueta a cada vector de observación no presente en la tabla diseñada en la etapa de entrenamiento, en función de sus grados de pertenencia [15]. Por lo tanto, las funciones de pertenencia nos permiten resolver el problema de generalización en el diseño automático de w-operadores para imágenes en niveles de grises cuyas características son la ambigüedad y la imprecisión.

Las funciones de pertenencia se eligen de acuerdo con cada problema y a la naturaleza y tipo de datos. La construcción de funciones de pertenencia, que capturen adecuadamente los significados de las variables, ha sido abordada por varios autores [25, 28]. Las funciones de pertenencia se pueden representar de múltiples maneras. Por su simplicidad matemática, los más comunes son: triangular, trapezoidal, gaussiana, sigmoideal, gamma, entre otras [27]. Conceptualmente, existen dos enfoques para determinar la función de pertenencia asociada a un conjunto. El primer enfoque se basa en el conocimiento experto y el segundo enfoque utiliza una colección de datos para diseñar la función.

El segundo enfoque es aplicado en el diseño automático de w-operadores. Las funciones de pertenencia utilizadas en los experimentos presentados en esta tesis, fueron la función gaussiana, la función basada en la distancia euclidiana y la función basada en la distancia euclidiana difusa intuicionista. La incorporación de las funciones de pertenencia, en el enfoque propuesto, da lugar a otra clase de operadores locales, los w-operadores difusos, al utilizar funciones de pertenencia, y los w-operadores difusos intuicionistas, al utilizar funciones de pertenencia, de no pertenencia y de vacilación. Estos nuevos tipos de w-operadores diseñados tienen la capacidad de generalizar la salida de nuevos vectores de observación gracias a las funciones de pertenencia.

1.2 Referencias

- [1] SHIH, Frank Y. *Image processing and mathematical morphology: fundamentals and applications*. CRC press, 2009.
- [2] GONZALEZ, Rafael C.; WOODS, Richard E. *Digital image processing*, Prentice Hall. *New Jersey*, 2008.
- [3] MONTAGNER, Igor S.; HIRATA, Nina; HIRATA, Roberto. Image operator learning and applications. En *2016 29th SIBGRAPI Conference on Graphics, Patterns and Images Tutorials (SIBGRAPI-T)*. IEEE, 2016. p. 38-50.
- [4] GOUTSIAS, John; VINCENT, Luc; BLOOMBERG, Dan S. (ed.). *Mathematical morphology and its applications to image and signal processing*. Springer Science & Business Media, 2006.
- [5] DOUGHERTY, Edward R.; LOTUFO, Roberto A. *Hands-on morphological image processing*. SPIE press, 2003.

- [6] MATHERON, Georges; SERRA, Jean. The birth of mathematical morphology. En *Proc. 6th Intl. Symp. Mathematical Morphology*. Sydney, Australia, 2002. p. 1-16.
- [7] SERRA, Jean; SOILLE, Pierre (ed.). *Mathematical morphology and its applications to image processing*. Springer Science & Business Media, 2012.
- [8] BOUCHET, Agustina; ALONSO, Pedro; PASTORE, Juan I.; MONTES, Susana; DÍAZ, Irene. Fuzzy mathematical morphology for color images defined by fuzzy preference relations. *Pattern Recognition*, 2016, vol. 60, p. 720-733.
- [9] BOUCHET, Agustina; BRUN, Marcel; BALLARIN, Virginia. Morfología Matemática Difusa aplicada a la segmentación de angiografías retinales. *dimensión*, 2010, vol. 3, p. 3.
- [10] DOUGHERTY, Edward R. Optimal mean-square N-observation digital morphological filters: I. Optimal binary filters. *CVGIP: Image Understanding*, 1992, vol. 55, no 1, p. 36 – 54.
- [11] YOO, Jisang; FONG, Kelvin L.; HUANG, Jr-Jen; COYLE, Edward J.; ADAMS, George B. A fast algorithm for designing stack filters. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1999, vol. 8, no 8, p. 1014-1028.
- [12] BENALCÁZAR, Marco E.; BRUN, Marcel; BALLARIN, Virginia L. Automatic design of aperture filters using neural networks applied to ocular image segmentation. En *2014 22nd European signal processing conference (EUSIPCO)*. IEEE, 2014. p. 2195-2199.
- [13] HIRATA, Roberto; BRUN, Marcel; BARRERA, Junior; DOUGHERTY, Edward R. Multiresolution design of aperture operators. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 2002, vol. 16, no 3, p. 199-222.
- [14] BENALCÁZAR, Marco E.; BRUN, Marcel; BALLARIN, Virginia. Automatic design of window operators for the segmentation of the prostate gland in magnetic resonance images. En *VI Latin American Congress on Biomedical Engineering CLAIB 2014, Paraná, Argentina 29, 30 & 31 October 2014*. Springer, Cham, 2015. p. 417-420.
- [15] ROBALINO, Emilio; PASTORE, Juan I.; BALLARIN, Virginia; BOUCHET, Agustina. Diseño automático de W-operadores mediante el uso de funciones de pertenencia para la segmentación de leucocitos. En *2020 IEEE Congreso Bienal de Argentina (ARGENCON)*. IEEE, 2020. p. 1-6.
- [16] GUEVARA, Susana; ROBALINO, Emilio; BOUCHET, Agustina; BRUN, Marcel; BALLARIN, Virginia. Diseño automático de un clasificador para filtrado de ruido en imágenes binarias utilizando análisis discriminante lineal. En *6to Congreso Nacional de Ingeniería Informática – Sistemas de Información (CoNaIISI)*. 2019.
- [17] BENALCÁZAR, Marco E.; BRUN, Marcel; BALLARIN, Virginia L. Artificial neural networks applied to statistical design of window operators. *Pattern recognition letters*, 2013, vol. 34, no 9, p. 970-979.

- [18] BENALCÁZAR, Marco; BRUN, Marcel; BALLARIN, Virginia; PASSONI, Isabel; MESCHINO, Gustavo; PRA, Lucía D. Automatic Design of Binary W-operators Using Artificial Feed-Forward Neural Networks Based on the Weighted Mean Square Error Cost Function. En *Iberoamerican Congress on Pattern Recognition*. Springer, Berlin, Heidelberg, 2012. p. 495-502.
- [19] CHLAPINSKI, Jakub; CIOTA, Zygmunt. Automated aperture filter design by stochastic optimization. En *2009 MIXDES-16th International Conference Mixed Design of Integrated Circuits & Systems*. IEEE, 2009. p. 607-612.
- [20] EIRATA, Roberto; DOUGHERTY, Edward R.; BARRERA, Junior. Design of gray-scale nonlinear filters via multiresolution apertures. En *2000 10th European Signal Processing Conference*. IEEE, 2000. p. 1-4.
- [21] COMAS, Diego S.; MESCHINO, Gustavo; BRUN, Marcel; BALLARIN, Virginia. Label-based Type-2 Fuzzy Predicate Classification applied to the design of morphological W-operators for image processing. En *First latin American congress on computational intelligence*. 2014. p. 55-60.
- [22] ACHARYA, Tinku; RAY, Ajoy K. *Image processing: principles and applications*. John Wiley & Sons, 2005. p. 209-211.
- [23] HUANG, Liang-Kai; WANG, Mao-Jiun J. Image thresholding by minimizing the measures of fuzziness. *Pattern recognition*, 1995, vol. 28, no 1, p. 41-51.
- [24] CHENG, Heng D.; CHEN, Catherine H.; CHIU, H. H. Image segmentation using fuzzy homogeneity criterion. *Information sciences*, 1997, vol. 98, no 1-4, p. 237-262.
- [25] CHAIRA, Tamalika; RAY, Ajoy K. Threshold selection using fuzzy set theory. *Pattern recognition letters*, 2004, vol. 25, no 8, p. 865-874.
- [26] AJA-FERNÁNDEZ, Santiago; CURIALE, Ariel H; VEGAS-SÁNCHEZ-FERRERO, Gonzalo. A local fuzzy thresholding methodology for multiregion image segmentation. *Knowledge-Based Systems*, 2015, vol. 83, p. 1-12.
- [27] ZHANG, Dao-Qiang; CHEN, Song-Can. A novel kernelized fuzzy c-means algorithm with application in medical image segmentation. *Artificial intelligence in medicine*, 2004, vol. 32, no 1, p. 37-50.
- [28] YANG, Zhang; CHUNG, Fu-Lai; SHITONG, Wang. Robust fuzzy clustering-based image segmentation. *Applied soft computing*, 2009, vol. 9, no 1, p. 80-84.
- [29] SING, Jamuna K; ADHIKARI, Sudip K; BASU, Dipak K. A modified fuzzy C-means algorithm using scale control spatial information for MRI image segmentation in the presence of noise. *Journal of Chemometrics*, 2015, vol. 29, no 9, p. 492-505.
- [30] ADHIKARI, Sudip K; SING, Jamuna K; BASU, Dipa K; NASIPURI, Mita. Conditional spatial fuzzy C-means clustering algorithm for segmentation of MRI images. *Applied soft computing*, 2015, vol. 34, p. 758-769.

CAPITULO 2

2 Teoría de conjuntos difusos e intuicionistas

En este capítulo se desarrollan los principales conceptos de la Teoría de Conjuntos Difusos e Intuicionistas. La importancia de estos conceptos, radica en su función, al momento de definir a las imágenes digitales como conjuntos de píxeles, y al momento de definir las principales operaciones en la Morfología Matemática en el capítulo 3. Las funciones de pertenencia, definidas dentro de la teoría de dichos conjuntos, permitirá el desarrollo del método propuesto en esta tesis, para el diseño automático de operadores en el capítulo 4.

2.1 Teoría de conjuntos clásicos y difusos

Un conjunto es cualquier colección de objetos definidos y distintos que se concibe como un todo. Los objetos que están incluidos o pertenecen a un conjunto generalmente se denominan sus miembros [1]. El concepto de pertenencia es importante en la teoría de conjuntos refiriéndose al hecho de que un elemento sea o no parte de un conjunto. La función encargada de asignar la pertenencia a un conjunto se denomina función de pertenencia, función indicadora o función característica [2].

Definición 2.1: Una función de pertenencia de un conjunto clásico A en el conjunto universal X es un mapeo de la forma:

$$u(x): X_A \rightarrow \{0,1\} \quad (2.1)$$

donde $u(x)$ asigna a cada elemento $x \in X$ un valor de verdad igual a 0 si x no es miembro del conjunto e igual a 1 si x es miembro del conjunto [1].

La lógica clásica está estrechamente relacionada con la teoría de conjuntos clásica, por lo tanto, se basa en la suposición de que hay exactamente dos valores de verdad, falso y verdadero, y que el valor de verdad de cualquier fórmula lógica se define únicamente por los valores de verdad de sus componentes. Estos supuestos suelen denominarse bivalencia y funcionalidad de verdad, respectivamente. Además de la lógica de carácter bivalente, existen diversas lógicas polivalentes, que abandonan la bivalencia para reconocer valores adicionales de verdad. Estos valores de verdad, generalmente se los considera como valores de verdad intermedios entre 0 y 1, y se interpretan como grados de verdad. Las lógicas polivalentes difieren entre sí en los conjuntos de valores de verdad que emplean y en las definiciones que utilizan para las operaciones lógicas básicas, es decir, negación, conjunción, disyunción, implicación y equivalencia [1].

En la lógica clásica cada predicado está asociado de forma única con un conjunto clásico. En otras palabras, para cualquier objeto dado, una proposición formada por el predicado es verdadera para este objeto si y solo si el objeto es miembro del conjunto asociado. El conjunto asociado juega el papel de la extensión del predicado. Por ejemplo, el predicado $p(x)$: “ x es un número primo”, es verdadero para un valor de x si y solo si dicho valor pertenece al conjunto de todos los números primos asociado al predicado. Por lo tanto, el conjunto de números primos representa la extensión del predicado $p(x)$: “ x es un número

primo”. Además, cada operación lógica sobre predicados tiene una única contrapartida: una operación sobre los conjuntos clásicos asociados. Por ejemplo, las contrapartes de negación, conjunción y disyunción en predicados son las operaciones de complemento, intersección y unión en los conjuntos asociados, respectivamente.

Cuando se abandonó el supuesto de la bivalencia en las diversas lógicas polivalentes propuestas, se perdió la conexión entre predicados y conjuntos. Los conjuntos clásicos simplemente no podían desempeñar el papel de extensiones de predicados polivalentes, es decir, predicados que se aplican a objetos en grados intermedios. La conexión finalmente se renovó cuando Lotfi Zadeh introdujo el concepto de conjunto difuso en su artículo seminal (Zadeh 1965) [2]. En este artículo, Zadeh reconoció la conexión de los conjuntos difusos con la lógica multivaluada y diez años después de su artículo, comenzó a usar el término lógica difusa. La principal motivación para introducir los conjuntos difusos fue representar y manejar clases de objetos que no están definidos con precisión.

Los conjuntos clásicos o nítidos satisfacen dos requisitos básicos. Primero, los miembros de cada conjunto se distinguen unos de otros, y segundo, para cualquier objeto dado se especifica si el objeto es o no un miembro del conjunto. Los conjuntos difusos difieren de los conjuntos clásicos al rechazar el segundo requisito. A diferencia de los conjuntos clásicos, los conjuntos difusos no requieren límites nítidos que separen sus miembros de otros objetos. La pertenencia de cualquier objeto a un conjunto difuso dado no es una cuestión de afirmación o negación, como se requiere para los conjuntos clásicos, sino una cuestión de grado. En la figura 2.1 se puede observar una representación gráfica de un conjunto clásico de límite nítido o bien definido y un conjunto difuso que no permite percibir con precisión donde empieza su límite, en otras palabras, un conjunto con un límite borroso o vago.

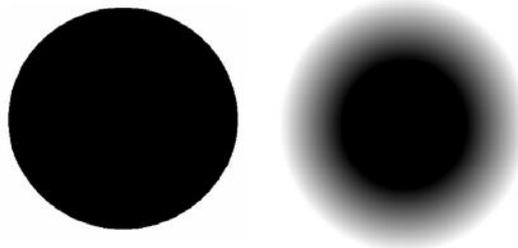


Figura 2.1. Representación gráfica de un conjunto clásico y un conjunto difuso.

En cada aplicación particular de la teoría de conjuntos clásica o difusa, el conjunto de todos los objetos que son relevantes para la aplicación se denomina conjunto universal o universo. Independientemente de si se trabaja con conjuntos clásicos o conjuntos difusos, el conjunto universal relevante es siempre un conjunto clásico. Los conjuntos difusos se definen en cualquier conjunto universal dado, como funciones que son análogas a las funciones de pertenencia de los conjuntos clásicos. Cada una de estas funciones asigna a cada objeto del conjunto universal un grado de verdad en el intervalo $[0,1]$. Formalmente, un conjunto difuso se define a continuación.

Definición 2.2: Un conjunto difuso A en el universo X es una función de la forma:

$$u(x): X_A \rightarrow [0,1] \quad (2.2)$$

que asigna a cada elemento x del universo X un grado de pertenencia del intervalo $[0,1]$.

El conjunto difuso difiere del conjunto clásico, en que la función de pertenencia que lo define, toma grados de verdad del rango $[0, 1]$, en lugar de tomar los dos únicos valores del conjunto $\{0, 1\}$ [1].

Los conjuntos difusos abrieron nuevas y potencialmente útiles formas de ver la cognición humana, el razonamiento, la comunicación, la toma de decisiones y similares. Su utilidad en la ciencia, la ingeniería y otras áreas humanísticas ha sido cada vez más reconocida, especialmente desde principios de la década de 1990 [1, 3]. Los conjuntos difusos están conectados al modelado de incertidumbre a través de la teoría de la posibilidad, es decir, a través de la interpretación de las funciones de pertenencia como distribuciones de posibilidad [3].

2.2 Funciones de pertenencia

La teoría de conjuntos difusos proporciona un marco para describir, analizar e interpretar eventos vagos e inciertos, es decir, para modelar la imprecisión y la vaguedad existentes en los sistemas de comprensión humana. Esta teoría contempla la pertenencia parcial de un elemento a un conjunto, por lo tanto, el grado de pertenencia de cada elemento en un conjunto difuso se define mediante una función de pertenencia (definición 2.2) asociada a dicho conjunto.

Las funciones de pertenencia se pueden representar de múltiples maneras. Por su simplicidad matemática, los más comunes son: triangular, trapezoidal, gaussiana, sigmoideal, gamma, entre otras [4, 5]. Las funciones de pertenencia se eligen de acuerdo a cada problema y a la naturaleza y tipo de datos. La única condición que deben cumplir este tipo de funciones es que tome valores entre 0 y 1, con continuidad. Existen dos enfoques para determinar la función o funciones de pertenencia asociadas a un conjunto: el primer enfoque se basa en el conocimiento humano de los expertos, y el segundo enfoque utiliza una colección de datos para diseñar la función [5]. El número de funciones asociadas a un mismo conjunto es elegido por el experto, a mayor número de funciones de pertenencia se tiene mayor resolución y a la vez mayor complejidad computacional. Además, estas funciones pueden estar solapadas o no, el hecho de estar solapadas pone de manifiesto un aspecto clave de la lógica difusa, una variable puede pertenecer con diferentes grados a varios conjuntos difusos a la vez. A continuación, se desarrollan las funciones de pertenencia más comunes.

Definición 2.3: Una función triangular es una función que depende de sus límites inferior a y superior b , y el valor modal m , tal que se cumple que $a < m < b$ y su definición es:

$$u(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq a \\ \frac{x-a}{m-a} & \text{si } a < x \leq m \\ \frac{b-x}{b-m} & \text{si } m < x < b \\ 0 & \text{si } x \geq b \end{cases} \quad (2.3)$$

En la figura 2.2 se presenta la función de pertenencia de tipo triangular.

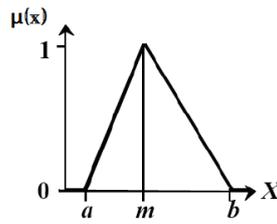


Figura 2.2. Función de pertenencia tipo triangular.

Definición 2.4: Una función sigmoideal o S es una función que depende de sus límites inferior a y superior b , y el valor m , o punto de inflexión tal que $a < m < b$ y se define de la siguiente manera:

$$u(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq a \\ 2 \left(\frac{x-a}{b-a} \right)^2 & \text{si } a < x \leq m \\ 1 - 2 \left(\frac{x-b}{b-a} \right)^2 & \text{si } m < x < b \\ 1 & \text{si } x \geq b \end{cases} \quad (2.4)$$

Un valor típico para m es $m = \frac{a+b}{2}$. El crecimiento es más lento cuanto mayor sea la distancia $b - a$. En la figura 2.3 se presenta la función de pertenencia de tipo S.

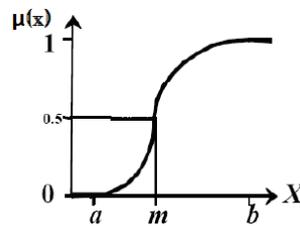


Figura 2.3. Función de pertenencia tipo S.

Definición 2.5: Una función gaussiana es una función que depende de su valor medio m y el valor $k > 0$. La expresión matemática que define esta función es la siguiente:

$$u(x) = e^{-k(x-m)^2} \quad (2.5)$$

Esta función presenta la típica campana de Gauss. Cuanto mayor es k , más estrecha es la campana. En la figura 2.4 se presenta una función de pertenencia tipo Gaussiana.

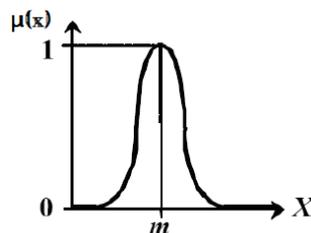


Figura 2.4. Función de pertenencia tipo Gaussiana.

Definición 2.6: Una función trapezoidal es una función que depende de sus límites inferior a y superior d , y los límites de su soporte inferior y superior b y c , respectivamente. La expresión matemática que define esta función es la siguiente:

$$u(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq a \text{ o } x \geq d \\ \frac{x-a}{b-a} & \text{si } a < x \leq b \\ 1 & \text{si } b < x \leq c \\ \frac{d-x}{d-c} & \text{si } c < x < d \end{cases} \quad (2.6)$$

La figura 2.5 representa la función de pertenencia de tipo trapezoidal.

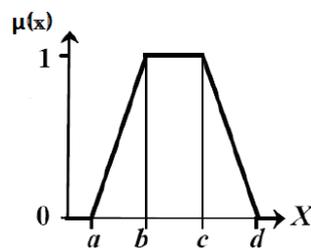


Figura 2.5. Función de pertenencia trapezoidal.

2.3 Operaciones entre conjuntos difusos

La teoría de conjuntos difusos es una generalización de la teoría clásica de conjuntos. Esta declaración significa que la teoría de conjuntos clásica es un caso especial de la teoría de conjuntos difusos. En la figura 2.6 se presenta de forma gráfica esta generalización donde la teoría de conjuntos difusos contiene a la otra [2].

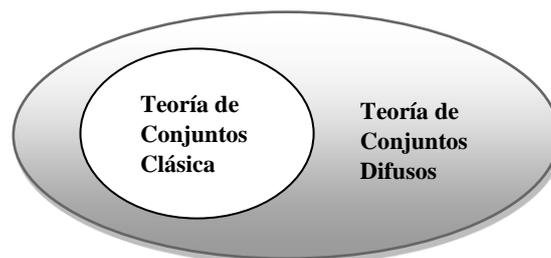


Figura 2.6. Representación de la teoría de conjuntos clásica como subconjunto de la teoría de conjuntos difusa.

Los conjuntos difusos, al ser una generalización de los conjuntos clásicos, pueden llevar a cabo las operaciones de intersección, unión, complemento, entre otras, mediante las funciones de pertenencia que los caracteriza.

A continuación, se definen las operaciones más comunes entre conjuntos difusos.

Definición 2.7: Dos conjuntos difusos A y B son iguales si y sólo si sus funciones de pertenencia son iguales:

$$\forall x \in X \quad \mu_A(x) = \mu_B(x) \quad (2.7)$$

Definición 2.8: El conjunto difuso B contiene al conjunto difuso A , esto es $A \subseteq B$, si y sólo si $\mu_A(x) \leq \mu_B(x)$ para todo $x \in X$.

Definición 2.9: La intersección de dos conjuntos difusos A y B es un conjunto difuso $A \cap B$ en X cuya función de pertenencia es [6]:

$$\mu_{A \cap B}(x) = \min[\mu_A(x), \mu_B(x)] \quad (2.8)$$

donde $\mu_{A \cap B}$ es la función de pertenencia de $A \cap B$.

Definición 2.10: La unión de dos conjuntos difusos A y B es un conjunto difuso $A \cup B$ en X cuya función de pertenencia es [6]:

$$\mu_{A \cup B}(x) = \max[\mu_A(x), \mu_B(x)] \quad (2.9)$$

donde $\mu_{A \cup B}$ es la función de pertenencia de $A \cup B$.

Definición 2.11: El conjunto complementario de un conjunto difuso es aquel cuya función de pertenencia está definida por [6]:

$$\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x) \quad (2.10)$$

Las operaciones intersección, unión y complemento definidas para conjuntos difusos cumplen, al igual que en la teoría clásica de conjuntos, las propiedades asociativa, conmutativa y distributiva, así como también las Leyes de De Morgan [6].

2.4 t-norma y s-norma

La t-norma y s-norma son funciones que generalizan la intersección y unión de conjuntos difusos, respectivamente. Esta generalización es posible cumpliendo ciertas restricciones. A continuación, se presenta dichos conceptos.

Definición 2.12: Una función $t: [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$ es una t-norma si cumple las siguientes condiciones donde $a, b, c \in [0,1]$ [6]:

Condición de frontera: $t(a, 1) = a$ y $t(a, 0) = 0$

Simetría: $t(a, b) = t(b, a)$

Monotonidad: Si $a \leq c$ y $b \leq d \Rightarrow t(a, b) \leq t(c, d)$

Asociatividad: $t(t(a, b), c) = t(a, t(b, c))$

Este tipo de funciones permiten generalizar la operación de intersección entre dos conjuntos difusos A y B del universo X donde $x \in X$ de la siguiente manera:

$$\mu_{A \cap B}(x) = t[\mu_A(x), \mu_B(x)] \quad (2.11)$$

Los principales operadores que cumplen las condiciones para ser t-normas son el operador mínimo y el producto algebraico. Existen otros operadores que cumplen tales condiciones y se presentan a continuación:

$$\text{Estándar:} \quad t(a, b) = \min(a, b) \quad (2.12)$$

$$\text{Producto algebraico:} \quad t(a, b) = a \cdot b \quad (2.13)$$

$$\text{Producto acotado:} \quad t(a, b) = \max(0, a + b - 1) \quad (2.14)$$

$$\text{Producto drástico:} \quad t(a, b) = \begin{cases} a & \text{si } b = 1 \\ b & \text{si } a = 1 \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases} \quad (2.15)$$

$$\text{Dubois and Prade:} \quad t(a, b) = \frac{a \cdot b}{\max(a, b, \gamma)}, \quad 0 \leq \gamma \leq 1 \quad (2.16)$$

$$\text{Producto de Hamacher:} \quad t(a, b) = \frac{a \cdot b}{\gamma + (1 - \gamma) \cdot (a + b \cdot a \cdot b)}, \quad \gamma \geq 0 \quad (2.17)$$

De manera similar se presenta la definición de s-norma.

Definición 2.13: Una función $s: [0,1] \times [0,1] \rightarrow [0,1]$ es una s-norma si cumple las siguientes condiciones donde $a, b, c \in [0,1]$ [7]:

Condición de frontera: $s(a, 0) = a$ y $s(a, 1) = 1$

Simetría: $s(a, b) = s(b, a)$

Monotonidad: Si $a \leq c$ y $b \leq d \Rightarrow s(a, b) \leq s(c, d)$

Asociatividad: $s(s(a, b), c) = s(a, s(b, c))$

Este tipo de funciones permiten generalizar la operación de unión entre dos conjuntos difusos A y B del universo X donde $x \in X$ de la siguiente manera:

$$\mu_{A \cup B}(x) = s[\mu_A(x), \mu_B(x)] \quad (2.18)$$

Los principales operadores que cumplen las condiciones para ser s-normas son el operador máximo y la suma algebraica. Existen otros operadores que cumplen tales condiciones y se presentan a continuación:

$$\text{Estándar:} \quad s(a, b) = \max(a, b) \quad (2.19)$$

$$\text{Suma algebraica:} \quad s(a, b) = a + b - a \cdot b \quad (2.20)$$

$$\text{Producto acotado:} \quad s(a, b) = \min(1, a + b) \quad (2.21)$$

$$\text{Producto drástico:} \quad s(a, b) = \begin{cases} a & \text{si } b = 0 \\ b & \text{si } a = 0 \\ 1 & \text{en caso contrario} \end{cases} \quad (2.22)$$

$$\text{Dubois and Prade:} \quad s(a, b) = \frac{(1-a) \cdot (1-b)}{\max(1-a, 1-b, \gamma)}, \quad 0 \leq \gamma \leq 1 \quad (2.23)$$

$$\text{Producto de Hamacher:} \quad s(a, b) = \frac{a+b+(\gamma-2) \cdot a \cdot b}{1+(\gamma-1) \cdot a \cdot b}, \quad \gamma \geq 0 \quad (2.24)$$

2.5 Operador implicación

En la lógica difusa, los conjuntos difusos representan proposiciones, que al combinarse mediante reglas o condicionales de la forma “Si p , entonces q ”, con proposiciones difusas p y q , permiten desarrollar inferencias [8]. En la lógica difusa, las condicionales difusas, son manejadas mediante la implicación difusa.

Definición 2.14: Un operador de implicación difusa o función de implicación es una función de la forma $\mathbb{I} : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$, dada por $\mathbb{I}(p, q) = p \rightarrow q$, de tal manera que el valor de verdad del condicional se enuncia funcionalmente a partir de los valores de verdad de las proposiciones iniciales p y q . La implicación difusa satisface:

$$\mathbb{I}[0, 0] = \mathbb{I}[0, 1] = \mathbb{I}[1, 1] = 1, \text{ y } \mathbb{I}[1, 0] = 0 \quad (2.25)$$

Se han propuesto numerosas funciones de implicación difusas. La mayoría de ellas surgen como extensión de las implicaciones utilizadas en la lógica proposicional y de la elección de diferentes opciones para realizar las operaciones de intersección, unión y complemento de conjuntos. Al trabajar con conjuntos difusos, la t -norma y s -norma son funciones que generalizan la intersección y unión de conjuntos difusos, respectivamente.

2.6 Teoría de conjuntos difusos intuicionistas

La teoría de conjuntos difusos introducida por L. A. Zadeh en 1965 como una generalización de los conjuntos clásicos [9], es una herramienta importante para lidiar con la falta de claridad presente en la toma de decisiones en la vida real y conciliar el modelado matemático y el conocimiento humano en las ciencias de la ingeniería [10]. Zadeh usó un solo índice (grado de pertenencia o función) para definir el conjunto difuso y describir los dos estados de apoyo y oposición simultáneamente. En otras palabras, Zadeh usó solo una función de pertenencia, que asigna a cada elemento x del universo de discurso un número real $u(x)$ del intervalo unitario $[0, 1]$ para indicar el grado de pertenencia al conjunto difuso en consideración, donde el grado de no pertenencia es automáticamente su complemento igual a $1 - u(x)$. Por lo tanto, el conjunto difuso no puede expresar el estado neutral, es decir, ni apoya ni se opone [11]. Sin embargo, un ser humano que expresa el grado de pertenencia de un elemento dado en un conjunto difuso muy a menudo no expresa el grado de no pertenencia correspondiente como complemento de 1. Como resultado, en 1983, Atanassov introdujo por primera vez el concepto de conjunto difuso intuicionista [9]. El conjunto difuso intuicionista utiliza dos índices (grados o funciones de pertenencia y no pertenencia) para describir la falta de claridad y así representar los estados de apoyo, oposición y neutralidad simultáneamente. De este modo, el conjunto difuso intuicionista puede representar información más abundante y flexible que el conjunto difuso cuando se trata de una incertidumbre como el grado de vacilación o índice intuicionista difuso. Por lo tanto, se espera que el conjunto difuso intuicionista pueda usarse en la simulación de los procesos humanos de toma de decisiones y cualquier actividad de conocimiento que a menudo implica incertidumbre o imprecisión [12]. En otras palabras, los conjuntos difusos intuicionistas sugeridos por Atanassov son generalizaciones de conjuntos difusos cuyos elementos se caracterizan por el grado de pertenencia, no pertenencia y vacilación, lo que nos da una posibilidad adicional de representar el conocimiento imperfecto [13]. Por lo tanto, se cree que el

conjunto difuso intuicionista tiene una amplia perspectiva de aplicaciones en campos como la administración, la economía, los negocios, el medio ambiente, y en el campo que más interesa a esta tesis, que es el campo del procesamiento de imágenes.

2.7 Conjunto difuso intuicionista

En la teoría de conjuntos difusos un conjunto difuso A , en un conjunto finito $X = (x_1, \dots, x_k)$ se puede representar matemáticamente como $A = \{(x, u_A(x)) | x \in X\}$, donde la función $u_A(x): X \rightarrow [0,1]$ es el grado de pertenencia de un elemento $x \in X$ en A , y el grado de no pertenencia automáticamente es $1 - u_A(x)$. Los conjuntos difusos intuicionistas, son generalizaciones de conjuntos difusos, cuyos elementos se caracterizan por el grado de pertenencia, no pertenencia y vacilación, lo que nos da una posibilidad adicional de representar el conocimiento imperfecto.

Definición 2.15: Un conjunto difuso intuicionista A en X se representa matemáticamente como:

$$A = \{(x, u_A(x), \vartheta_A(x), \pi_A(x)) | x \in X\} \quad (2.26)$$

donde la función $u_A(x), v_A(x): X \rightarrow [0,1]$ son los grados de pertenencia y no pertenencia de un elemento x en un conjunto finito X con la condición necesaria que $0 \leq u_A(x) + v_A(x) \leq 1$. El tercer parámetro $\pi_A(x)$ se conoce como índice difuso intuicionista o grado de vacilación de $x \in A$ y surge por la falta de conocimiento en la asignación del grado de pertenencia, donde $0 \leq \pi_A(x) \leq 1$ para cada x [14].

Definición 2.16: El índice difuso intuicionista o grado de vacilación se define como:

$$\pi_A(x) = 1 - u_A(x) - \vartheta_A(x) \quad (2.27)$$

La aplicación de conjuntos difusos intuicionistas en imágenes da otro grado de libertad para lidiar con la vaguedad y la incertidumbre en los datos de las imágenes. En el contexto del procesamiento de imágenes, cada píxel tiene asignado el grado de pertenencia, no pertenencia y vacilación, representados en la ecuación 2.26.

El índice difuso intuicionista de Atanassov representa la ignorancia o intuición en la construcción de los conjuntos difusos. El índice intuicionista de Atanassov en el contexto de la segmentación de imágenes indica el conocimiento / ignorancia del experto al asignar un píxel al fondo o al objeto. El valor del índice intuicionista de Atanassov asociado con un píxel tiene el valor cero cuando el experto está absolutamente seguro de que el píxel pertenece al fondo o al objeto. El valor de este índice aumenta con respecto a la ignorancia / intuición del experto sobre si el píxel pertenece al fondo o al objeto. Si el experto no sabe si un píxel pertenece al fondo o al objeto, su pertenencia a ambos debe representarse con el valor 0.5 (la mayor ignorancia / intuición), lo que da como resultado el valor máximo del índice difuso intuicionista de Atanassov. Sin embargo, la ignorancia / intuición debería tener la menor influencia posible en la elección del grado de pertenencia [12]. El grado de pertenencia en cada píxel se calcula aplicando una determinada función de pertenencia a cada nivel de gris asociado al píxel. Entre las funciones de pertenencia más utilizadas en el procesamiento de imágenes se encuentran la función normalización, la función de pertenencia gaussiana, y la función de pertenencia basada en la distancia

euclidiana utilizada en algoritmos de clustering para la segmentación de imágenes, mientras que, para calcular el grado de no pertenencia y grado de vacilación de cada píxel perteneciente a una imagen, se utiliza los generadores difusos intuicionistas [15].

2.8 Generador difuso intuicionista

En el procesamiento de imágenes, cada región en la imagen puede ser modelada como un conjunto difuso definido por una función de pertenencia, la cual se encarga de asignar a cada píxel un grado de pertenencia en el rango $[0,1]$. Dado que los conjuntos difusos intuicionistas además del grado de pertenencia, tienen en cuenta el grado de no pertenencia y vacilación, estos conjuntos dan otro grado de libertad para lidiar con la incertidumbre y la vaguedad en las intensidades de los píxeles en las imágenes [13]. Para construir los conjuntos difusos intuicionistas de Atanassov a partir de conjuntos difusos, se utilizan generadores difusos intuicionistas.

Definición 2.17: Un generador difuso intuicionista es una función $\varphi: [0,1] \rightarrow [0,1]$ que satisface $\varphi(u(x)) \leq 1 - u(x), \forall u(x) \in [0,1]$. Por lo tanto, $\varphi(0) \leq 1$ y $\varphi(1) = 0$.

Los generadores difusos intuicionistas más conocidos y utilizados en el procesamiento de imágenes se presentan a continuación:

$$\text{Yager:} \quad (1 - u(x)^\omega)^{1/\omega}, \quad 0 < \omega < \infty \quad (2.28)$$

$$\text{Sugeno:} \quad N(u(x)) = \frac{(1-u(x))}{(1+\lambda u(x))}, \quad -1 < \lambda < \infty \quad (2.29)$$

$$\text{Dubey:} \quad N(u(x)) = (1 - u(x)) \left(\exp\left(\frac{-u(x)}{a\sigma}\right) \right)^{1/a}, \quad a > 0 \text{ y } \sigma \quad (2.30)$$

es la desviación estándar de los grados de pertenencia.

Cada uno de los generadores presentados, aseguran que los grados de no pertenencia se encuentren en el rango $[0,1]$, donde $N(1) = 0$ y $N(0) = 1$ [12, 14, 15].

En la figura 2.7, se presenta una gráfica del índice difuso intuicionista frente al grado de pertenencia para cada generador difuso intuicionista antes presentado. Se puede observar que para grados de pertenencia cercanos a 0 o 1, el índice difuso intuicionista es cercano a 0 para Yager, Sugeno y Dubey. Pero para un grado de pertenencia cercano a 0.5, el generador difuso intuicionista de Dubey da el valor máximo del índice difuso intuicionista. También se puede observar que la gráfica del índice difuso intuicionista frente al grado de pertenencia es simétrica para el generador difuso intuicionista de Dubey, mientras que no es simétrica en el caso de los demás generadores difusos intuicionista.

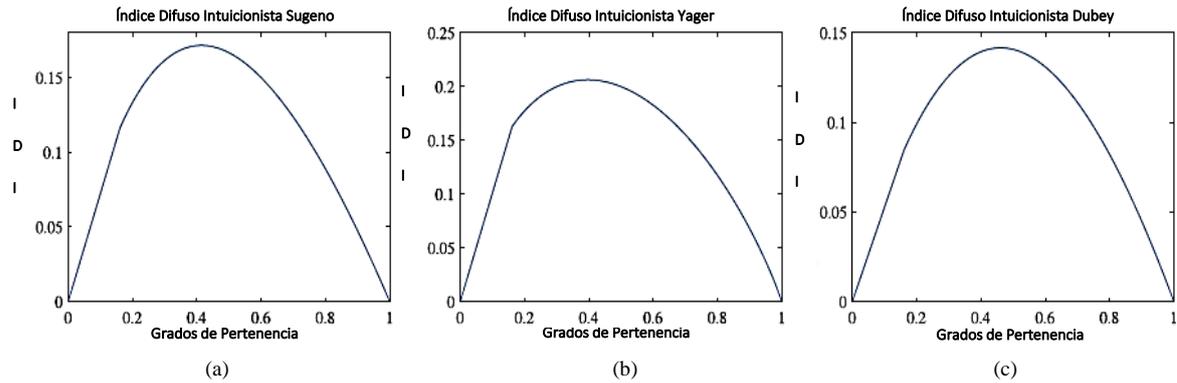


Figura 2.7. Gráficas del índice difuso intuicionista (IDI) de (a) Sugeno, (b) Yager, y (c) Dubey frente al grado de pertenencia, respectivamente.

Por lo tanto, en [15] consideran al generador difuso intuicionista de Dubey, en comparación a los generadores difusos intuicionistas de Yager y Sugeno, el mejor candidato para la representación de imágenes difusas intuicionista, con el fin de abordar la no homogeneidad en los niveles de gris y el ruido en las imágenes en niveles de gris, como es el caso de las imágenes de resonancia magnética del cerebro.

2.9 Funciones de pertenencia y vectores prototipo

La definición de las funciones de pertenencia es un paso importante para modelar cada región o clase en una imagen. Entre las funciones de pertenencia más utilizadas en tareas de procesamiento de imágenes como la segmentación, se encuentra la función de pertenencia gaussiana [6, 16] y la función de pertenencia basada en métricas de distancia utilizada en algoritmos de clustering [14, 15]. En el caso de las funciones de pertenencia basada en métricas de distancia, utilizados principalmente en algoritmos de aprendizaje no supervisado como el algoritmo de clustering Fuzzy C-Means (FCM), es importante el cálculo y optimización de los centroides de cada región mediante el cálculo iterativo de una función objetivo. Estos centroides al ser formados por varios valores dispuestos en un vector, toman el nombre de vectores representantes o vectores prototipo. Al obtener los vectores prototipo optimizados para cada clase, se calcula una determinada métrica de distancia, comúnmente euclidiana, entre un dato y dichos vectores para determinar el grado de pertenencia del dato. En esta tesis, las funciones de pertenencia gaussianas (definición 2.5) y las funciones de pertenencia basadas en la distancia euclidiana, son utilizadas en el desarrollo del método propuesto para el diseño automático de w-operadores en el capítulo 5.

2.10 Función de pertenencia basada en la distancia euclidiana y en la distancia euclidiana difusa intuicionista

Para definir la función de pertenencia basada en la distancia euclidiana difusa intuicionista, en primer lugar, se define a la función de pertenencia basada en la distancia euclidiana para mayor comprensión.

2.10.1 Función de pertenencia basada en la distancia Euclidiana

Los vectores prototipo calculados mediante los algoritmos de clustering como por ejemplo el FCM, son ingresados en la función de pertenencia basada en la distancia euclidiana, para calcular los grados de pertenencia de un determinado dato $X = (x_1, \dots, x_k)$ donde k es el tamaño o dimensión del dato. Los vectores prototipo V_j con $j = \{0, \dots, c - 1\}$ donde c es el número de regiones o clases en los cuales el dato tiene un grado de pertenencia, son reemplazados en la siguiente función para el cálculo del grado de pertenencia:

$$U_j(X) = \frac{1}{\sum_{j=\{0, \dots, c-1\}} \left(\frac{d(X, V)}{d(X, V_j)} \right)^{2/(p-1)}} \quad (2.28)$$

donde $d(X, V_j)$ es la distancia euclidiana entre un dato X y un vector prototipo V_j y p es un factor conocido como exponente difuso.

2.10.2 Función de pertenencia basada en la distancia Euclidiana difusa intuicionista

En las funciones de pertenencia basada en métricas de distancia, la propiedad intuicionista de Atanassov se introduce en la métrica de distancia, incorporando los grados de pertenencia, de no pertenencia y de vacilación a un determinado dato $X = (x_1, \dots, x_k)$, mediante la aplicación de los generadores difusos intuicionistas (sección 2.3.2). Comúnmente la métrica de distancia utilizada es la distancia euclidiana. Por ejemplo, dado un dato $X = (x_1, \dots, x_k)$, la incorporación de los grados de pertenencia, de no pertenencia y de vacilación de X en la distancia euclidiana se presenta en la siguiente ecuación:

$$d_{di}(X, V_j) = \left\{ \frac{1}{2} \left((u(X) - u(V_j))^2 + (\vartheta(X) - \vartheta(V_j))^2 + (\pi(X) - \pi(V_j))^2 \right) \right\}^{1/2} \quad (2.29)$$

donde $u(V_j)$, $\vartheta(V_j)$, y $\pi(V_j)$ son el grado de pertenencia, de no pertenencia y de vacilación de los vectores prototipo V_j con $j = \{0, \dots, c - 1\}$. Con el cálculo de la distancia euclidiana difusa intuicionista $d_{di}(X, V_j)$, la función de pertenencia $U_{di}(X)$ basada en la distancia definida anteriormente, se define así:

$$U_{di}(X) = \frac{1}{\sum_{j=\{0, \dots, c-1\}} \left(\frac{d_{di}(X, V)}{d_{di}(X, V_j)} \right)^{2/(p-1)}} \quad (2.30)$$

Esta función de pertenencia es utilizada en [15] para tratar con el ruido y la falta de homogeneidad en las imágenes en niveles de gris.

2.11 Referencias

- [1] BĚLOHLÁVEK, Radim; KLIR, George J. (ed.). *Concepts and fuzzy logic*. MIT press, 2011.
- [2] DERNONCOURT, Franck. Introduction to fuzzy logic. *Massachusetts Institute of Technology*, 2013, vol. 21, p. 50-56.
- [3] HÜLLERMEIER, Eyke. Does machine learning need fuzzy logic? *Fuzzy Sets and Systems*, 2015, vol. 281, p. 292-299.
- [4] MEDAGLIA, Andrés L; FANG, Shu-Cherng; NUTTLE, Henry L.W.; WILSON, James R. An efficient and flexible mechanism for constructing membership functions. *European Journal of Operational Research*, 2002, vol. 139, no 1, p. 84-95.
- [5] ROBALINO, Emilio; PASTORE, Juan I.; BALLARIN, Virginia; BOUCHET, Agustina. Diseño automático de W-operadores mediante el uso de funciones de pertenencia para la segmentación de leucocitos. En *2020 IEEE Congreso Bienal de Argentina (ARGENCON)*. IEEE, 2020. p. 1-6.
- [6] DUBOIS, Didier; PRADE, Henri. New results about properties and semantics of fuzzy set-theoretic operators. En *Fuzzy sets*. Springer, Boston, MA, 1980. p. 59-75.
- [7] BATYRSHIN, Ildar; KAYNAK, Okyay; RUDAS, Imre. Generalized conjunction and disjunction operations for fuzzy control. En *Proc. of 6th European Congress on Intelligent Techniques and Soft Computing EUFIT*. 1998. p. 52-57.
- [8] DUARTE, Oscar G. Sistemas de lógica difusa: fundamentos. *Ingeniería e Investigación*, 1999, no 42, p. 22-30.
- [9] PALANIAPPAN, Nallappan; SRINIVASAN, R. Applications of intuitionistic fuzzy sets of root type in image processing. En *NAFIPS 2009-2009 Annual Meeting of the North American Fuzzy Information Processing Society*. IEEE, 2009. p. 1-5.
- [10] BEZDEK, James C; KELLER, James; KRISNAPURAM, Raghu; PAL, Nikhil. *Fuzzy models and algorithms for pattern recognition and image processing*. Springer Science & Business Media, 1999.
- [11] LI, Deng-Feng. *Decision and game theory in management with intuitionistic fuzzy sets*. Berlin: springer, 2014.
- [12] BOUCHET, Agustina; MONTES, Susana; BALLARIN, Virginia; DÍAZ, Irene. Intuitionistic fuzzy set and fuzzy mathematical morphology applied to color leukocytes segmentation. *Signal, Image and Video Processing*, 2020, vol. 14, p. 557-564.
- [13] DUBEY, Yogita K.; MUSHRIF, Milind M. Intuitionistic fuzzy roughness measure for segmentation of brain MR images. En *2015 Eighth International Conference on Advances in Pattern Recognition (ICAPR)*. IEEE, 2015. p. 1-6.
- [14] CHAIRA, Tamalika; PANWAR, Anupam. An Atanassov's intuitionistic fuzzy kernel clustering for medical image segmentation. *International Journal of Computational Intelligence Systems*, 2014, vol. 7, no 2, p. 360-370.

[15] DUBEY, Yogita K.; MUSHRIF, Milind M.; MITRA, Kajal. Segmentation of brain MR images using rough set based intuitionistic fuzzy clustering. *Biocybernetics and biomedical engineering*, 2016, vol. 36, no 2, p. 413-426.

CAPITULO 3

3 Procesamiento digital de imágenes y operadores morfológicos

En este capítulo se desarrollan los principales conceptos del procesamiento digital de imágenes, su aplicación en el área de imágenes biomédicas, y los operadores morfológicos, herramienta importante, en diferentes tareas de procesamiento. Finalmente, se presenta una breve introducción al diseño de operadores morfológicos, con el fin de desarrollar sus diferentes enfoques, heurístico y automático, en el capítulo 4.

3.1 Procesamiento digital de imágenes

Las imágenes son producidas por una variedad de dispositivos físicos, que incluyen cámaras fijas y de video, escáneres, dispositivos de rayos X, microscopios electrónicos, radar, ultrasonido, entre otras fuentes [1, 2]. Se pueden usar para una variedad de propósitos, incluidos entretenimiento, imágenes biomédicas para diagnóstico y tratamiento clínico, negocios e industria, análisis de carácter militar, civil, de seguridad y científico [1, 2, 3]. Una imagen digital se compone de un número finito de elementos, cada uno de los cuales tiene una ubicación y un valor determinado. Estos elementos se denominan píxeles [1]. La digitalización de imágenes es un proceso que convierte una forma pictórica en datos numéricos, la cual incluye el muestreo de imágenes (digitalización de las coordenadas espaciales) y la cuantificación del nivel de gris (la digitalización de la amplitud del brillo) [2]. En la figura 3.1 se grafica el proceso de digitalización de una imagen en niveles de gris. Una línea de exploración AB es ubicada a lo largo de la imagen (a) con el objetivo de observar las variaciones de intensidad (b) a lo largo de la línea. En (c), se lleva a cabo la digitalización de las coordenadas espaciales (muestreo), en (d) de la amplitud del brillo (cuantificación), y en (f) se observa el resultado de este proceso, una imagen digital.

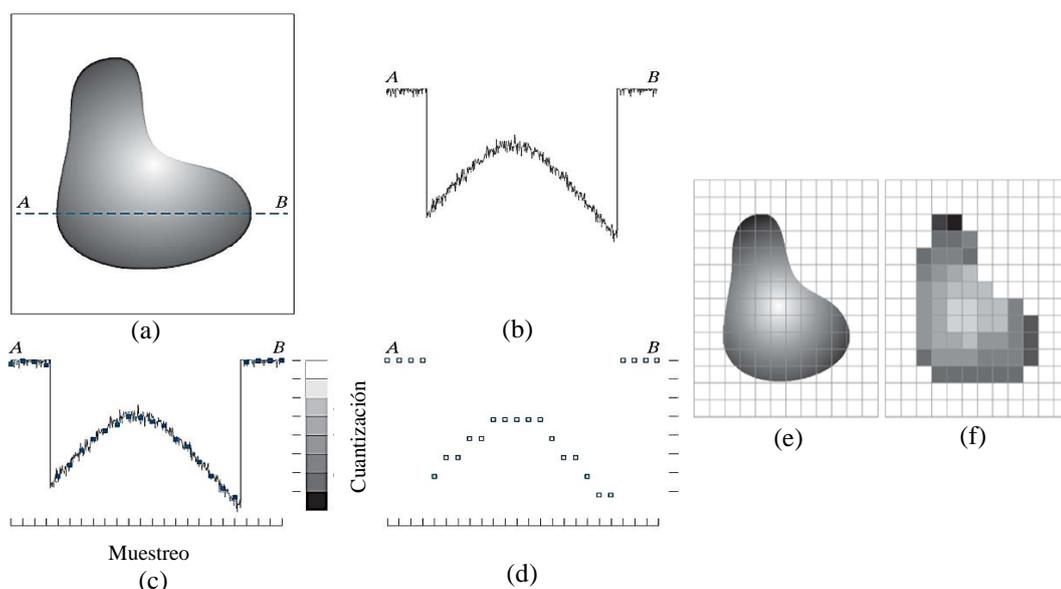


Figura 3.1. Digitalización de una imagen. (a) Imagen continua. (b) Una línea de exploración que muestra variaciones de intensidad a lo largo de la línea AB en la imagen continua. (c) Muestreo y cuantificación. (d) Línea de escaneo digital. (e) Imagen continua proyectada en una matriz de sensores. (f) Resultado del muestreo y cuantificación de imágenes.

Una imagen está representada por una matriz rectangular de números enteros. La cantidad de niveles de gris suelen ser potencias enteras de 2. El valor en cada píxel representa el brillo o la oscuridad generalmente llamado intensidad de la imagen en ese punto. Por ejemplo, la figura 3.2 muestra en (a) una imagen digital de 8 x 8 con un byte (es decir, 8 bits = 256 niveles de gris) por píxel, y en (b) su representación numérica.

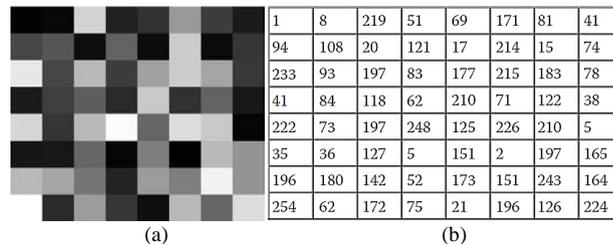


Figura 3.2. (a) Imagen digital en niveles de gris y (b) representación numérica.

El procesamiento de imágenes digitales comienza con una imagen y produce una versión modificada de la misma. Su interés proviene de dos principales áreas de aplicación: la mejora en la calidad de la información pictórica para la interpretación humana y el procesamiento de datos de imágenes para almacenamiento, transmisión, y representación para la percepción de máquinas autónomas. El área de análisis de imágenes, también llamada comprensión de imágenes, se encuentra entre el procesamiento de imágenes y la visión artificial (rama de la inteligencia artificial), cuyo objetivo es, mediante el uso de computadoras, emular la visión humana, incluido el aprendizaje y poder hacer inferencias y tomar acciones basadas en entradas visuales. El procesamiento digital de imágenes, el análisis de imágenes, y la visión artificial se encuentran presentes en tres tipos de procesos computarizados: procesos de nivel bajo, medio y alto, respectivamente [1, 4].

Dentro del procesamiento digital de imágenes existen diferentes tipos de operaciones o transformaciones que se llevan a cabo sobre cada píxel de la imagen, la imagen completa o global, un conjunto de píxeles definidos por transformaciones geométricas, y sobre un conjunto de píxeles locales entorno al píxel a transformar denominado vecindad [2, 4, 5]. En esta última operación, el tamaño de la vecindad está relacionado con la transformación deseada. Sin embargo, a medida que aumenta el tamaño, también lo hace su tiempo de cálculo. Los ejemplos más conocidos son los operadores o filtros morfológicos estudiados formalmente en los campos de la Morfología Matemática clásica (MM) y la Morfología Matemática Difusa (MMD), ramas del procesamiento y análisis de imágenes no lineales, basada en la teoría de conjuntos clásicos y difusos (presentada en el capítulo 2), respectivamente [2, 3]. Hay muchas áreas donde los operadores morfológicos se han aplicado con éxito, incluida la visión robótica [6], la microscopía [7], la detección remota [8], la biología [9], la metalurgia [10], los documentos digitales [11] y el área en la que esta tesis se enfoca: *las imágenes biomédicas* [12].

Antes de presentar los conceptos generales de la MM y MMD y sus operadores morfológicos, el área de las imágenes biomédicas será abordada junto con sus principales modalidades y el papel del procesamiento de imágenes en dicha área, en la siguiente sección.

3.2 Imágenes biomédicas

Una de las principales aplicaciones del procesamiento de imágenes que se ha presenciado en las últimas dos décadas se encuentra en el área de las imágenes biomédicas. Este tipo de imágenes revelan el estado de la anatomía interna y las funciones corporales dinámicas [13]. En medicina y biología, los datos pictóricos actúan como una importante fuente de información con fines clínicos [14].

La ingeniería ha desempeñado un papel importante en el avance de las modalidades de imágenes biomédicas al enfocarse en la mejora de detectores, diseño del sistema, velocidad, sensibilidad y resolución, análisis computacional y desarrollo de métodos para minimizar los efectos secundarios de la energía aplicada [13]. La ingeniería química ha producido sondas de imagen avanzadas (nanomateriales, moléculas pequeñas y grandes marcadas y proteínas fluorescentes) para mejorar la especificidad de tejidos, células y moléculas [15, 16]. En la actualidad, las imágenes están evolucionando rápidamente en tres áreas biomédicas distintas: (i) imágenes de biomarcadores moleculares o que contribuyen al análisis de biomarcadores, (ii) imágenes de células individuales y (iii) terapias de imágenes [16]. Cada área tiene un potencial muy significativo para acelerar el progreso en el campo médico.

Las modalidades de imágenes biomédicas se pueden agrupar según el tipo de energía (rayos X, positrones, fotones u ondas de sonido), la resolución espacial (macroscópica o microscópica) o el tipo de información obtenida (anatómica, fisiológica, celular o molecular). Las modalidades de imágenes macroscópicas que proporcionan información anatómica y fisiológica tienen un uso clínico y preclínico generalizado. Por el contrario, los sistemas que brindan resolución microscópica son ampliamente utilizados en ciencia básica. La selección de la modalidad de imagen está determinada en gran medida por la cuestión científica o médica. Dentro de las modalidades de imágenes biomédicas no invasivas, se encuentran los rayos X, tomografía computarizada (TC), imágenes por resonancia magnética (IRM), imágenes de ultrasonido, entre otras, que se utilizan en el campo de la medicina para el diagnóstico y tratamiento de enfermedades [17]. Estas modalidades también se utilizan para planificar cirugías, así como para obtener imágenes en biología.

La identificación temprana de malignidad y diferentes inconsistencias en las partes internas del cuerpo humano pueden ser reconocidas previamente en un grado significativo y luego ayudar al especialista o radiólogo en la conclusión exacta de la infección. Sin embargo, existen algunos problemas en las modalidades de imágenes y sus procesos asociados que podrían causar problemas en el proceso semiautomático y automático de diagnóstico y luego en la toma de decisiones clínicas precisas. Obtener imágenes de alta calidad es una tarea muy difícil, aunque con la ayuda de equipos modernos y sofisticados, esta tarea es algo sencilla hoy en día. La calidad de la imagen y la velocidad de procesamiento son las principales áreas problemáticas del procesamiento de imágenes biomédicas [14]. La mala calidad de la imagen plantea un desafío aún mayor, ya que podría afectar negativamente el proceso de toma de decisiones. Altos niveles de ruido, bajo contraste, mala resolución, entre otros, debido a diversas fuentes de interferencia y otros fenómenos que afectan a los procesos de medición en los sistemas de adquisición de datos e imágenes, son algunos factores que causan problemas en el procesamiento de imágenes biomédicas. La utilidad de las imágenes biomédicas se puede lograr mediante,

por ejemplo, la mejora del contraste, la mejora de la nitidez, la ampliación de la imagen y la reducción de la distorsión [13, 14]. Posterior a las mejoras realizadas a las imágenes biomédicas, la etapa de análisis se emplea tanto en imágenes microscópicas como en macroscópicas [18].

3.3 Segmentación de imágenes biomédicas

La segmentación es una herramienta importante para la extracción de características, visualización, y mediciones de imágenes biomédicas. Su objetivo principal es dividir o particionar una imagen en regiones, también llamadas clases o subconjuntos, que son homogéneas con respecto a una o más características. En algunas aplicaciones puede ser útil clasificar los píxeles de la imagen en regiones anatómicas, como huesos, músculos, vasos sanguíneos, mientras que, en otras, en regiones patológicas, como cáncer, deformidades de tejidos y lesiones de esclerosis múltiple. El objetivo en algunos estudios, es dividir la imagen completa en subregiones, como la sustancia blanca, la sustancia gris y los espacios del líquido cefalorraquídeo del cerebro, mientras que en otros se debe extraer una estructura específica, por ejemplo, tumores de mama en imágenes de resonancia magnética [12]. Con respecto a las imágenes microscópicas, en las imágenes de células blancas o leucocitos, por ejemplo, la estructura más importante a extraer es el núcleo. En la figura 3.5, se presenta dos ejemplos correspondientes a dos objetivos comunes de la segmentación: (i) partición completa de las subregiones de una imagen y (ii) la extracción de una estructura específica. En la figura 3.5 a-d, se presentan imágenes de resonancia magnética de cerebro ponderadas en $T2^1$ con sus correspondientes imágenes particionadas en regiones: sustancia blanca (color amarillo), sustancia gris (color rojo), y líquido cefalorraquídeo (color azul). En la figura 3.5 e-f, se muestran imágenes de glóbulos blancos llamados leucocitos en conjunto con las imágenes de sus correspondientes núcleos como estructuras específicas extraídas. Con respecto a la segmentación de IRM de cerebro, las distintas finalidades de esta técnica son: extracción de características anatómicas, medición volumétrica, visualización 3D, compresión de datos, planeamiento de radioterapia y planeamiento de cirugía. En la segmentación de imágenes de leucocitos, los objetivos, como se dijo anteriormente, son: la identificación y conteo de leucocitos para el diagnóstico de enfermedades tales como infecciones, inflamación, leucemia, entre otras [19].

¹ $T2$: Tiempo de relajación transversal, constituye el desfase de protones. Sensible a interacciones moleculares y falta de homogeneidad en el campo aplicado B_0 [17].

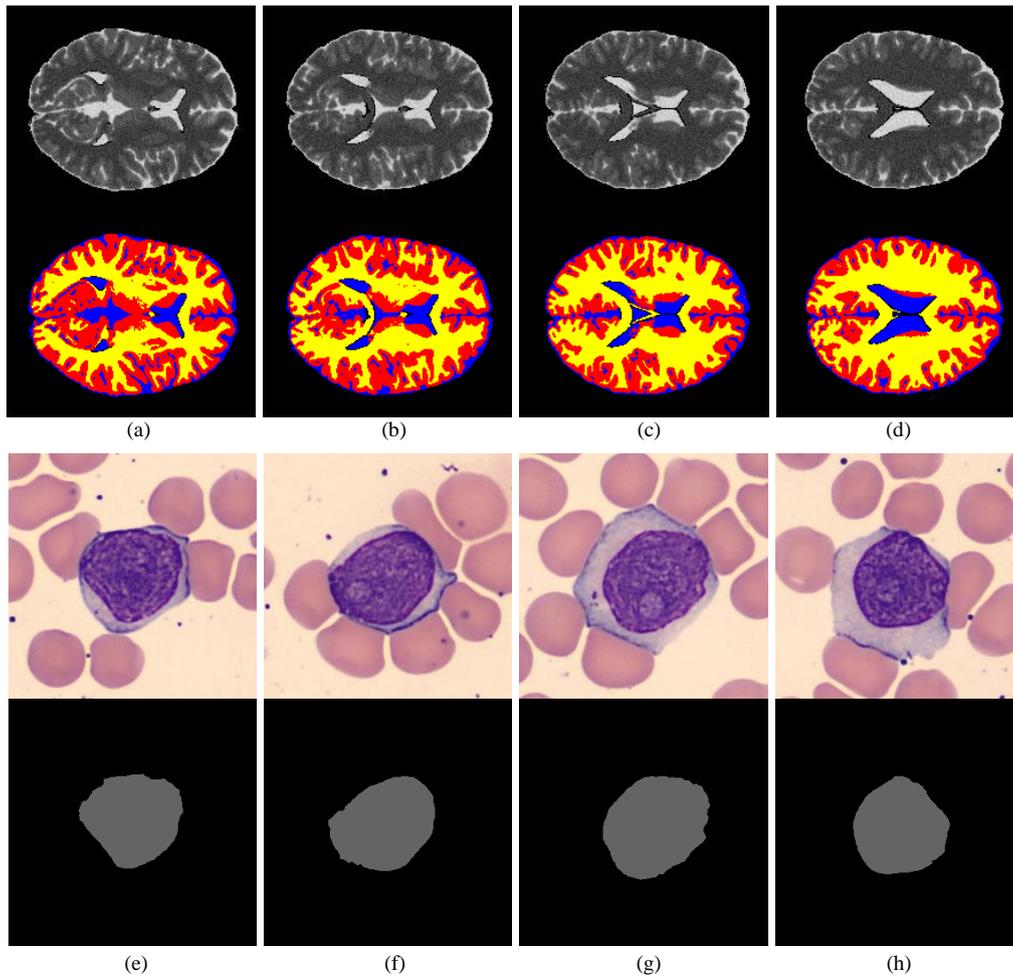


Figura 3.5. Ejemplos de segmentación en imágenes biomédicas: (a-d) Imágenes de resonancia magnética de cerebro con sus correspondientes imágenes particionadas en regiones: sustancia blanca (color amarillo), sustancia gris (color rojo), y líquido cefalorraquídeo (color azul). Segunda fila: (e) Imagen de leucocito. (f) núcleo segmentado.

Sin duda alguna, las tareas de procesamiento como la segmentación en imágenes biomédicas son una herramienta vital para mejorar el diagnóstico, tratamiento de enfermedades y la planificación de cirugías. Los objetivos mencionados, motivan a la comunidad científica en seguir desarrollando y mejorando técnicas heurísticas y automáticas que permitan la mejora en cuanto a la calidad de imagen y la segmentación de estructuras importantes. La MM es una importante herramienta para resolver tareas difíciles de procesamiento de imágenes como la segmentación. Su rol en la segmentación es posible, debido a que permite la obtención de información estructural conteniendo información de interés, o un conjunto de patrones que posteriormente son clasificados en regiones o clases mediante un determinado algoritmo morfológico como el filtro secuencial alternado para reconstrucción basado en las operaciones morfológicas de apertura y cierre [21] o un algoritmo de toma de decisiones como la red neuronal tipo feedforward, respectivamente [20].

3.4 Morfología Matemática

La Morfología Matemática (MM) es una rama del procesamiento y análisis de imágenes no lineales, desarrollada inicialmente por Georges Matheron y Jean Serra [2, 3], que se concentra en la estructura geométrica dentro de una imagen, donde las imágenes que se analizan se consideran como conjuntos de píxeles y la teoría de conjuntos se aplica a las operaciones morfológicas. Este enfoque se basa en relaciones lógicas, en lugar de aritméticas, entre píxeles y puede extraer características geométricas eligiendo una forma de estructura adecuada llamada elemento estructurante. En otras palabras, estos operadores se basan en la exploración local de estructuras geométricas presentes en las imágenes y constituyen una poderosa herramienta para el procesamiento de imágenes [2].

Los operadores morfológicos trabajan con dos imágenes. La imagen que se procesa se denomina imagen activa u observada y la otra imagen se denomina elemento estructurante o kernel. Cada elemento estructurante tiene una forma diseñada, que puede ser pensada como un filtro de la imagen observada. Esta imagen puede ser modificada mediante el recorrido o traslación de los elementos estructurantes de diferentes geometrías y tamaños [2]. Todo procesamiento morfológico depende del concepto de contener o encajar elementos estructurantes. La geometría y tamaño de estos elementos está relacionado con la tarea de procesamiento. En la figura 3.6 se presentan ejemplos de elementos estructurantes de diferente geometría y tamaño.

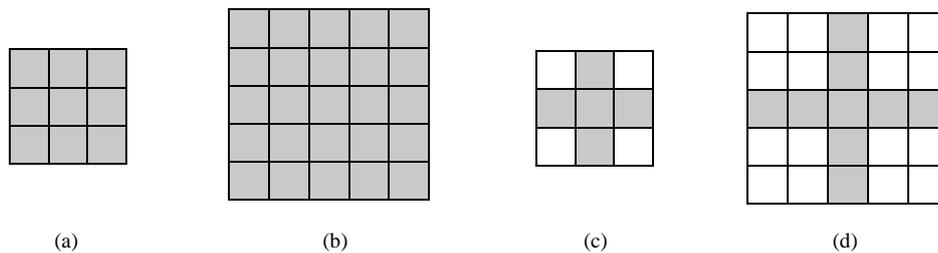


Figura 3.6. Elementos estructurantes de diferente geometría y tamaño. (a) elemento estructurante cuadrado de 3x3, (b) 5x5, (c) elemento estructurante cruz de 3x3, y (d) 5x5.

En la figura 3.7 se encuentra una imagen binaria, donde los elementos del objeto toman valor de 0 y los elementos del fondo valor de 1, y un elemento estructurante cuadrado. Este elemento estructurante recorre toda la imagen y las dos posibles posiciones señaladas en la figura 3.7-a, muestran dos únicas situaciones. En un lugar queda totalmente contenido y en el otro no. Al marcar las ubicaciones en las que el elemento estructurante está contenido dentro de la imagen, obtenemos información estructural sobre la imagen. Esta información depende tanto del tamaño como de la forma del elemento estructurante y, como enfatiza Matheron, la naturaleza de esa información depende, por lo tanto, de la elección del elemento estructurante [3].

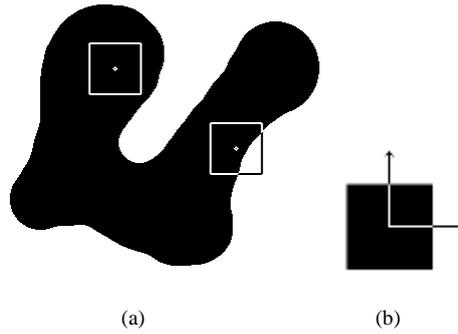


Figura 3.7. (a) Exploración de una imagen, (b) elemento estructurante cuadrado.

El alcance de los métodos morfológicos es tan amplio como el propio procesamiento de imágenes. Estos incluyen mejora, segmentación, restauración, detección de bordes, análisis de texturas, análisis de partículas, generación de características, esqueletización, análisis de formas, compresión, análisis de componentes, relleno de curvas y adelgazamiento general [2, 3, 5, 21]. En la sección 3.1 se presentaron las áreas donde los operadores morfológicos se han aplicado con éxito, las imágenes biomédicas, es la principal [12].

3.5 Definición de imágenes digitales y operador de imágenes

Una imagen digital se define, en general, como una matriz bidimensional de números que representan la distribución de intensidad real y continua de una señal espacial. La señal espacial continua se muestrea a intervalos regulares y la intensidad se cuantifica en un número finito de niveles [13]. En las imágenes binarias, cada píxel en el plano bidimensional (x, y) , toma dos únicos valores, 0 y 1, para representar fondo y objeto, respectivamente. En cambio, en las imágenes en niveles de gris, cada píxel toma un valor del conjunto de niveles de gris $\{0, \dots, 255, \}$.

Definición 3.1: Las imágenes digitales pueden ser representadas por funciones de la forma $f: E \rightarrow L$, donde $E = Z^2$, y $L = \{0, \dots, l - 1\}$ es el conjunto de niveles de gris de la imagen. Para imágenes binarias $l = 2$ e imágenes en niveles de gris $l = 256$.

El valor de f en un punto o píxel $t \in E$ corresponde al nivel de gris de la imagen f en ese píxel. El conjunto de todas las imágenes en niveles de gris definidas sobre E con rango en L se denota como L^E , y en el caso de las imágenes binarias se denota como $\{0,1\}^E$.

Definición 3.2: Un operador de imagen es cualquier mapeo de la forma $\Psi: L^E \rightarrow L^E$ y el procesamiento digital de imágenes consiste en la transformación de imágenes mediante funciones denominadas operadores de imágenes [22].

3.6 Operadores morfológicos

El procesamiento de imágenes implica una transformación de imágenes mediante funciones denominadas operadores de imágenes. La familia de operadores lineales ha tenido un gran desarrollo, pero recientemente, debido al crecimiento del poder de

procesamiento de las computadoras, los operadores morfológicos no lineales, son utilizados para resolver un mayor número de problemas.

Las operaciones elementales de la MM son la dilatación y la erosión, definidas en primer lugar sobre imágenes binarias. Estas operaciones, al ser extendidas a imágenes en niveles de gris mediante la teoría de conjuntos difusos, dieron lugar a la Morfología Matemática Difusa (MMD), la cual incorpora conceptos de lógica difusa para modelar y manipular la incertidumbre e imprecisión presentes en todo tipo de imágenes, principalmente en imágenes biomédicas [23].

La MM permite construir operadores complejos mediante la combinación de sus operadores básicos erosión y dilatación. A continuación, se definen las operaciones morfológicas fundamentales de erosión y dilatación para imágenes binarias y en niveles de gris.

3.6.1 Operadores morfológicos clásicos

Para la definición clásica de las operaciones morfológicas binarias, la imagen a procesar se modela como un subconjunto de Z^2 .

Definición 3.3: Un elemento estructurante se define como un conjunto finito de la forma:

$$B = \{b_1, \dots, (0,0), \dots, b_n\} \subset Z^2 \quad (3.1)$$

Definición 3.4: La reflexión del elemento estructurante B , denotada mediante B^r , se define como la rotación de B en un ángulo de 180° alrededor de su origen $(0,0)$, y se expresa de la siguiente manera:

$$B^r = \{-b_i | \forall b_i \in B\} \quad (3.2)$$

Definición 3.5: La traslación espacial de B por t , denotada mediante B_t , se define como:

$$B_t = \{b_i + t | \forall b_i \in B\} \quad (3.3)$$

En las siguientes definiciones, las imágenes binarias y en niveles de gris, serán representadas por f (ver sección 3.3.1).

Definición 3.6: La erosión de la imagen binaria f modelada como un conjunto, por el elemento estructurante B , denotada mediante $f \ominus B$, se define como:

$$f \ominus B = \{t \in f | B_t \subseteq f\} \quad (3.4)$$

Esta ecuación indica que, la erosión de la imagen f por el elemento estructurante B se define como el conjunto de todos los puntos t pertenecientes a f , de forma que cuando el elemento estructurante B se traslada por t , el elemento queda contenido en f [1].

Definición 3.7: La dilatación de la imagen binaria f modelada como un conjunto, por el elemento estructurante B , denotada mediante $f \oplus B$, se define como:

$$f \oplus B = \{t \in f | (B^r)_t \cap f \neq \emptyset\} \quad (3.5)$$

Esta ecuación indica que, la dilatación de f por el elemento estructurante B se define como el conjunto de todos los puntos t pertenecientes a f , tal que la reflexión del elemento

estructurante con respecto a su origen trasladado por t contiene algún elemento de la imagen f [1]. En la figura 3.8 se muestra el resultado de aplicar la erosión $f \ominus B$ y la dilatación $f \oplus B$ de la imagen binaria f , mediante la traslación de un elemento estructurante lineal B . Se puede apreciar en la imagen erosionada, que elementos del objeto en la imagen binaria original, fueron eliminados al no contener por completo al elemento estructurante. Por otra parte, en la imagen dilatada, el objeto aumentó de tamaño por la adición de un elemento a la derecha, debido a los elementos donde el elemento estructurante estuvo contenido de forma parcial.

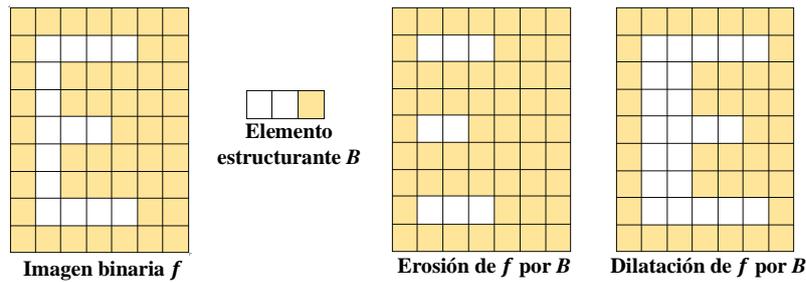


Figura 3.8. Erosión y dilatación de una imagen binaria.

Para las siguientes definiciones se utiliza la imagen en niveles de gris $f \in L^E$ y el elemento estructurante $B: E' \rightarrow L_1$, con E' un subconjunto y no vacío de Z^2 .

Definición 3.8: La erosión de la imagen en niveles de gris f por el elemento estructurante B se define como:

$$(f \ominus B)(t) = \inf_{(t \in E)} \{f(t + t') - B(t')\} \quad (3.6)$$

Esta ecuación indica que, para un punto arbitrario $t \in E$ el resultado de la erosión de f por B se obtiene trasladando espacialmente B por t y luego calculando el ínfimo del conjunto de valores que se obtienen al substrae, píxel a píxel, B_t de f . El ínfimo de un conjunto ordenado corresponde al máximo de las cotas inferiores de dicho conjunto, para lo cual se usa la relación de orden usual de \mathbb{R} denotada por $<$.

Definición 3.9: La dilatación de la imagen en niveles de gris f por el elemento estructurante B se define como:

$$(f \oplus B)(t) = \sup_{(t \in E)} \{f(t - t') + B(t')\} \quad (3.7)$$

Esta ecuación indica que, para un punto arbitrario $t \in E$, el resultado de la dilatación de f por B se obtiene calculando la reflexión de B y luego obteniendo el supremo del conjunto de valores de la suma, píxel a píxel, entre f y B^r trasladado espacialmente por t . El supremo de un conjunto ordenado corresponde al mínimo de las cotas superiores de dicho conjunto para lo cual nuevamente se emplea la relación de orden usual de \mathbb{R} denotada por $<$.

En la figura 3.9 se muestra, en la primera fila, el resultado de dilatar y erosionar la imagen Lena [2] usando un elemento estructurante cuadrado de 3x3, y en la segunda fila, el resultado de erosionar y dilatar una imagen de rayos X usando un elemento estructurante

en forma de disco con un radio de dos píxeles. En ambos casos, la erosión agranda las partes oscuras de la imagen original y elimina las partes brillantes cuyos tamaños son menores que el tamaño del elemento estructurante. Adicionalmente, la imagen resultante de la erosión es un tanto más oscura que la imagen original. Mientras tanto, la dilatación produce un efecto contrario al de la erosión; es decir, la imagen resultante es un tanto más brillante que la imagen original.

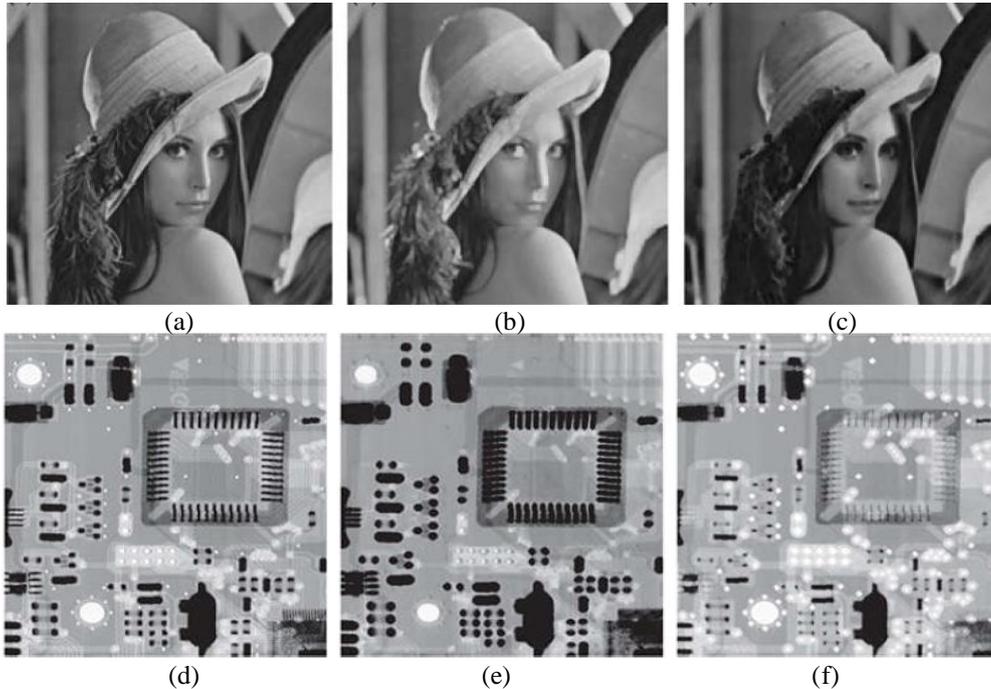


Figura 3.9. Primera fila: (a) Imagen de Lena (b) Dilatación utilizando un cuadrado de 3x3. (c) Erosión utilizando el mismo SE. Segunda fila: (d) Imagen de rayos X. (e) Erosión con un disco plano con un radio de 2 píxeles. (f) Dilatación utilizando el mismo SE.

3.6.2 Operadores morfológicos difusos

En la sección 3.3.2 se mencionó, que una extensión de la MM binaria es la MMD que incorpora conceptos de lógica difusa para extender los operadores morfológicos binarios a imágenes en niveles de grises. En MMD las imágenes son representadas como conjuntos difusos (definidos en el capítulo 2), y las operaciones entre conjuntos difusos se definen a partir de las operaciones de conjunción y disyunción sobre los valores de pertenencia de dichos conjuntos. Para definir los operadores básicos de la MMD, es importante la siguiente definición.

Definición 3.10: Una imagen en niveles de gris y un elemento estructurante difuso se definen como dos conjuntos difusos f y β , con funciones de pertenencia $f: \mathbf{f}_f \subset R^2 \rightarrow [0,1]$ y $\beta: \mathbf{\beta}_\beta \subset R^2 \rightarrow [0,1]$, respectivamente.

Existen varios enfoques, desarrollados por diferentes autores en la literatura, que estudian la extensión de los operadores de la MM básicos binarios a imágenes de nivel de gris utilizando la teoría de conjuntos difusos. Bloch y Maître lograron la unificación de todos estos enfoques, basados en t-norma y s-norma (capítulo 2, sección 2.1.3).

Definición 3.11: La dilatación difusa de la imagen f por el elemento estructurante difuso β se define como:

$$\delta(f, \beta)(x) = \sup_{y \in \beta_\beta} [\mathbf{t}(f(y), \beta(y - x))] \quad (3.8)$$

donde $\mathbf{t}(a, b)$ es una t-norma.

Definición 3.12: La erosión difusa de la imagen f por el elemento estructurante difuso β se define como:

$$\mathbf{e}(f, \beta)(x) = \inf_{y \in \beta_\beta} [\mathbb{I}(f(y), \beta(y - x))] \quad (3.9)$$

donde $\mathbb{I}(a, b)$ es una implicación difusa (capítulo 2, sección 2.2).

Como $\mathbb{I}(a, b) = s(N(a), b)$, la ecuación 3.9 se puede reescribir de manera equivalente de la siguiente manera:

$$\mathbf{e}(f, \beta)(x) = \inf_{y \in \beta_\beta} [s(f(y), N(\beta(y - x)))] \quad (3.10)$$

donde $s(a, b)$ es una s-norma dual a \mathbf{t} , y $N(a)$ es el complemento difuso [24].

El objetivo de la MMD es suavizar la MM creando operadores, que se espera sean, más robustos frente a las imprecisiones de las imágenes. La incorporación de los conceptos de lógica difusa en esta técnica posibilita la representación de la imprecisión en las imágenes [25]. Esta característica ha permitido que algoritmos basados en la MMD tengan un mejor rendimiento frente a algoritmos basados en la MM clásica en cuanto al procesamiento de imágenes biomédicas [24, 26].

3.7 w-operadores

Dentro del conjunto de operadores morfológicos, existen una clase de operadores llamados operadores de ventana o w-operadores, que realizan una determinada operación o transformación de manera local sobre imágenes, en función de la traslación pixel a pixel de una ventana. Para definir estos operadores son necesarias las siguientes definiciones.

Definición 3.13: Una ventana $W = \{w_1, w_2, \dots, w_k\}$ es un subconjunto finito de $E = Z^2$, y el tamaño o número de puntos en W es denotado por $k = |W|$.

Definición 3.14: Una configuración de ventana o vector de observación $X = (x_1, \dots, x_k)$ es un vector compuesto de k valores, con x_k perteneciente al conjunto de niveles de gris L , donde cada valor es definido por $x_k = f(t + w_k)$ [22].

Usualmente, los vectores de observación resultan de la traslación de una ventana W por $t \in E$ y observando los valores de f dentro de la ventana trasladada W_t , así, un vector de observación es expresado como:

$$X(W_t) = (f(w_1 + t), f(w_2 + t), \dots, f(w_k + t)) \quad (3.11)$$

El espacio de todos los posibles vectores de observación está dado por $L^{|W|}$.

Definición 3.15: La función $\psi = L^{|W|} \rightarrow L$ que define a los w-operadores se llama función característica, tal que, para cada punto t :

$$\Psi(f_t) = \psi(f(w_1 + t), f(w_2 + t), \dots, f(w_k + t)) = \psi(X(W_t)) \quad (3.12)$$

Finalmente, los operadores de ventana o w-operadores son una clase de operadores que son invariantes a traslaciones y definidos localmente con respecto a una ventana. Estas dos propiedades importantes, expresan lo siguiente:

- invariante a traslaciones (t.i) significa que $\Psi(f_t) = \Psi(f)_t$ para cualquier $t \in f$,
- localmente definido (l.d) dentro de W , que implica $\Psi(f)(t) = \Psi(f \cap W_t)(t)$.

La última propiedad declara que el valor de la imagen transformada $\Psi(f)$ en cualquier punto t , depende solamente de los valores de imagen en una vecindad limitada W_t [22, 27]. En la figura 3.10 se ilustra la obtención de una configuración de ventana para una imagen en escala de grises. Para esto se utiliza una ventana cuadrada W de tamaño $k=3 \times 3$, su centro es $w_5 = (0,0)$. Primero se traslada la imagen $f(t_0)$ por $t = (2,4)$ obteniendo $f(t_0 + t)$. Luego se copian en el vector $X(W_t)$ los valores de $f(t_0 + t)$ observados a través de W .

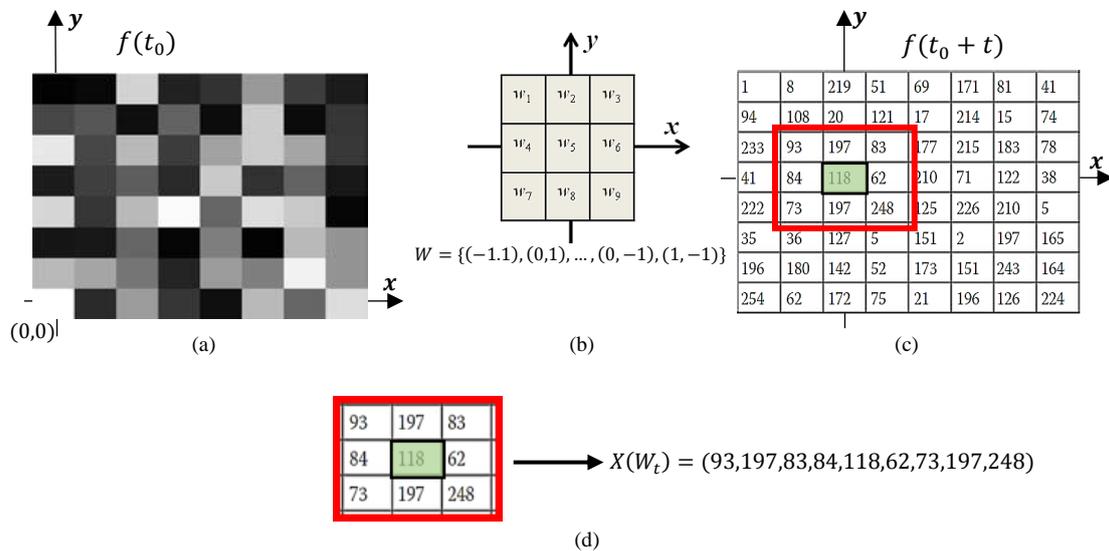


Figura 3.10. Obtención de una configuración de ventana: (a) Imagen original f , (b) ventana W , y (c) ventana W ubicada en el píxel $t = (2,4)$, (d) configuración de ventana registrada en el vector de observación $X(W_t)$ para el píxel $t = (2,4)$ de la imagen f .

Un w-operador Ψ se define y representa a través de una función característica $\psi = L^{|W|} \rightarrow L$ donde su entrada es una configuración de ventana o vector de observación X y su respectiva salida es un nivel de gris del conjunto L . En otras palabras, la función característica procesa configuraciones de ventana observadas a través de W . Por lo tanto, diseñar un w-operador consiste en encontrar su función característica.

3.8 Diseño de operadores morfológicos

En el procesamiento digital de imágenes, funciones denominadas operadores se encargan de transformar una imagen en una versión modificada de la misma. En el campo de la MM, los operadores morfológicos cumplen varias tareas importantes de procesamiento como: mejora, segmentación, restauración, detección de bordes, análisis de texturas, análisis de partículas, generación de características, esqueletización, análisis de formas,

entre otras [2, 3, 5, 21]. Para realizar estas tareas de procesamiento, es necesario diseñar operadores o filtros morfológicos complejos mediante la combinación de operadores morfológicos más sencillos utilizando el conocimiento y experiencia del diseñador. Este procedimiento conocido como algoritmo morfológico cumple su tarea de procesamiento de manera secuencial. Por otro lado, en el diseño de operadores morfológicos también son aplicadas técnicas de aprendizaje computacional supervisado con la finalidad de automatizar el diseño de los filtros morfológicos mediante ejemplos de entrenamiento y un determinado algoritmo de aprendizaje o regla de estimación.

Estos dos enfoques de diseño de operadores morfológicos son profundizados en el siguiente capítulo.

3.9 Referencias

- [1] GONZALEZ, Rafael C.; WOODS, Richard E. Digital image processing second edition. *Beijing: Publishing House of Electronics Industry*, 2002, vol. 455.
- [2] FRANK, Y. S. *Image Processing and Mathematical Morphology: Fundaments and Applications*. Crc press, 2009.
- [3] DOUGHERTY, Edward R.; LOTUFO, Roberto A. *Hands-on morphological image processing*. SPIE press, 2003.
- [4] MOYA, JP Alvarado. Procesamiento y análisis de imágenes digitales. *Instituto Tecnológico de Costa Rica*, 2012.
- [5] SOLOMON, Chris; BRECKON, Toby. *Fundamentals of Digital Image Processing: A practical approach with examples in Matlab*. John Wiley & Sons, 2011.
- [6] PUJOL, Francisco A.; PUJOL, Mar; RIZO, Ramón. *Optimizing mathematical morphology for image segmentation and vision-based path planning in robotic environments*. INTECH Open Access Publisher, 2007.
- [7] LODDO, Andrea; DI RUBERTO, Cecilia; KOCHER, Michel. Recent advances of malaria parasites detection systems based on mathematical morphology. *Sensors*, 2018, vol. 18, no 2, p. 513.
- [8] CHEN, Chao; QIN, Qiming; ZHANG, Ning; LI, Jun; CHEN, Li; WANG, Jun; QIN, Xuebin; YANG, Xiucheng. Extraction of bridges over water from high-resolution optical remote-sensing images based on mathematical morphology. *International journal of remote sensing*, 2014, vol. 35, no 10, p. 3664-3682.
- [9] YAN, Wenzhong. Mathematical morphology based enhancement for chromosome images. En *2009 3rd International Conference on Bioinformatics and Biomedical Engineering*. IEEE, 2009. p. 1-3.
- [10] MŁYNARCZUK, Mariusz. Description and classification of rock surfaces by means of laser profilometry and mathematical morphology. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2010, vol. 47, no 1, p. 138-149.

- [11] LECHUGA-S, Edwin; VALDIVIEZO-N, Juan C.; URCID, Gonzalo. Multispectral image restoration of historical documents based on LAAMs and mathematical morphology. En *Optics and Photonics for Information Processing VIII*. SPIE, 2014. p. 14-23.
- [12] KIMORI, Yoshitaka. Mathematical morphology-based approach to the enhancement of morphological features in medical images. *Journal of clinical bioinformatics*, 2011, vol. 1, p. 1-10.
- [13] BANKMAN, Isaac (ed.). *Handbook of medical image processing and analysis*. Elsevier, 2008.
- [14] SWARNAMBIGA, Ayyachamy; VASUKI, Manivannan. The Fundamentals of Biomedical Image Processing: An Introduction. En *Medical Image Processing for Improved Clinical Diagnosis*. IGI Global, 2018.
- [15] URREJOLA, Madelein C; SOTO, Liliam V.; ZUMARÁN, Consuelo C; PEÑALOSA, Juan P; ÁLVAREZ, Beatriz; FUENTEVILLA, Ignacio; HAIDAR, Ziyad. Sistemas de nanopartículas poliméricas i: de biodetección y monitoreo de glucosa en diabetes a bioimagen, nano-oncología, terapia génica, ingeniería de tejidos/regeneración a nano-odontología. *International Journal of Morphology*, 2018, vol. 36, no 4, p. 1490-1499.
- [16] WEISSLEDER, Ralph; NAHRENDORF, Matthias. Advancing biomedical imaging. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 2015, vol. 112, no 47, p. 14424-14428.
- [17] ENDERLE, John; BRONZINO, Joseph (ed.). *Introduction to biomedical engineering*. Academic press, 2012.
- [18] ACHARYA, Tinku; RAY, Ajoy K. *Image processing: principles and applications*. John Wiley & Sons, 2005.
- [19] ROBALINO, Emilio; PASTORE, Juan I.; BALLARIN, Virginia; BOUCHET, Agustina. Diseño automático de W-operadores mediante el uso de funciones de pertenencia para la segmentación de leucocitos. En *2020 IEEE Congreso Bienal de Argentina (ARGENCON)*. IEEE, 2020. p. 1-6.
- [20] BENALCÁZAR, Marco E.; BRUN, Marcel; BALLARIN, Virginia L. Automatic design of aperture filters using neural networks applied to ocular image segmentation. En *2014 22nd European signal processing conference (EUSIPCO)*. IEEE, 2014. p. 2195-2199.
- [21] GOUTSIAS, John; VINCENT, Luc; BLOOMBERG, Dan S. (ed.). *Mathematical morphology and its applications to image and signal processing*. Springer Science & Business Media, 2006.
- [22] MONTAGNER, Igor S.; HIRATA, Nina ST; HIRATA, Roberto. Image operator learning and applications. En *2016 29th SIBGRAPI Conference on Graphics, Patterns and Images Tutorials (SIBGRAPI-T)*. IEEE, 2016. p. 38-50.

- [23] BOUCHET, Agustina; ALONSO, Pedro; PASTORE, Juan I.; MONTES, Susana; DÍAZ, Irene. Fuzzy mathematical morphology for color images defined by fuzzy preference relations. *Pattern Recognition*, 2016, vol. 60, p. 720-733.
- [24] BOUCHET, Agustina; PASTORE, Juan I; BRUN, Marcel; BALLARIN, Virginia. Compensatory fuzzy mathematical morphology. *Signal, Image and Video Processing*, 2017, vol. 11, no 6, p. 1065-1072.
- [25] BOUCHET, Agustina; BRUN, Marcel; BALLARIN, Virginia. Morfología Matemática Difusa aplicada a la segmentación de angiografías retinales. *dimensión*, 2010, vol. 3, p. 3.
- [26] BOUCHET, Agustina; PASTORE, Juan I; BRUN, Marcel; BALLARIN, Virginia. Segmentation of lateral ventricles in magnetic resonance images. En *VI Latin American Congress on Biomedical Engineering CLAIB 2014, Paraná, Argentina 29, 30 & 31 October 2014*. Springer, Cham, 2015. p. 457-460.
- [27] DOUGHERTY, Edward R. Optimal mean-square N-observation digital morphological filters: II. Optimal gray-scale filters. *CVGIP: Image Understanding*, 1992, vol. 55, no 1, p. 55-72.

CAPITULO 4

4 Diseño heurístico y automático de operadores morfológicos

En este capítulo se desarrollan las definiciones de diseño heurístico y automático de operadores morfológicos, y los problemas presentes en el proceso de diseño en cada uno de ellos. Al final del capítulo, el enfoque propuesto en esta tesis es presentado como solución al problema de generalización dentro del diseño automático de operadores morfológicos y en el capítulo 5 se presenta su desarrollo.

4.1 Diseño heurístico de operadores morfológicos

Un procedimiento común para resolver tareas de procesamiento de imágenes es mediante combinaciones de múltiples operadores básicos ya sean de la MM o la MMD. Estas combinaciones dan lugar a algoritmos o filtros morfológicos que pueden incluir canalizaciones secuenciales, subprocesos de decisión e iteración. Encontrar una solución satisfactoria requiere un enfoque de prueba y error en el que se deben ensamblar y probar varias configuraciones de la composición, variando los operadores básicos y sus parámetros [1-3]. Por ejemplo, la selección del elemento estructurante es de gran importancia, ya que es una de las claves para un procesamiento morfológico exitoso. Existe una gran cantidad de algoritmos para una multitud de aplicaciones de imágenes, y en cada uno de los casos, el rendimiento del algoritmo depende de los elementos estructurantes [4]. A este tipo de procedimiento se le conoce como diseño heurístico de operadores morfológicos donde las combinaciones de operadores morfológicos básicos, dependen de las características específicas del dominio de la aplicación, por lo que se requiere un grado considerable de conocimiento y experiencia por parte del diseñador. Por lo tanto, el diseño heurístico debe responder la pregunta: ¿Cuál es la mejor secuencia de operaciones morfológicas y elementos estructurantes para resolver un problema determinado de análisis o procesamiento de imágenes? La complejidad de la respuesta está directamente relacionada con la complejidad de la tarea de procesamiento en cuestión [5]. Por ejemplo, a nivel general la extracción de los bordes internos de una imagen binaria sin ruido es un problema más simple que segmentar un tumor en una imagen de rayos X ruidosa. El diseñador es el encargado de dar respuesta a esta pregunta en base a su conocimiento técnico y la información que disponga a priori sobre el problema en cuestión [1].

4.2 Limitaciones en el diseño heurístico de operadores morfológicos

Las secuencias de operaciones morfológicas desarrolladas en el procedimiento de diseño heurístico son aplicadas sobre un conjunto de imágenes de diseño. Este conjunto contiene imágenes que son una muestra del problema a resolver. Las secuencias de operaciones aplicadas se evalúan o validan en función de alguna medida de error que refleja el objetivo del diseño. En la figura 4.1, se observa dos imágenes de diseño, donde el problema a resolver, en la primera imagen, es el filtrado de ruido, y en la segunda imagen es la

extracción de bordes. Estas tareas se cumplen mediante secuencias adecuadas de operaciones establecidas por el diseñador.

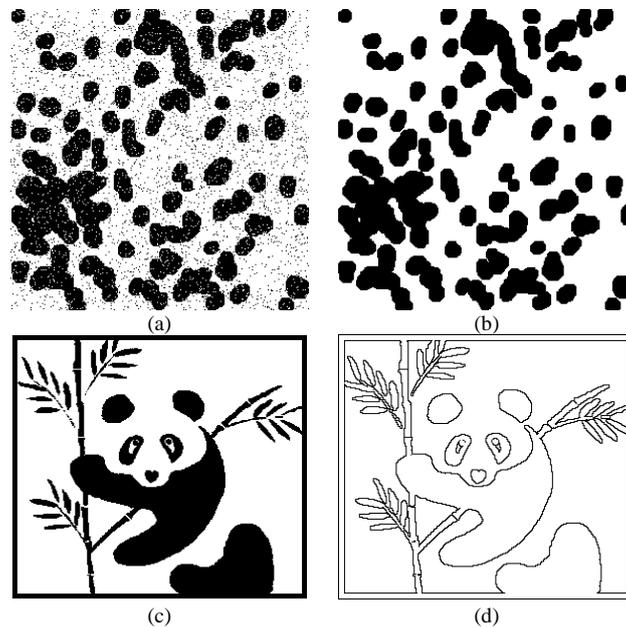


Figura 4.1. Imágenes de diseño con diferentes problemas a resolver. El problema en la imagen (a), es obtener una imagen (b) limpia de ruido, y en la imagen (c) es la extracción de bordes como se observa en la imagen (d).

Cuando el diseñador ha encontrado una secuencia adecuada de operaciones, entre todo el conjunto de secuencias aplicadas sobre el conjunto de imágenes de diseño, comienza la etapa de testeo. En ella se procede a estimar la capacidad predictiva de dicha secuencia usando otro conjunto de imágenes, denominado conjunto de imágenes de testeo. Este conjunto está compuesto por imágenes muestra del problema en cuestión que no fueron utilizadas en la etapa de diseño. Como resultado de la etapa de testeo se obtiene una estimación del desempeño del algoritmo diseñado. Es importante que el conjunto de testeo no sea utilizado en la etapa de diseño para que la estimación del desempeño de un algoritmo no sea sobrevalorada o sesgada [5]. Cabe mencionar que los operadores que conforman los algoritmos diseñados están restringidos, usualmente, a los operadores que el diseñador conoce o es más afín. Dicha familia de operadores no necesariamente puede resultar en la mejor secuencia de operaciones, o algoritmo óptimo, para resolver un problema determinado. Adicionalmente, el proceso para diseñar de forma heurística operadores que cumplan determinadas tareas de procesamiento consume mucho tiempo. Por lo tanto, un enfoque alternativo es utilizar técnicas de aprendizaje automático para el diseño de operadores morfológicos [2, 5].

4.3 Diseño automático de w-operadores

El diseño de operadores morfológicos para resolver problemas específicos no es una tarea simple. La metodología más utilizada para construir operadores morfológicos complejos, como los de esqueletización para la extracción de la forma de una región o watershed para la segmentación de regiones en una imagen, está basada en la implementación de

éstos a partir de combinaciones de otros más simples en un proceso iterativo [1]. Otra técnica para diseñar operadores de imágenes está basada en optimización estadística. En esta técnica, pares de imágenes, que consisten en imágenes que presentan un problema a resolver (observadas) e imágenes deseadas u objetivo (ideales), son utilizadas para definir un operador morfológico a través de algoritmos de aprendizaje computacional. Formular el problema de optimización requiere dar sentido a la noción de, qué es lo mejor dentro de un determinado problema de procesamiento. Si se observa una imagen con ruido, el problema de restauración es encontrar un operador que filtre la imagen de tal manera que estime la imagen original sin ruido. Si se observa una imagen y se desea un borde, el problema es encontrar un detector de bordes que opere sobre la imagen para producir una estimación del borde real. Si se desea encontrar un patrón en una imagen, el problema es encontrar un algoritmo de reconocimiento de patrones para marcar las ubicaciones donde se encuentran las copias del patrón. Estas diversas tareas se pueden caracterizar en el marco de tomar una imagen de entrada observada, procesarla por un operador y luego comparar la imagen de salida con una imagen deseada. El problema es inherentemente probabilístico porque el operador debe aplicarse a una colección aleatoria de imágenes observadas, y éstas deben procesarse para estimar una colección aleatoria de imágenes deseadas [4]. En la figura 4.2 se observa dos ejemplos de conjuntos de imágenes para el diseño automático de w -operadores. El primer conjunto contiene pares de imágenes binarias, donde las imágenes observadas (a), son imágenes de árboles arteriales oculares con ruido, y las imágenes ideales (b) son dichas imágenes limpias de ruido. Este conjunto de imágenes puede ser empleado para el diseño automático de un w -operador para filtrado de ruido en imágenes binarias. El segundo conjunto contiene pares de imágenes, donde las imágenes observadas en niveles de gris (c) corresponden a imágenes de resonancia magnética de cerebro, y las imágenes ideales (d) son estas imágenes segmentadas en todos sus tejidos. Este conjunto de imágenes puede ser empleado para el diseño automático de un w -operador para la segmentación de imágenes de resonancia magnética de cerebro.

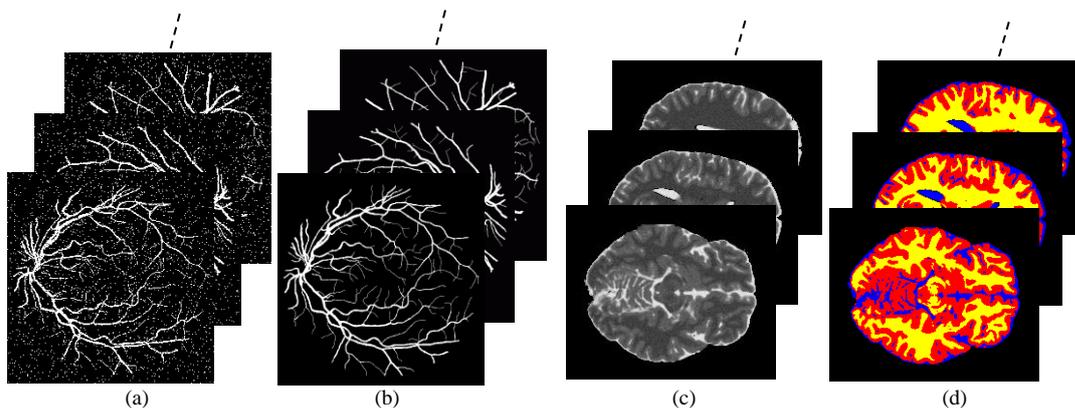


Figura 4.2. Conjuntos de pares de imágenes observadas e ideales. El primer conjunto contiene pares de imágenes binarias: (a) imágenes observadas de árboles arteriales oculares con ruido, y (b) imágenes ideales que presentan dichas imágenes oculares limpias de ruido. En el segundo conjunto: (c) imágenes observadas en niveles de gris que corresponden a imágenes de resonancia magnética de cerebro, y (d) imágenes ideales que presentan la segmentación de todos los tejidos de las imágenes de resonancia magnética de cerebro.

En base a lo antes dicho, el diseño automático de w -operadores consiste en una optimización estadística a partir de pares de imágenes de entrenamiento. Este enfoque consta de una etapa de entrenamiento y una etapa de testeo. En la etapa de entrenamiento se realiza la estimación, o diseño, de una función característica ψ , que define al w -

operador Ψ , mediante un determinado algoritmo de aprendizaje supervisado, un conjunto de pares de imágenes de entrenamiento (O, I) , y una ventana W . Cada par de imágenes de entrenamiento está conformado por una imagen observada O que contiene un problema a resolver y una imagen ideal o *gold standard* I que es la imagen deseada después del procesamiento. En esta metodología, las imágenes observadas e ideales son consideradas como realizaciones de procesos aleatorios. Una ventana W recorre píxel a píxel de manera conjunta cada par de imágenes de entrenamiento (O, I) para definir para cada píxel una configuración de ventana o vector de observación X (definida en la sección 3.4, definición 3.14) que se asocia con la etiqueta o clase Y dada por el píxel central en la imagen ideal [5]. Este proceso iterativo realizado para todas las imágenes de entrenamiento da como resultado un conjunto de ejemplos de entrenamiento que se representa de forma computacional como una tabla, donde cada fila contiene un vector de observación X formado por los píxeles observados dentro de la ventana W y sus frecuencias de aparición para cada clase. A partir del conjunto de ejemplos de entrenamiento y una regla de estimación o algoritmo de aprendizaje, se obtiene la función característica ψ o, dicho de otro modo, se estima para cada vector de observación X , el valor de su etiqueta Y . Para estimar la etiqueta de cada vector de observación se puede, en función de sus frecuencias, calcular sus probabilidades condicionales:

$$P(Y = i|X) = \text{frec}(X, Y = i) / \sum_{j=0}^{c-1} \text{frec}(X, Y = j) \quad (4.1)$$

con $i = \{0, \dots, c - 1\}$ y donde c es el número de clases definidas mediante las imágenes ideales I .

Las etiquetas pueden ser estimadas en función de las frecuencias de los vectores de observación. Por ejemplo, si $c = 2$, para cada vector de observación X de una imagen observada O va a existir una frecuencia cuando el píxel en la imagen ideal I sea igual a 0 $\text{frec}(X, Y = 0)$, y una frecuencia cuando el píxel en la imagen ideal I sea igual a 1 $\text{frec}(X, Y = 1)$. En base a esto, la regla de estimación es [5]:

$$\psi(X) = \begin{cases} 1 & \text{si } \text{frec}(X, Y = 1) \geq \text{frec}(X, Y = 0) \\ 0 & \text{en caso contrario} \end{cases} \quad (4.2)$$

Por lo tanto, el w-operador es representado unívocamente como una tabla de decisión. En la figura 4.3 se presenta, a modo de ejemplo, el diseño de un w-operador mediante el escaneo píxel a píxel de una ventana W de tamaño 1×3 sobre un par de imágenes binarias de entrenamiento. Cada vector de observación está formado por los valores observados dentro de la ventana W , y pertenecen al conjunto $\{0,1\}$. La etiqueta de cada vector de observación es estimada mediante la regla de estimación de la ecuación 4.2.

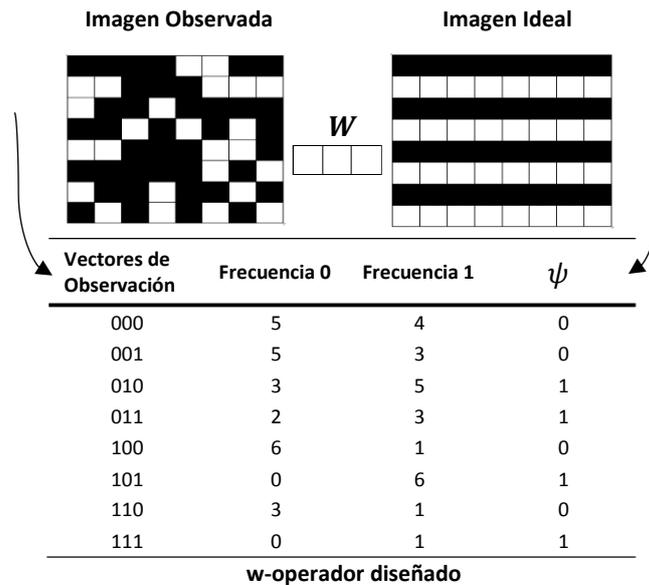


Figura 4.3. Diseño de w-operador mediante el escaneo píxel a píxel de una ventana W sobre un par de imágenes de entrenamiento.

4.4 Problemática en el diseño automático de w-operadores

El tamaño del espacio de búsqueda o número total de posibles vectores de observación en la tabla de decisión, para imágenes en niveles de gris es $L^{|W|}$ donde L es el conjunto de niveles de gris y $|W|$ es el tamaño de ventana. Por ejemplo, si el tamaño de ventana W es de 3×3 , entonces el número total de posibles vectores de observación es igual a $256^{3 \times 3}$. Para lograr completar la tabla con todos los posibles vectores de observación se necesitaría grandes cantidades de imágenes de entrenamiento, sin embargo, en la práctica son finitas y limitadas. En la segmentación de imágenes en niveles de gris, la utilización de ventanas de gran tamaño es importante para capturar más información, en este caso, la tarea de completar la tabla con todos los posibles vectores de observación es inverosímil [6]. El crecimiento exponencial del espacio de búsqueda de la tabla de decisión, en función del tamaño de ventana, y la cantidad limitada de imágenes de entrenamiento impiden que nuevos vectores de observación se almacenen en la tabla y que la frecuencia de clase de los vectores de observación presentes en la tabla se incremente. Este último problema da lugar a una mala estimación de la etiqueta o clase del vector de observación.

En la etapa de testeo, una ventana del mismo tamaño que la ventana utilizada en la etapa de entrenamiento, escanea cada imagen del conjunto de imágenes de prueba (imágenes que no fueron observadas en la etapa de entrenamiento) para obtener los vectores de observación que serán consultados uno por uno en la tabla de decisión. Los problemas antes presentados, acerca del tamaño de búsqueda, ocasionan que existan vectores de observación que no se encuentren presentes en la tabla de decisión. A esta falta de capacidad predictiva en el w-operador Ψ diseñado, para los vectores de observación no registrados en la etapa de entrenamiento, se denomina problema de generalización. Esto incrementa el error del diseño del w-operador Ψ dando lugar a malos resultados en la segmentación.

En la Figura 4.4 se presenta una ilustración del diseño automático de un w-operador Ψ mediante una ventana de tamaño igual a 3×3 y un par de imágenes de entrenamiento, donde

la imagen observada es una imagen en niveles de gris y la imagen ideal es una imagen que contiene las etiquetas $\{0,1,2\}$. En este ejemplo de diseño, se observa como la ventana W Figura 4.4-(a), recorre una porción del par de imágenes de entrenamiento Figura 4.4-(b)(c), dando lugar a un pequeño conjunto de entrenamiento de 7 vectores de observación con sus respectivas frecuencias de clase. La regla de estimación (ecuación 4.2), es aplicada a este conjunto de entrenamiento para estimar sus etiquetas. En el w-operador Ψ diseñado, las frecuencias de cada vector de observación son bajas (igual a 1) para una clase y nulas para las demás clases, debido a que en el diseño se utilizó un solo par de imágenes de entrenamiento. La idea principal, en el proceso de diseño, es que las frecuencias de clase tengan valores altos para una mejor estimación de las etiquetas. Esto se consigue con una gran cantidad de pares de imágenes de entrenamiento, pero como se dijo antes, éstas son finitas y limitadas. Por lo tanto, el w-operador Ψ , diseñado en este ejemplo, tiene una capacidad baja de predicción, y no es apto para aplicarlo para un problema de segmentación. Se puede observar que esta regla de estimación es útil, incluso cuando el número de clases es mayor a 2. Por lo tanto, dentro del paradigma de reconocimiento de patrones, el diseño de w-operadores consiste en el diseño de clasificadores, que pueden ser binarios o multiclase, donde el principal objetivo es la segmentación de imágenes, para su posterior análisis o interpretación, dependiendo del tipo de imágenes.

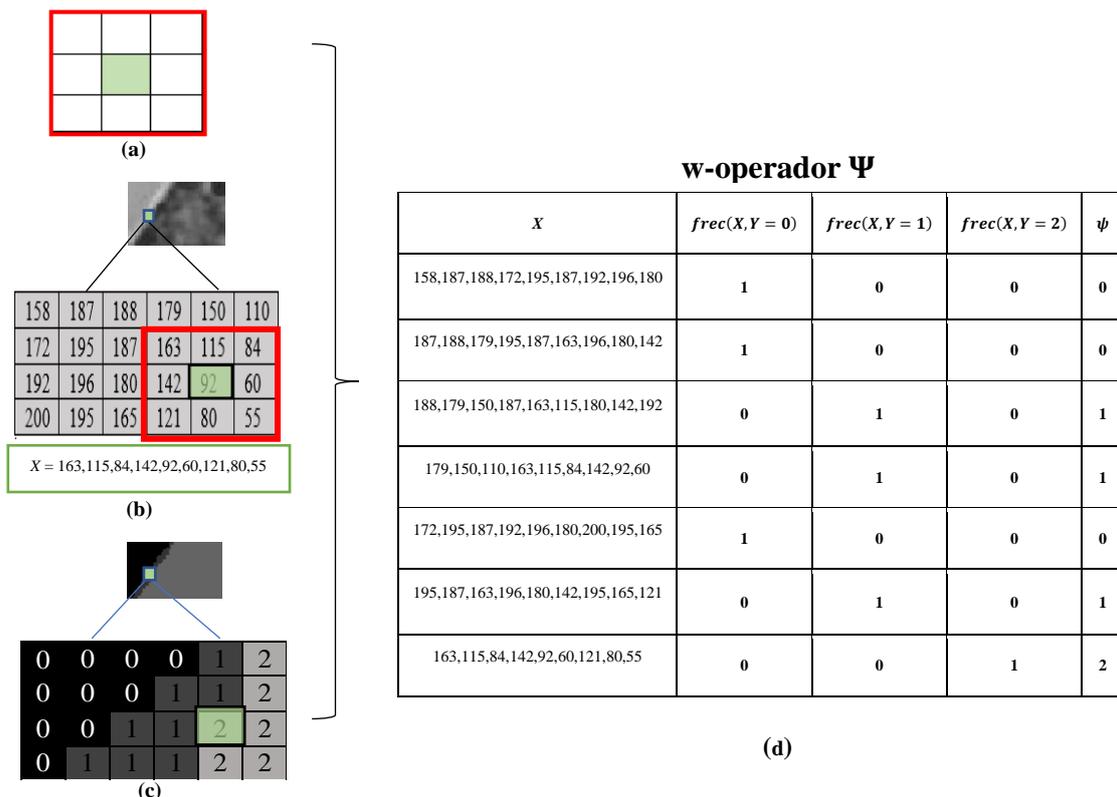


Figura 4.4. Presenta una ilustración del diseño automático de un (d) w-operador Ψ , a partir de (a) una ventana W de tamaño igual a 3×3 , y un par de imágenes de entrenamiento, donde (b) la imagen observada es una imagen en niveles de gris y (c) la imagen ideal es una imagen que contiene 3 etiquetas o clases $\{0,1,2\}$.

En la sección 3.2.1 se mencionó que, en el ámbito médico, puede ser útil clasificar los píxeles de la imagen en regiones anatómicas, como huesos, músculos, vasos sanguíneos,

o en regiones patológicas, como tumores malignos, deformidades de tejidos y lesiones de esclerosis múltiple. En algunos estudios, el objetivo es dividir la imagen completa en subregiones, como la sustancia blanca, la sustancia gris y los espacios del líquido cefalorraquídeo del cerebro, mientras que en otros se debe extraer una estructura específica, por ejemplo, tumores de mama de imágenes de resonancia magnética [7]. Los w-operadores al ser diseñados como clasificadores binarios o multiclase, tienen la capacidad de cumplir las tareas antes mencionadas en el ámbito médico.

En esta tesis se propone la aplicación de las funciones de pertenencia en el diseño automático de w-operadores, para solucionar la falta de información producida por la nula o baja frecuencia de aparición de los vectores de observación durante la etapa de entrenamiento, en otras palabras, para solucionar el problema de generalización.

4.5 Aplicación del enfoque propuesto a la problemática en el diseño automático de w-operadores

En esta tesis, para solucionar el problema de generalización se propone implementar el uso de funciones de pertenencia desarrolladas dentro de la teoría de conjuntos difusos (capítulo 2), la cual proporciona un amplio marco para describir, analizar e interpretar eventos vagos e inciertos, es decir, para modelar la imprecisión y la vaguedad existentes en los sistemas de comprensión humana. En el procesamiento de imágenes, cada región en la imagen puede ser modelada como un conjunto difuso definido por una función de pertenencia, la cual se encarga de asignar a cada elemento o píxel un grado de pertenencia en el rango $[0,1]$ para resolver la ambigüedad dentro de la imagen [9].

En el contexto del diseño automático de w-operadores, las funciones de pertenencia asignan grados de pertenencia a cada elemento de una imagen dentro de un subconjunto o ventana W , dando lugar a una configuración de ventana o vector de observación difuso, permitiendo asignar una etiqueta a cada vector de observación no presente en la tabla diseñada en la etapa de entrenamiento, en función de sus grados de pertenencia [10]. Por lo tanto, las funciones de pertenencia permiten resolver el problema de generalización o carencia de conocimiento, presente en el diseño automático de w-operadores para imágenes en niveles de gris.

El enfoque propuesto será extendido en el capítulo 5.

4.6 Referencias

- [1] GONZALEZ, Rafael C.; WOODS, Richard E. Digital image processing second edition. *Beijing: Publishing House of Electronics Industry*, 2002, vol. 455.
- [2] MONTAGNER, Igor S.; HIRATA, Nina ST; HIRATA, Roberto. Image operator learning and applications. En *2016 29th SIBGRAPI Conference on Graphics, Patterns and Images Tutorials (SIBGRAPI-T)*. IEEE, 2016. p. 38-50.
- [3] BOUCHET, Agustina; BRUN, Marcel; BALLARIN, Virginia. Morfología Matemática Difusa aplicada a la segmentación de angiografías retinales. *dimensión*, 2010, vol. 3, p. 3.

- [4] DOUGHERTY, Edward R.; LOTUFO, Roberto A. *Hands-on morphological image processing*. SPIE press, 2003.
- [5] BENALCÁZAR, Marco E. Aprendizaje computacional y morfología matemática aplicados al procesamiento de imágenes biomédicas. *Tesis Doctoral*, 2014.
- [6] BENALCÁZAR, Marco E.; BRUN, Marcel; BALLARIN, Virginia. Automatic design of window operators for the segmentation of the prostate gland in magnetic resonance images. En *VI Latin American Congress on Biomedical Engineering CLAIB 2014, Paraná, Argentina 29, 30 & 31 October 2014*. Springer, Cham, 2015. p. 417-420.
- [7] BANKMAN, Isaac (ed.). *Handbook of medical image processing and analysis*. Elsevier, 2008.
- [8] COMAS, Diego S.; MESCHINO, Gustavo; BRUN, Marcel; BALLARIN, Virginia. Label-based Type-2 Fuzzy Predicate Classification applied to the design of morphological W-operators for image processing. En *First latin American congress on computational intelligence*. 2014. p. 55-60.
- [9] ACHARYA, Tinku; RAY, Ajoy K. *Image processing: principles and applications*. John Wiley & Sons, 2005.
- [10] ROBALINO, Emilio; PASTORE, Juan I.; BALLARIN, Virginia; BOUCHET, Agustina. Diseño automático de W-operadores mediante el uso de funciones de pertenencia para la segmentación de leucocitos. En *2020 IEEE Congreso Bienal de Argentina (ARGENCON)*. IEEE, 2020. p. 1-6.

CAPÍTULO 5

5 Método propuesto para el diseño automático de w-operadores

En este capítulo se describe el método propuesto en esta tesis para el diseño automático de w-operadores. Este método consiste en la incorporación de funciones de pertenencia en el diseño automático de w-operadores, como herramienta clave para resolver la carencia de información, que un w-operador diseñado inevitablemente posee por el número finito y limitado de imágenes de entrenamiento existente. En otras palabras, estas funciones permiten dar solución al problema de generalización presente en los w-operadores o clasificadores, en especial cuando el problema de procesamiento es la segmentación.

5.1 Diseño automático de w-operadores: definiciones generales

El paradigma de aprendizaje en el diseño automático de w-operadores es supervisado, por lo que, cada par de imágenes en el conjunto de entrenamiento, consta de una imagen de entrada (imagen observada) y la imagen de salida (imagen ideal). Se asume que cada par de imágenes, denotadas mediante O e I , respectivamente, son realizaciones de un par de procesos conjuntamente estacionarios. Sea L^E el conjunto de todas las imágenes en niveles de gris, donde E es un subconjunto finito y no vacío de \mathbb{Z}^2 y $L = \{0, \dots, l - 1\}$ un conjunto de niveles de gris, donde su número total es l . Un w-operador es una función $\Psi: L^E \rightarrow L^E$ tal que la imagen resultante $\Psi(O)$ de aplicar el operador Ψ a la imagen observada O es una estimación de la imagen ideal I .

Las imágenes observadas e ideales se definen como funciones de la forma $O: E \subset \mathbb{Z}^2 \rightarrow \{0, 1, \dots, 255\}$ e $I: E \subset \mathbb{Z}^2 \rightarrow \{0, \dots, c - 1\}$, respectivamente, con c igual al número de clases. Un vector de observación X contiene una configuración de ventana observada en la imagen O a través de una ventana $W = \{w_1, w_2, \dots, w_k\}$ para un píxel arbitrario $t \in E$ de dicha imagen. El tamaño del vector de observación es $k = |W|$.

Dentro del paradigma de reconocimiento de patrones, la función característica ψ que define a un w-operador Ψ , es un clasificador binario o multiclase de la forma $\psi: \mathbf{X} \rightarrow \mathcal{C}$ que mapea un vector de observación $X = (x_1, \dots, x_k)$ formado por k características, desde el espacio de todos los posibles vectores de observación $\mathbf{X} = L^{|W|}$ a una de las etiquetas o clases del conjunto $\mathcal{C} = \{0, \dots, c - 1\}$.

5.2 Etapa de entrenamiento

En la sección 4.3 del capítulo 4, se mencionó que la etapa de entrenamiento consiste en la estimación, o diseño, de la función característica ψ , que define al w-operador Ψ . Una ventana W recorre píxel a píxel de manera conjunta cada par de imágenes de entrenamiento (O, I) para obtener un conjunto de vectores de observación \mathbf{X} , conocido como conjunto de ejemplos de entrenamiento. El algoritmo de aprendizaje o regla de

estimación 4.2 es empleada en dicho conjunto para estimar la etiqueta de cada vector de observación X en función de sus frecuencias.

En el diseño automático de w -operadores para procesar imágenes en niveles de gris, completar el dominio del w -operador con todos los posibles vectores de observación es una tarea imposible, debido a que el tamaño del espacio de vectores de observación depende del tamaño de ventana y al número finito y limitado de imágenes de entrenamiento. La regla de estimación o algoritmo de aprendizaje de la ecuación 4.2, solo estimará las etiquetas de los vectores de observación, registrados en la tabla durante el proceso de entrenamiento, por lo que, el w -operador no podrá predecir las etiquetas de todos los nuevos vectores de observación provenientes de imágenes fuera del conjunto de imágenes de entrenamiento. En otras palabras, el w -operador tendrá falta de capacidad predictiva para nuevas imágenes, dando lugar al problema de generalización. Para resolver este problema, se incorporan en el diseño automático de w -operadores, las funciones de pertenencia para complementar la información obtenida en la tabla de decisión.

5.3 Definición de las funciones de pertenencia

La teoría de conjuntos difusos proporciona un marco para modelar la imprecisión y la vaguedad existentes en los sistemas de comprensión humana. Esta teoría contempla la pertenencia parcial de un elemento a un conjunto. La pertenencia de un elemento x en un conjunto difuso es obtenido por una función de pertenencia $U(x): X_F \rightarrow [0,1]$ que mapea cada elemento de un conjunto X_F al intervalo $[0,1]$. Estas funciones se pueden representar de múltiples maneras. Por su simplicidad matemática, los más comunes son: triangular, trapezoidal, gaussiana, sigmoïdal, gamma, entre otras (capítulo 2, sección 2.1.1).

Una imagen en niveles de gris posee ambigüedad dentro de sus píxeles debido a la vaguedad inherente o imprecisión en dicha imagen. Esta imprecisión se debe a varios factores tales como el proceso de captura de una imagen y a la carente claridad espacial causada por la imprecisión en los límites de los objetos o en los bordes dentro de la imagen. En el procesamiento de imágenes, cada región en la imagen puede ser modelada como un conjunto difuso definido por una o varias funciones de pertenencia, las cuales se encargan de asignar a cada píxel un grado de pertenencia en el rango $[0,1]$.

Existen dos enfoques para determinar la función de pertenencia asociada a un conjunto. El primer enfoque se basa en el conocimiento del experto y el segundo enfoque utiliza una colección de datos para diseñar la función. El segundo enfoque es aplicado en el diseño automático de w -operadores. Las funciones de pertenencia utilizadas en los experimentos presentados en esta tesis son la función gaussiana (FG), la función basada en la distancia euclidiana (FPDE), y la función basada en la distancia euclidiana difusa intuicionista (FPDEDI). Estas funciones de pertenencia se definen en la etapa de entrenamiento para cada clase o región, en base a los pares de imágenes de entrenamiento (O, I) . En la FPDEDI, se incorpora los grados de no pertenencia y de vacilación. El número de funciones asociadas a un mismo conjunto es elegido por el experto, a mayor número de funciones de pertenencia se tiene mayor resolución y a la vez mayor complejidad computacional. Además, estas funciones pueden estar solapadas o no, el

hecho de estar solapadas pone de manifiesto un aspecto clave de la lógica difusa, un vector de observación puede pertenecer con diferentes grados a varios conjuntos difusos a la vez, en este caso, a varias regiones.

5.4 Etapa de testeo

En la etapa de testeo, una ventana W del mismo tamaño que la ventana utilizada en la etapa de entrenamiento, escanea pixel a pixel cada una de las imágenes del conjunto de imágenes de prueba (imágenes no utilizadas en la etapa de entrenamiento), para obtener los vectores de observación que serán consultados en el dominio del w-operador Ψ diseñado.

Las funciones de pertenencia (FG, FPDE, o FPDEDI) definidas para cada clase, durante la etapa de entrenamiento, asignaran grados de pertenencia a cada elemento del vector de observación no presente en el dominio del w-operador Ψ , permitiendo asignar una etiqueta a cada vector de observación en función de sus grados de pertenencia. En este punto, es necesario la pregunta *¿Qué funciones de pertenencia correspondientes a cada clase se deben aplicar al vector de observación?* Las funciones de pertenencia de las c clases, son aplicadas al vector de observación X dependiendo de, si el nivel de gris del pixel central del vector de observación X pertenece a uno o más r rangos de clase (niveles de gris pertenecientes a cada región de la imagen). El número de rangos r es igual al número de clases c . La figura 5.1 muestra un vector de observación, formado mediante una ventana de tamaño 3×3 , y su pixel central.

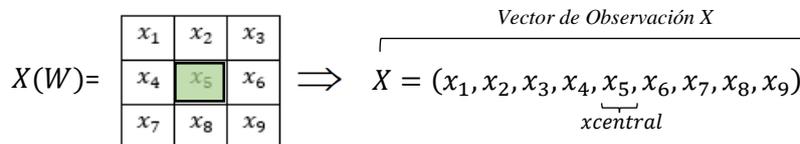


Figura 5.1. Visualización de un vector de observación X conformado por los valores dentro de una ventana de tamaño 3×3 , y su pixel central x_5 dentro de un recuadro verde.

Los rangos de clase R son definidos en función de los N pares de imágenes de entrenamiento (O, I) . Se agrupan los niveles de gris de los píxeles que pertenecen a cada región en cada imagen observada O , en función de las etiquetas en cada imagen ideal I . Sean las agrupaciones de clase C_{iC} , para los N pares de imágenes de entrenamiento con $i = \{1, \dots, N\}$ y $C = \{0, \dots, c - 1\}$, para calcular el rango total de clase, se utiliza la siguiente expresión:

$$R_C = [\min\{C_{1C}, \dots, C_{NC}\}, \max\{C_{1C}, \dots, C_{NC}\}] \quad (5.1)$$

Sea R_C el rango de niveles de gris de cada clase del conjunto $C = \{0, \dots, c - 1\}$, y $x_{central}$ el valor del pixel central del vector de observación X , para seleccionar las funciones de pertenencia que calculen los grados de pertenencia del vector de observación X a las diferentes clases del conjunto C , la siguiente expresión es empleada:

$$\text{Si } x_{central} \in R_C \text{ entonces aplicar función de pertenencia } U_C(X) \text{ a } X \quad (5.2)$$

Si el valor del pixel central $x_{central}$ pertenece al rango de dos o más clases R_C , las funciones de pertenencia de aquellas clases, son aplicadas al vector de observación $X = (x_1, \dots, x_k)$. Cada función de pertenencia se aplica a cada uno de los elementos x , que corresponden a los niveles de gris de X , y luego se calcula el promedio de los grados de pertenencia de dichos elementos, para obtener el grado de pertenencia final $U_C(X)$ de X , como se muestra en la siguiente ecuación:

$$U_C(X) = \frac{\sum_{i=1}^k U_C(x_i)}{k} \quad (5.3)$$

donde $k = |W|$.

La asignación de la etiqueta del conjunto $C = \{0, \dots, c - 1\}$ al vector de observación X dependerá del grado de pertenencia máximo de las clases analizadas. Por ejemplo, si $x_{central} \in R_0$ y $x_{central} \in R_1$ entonces la etiqueta que se le asigne a $x_{central}$ va a estar dada por $\max\{U_0(X), U_1(X)\}$.

En la figura 5.2 se muestra un diagrama que permite visualizar paso a paso el diseño automático de w-operadores utilizando funciones de pertenencia. En este diagrama de diseño, las imágenes de entrenamiento corresponden a imágenes de resonancia magnética de cerebro y las funciones de pertenencia son funciones gaussianas. El objetivo es el diseño automático de un w-operador para la segmentación de las imágenes de resonancia magnética de cerebro en todos sus tejidos: fondo 0, sustancia blanca 1, sustancia gris 2, y líquido cefalorraquídeo 3.

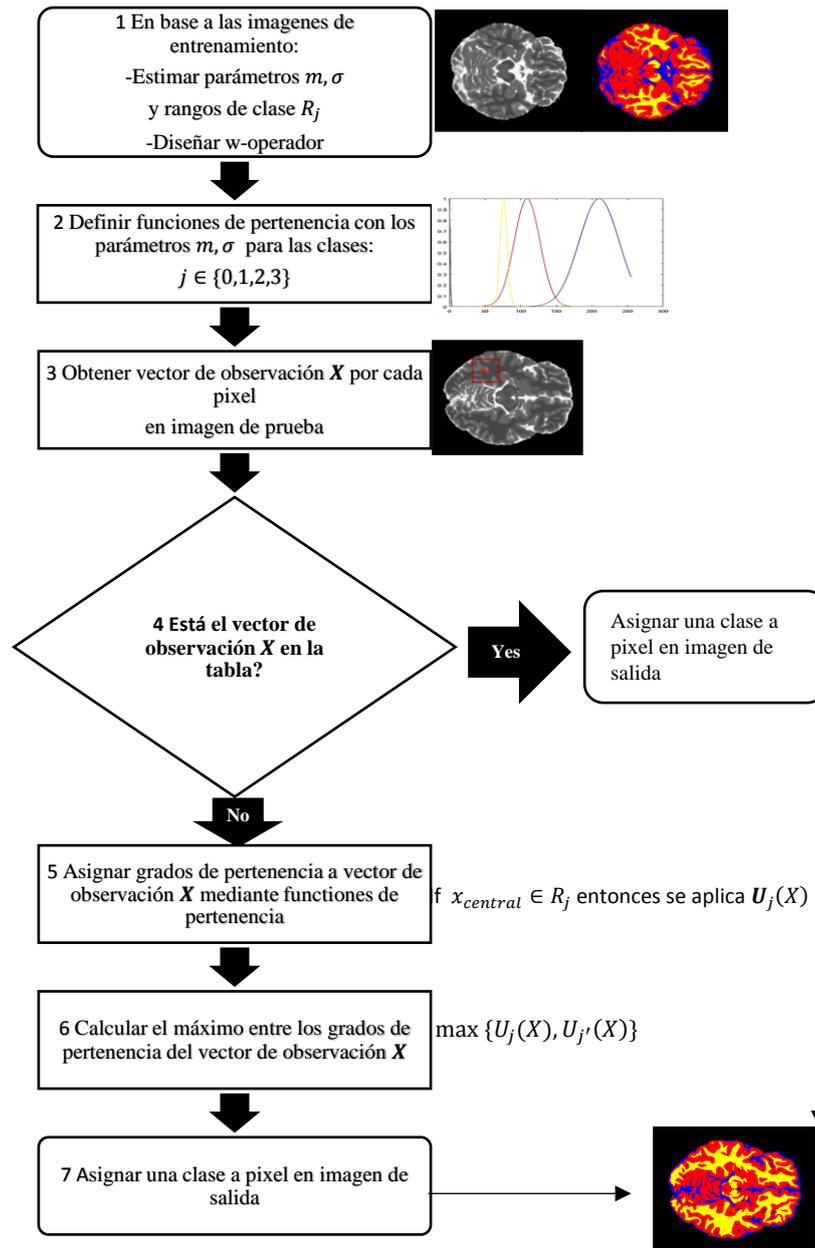


Figura 5.2. Diagrama de diseño automático de w-operadores.

5.5 Métricas de evaluación de resultados

Para evaluar el desempeño de los w-operadores diseñados en cada experimento, se realiza una comparación entre las imágenes de prueba procesadas y sus respectivas imágenes ideales o gold estándar. Esta comparación permite el cálculo de la matriz de confusión [1, 2]. En base a la matriz de confusión se calcula las siguientes métricas: el error de clasificación, la sensibilidad y especificidad. El error de clasificación (ERR del inglés *error rate* o *misclassification rate*) representa el número de muestras mal clasificadas de clases positivas y negativas y se calcula mediante la ecuación 5.4. La sensibilidad o tasa de verdaderos positivos (TPR del inglés *true positive rate* o *recall*) representa las muestras positivas correctamente clasificadas con respecto al número total de muestras positivas, y se estima de acuerdo con la ecuación 5.5. Mientras que la especificidad, la tasa de

verdaderos negativos (TNR del inglés *true negative rate*) se expresa como la proporción de las muestras negativas correctamente clasificadas con respecto al número total de muestras negativas como se representa en la ecuación 5.6. Así, la especificidad representa la proporción de muestras negativas que se clasificaron correctamente y la sensibilidad es la proporción de muestras positivas que se clasificaron correctamente [2, 3].

El error de clasificación, la sensibilidad y especificidad antes definidas se calculan con las siguientes ecuaciones:

$$\text{Error de clasificación} = \frac{FP+FN}{VP+FN+FP+VN} \quad (5.4)$$

$$\text{Sensibilidad} = \frac{VP}{VP+FN} \quad (5.5)$$

$$\text{Especificidad} = \frac{VN}{VN+FP} \quad (5.6)$$

donde VP corresponde a los verdaderos positivos, VN a los verdaderos negativos, FP a los falsos positivos y FN a los falsos negativos.

5.6 Referencias

- [1] BENALCÁZAR, Marco E. Aprendizaje computacional y morfología matemática aplicados al procesamiento de imágenes biomédicas. Tesis Doctoral, 2014.
- [2] SOKOLOVA, Marina; LAPALME, Guy. A systematic analysis of performance measures for classification tasks. *Information processing & management*, 2009, vol. 45, no 4, p. 427-437.
- [3] THARWAT, Alaa. Classification assessment methods. *Applied computing and informatics*, 2021, vol. 17, no 1, p. 168-192.

CAPÍTULO 6

6 Aplicación del método propuesto para el diseño automático de w-operadores para la segmentación de leucocitos

En el presente capítulo, el método propuesto en esta tesis para el diseño automático de w-operadores, es aplicado a la segmentación de imágenes de leucocitos. En este método las funciones de pertenencia se proponen como herramienta clave para resolver el problema de generalización presente en los w-operadores o clasificadores, en especial cuando el problema de procesamiento es la segmentación. El objetivo en el conjunto de imágenes de leucocitos es la segmentación del núcleo y el fondo, por lo tanto, el problema consiste en la clasificación de dos clases. Para el diseño automático de w-operadores, en esta aplicación, se proponen dos tipos de funciones de pertenencia: la primera es la función de pertenencia gaussiana, y la segunda la función de pertenencia basada en la distancia euclidiana difusa intuicionista, ambas definidas en el capítulo 2.

6.1 Diseño automático de w-operadores mediante funciones de pertenencia gaussianas para la segmentación de leucocitos

En este experimento, se realizó el diseño automático de w-operadores utilizando funciones de pertenencia gaussianas para la segmentación de células sanguíneas blancas o leucocitos. Los leucocitos, al ser los componentes principales de las células inmunes, son de vital importancia en la lucha contra las infecciones. En la práctica clínica, la identificación y conteo de leucocitos en el frotis de sangre son a menudo usadas para el diagnóstico de muchas enfermedades tales como infecciones, inflamación, malignidad, leucemia, entre otros [1]. El examen de sangre de microscopio de frotis ha sido la mejor manera de estimar el número de leucocitos o glóbulos blancos, diferenciar sus formas y clasificarlos, estudiar la morfología de eritrocitos o glóbulos rojos, caracterizar la morfología de los linfocitos y calcular el número y la morfología de las plaquetas [2]. Para la identificación y conteo de leucocitos, una de las estructuras más importante que permite estas tareas, es el núcleo [3, 4]. Por lo tanto, la segmentación del núcleo en imágenes de leucocitos consiste en la partición del dominio de dichas imágenes en dos subconjuntos disjuntos que son: el núcleo celular y el fondo de la imagen, dentro de este subconjunto está incluido el citoplasma. Para este experimento se utilizó la base de datos CellaVision [1, 5] la cual consta de 100 imágenes color, cada una con un tamaño de 300×300 píxeles. Cada imagen a color de dicha base de datos, tiene su respectiva imagen ideal. Esta base de datos se dividió en dos conjuntos con los siguientes porcentajes: 50% para el conjunto de imágenes de entrenamiento y el otro 50% para el conjunto de imágenes de prueba.

6.1.1 Detalles técnicos experimentales

En este experimento se definieron diferentes parámetros para el diseño de un determinado número de w -operadores con la finalidad de comparar el rendimiento entre los mismos. Los detalles técnicos se describen en la siguiente lista:

- Partición de la base de datos: la base de datos CellaVision fue particionada en dos conjuntos, donde el 50% se destinó para el conjunto de imágenes de entrenamiento y el otro 50% para el conjunto de imágenes de prueba.
- Imágenes: cada imagen a color del conjunto de imágenes de entrenamiento y de prueba fue transformada a niveles de gris, de modo que, cada imagen observada O ahora es una imagen en niveles de gris.
- Tamaño de ventanas: las dimensiones utilizadas para el diseño de los w -operadores fueron de 3×3 , 5×5 , 7×7 , 11×11 , y 15×15 .
- Funciones de pertenencia: se utilizaron funciones gaussianas para cada clase. Los parámetros calculados para definir estas funciones fueron la media m y la desviación estándar σ .

6.1.2 Diseño automático de los w -operadores y definición de las funciones de pertenencia

En la etapa de entrenamiento, se diseñó un w -operador Ψ con cada una de las ventanas del conjunto $\mathbf{W} = \{3 \times 3, 5 \times 5, 7 \times 7, 11 \times 11, 15 \times 15\}$, utilizando el 50% de imágenes destinadas al entrenamiento, y el algoritmo de aprendizaje o regla de estimación basada en la máxima frecuencia de clase de cada vector de observación X (capítulo 5, ecuación 5.1). El diseño de cada w -operador con cada una de las ventanas del conjunto \mathbf{W} , consiste en la definición de un clasificador $\psi: \mathbf{X} \rightarrow \{0, \dots, c - 1\}$, con c igual a 3. La regla de estimación asignará a cada vector de observación $X \in \mathbf{X}$ una etiqueta del conjunto $\{0, 1, 2\}$, de tal manera que el conjunto de vectores de observación \mathbf{X} registrados en el entrenamiento, será particionado en las clases fondo 0, citoplasma 1 y núcleo 2. En base a esta partición, se definen las funciones de pertenencia gaussianas para cada una de dichas clases. Como se mencionó antes, el objetivo es la segmentación del núcleo, por lo que, en las imágenes resultado el citoplasma pasa a formar parte del fondo.

En la Figura 6.1 se presenta dos imágenes a color de la base de datos CellaVision [5] transformadas a niveles de gris, y sus respectivas imágenes ideales. Las imágenes a color, en el modelo RGB conformado por los colores primarios rojo, verde y azul, respectivamente, fueron transformadas a imágenes en niveles de gris mediante una suma ponderada: $0.2989 * R + 0.5870 * G + 0.1140 * B$. Esta fórmula representa la percepción relativa de la persona promedio del brillo de la luz roja, verde y azul. La primera fila corresponde a una imagen perteneciente al conjunto de imágenes de entrenamiento, y la segunda fila a una imagen perteneciente al conjunto de imágenes de prueba. En la Figura 6.1-(a, d) se presenta las imágenes a color, en la Figura 6.1-(b, e) las imágenes transformadas en niveles de gris, y en la Figura 6.1-(c, f) sus imágenes ideales. La imagen ideal Figura 6.1-(c) de la imagen de entrenamiento Figura 6.1-(a) presenta tres regiones segmentadas, para cumplir el objetivo inicial de la partición del conjunto de vectores de observación \mathbf{X} registrados en la etapa de entrenamiento, en las clases: fondo, citoplasma y núcleo. Por otro lado, la imagen ideal Figura 6.1-(f) de la imagen de prueba Figura 6.1-(d) presenta dos regiones segmentadas, debido a que, el objetivo final es la segmentación

del fondo y el núcleo del leucocito. Cada imagen ideal del conjunto de imágenes de prueba permitirá calcular el desempeño de los w-operadores diseñados, mediante su comparación con las imágenes observadas procesadas.

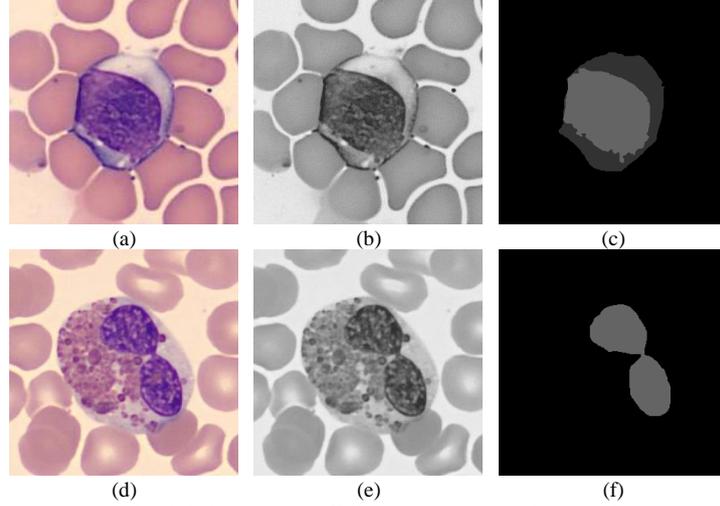


Figura 6.1. Presenta dos imágenes a color de la base de datos CellaVision transformadas a niveles de gris, y sus respectivas imágenes ideales. La primera fila corresponde a una imagen perteneciente al conjunto de imágenes de entrenamiento, y la segunda fila a una imagen perteneciente al conjunto de imágenes de prueba. En (a, d) se presenta las imágenes a color, en (b, e) las imágenes transformadas en niveles de gris, y en (c, f) sus imágenes ideales.

Los rangos de clase R_C y funciones de pertenencia U_C se definen en función de los N pares de imágenes de entrenamiento (\mathbf{O}, \mathbf{I}) para el conjunto $C = \{0,1,2\}$. Las funciones de pertenencia para este experimento son funciones gaussianas. Estas funciones se construyen a partir de dos parámetros: media y desviación estándar de los niveles de gris de cada clase. En función de las etiquetas en cada imagen ideal I , se agrupan los niveles de gris de los píxeles que pertenecen a cada región en cada imagen observada O . Sean las agrupaciones de clase C_{iC} , para los N pares de imágenes de entrenamiento con $i = \{1, \dots, N\}$ y $C = \{0,1,2\}$, para calcular el rango total de clase, se utilizó la ecuación 5.2 presentada en el capítulo 5: $R_C = [\min\{C_{1C}, \dots, C_{NC}\}, \max\{C_{1C}, \dots, C_{NC}\}]$, de este modo, se obtiene los rangos para la clase del fondo R_0 , el citoplasma R_1 , y núcleo R_2 .

Para cada agrupación de clase C_{iC} se determina la media m_{iC} y la desviación estándar σ_{iC} . El número total de parámetros para el entrenamiento será $N \times p \times c$ donde N es la cantidad de imágenes de entrenamiento utilizadas, p es el número de parámetros de cada función de pertenencia y c es la cantidad de clases. Una vez calculados los parámetros m_{iC} y σ_{iC} se procede a calcular para cada clase $C = \{0,1,2\}$ su promedio mediante las siguientes ecuaciones:

$$\overline{m}_C = \sum_{\substack{i=\{1,\dots,N\} \\ C=\{0,1,2\}}} \frac{m_{iC}}{N} \quad (6.1)$$

$$\overline{\sigma}_C = \sum_{\substack{i=\{1,\dots,N\} \\ C=\{0,1,2\}}} \frac{\sigma_{iC}}{N} \quad (6.2)$$

Con los parámetros \overline{m}_C y $\overline{\sigma}_C$ se construyen las funciones de pertenencia gaussianas U_0 , U_1 , y U_2 para el fondo, citoplasma, y núcleo, respectivamente.

En la figura 6.2-(a), se observa las funciones de pertenencia gaussianas definidas para el fondo, citoplasma, y núcleo. Cada función de pertenencia representa estas regiones gracias a su versatilidad al momento de modelar un problema. Se puede observar en la figura 6.3-(b), como estas funciones modelan los histogramas de cada región.

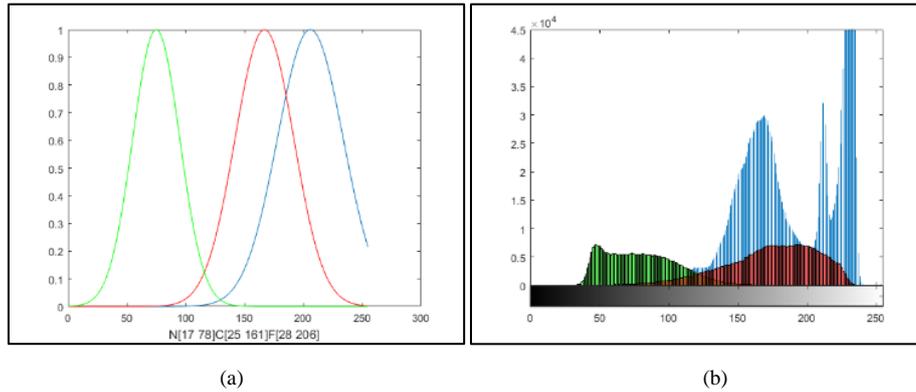


Figura 6.2. (a) Funciones gaussianas e (b) histograma total del conjunto de imágenes de entrenamiento para el fondo (azul), citoplasma (rojo) y núcleo (verde). El eje x en ambos gráficos, representa los niveles de gris de las imágenes. El eje y en (a) representa los grados de pertenencia, mientras que, en (b) representa la frecuencia de los niveles de gris.

6.1.3 Etapa de testeo del w-operador diseñado

En la etapa de testeo, cada vector de observación X obtenido del traslado de la ventana $W \in \mathcal{W}$ en cada imagen de leucocito del conjunto de prueba, es consultado en el dominio del w-operador para asignarle una etiqueta. Si un vector de observación X no está presente en el dominio del w-operador, es ingresado a cada una de las funciones de pertenencia gaussianas correspondientes a cada clase, dependiendo de, si el nivel de gris del pixel central del vector de observación X pertenece a uno o más rangos de clase R_C (capítulo 5, ecuación 5.3). Si el valor del pixel central $x_{central}$ pertenece al rango de dos o más clases R_C , las funciones de pertenencia de aquellas clases, son aplicadas al vector de observación X . Cada función de pertenencia se aplica a cada uno de los elementos x , que corresponden a los niveles de gris de X , y luego se calcula el promedio de los grados de pertenencia de dichos elementos, para obtener el grado de pertenencia final $U_C(X)$, como se muestra en la siguiente ecuación:

$$U_C(X) = \frac{\sum_{i=1}^k U_C(x_i)}{k} \quad (6.3)$$

donde $k = |W|$.

La asignación de la etiqueta del conjunto $C = \{0,1,2\}$ al vector de observación X dependerá del grado de pertenencia máximo de las clases analizadas. Por ejemplo, si $x_{central} \in R_1$ y $x_{central} \in R_2$ entonces la etiqueta que se le asigne a $x_{central}$ va a estar dada por $\max\{U_1(X), U_2(X)\}$.

6.1.4 Resultados y discusión

Las métricas utilizadas para evaluar el desempeño de cada w-operador diseñado son el error de clasificación, la sensibilidad, y la especificidad (capítulo 5, definiciones 5.4, 5.5, 5.6, respectivamente) En la Tabla 6.1, se presenta los parámetros calculados a partir del conjunto de imágenes de entrenamiento.

Tabla 6.1. Parámetros de las funciones de pertenencia

Clases	Parámetros	
	Media	Desv Estándar
Fondo	206	28
Citoplasma	167	25
Núcleo	75	20

En la Tabla 6.2 se muestra un ejemplo del w-operador diseñado con una ventana de 3×3 , representado computacionalmente como una tabla de decisión. Cada fila está formada por un vector de observación X , su frecuencia de aparición para el fondo, citoplasma, y núcleo, y su respectiva clase, la cual es calculada en función de la máxima frecuencia.

Tabla 6.2. Ejemplo de w-operador diseñado con una ventana de 3×3

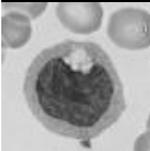
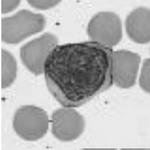
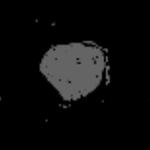
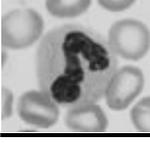
Vectores Observación X	Frec0	Frec1	Frec2	ψ
204 204 204 205 206 208 207 208 208	2	0	0	0
204 204 208 204 206 208 205 204 204	2	0	0	0
163 163 159 163 161 159 163 163 159	0	9	0	1
163 163 159 163 161 159 163 163 163	0	11	0	1
163 163 159 163 161 159 163 163 163	0	2	0	1
80 80 78 80 78 80 80 80 80	0	0	3	2
79 76 76 76 78 80 76 80 80	0	0	1	2
.
.
.

Cada w-operador diseñado, utilizando ventanas de tamaño de 3×3 , 5×5 , 7×7 , 11×11 y 15×15 , fue aplicado al conjunto de imágenes de testeo. Para el cálculo de la matriz de confusión, se calcularon los: VP , VN , FP y FN en función de cada imagen procesada por el w-operador y su respectiva imagen ideal. Luego, se realizó el promedio de dichos valores calculados para todas las imágenes de prueba, obteniendo los valores que se muestran en las Tablas 6.4 - 6.8. Cada tabla corresponde a cada ventana utilizada en el diseño. La Tabla 6.9 muestra los valores obtenidos para el error, la sensibilidad y la especificidad.

Dado que el objetivo del trabajo es la segmentación del núcleo, la clase 1 corresponde al fondo (unión del fondo con el citoplasma) y la clase 2 corresponde al núcleo. En la Tabla 6.3 se presenta los resultados, para 5 imágenes, de la aplicación de los w-operadores

diseñados con funciones gaussianas y ventanas de 3×3 , 5×5 , 7×7 , 11×11 y 15×15 , respectivamente. Se puede observar que a medida que el tamaño de la ventana aumenta, el área del núcleo se completa y varios píxeles mal etiquetados como fondo cambian a su correcta etiqueta. Sin embargo, se puede observar que el núcleo, en las imágenes de prueba ideales, poseen zonas semiabiertas que en las imágenes resultado se mantienen hasta la ventana de 11×11 . Al utilizar una ventana de 15×15 la zona del núcleo mencionada se cierra, generando un error en la segmentación.

Tabla 6.3. Presenta los resultados de los w-operadores diseñados, utilizando funciones de pertenencia gaussianas, ventanas de tamaño 3×3 , 5×5 , 7×7 , 11×11 y 15×15 , aplicados a 5 imágenes de prueba.

IMAGEN PRUEBA	IMAGEN IDEAL	RESULTADOS W-OPERADOR				
		3x3	5x5	7x7	11x11	15x15
						
						
						
						
						

Un ejemplo del problema antes mencionado, se observa en la Figura 6.3. La zona semiabierta del núcleo de la cuarta imagen de prueba presente en la Tabla 6.3 está señalada mediante un círculo color oro. En la Figura 6.3-(a) se muestra la imagen ideal, y desde la Figura 6.3-(b) a la Figura 6.3-(f) las imágenes resultado con ventanas de 3×3 , 5×5 , 7×7 , 11×11 y 15×15 , respectivamente. Estas imágenes muestran como la zona señalada del núcleo se cierra al aumentar el tamaño de ventana.

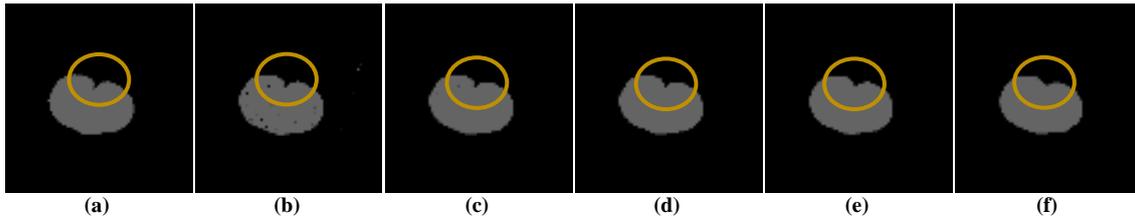


Figura 6.3. Zona semiabierta del núcleo de la cuarta imagen de prueba, señalada mediante un círculo color oro. En (a) se muestra la imagen ideal, y en (b-f) las imágenes resultado con ventanas de 3×3 , 5×5 , 7×7 , 11×11 y 15×15 , respectivamente.

La sensibilidad y especificidad presentadas en la Tabla 6.9 reflejan estos comportamientos. La especificidad del w-operador aumenta a medida que aumenta el tamaño de la ventana utilizada, obteniendo el valor más alto para una ventana de 15×15 la cual es igual a 97.18%. La sensibilidad muestra un desempeño distinto dado que el mayor valor, 95.547%, se obtiene para una ventana de 7×7 . Esto se debe a que los falsos negativos aumentan y los verdaderos positivos disminuyen cuando el tamaño de ventana aumenta. En otras palabras, el w-operador diseñado con una ventana 7×7 , segmenta al núcleo en cada imagen de prueba manteniendo su forma, cercana a la forma del núcleo de la imagen ideal, mientras que, con las ventanas de mayor tamaño, 11×11 y 15×15 , los objetos no deseados en el fondo tienden a desaparecer, agujeros dentro del núcleo se cierran, pero a la vez se pierde de manera suave la forma del núcleo, con respecto a la forma del núcleo en la imagen ideal. En cuanto al error de clasificación, a medida que la ventana aumenta de tamaño, esta métrica tiende a disminuir sobre todo por el aumento de la especificidad, es decir, por el aumento de los VN correctamente clasificados.

Tabla 6.4. Matriz de confusión para una ventana de 3×3

MC	w-operador Ψ	
	Clase 0	Clase 1
Clase real 0	96.441	3.5591
Clase real 1	5.0487	94.951

Tabla 6.5. Matriz de confusión para una ventana de 5×5

MC	w-operador Ψ	
	Clase 0	Clase 1
Clase real 0	96.557	3.4428
Clase real 1	4.2236	95.776

Tabla 6.6. Matriz de confusión para una ventana de 7×7

MC	w-operador Ψ	
	Clase 0	Clase 1
Clase real 0	96.7	3.2995
Clase real 1	4.2827	95.717

Tabla 6.7. Matriz de confusión para una ventana de 11×11

MC	w-operador Ψ	
	Clase 0	Clase 1
Clase real 0	96.991	3.0095
Clase real 1	5.3325	94.667

Tabla 6.8. Matriz de confusión para una ventana de 15×15

MC	w-operador Ψ	
	Clase 0	Clase 1
Clase real 0	97.247	2.753
Clase real 1	6.6733	93.327

Tabla 6.9. Error de clasificación, sensibilidad y especificidad

	Error C	Sensibilidad	Especificidad
w-operador 3x3	3.8533	94.466	96.359
w-operador 5x5	3.6414	95.438	96.477
w-operador 7x7	3.5021	95.547	96.622
w-operador 11x11	3.3361	94.741	96.917
w-operador 15x15	3.252	93.63	97.18

6.2 Diseño automático de w-operadores mediante funciones de pertenencia basadas en la distancia Euclidiana difusa intuicionista para la segmentación de leucocitos

En este experimento, se realizó el diseño automático de w-operadores utilizando funciones de pertenencia basadas en la distancia euclidiana difusa intuicionista (FPDEDI) para la segmentación de leucocitos, por lo que se utilizó la misma base de datos CellaVision del experimento anterior. Se había mencionado que, en la práctica clínica, la identificación y conteo de leucocitos en el frotis de sangre son a menudo usadas para el diagnóstico de muchas enfermedades tales como infecciones, inflamación, malignidad, leucemia, entre otros [1], y que una de las estructuras más importante que permite estas tareas, es el núcleo [3, 4]. La segmentación del núcleo en imágenes de leucocitos consiste en la partición del dominio de dichas imágenes en dos subconjuntos disjuntos que son: el núcleo celular y el fondo de la imagen, dentro de este subconjunto está incluido el citoplasma. Para aplicar las FPDEDI (definida en el capítulo 2, sección 2.4.1.2) en el diseño de los w-operadores, es importante ingresar en estas funciones, vectores prototipos calculados mediante el algoritmo de clustering Fuzzy C-means (FCM) en la etapa de entrenamiento. Los vectores prototipos se utilizan en las FPDEDI para el cálculo de los grados de pertenencia de los vectores de observación que no están presentes en el dominio del w-operador. Los grados de pertenencia de los vectores de observación permiten la asignación de una clase mejorando la capacidad predictiva del w-operador. Los resultados obtenidos utilizando las funciones mencionadas son comparados con los resultados obtenidos en el experimento donde los w-operadores fueron diseñados mediante funciones gaussianas, y con los resultados obtenidos mediante otros métodos enfocados a la segmentación. Es importante mencionar que el método propuesto es empleado en estos experimentos, sin embargo, la única variante es el tipo de funciones de pertenencia.

6.2.1 Detalles técnicos experimentales

En este experimento se definieron diferentes parámetros para el diseño de un determinado número de w-operadores con la finalidad de comparar el rendimiento entre los mismos. Los detalles técnicos se describen en la siguiente lista:

- Partición de la base de datos: de la base de datos CellaVision, el 50% de imágenes fue destinada al conjunto de imágenes de entrenamiento y el 50% restante al conjunto de imágenes de prueba.
- Imágenes: cada imagen a color de los conjuntos de imágenes de entrenamiento y prueba fue transformada a niveles de gris, de modo que, cada imagen observada O ahora es una imagen en niveles de gris.

- Tamaño ventanas: las dimensiones utilizadas para el diseño de w-operadores fueron 11x11, y 15x15.
- Algoritmos de clustering: Los vectores representantes o prototipo, fueron calculados mediante el algoritmo FCM con el parámetro $K = \{2, 4, 8, 12, 15\}$ que define el número de vectores prototipo para cada clase.
- Funciones de pertenencia: se utilizaron funciones basadas en la distancia euclidiana difusa intuicionista para cada clase.
- Generador intuicionista: La función empleada para introducir el carácter intuicionista en las funciones de pertenencia fue el generador intuicionista de Dubey definido en el capítulo 2.

6.2.2 Diseño automático de los w-operadores y estimación de vectores prototipo

En este experimento, el método de diseño es el mismo que el anterior experimento, las diferencias son que cada w-operador Ψ fue diseñado con el conjunto de ventanas $W = \{11 \times 11, 15 \times 15\}$ utilizando la función de pertenencia basada en la distancia euclidiana difusa intuicionista (FPDEDI). Cada w-operador diseñado se define como un clasificador $\psi: X \rightarrow C$, que asignará a cada vector de observación $X \in X$ una etiqueta del conjunto $C = \{0, 1, 2\}$. La elección de tamaño de ventana se determinó en base a experimentos antes realizados, donde se obtuvieron mejores resultados con ventanas grandes de 11x11 y 15x15.

En base al método propuesto, los rangos del fondo R_0 , el citoplasma R_1 y núcleo R_2 , se definieron de igual manera en función de los N pares de imágenes de entrenamiento (O, I) . Los vectores prototipo V_j son calculados a partir del w-operador diseñado Ψ , utilizando su dominio X y sus respectivas etiquetas pertenecientes a C . En cada w-operador diseñado Ψ , se realiza la partición de X , en función de las etiquetas de cada vector de observación $X \in X$, obteniendo en este caso 3 particiones X_{ji} , con $j = \{0, 1, 2\}$, e $i = \{1, \dots, S_j\}$, donde $S_j = |X_{ji}|$ es el tamaño de cada partición. En cada una de las 3 particiones, se aplicó el algoritmo de clustering FCM para calcular los vectores prototipo V_j cuya dimensión es $k = |W|$, es decir, el tamaño de ventana. Este algoritmo realiza el cálculo y optimización de los centroides o vectores prototipo de cada clase mediante el cálculo iterativo de una función objetivo [6]. En el algoritmo FCM, el parámetro $K = \{2, 4, 8, 12, 15\}$, determina el número de vectores prototipo V_j para las tres clases. Por lo tanto, el número de experimentos, utilizando FCM, depende del parámetro K .

6.2.3 Elección de los vectores prototipo y aplicación del generador intuicionista de Dubey

La elección de los vectores prototipo V_j para las clases del fondo V_0 , citoplasma V_1 , y núcleo V_2 , dependerá de la presencia del pixel central del vector de observación X en los diferentes rangos de clase, de la siguiente manera:

$$\text{si } x_{\text{central}} \in R_j, \text{ entonces se emplea } V_j \quad (6.4)$$

Por ejemplo, si $x_{central}$ pertenece a R_1 y R_2 , entonces se emplea V_1 y V_2 para definir las FPDEDI para las clases seleccionadas. Antes de definir estas funciones, es importante el cálculo de los grados de pertenencia, los grados de no pertenencia y grados de vacilación o índices intuicionistas de los vectores prototipo V_j , mediante un determinado generador intuicionista. En este caso, se utilizó el generador intuicionista de Dubey. En [7] lo consideran, en comparación a otros generadores intuicionistas, el mejor candidato para la representación de imágenes difusas intuicionista, con el fin de abordar la no homogeneidad y el ruido en las imágenes en niveles de gris. El generador intuicionista de Dubey se define según la ecuación 2.30 presentada en el capítulo 2. Sus parámetros son $a > 0$ y $\sigma \in [0.37, 0.38]$, este último parámetro es la desviación estándar de los grados de pertenencia, y su rango fue establecido en [8].

Los vectores prototipo V_j son *fuzzificados* mediante la función normalización. En otras palabras, a cada uno de los elementos x de los vectores prototipo V_j , se les asigna un grado de pertenencia $u(V_j)$ mediante la siguiente función:

$$Fn(V_j) = x/255 = u(V_j) \quad (6.5)$$

Los grados de pertenencia $u(V_j)$ de los vectores prototipo V_j son ingresados en el generador difuso intuicionista de Dubey definido en la ecuación 2.30 para calcular los grados de no pertenencia $\vartheta(V_j)$, y así calcular los índices intuicionistas $\pi(V_j)$ mediante la ecuación 2.27 presentada en el capítulo 2.

Del mismo modo, utilizando el procedimiento anterior, dado un vector de observación X no presente en el dominio \mathbf{X} del w-operador Ψ , se debe obtener $u(X)$, $\vartheta(X)$, y $\pi(X)$.

6.2.4 Definición de las funciones de pertenencia basada en la distancia euclidiana difusa intuicionista

En las funciones de pertenencia basadas en métricas de distancia, la propiedad intuicionista de Atanassov se introduce en la métrica de distancia, comúnmente euclidiana, incorporando los grados de pertenencia, de no pertenencia y de vacilación de un vector prototipo y un vector de observación dados. Por ejemplo, dado un vector de observación X , la incorporación de sus grados de pertenencia $u(X)$, de no pertenencia $\vartheta(X)$, y de vacilación $\pi(X)$ en la distancia euclidiana se presenta en la siguiente ecuación:

$$d_{di}(X, V_j) = \left\{ \frac{1}{2} \left((u(X) - u(V_j))^2 + (\vartheta(X) - \vartheta(V_j))^2 + (\pi(X) - \pi(V_j))^2 \right) \right\}^{1/2} \quad (6.6)$$

donde $u(V_j)$, $\vartheta(V_j)$, y $\pi(V_j)$ son el grado de pertenencia, de no pertenencia y de vacilación de los vectores prototipo V_j con $j = \{0, 1, 2\}$.

Con el cálculo de la distancia euclidiana difusa intuicionista $d_{di}(X, V_j)$, la función de pertenencia $U_{di}(X)$ basada en la distancia definida anteriormente, se define:

$$U_{di}(X) = \frac{1}{\sum_{j=\{0,1,2\}} \left(\frac{d_{di}(X, V_j)}{d_{di}(X, V_j)} \right)^{2/(p-1)}} \quad (6.7)$$

Esta función de pertenencia es utilizada en [8] para tratar con el ruido y la falta de homogeneidad en las imágenes en niveles de ruido.

Si el número de vectores prototipo V_j para cada clase, depende del parámetro K , entonces existirán K distancias d_{ai} . Entre todas estas distancias, la seleccionada para ser utilizada en la FPDEDI (ecuación 6.7), es la mínima distancia entre un vector de observación X y cada uno de los K vectores prototipo correspondientes a una clase. En otras palabras, se elige la distancia del vector de observación X más cercano o similar a uno de los vectores prototipo V_j . Finalmente, calculada la mínima distancia (abusando de la notación) $d_{ai}(X, V_j)$, se calcula los grados de pertenencia $U_{aij}(X)$ para las posibles clases elegidas de acuerdo a la regla 6.4. La forma de asignación de la etiqueta al vector de observación X es igual a la forma utilizada en los experimentos anteriores. Por lo tanto, la asignación de la etiqueta del conjunto $C = \{0,1,2\}$ al vector de observación X dependerá del grado de pertenencia máximo de las clases elegidas, por ejemplo, sin fueron elegidas las clases 1 y 2, entonces la elección de la etiqueta será: $\max\{U_{ai1}(X), U_{ai2}(X)\}$.

6.2.5 Resultados y discusión

En la Tabla 6.10 se presenta las métricas correspondientes al error de clasificación, sensibilidad, y especificidad de los w-operadores diseñados con FPDEDI, utilizando ventanas de 11×11 y 15×15 , y $K = \{2, 4, 8, 12, 15\}$ vectores prototipo, calculados mediante el algoritmo de clustering FCM. En la Figura 6.4 se grafican estas métricas. En la Tabla 6.11 se muestra una comparación entre los mejores resultados obtenidos con los w-operadores diseñados con FPDEDI, y los w-operadores diseñados mediante funciones gaussianas.

Tabla 6.10. Error de clasificación, sensibilidad, y especificidad de los w-operadores diseñados con FPDEDI, con ventanas 11×11 y 15×15 , y con diferente número K de vectores prototipo calculados mediante el algoritmo de clustering FCM, aplicados a imágenes de leucocitos.

Ventana	K vectores prototipo	Error	Sensibilidad	Especificidad
11 × 11	2	6.112	98.8450	93.241
	4	5.697	99.202	93.644
	8	7.266	98.157	92.005
	12	6.184	97.892	93.268
	15	5.945	98.254	93.491
15 × 15	2	6.248	98.336	93.116
	4	5.856	97.625	93.661
	8	5.347	97.44	94.266
	12	5.119	97.576	94.508
	15	4.738	97.458	94.958

Tabla 6.11. Presenta los mejores resultados de: -los w-operadores diseñados con FPDEDI, y vectores prototipo, calculados con FCM, y -los w-operadores diseñados mediante funciones gaussianas, aplicados a imágenes de leucocitos.

Ventana	Función de pertenencia	Error	Sensibilidad	Especificidad
11 × 11	Gaussiana	3.3361	94.741	96.917
	Distancia euclidiana difusa intuicionista/FCM	5.697	99.202	93.644
15 × 15	Gaussiana	3.252	93.63	97.18
	Distancia euclidiana difusa intuicionista/FCM	5.119	97.576	94.508

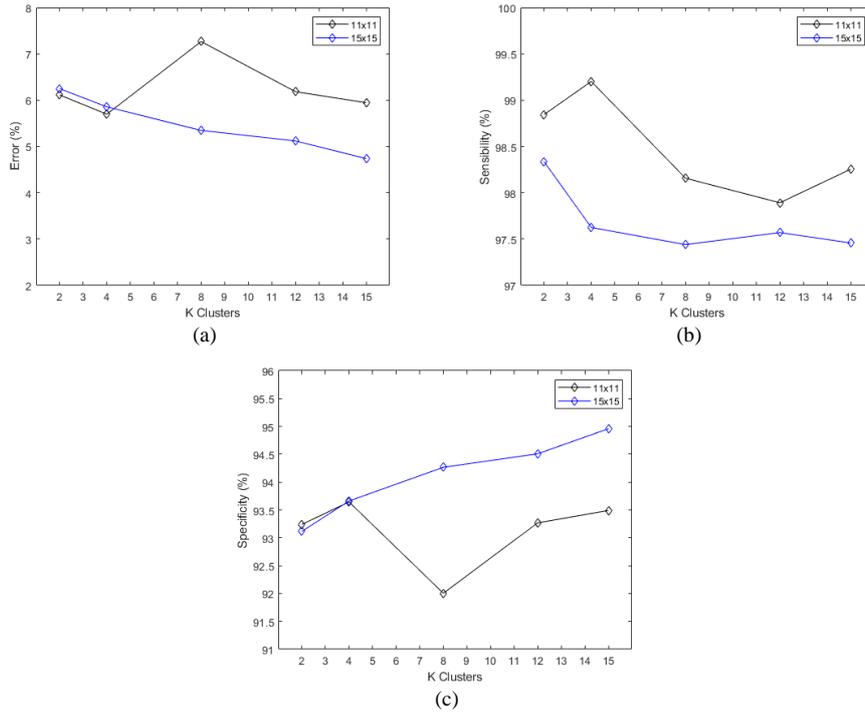


Figura 6.4. Gráficos de las métricas de los w-operadores diseñados con ventanas 11×11 y 15×15 , la FPDEDI y $K = \{2, 4, 8, 12, 15\}$ clústers o vectores prototipo, calculados con FCM, aplicados a imágenes de leucocitos. (a) Error de clasificación, (b) Sensibilidad, y (c) Especificidad.

En la Tabla 6.12 se presenta los resultados de los w-operadores diseñados con ventanas 11×11 y 15×15 , la FPDEDI y $K = \{2, 4, 8, 12, 15\}$ vectores prototipo, calculados con FCM, aplicados a las tres imágenes de leucocitos de la Figura 6.5. Cada imagen de la primera fila tiene su respectiva imagen ideal.

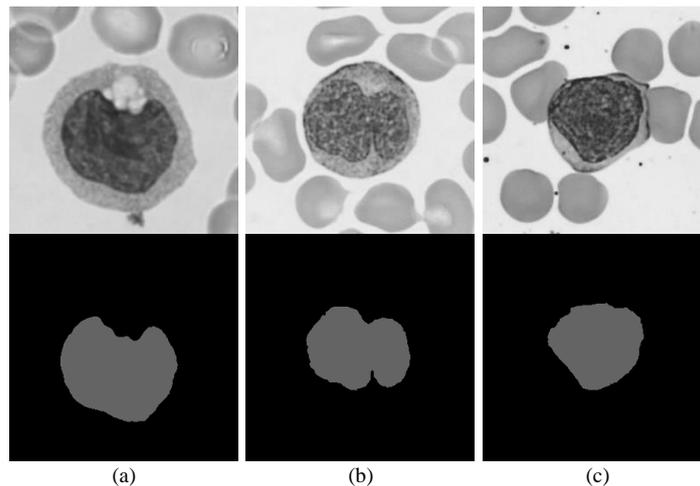
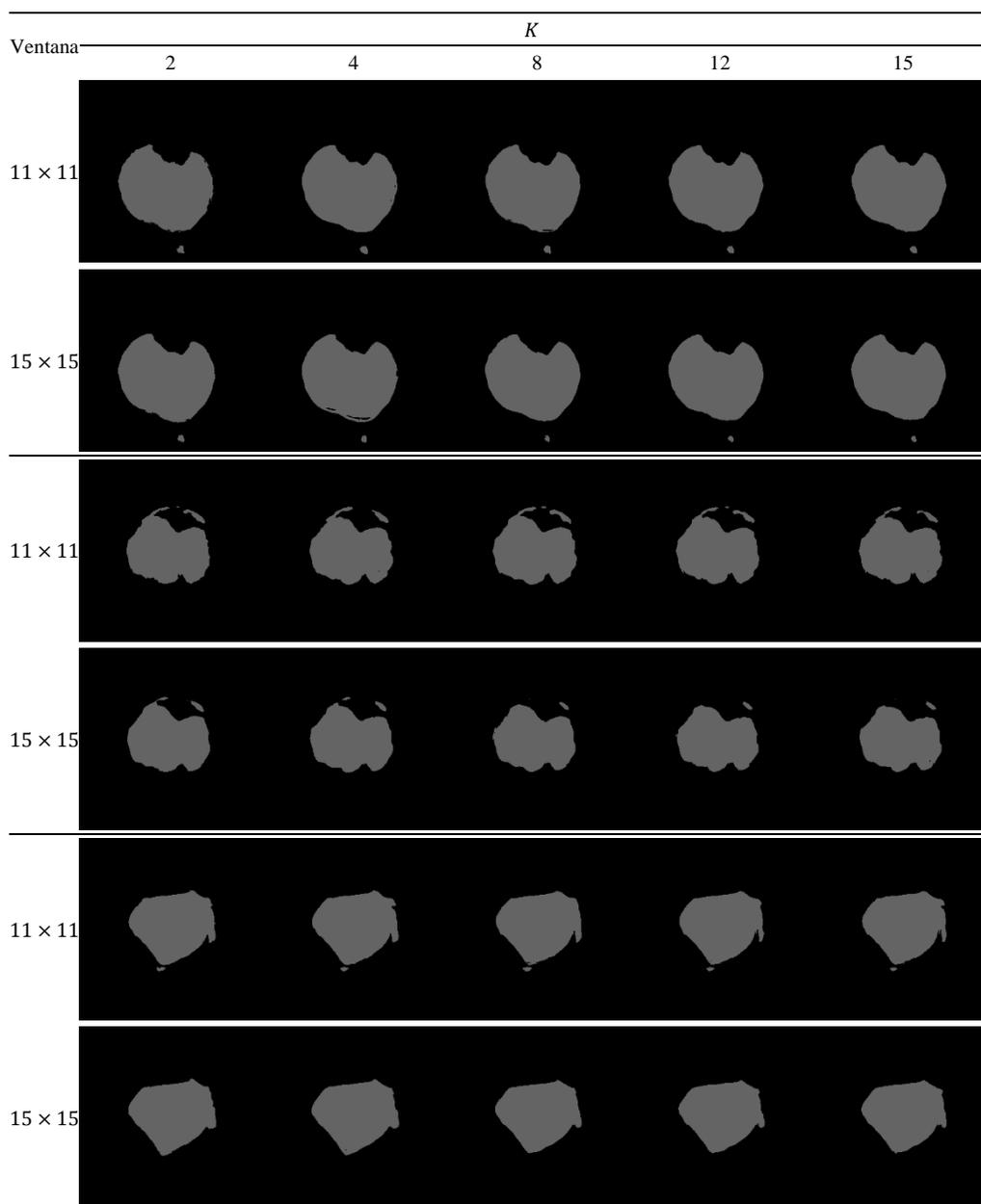


Figura 6.5. Ejemplo de imágenes de leucocitos de prueba con su respectiva imagen ideal.

Tabla 6.12. Resultados de los w-operadores diseñados con ventanas 11×11 y 15×15 , la FPDEDI y $K = \{2, 4, 8, 12, 15\}$ vectores prototipo, calculados con FCM, aplicados a las tres imágenes de leucocitos de la Figura 6.5.



En la Figura 6.4 se presentan gráficos correspondientes al error de clasificación, sensibilidad, y especificidad, detallados en la Tabla 6.10. Se puede observar que el error de clasificación (Figura 6.3-a), utilizando la ventana 11×11 , es más bajo con $K = 4$, y de igual forma la sensibilidad (Figura 6.4-b), y especificidad (Figura 6.4-c) tiene los mayores valores con dicho valor. Sin embargo, con valores menores o mayores que $K = 4$, el error de clasificación aumenta, y la sensibilidad, y especificidad disminuyen. Con respecto a estas métricas, utilizando la ventana 15×15 , el error, y la especificidad mejoran levemente cuando el valor de K aumenta, mientras que la sensibilidad disminuye. En base a esto, se puede decir, que el menor error con valores de K altos, se debe al aumento de especificidad o, dicho de otra forma, al aumento de píxeles del fondo, correctamente clasificados. Con $K = 2$, la sensibilidad, y el error es mayor. En este caso

han aumentado el porcentaje de píxeles del objeto correctamente clasificados, y el error es mayor debido a la baja especificidad.

En la Tabla 6.11 se muestra una comparación entre los mejores resultados obtenidos con los w-operadores diseñados con la FPDEDI, y los w-operadores diseñados mediante funciones gaussianas, aplicados a imágenes de leucocitos. Se puede observar que, utilizando las ventanas 11×11 y 15×15 , al utilizar la FPDEDI, la sensibilidad mejora considerablemente con respecto a la sensibilidad obtenida mediante la utilización de las funciones gaussianas. Con la ventana 11×11 , la sensibilidad mejora de 94.741% a 99.202%, mientras que con la ventana 15×15 , mejora de 93.63% a 97.57%. Esto quiere decir que utilizando la FPDEDI, los w-operadores clasifican de manera correcta píxeles pertenecientes al objeto, en este caso el núcleo, que es la estructura que más nos interesa segmentar para la posterior identificación y conteo de leucocitos. En el caso del error y la especificidad, mejores resultados se obtienen utilizando funciones gaussianas. El error es menor, debido al valor alto de especificidad, con respecto a la especificidad obtenida en los w-operadores diseñados con FPDEDI, en otras palabras, debido a que existe mayor porcentaje de píxeles pertenecientes al fondo correctamente clasificados.

6.3 Comparación del método propuesto con otros métodos de clasificación

Los resultados del método propuesto fueron comparados con los resultados de varios métodos enfocados a la segmentación de leucocitos. En [7] se propone el uso de los conjuntos difusos intuicionistas de Atanassov y MMD para la segmentación de leucocitos. En este método, el cual se denominará IFS-MMD de aquí en adelante, la componente matiz perteneciente al espacio HSV, es utilizado para representar una imagen a color como un conjunto difuso intuicionista de Atanassov. La MMD es aplicada para seleccionar un pixel etiquetado como núcleo del leucocito de la imagen a analizar, para compararlo con cada elemento de la imagen completa mediante una medida de similitud llamada divergencia difusa intuicionista. El método IFS-MMD fue comparado con otros métodos [9, 10, 11, 12, 13, 14, 15], los mismos que serán utilizados para comparar el método propuesto en esta tesis. En [9], se propone una segmentación automática de leucocitos utilizando la teoría de conjuntos difusos de intervalo tipo II y la teoría de conjuntos difusos intuicionistas. En [10], se combinaron una descomposición del espacio de color y un agrupamiento mediante K-means para la segmentación de leucocitos. En [11], se propone un método de segmentación de leucocitos que utiliza reglas de fusión paso a paso basadas en reglas de eliminación de límites y agrupamiento mean-shift con una serpiente de flujo de vector de gradiente (en inglés *Gradient Vector Flow (GVF)*). En [12], se propone un método de segmentación y localización de leucocitos de extremo a extremo. La información previa a nivel de píxel se utiliza para el entrenamiento del supervisor de una red neuronal convolucional profunda que luego se emplea para ubicar la región de interés (ROI) de los leucocitos y, finalmente, se obtiene una máscara del leucocito (en inglés *Leucocyte Mask (LM)*) a segmentar en función de la ROI extraída mediante la propagación directa de la red. En [13], se desarrolla un enfoque no supervisado, donde se modela las características de color y forma de leucocitos mediante la definición de dos transformaciones y se introduce un uso eficiente de estas transformaciones en un algoritmo watershed controlado por marcador. En [14], la segmentación de leucocitos se desarrolla mediante una red totalmente convolucional (en inglés *Fully Convolutional Network (FCN)*) con una inferencia eficiente. Se define una arquitectura de salto que combina información semántica de una capa profunda y gruesa

con información de apariencia de una capa fina y poco profunda para producir segmentaciones precisas y detalladas. Por último, en [15] se desarrolla una U-Net basada en FCN [14]. Esta arquitectura se modifica y amplía de modo que funciona con muy pocas imágenes de entrenamiento y produce segmentaciones más precisas. En cada método de segmentación, las métricas utilizadas, en común, para la evaluación del desempeño de cada método fueron la exactitud, la precisión, y el coeficiente de Dice. Estas métricas fueron calculadas en función de la matriz de confusión, compuesta por: verdaderos positivos (VP), verdaderos negativos (VN), falsos positivos (FP), y falsos negativos (FN) y se definen de la siguiente manera:

La exactitud es la cantidad de predicciones que fueron correctas y es definida como:

$$\text{Exactitud} = (\text{VP} + \text{VN}) / (\text{VP} + \text{FP} + \text{FN} + \text{VN}) \quad (6.8)$$

La precisión es el porcentaje de casos positivos detectados, se calcula como:

$$\text{Precisión} = \text{VP} / (\text{VP} + \text{FP}) \quad (6.9)$$

El coeficiente de Dice, medida de similitud entre dos conjuntos o muestras, es igual a:

$$\text{Coeficiente Dice} = 2 * \text{VP} / (2 * \text{VP} + \text{FP} + \text{FN}) \quad (6.10)$$

Esta métrica de similitud, en porcentajes, va del 0 al 100%, y cuanto mayor sea el porcentaje, más similares serán los dos conjuntos, en este caso, la imagen ideal y la imagen segmentada por un determinado método.

En las Tablas 6.13 y 6.14, se presentan las métricas antes presentadas, correspondientes al desempeño de los métodos de segmentación de leucocitos y al método propuesto.

Tabla 6.13. Exactitud (Ex) y coeficiente de Dice (Cf D) de IFS, T2FS, KM, GVF, IFV-MMF, y el método propuesto: WFG-11x11, WFG-15x15, WFPDEDI-11x11, y WFPDEDI-15x15.

Métrica	IFS	T2FS	KM	GVF	IFV-MMF	WFG-11x11	WFG-15x15	WFPDEDI-11x11	WFPDEDI-15x15
Ex	94.51	96.41	96.72	97.27	99.32	95.83	95.29	96.5	96.1
Cf D	73.95	88.95	88.33	95.55	99.66	95.78	95.19	96.59	96.15

Tabla 6.14. Precisión (Prc) y coeficiente de Dice (Cf D) de W, FCN, U-Net, LM, IFV-MMF, y el método propuesto: WFG-11x11, WFG-15x15, WFPDEDI-11x11, y WFPDEDI-15x15.

Métrica	W	FCN	U-NeT	LM	IFV-MMF	WFG-11x11	WFG-15x15	WFPDEDI-11x11	WFPDEDI-15x15
Prc	96.2	94.61	96.08	97.79	99.97	96.92	97.14	94.09	94.77
Cf D	66.3	93.88	95.59	96.15	99.31	95.78	95.19	96.59	96.15

La Tabla 6.13 presenta los valores de la exactitud y el coeficiente de Dice de los métodos basados en IFS, T2FS [9], K-means (KM) [10], GVF [11], IFS-MMF [7] y el método propuesto donde los w-operadores fueron diseñados utilizando funciones gaussianas y ventanas de tamaño 11x11 (WFG-11x11), y 15x15 (WFG-15x15), y funciones basadas en la distancia euclidiana difusa intuicionista (FPDEDI) y ventanas de tamaño 11x11 (WFPDEDI-11x11), y 15x15 (WFPDEDI-15x15). Además, en la Tabla 6.14, se muestra los valores de la precisión y el coeficiente de Dice del método propuesto, y los métodos

LM donde definen una máscara de leucocitos [12], W basado en watershed [13], y dos métodos basados en aprendizaje profundo FCN [14] y U-Net [15]. En la Tabla 6.13, el método propuesto WFPDEDI-11x11 tiene una exactitud igual a 96.5%, mayor que la exactitud de los métodos basados en IFS, T2FS, con valores iguales a 94.51%, y 96.41% respectivamente. Además, es mayor que WFPDEDI-15x15, WFG-11x11 y WFG-15x15 con valores igual a 96.1%, 95.83%, y 95.29% respectivamente. Con respecto al coeficiente de Dice, el método propuesto WFPDEDI-11x11, tiene un valor del 96.59% superando a los métodos basados en IFS, T2FS, KM, y GVF con valores iguales a 73.95%, 88.95%, 88.33%, y 95.55% respectivamente. De igual manera, WFPDEDI-11x11 supera a WFPDEDI-15x15, WFG-11x11 y WFG-15x15 que tienen valores iguales a 96.15%, 95.78%, y 95.19% respectivamente. En la Tabla 6.14, el método propuesto WFG-15x15 tiene una precisión de 97.14% y es mayor a la precisión de los métodos basados en W, FCN, y U-Net con valores iguales a 96.2%, 94.61%, y 96.08% respectivamente. Por otro lado, WFG-15x15 también supera a WFG-11x11, WFPDEDI-11x11, y WFPDEDI-15x15 que tienen valores de precisión iguales a 96.92%, 94.09%, y 94.77% respectivamente. En cuanto al coeficiente de Dice, WFPDEDI-11x11 tiene un valor de 96.59%, superando así, a los métodos basados en W, FCN, U-Net, y LM, que poseen valores iguales a 66.3%, 93.88%, 95.59%, y 96.15% respectivamente.

6.4 Referencias

- [1] ZHENG, Xin; WANG, Yong; WANG, Guoyou; LIU, Jianguo. Fast and robust segmentation of white blood cell images by self-supervised learning. *Micron*, 2018, vol. 107, p. 55-71.
- [2] ANGULO, Jesus; FLANDRIN, Georges. Automated detection of working area of peripheral blood smears using mathematical morphology. *Analytical cellular pathology*, 2003, vol. 25, no 1, p. 37-49.
- [3] MARTÍN ÁLVAREZ, Irma; RODRÍGUEZ RODRÍGUEZ, Lorenzo; SOLER FERNÁNDEZ, Frank Ernesto. Curiosidad médica, desviación a la izquierda. *Revista de Ciencias Médicas de Pinar del Río*, 2019, vol. 23, no 1, p. 7-11.
- [4] HUANG, Der-Chen; HUNG, Kun-Ding; CHAN, Yung-Kuan. A computer assisted method for leukocyte nucleus segmentation and recognition in blood smear images. *Journal of Systems and Software*, 2012, vol. 85, no 9, p. 2104-2118.
- [5] <http://blog.cellavision.com/>
- [6] CHAIRA, Tamalika; PANWAR, Anupam. An Atanassov's intuitionistic fuzzy kernel clustering for medical image segmentation. *International Journal of Computational Intelligence Systems*, 2014, vol. 7, no 2, p. 360-370.
- [7] BOUCHET, Agustina; MONTES, Susana; BALLARIN, Virginia; DÍAZ, Irene. Intuitionistic fuzzy set and fuzzy mathematical morphology applied to color leukocytes segmentation. *Signal, Image and Video Processing*, 2020, vol. 14, p. 557-564.

- [8] DUBEY, Yogita K.; MUSHRIF, Milind M.; MITRA, Kajal. Segmentation of brain MR images using rough set based intuitionistic fuzzy clustering. *Biocybernetics and biomedical engineering*, 2016, vol. 36, no 2, p. 413-426.
- [9] CHAIRA, Tamalika. Accurate segmentation of leukocyte in blood cell images using Atanassov's intuitionistic fuzzy and interval Type II fuzzy set theory. *Micron*, 2014, vol. 61, p. 1-8.
- [10] ZHANG, Congcong; XIAO, Xiaoyan; LI, Xiaomei; CHEN, Ying-Jie; ZHEN, Wu; CHANG, Jun; ZHENG, Chengyun; LIU, Zhi. White blood cell segmentation by color-space-based k-means clustering. *Sensors*, 2014, vol. 14, no 9, p. 16128-16147.
- [11] KO, Byoung Chul; GIM, Ja-Won; NAM, Jae-Yeal. Automatic white blood cell segmentation using stepwise merging rules and gradient vector flow snake. *Micron*, 2011, vol. 42, no 7, p. 695-705.
- [12] FAN, Haoyi; ZHANG, Fengbin; XI, Liang; LI, Zuoyong; LIU, Guanghai; XU, Yong. LeukocyteMask: An automated localization and segmentation method for leukocyte in blood smear images using deep neural networks. *Journal of biophotonics*, 2019, vol. 12, no 7, p. e201800488.
- [13] ARSLAN, Salim; OZYUREK, Emel; GUNDUZ-DEMIR, Cigdem. A color and shape based algorithm for segmentation of white blood cells in peripheral blood and bone marrow images. *Cytometry Part A*, 2014, vol. 85, no 6, p. 480-490.
- [14] SHELHAMER, Evan; LONG, Jonathan; DARRELL, Trevor. Fully convolutional networks for semantic segmentation. *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, 2017, vol. 39, no 4, p. 640-651.
- [15] RONNEBERGER, Olaf; FISCHER, Philipp; BROX, Thomas. U-net: Convolutional networks for biomedical image segmentation. In *Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention—MICCAI 2015: 18th International Conference, Munich, Germany, October 5-9, 2015, Proceedings, Part III 18*. Springer International Publishing, 2015. p. 234-241.

CAPÍTULO 7

7 Aplicación del método propuesto para el diseño automático de w-operadores para la segmentación de imágenes de resonancia magnética de cerebro

En el presente capítulo, el método propuesto para el diseño automático de w-operadores, es aplicado a la segmentación de imágenes de resonancia magnética de cerebro (IRM). El objetivo en el conjunto de IRM es la segmentación de todos los tejidos o regiones que conforman el cerebro, tales como el líquido cefalorraquídeo, la sustancia gris, la sustancia blanca, y el fondo. Por lo tanto, el problema consiste en una clasificación multiclase. Para el diseño automático de w-operadores, en esta aplicación, se proponen tres tipos de funciones de pertenencia: la primera es la función de pertenencia gaussiana, la segunda la función de pertenencia basada en la distancia euclidiana, y la tercera la función de pertenencia basada en la distancia euclidiana difusa intuicionista, todas definidas en el capítulo 2. En este método las funciones de pertenencia se proponen como herramienta clave para resolver el problema de generalización presente en los w-operadores o clasificadores, en especial cuando el problema de procesamiento es la segmentación. Este capítulo, demuestra que el método propuesto, no solo es aplicado para problemas de segmentación de dos clases, como se demostró en el anterior capítulo con la segmentación de leucocitos, sino que puede ser aplicado a problemas de segmentación multiclase.

7.1 Diseño automático de w-operadores mediante funciones de pertenencia gaussianas para la segmentación de imágenes de resonancia magnética de cerebro

En este experimento, se realizó el diseño automático de w-operadores utilizando funciones de pertenencia gaussianas para la segmentación de imágenes de resonancia magnética (IRM) de cerebro. Las imágenes de resonancia magnética producen imágenes de los tejidos humanos de manera no invasiva, revelando la estructura, el metabolismo y la función de los tejidos y órganos, con la finalidad de diagnosticar patologías y mejorar tratamientos clínicos. Las IRM reales no cuentan con imágenes de referencia o *gold standard*, que permitan comparar resultados obtenidos, al momento de aplicar sobre dichas imágenes, un método de segmentación. Por lo tanto, las IRM utilizadas en este experimento, provienen de una base de datos creada por un sistema de simulación, desarrollado por científicos de la Universidad de McGill. En esta base de datos, cada IRM tiene su respectiva imagen ideal o *gold standard*. El sistema de simulación para generar volúmenes de resonancia magnética es presentado en [1], organizado en torno a dos tareas principales. La primera tarea, *la producción de señales*, se ocupa del cálculo de las intensidades de los tejidos a partir de un modelo de secuencia de pulsos y un modelo de propiedades de magnetización de tejidos encapsulados en un modelo de giro. La segunda tarea, *la producción de imágenes*, es descrita por los modelos Scanner, Phantom y RF

Coil que incorporan el cálculo de ruido y efectos de volumen parcial con los resultados de la simulación de producción de señal para generar volúmenes de resonancia magnética realistas. Estas IRM generadas, al ser realistas, presentan ruido y superposición entre los rangos de niveles de grises en sus tejidos.

La segmentación de este tipo de imágenes es un requisito constante en la ciencia médica [2]. Sin embargo, una de las principales dificultades al trabajar con estas imágenes es la superposición entre los rangos de niveles de gris en sus tejidos, generando límites borrosos y/o difusos entre sus tejidos. Este problema aumenta cuando las resonancias magnéticas están corrompidas por ruido, lo cual es inevitable en este tipo de imágenes. Las funciones de pertenencia presentes en el método propuesto tienen la capacidad de modelar la imprecisión inherente en las imágenes en niveles de gris [3]. Por lo tanto, los w-operadores diseñados, utilizando funciones de pertenencia, permiten la segmentación de tejidos en IRM superando los problemas de superposición y de ruido. La segmentación en las IRM consiste en la partición del dominio de dichas imágenes en cuatro subconjuntos disjuntos que son: fondo, líquido cefalorraquídeo, sustancia blanca, y sustancia gris.

Para este experimento se utilizaron las imágenes en 3D simuladas del Instituto Neurológico de Montreal, Universidad McGill [1, 4]. De la base de datos, se seleccionaron 50 imágenes de tamaño 271x181, ponderadas en T2 (TR=3300 ms, TE=35 ms, 120 ms). Estas imágenes contienen niveles de ruido gaussiano blanco al 0, 1, 3, 5, 7 y 9%. El criterio de selección fue la presencia amplia de los tres tipos de tejidos en las imágenes de resonancia magnética de cerebro.

7.1.1 Detalles técnicos experimentales

En este experimento se definieron diferentes parámetros para el diseño de un determinado número de w-operadores con la finalidad de comparar el rendimiento entre los mismos. Los detalles técnicos se describen a continuación:

- Partición de la base de datos: la base de datos Instituto Neurológico de Montreal, Universidad McGill fue particionada en tres formas para el desarrollo de los experimentos. Los porcentajes de estas particiones constituyen al conjunto de imágenes de entrenamiento y al conjunto de imágenes de prueba como 80-20%, 70-30% y 50-50%.
- Imágenes: las imágenes seleccionadas para el diseño y prueba del w-operador contienen niveles de ruido al 0, 1, 3, 5, 7, y 9%.
- Tamaño ventanas: para cada experimento, utilizando las tres particiones antes mencionadas de la base de datos, se utilizaron las dimensiones 3x3, 5x5, 7x7, 11x11, y 15x15.
- Funciones de pertenencia: las funciones utilizadas en el diseño automático de los w-operadores, para definir las diferentes clases o regiones en las IRM fueron funciones gaussianas.

7.1.2 Diseño automático de los w-operadores y definición de las funciones de pertenencia

En cada experimento, con las diferentes particiones, se diseñó un w-operador Ψ , con cada una de las ventanas del conjunto $W = \{3 \times 3, 5 \times 5, 7 \times 7, 11 \times 11, 15 \times 15\}$, las imágenes destinadas al entrenamiento, y el algoritmo de aprendizaje o regla de estimación basada en la máxima frecuencia de clase de cada vector de observación X (capítulo 5, ecuación 5.1). Cada w-operador diseñado se define como un clasificador $\psi: X \rightarrow \{0, \dots, c - 1\}$, donde $c = 4$, por lo tanto, el clasificador asignara a cada vector de observación $X \in X$ una etiqueta del conjunto $\{0, 1, 2, 3\}$, ya que el objetivo es la segmentación de las clases: fondo, líquido cefalorraquídeo, sustancia blanca, y sustancia gris.

En la Figura 7.1, se presenta como ejemplo, una IRM inmersa en diferentes niveles de ruido, y su respectiva imagen ideal. Las imágenes en la Figura 7.1-(a-f) son la imagen observada con 0, 1, 3, 5, 7 y 9% de nivel de ruido, respectivamente, mientras que la Figura 7.1-(g) es la imagen ideal. Esta última imagen contiene las cuatro regiones segmentadas como referencia ideal: la sustancia gris representada con color rojo, el líquido cefalorraquídeo con color azul, la sustancia blanca con color amarillo, y el fondo con color negro. Cada imagen ideal del conjunto de imágenes de prueba permitirá calcular el rendimiento o desempeño de los w-operadores diseñados, mediante la comparación con sus respectivas imágenes observadas procesadas por los w-operadores.

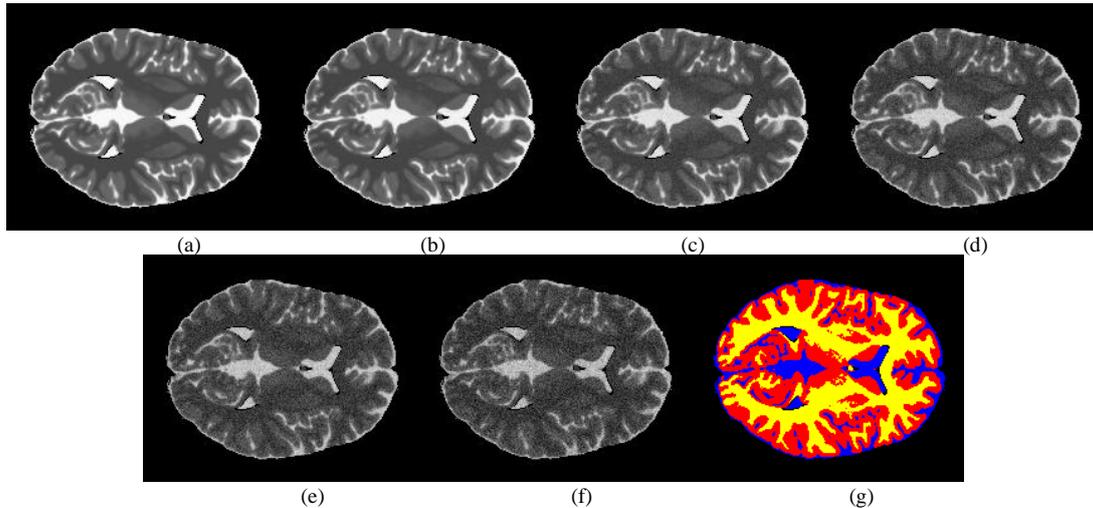


Figura 7.1. Ejemplo de IRM con diferente porcentaje de ruido usadas en los experimentos. (a) 0%, (b) 1%, (c) 3%, (d) 5%, (e) 7%, (f) 9%, y (g) imagen ideal.

Los rangos de clase R_C y funciones de pertenencia U_C se definen en función de los N pares de imágenes de entrenamiento (O, I) para el conjunto $C = \{0, 1, 2, 3\}$. Las funciones de pertenencia gaussianas se construyen a partir de dos parámetros: media y desviación estándar de los niveles de gris de cada clase. En función de las etiquetas en cada imagen ideal I , se agrupan los niveles de gris de los píxeles que pertenecen a cada región en cada imagen observada O . Sean las agrupaciones de clase C_{iC} , para los N pares de imágenes de entrenamiento con $i = \{1, \dots, N\}$ y $C = \{0, 1, 2, 3\}$, para calcular el rango total de clase, se utilizó la ecuación 5.2 presentada en el capítulo 5: $R_C = [\min\{C_{1C}, \dots, C_{NC}\}, \max\{C_{1C}, \dots, C_{NC}\}]$, de este modo, se obtiene los rangos para la

clase del fondo R_F , líquido cefalorraquídeo R_{LC} , sustancia gris R_{SG} , y sustancia blanca R_{SB} .

Para cada agrupación de clase C_{iC} se determina la media m_{iC} y la desviación estándar σ_{iC} . Una vez calculados los parámetros m_{iC} y σ_{iC} se procede a calcular para cada clase $C = \{0,1,2,3\}$ su promedio mediante las siguientes ecuaciones:

$$\overline{m}_C = \sum_{\substack{i=\{1,\dots,N\} \\ C=\{0,1,2,3\}}} \frac{m_{iC}}{N} \quad (7.1)$$

$$\overline{\sigma}_C = \sum_{\substack{i=\{1,\dots,N\} \\ C=\{0,1,2,3\}}} \frac{\sigma_{iC}}{N} \quad (7.2)$$

Con los parámetros \overline{m}_C y $\overline{\sigma}_C$ se construyen las funciones de pertenencia gaussianas U_F , U_{LC} , U_{SG} , y U_{SB} para el fondo, líquido cefalorraquídeo, sustancia gris, y sustancia blanca, respectivamente. La Figura 7.2-(a-c) muestra estas funciones y cómo modelan la distribución de frecuencias de los niveles de gris para cada clase Figura 7.2-(d-f). Las funciones de pertenencia y los histogramas de las diferentes clases, se encuentran representados por los colores de las regiones segmentadas en las imágenes ideales, es decir, la sustancia gris se representa con el color rojo, el líquido cefalorraquídeo con el color azul, la sustancia blanca con el color amarillo y el fondo con el color negro. Esta última clase no es visible, tanto en las funciones de pertenencia como en los histogramas, porque su media es igual a 0.

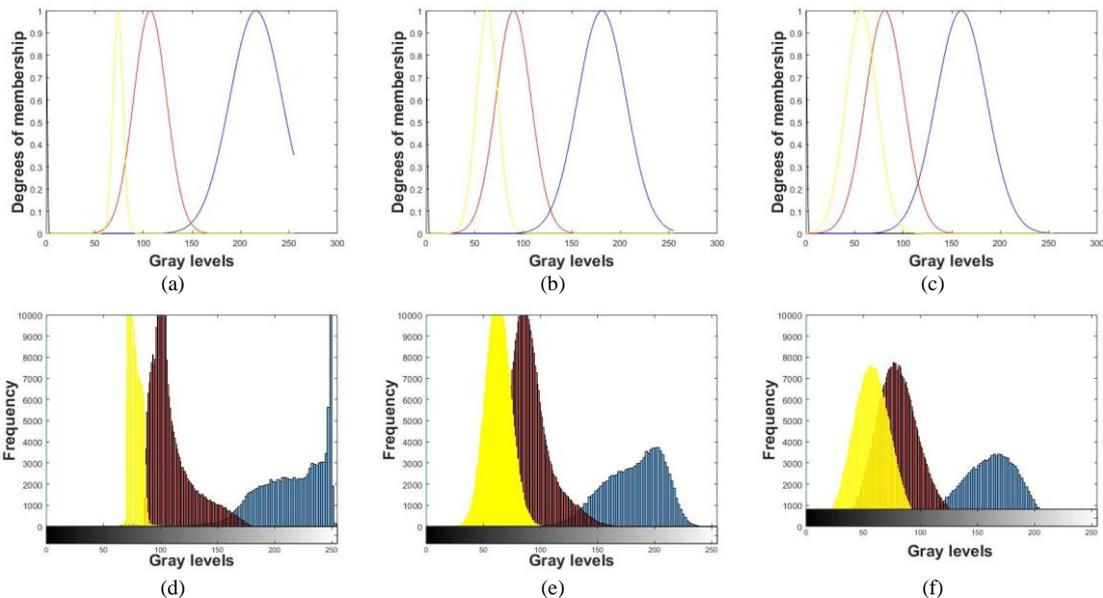


Figura 7.2. Ejemplos de funciones de pertenencia gaussianas e histogramas para cada clase utilizando partición 80-20, con niveles de ruido (a, d) 0%, (b, e) 5%, y (c, f) 9%. En (a-c) se presentan las funciones gaussianas y cómo cubren la distribución de frecuencias de los niveles de gris (d-f) para cada clase.

7.1.3 Etapa de testeo del w-operador diseñado

En la etapa de testeo, cada vector de observación X obtenido del traslado de la ventana $W \in \mathcal{W}$ en cada IRM del conjunto de prueba, es consultado en el dominio del w-operador para asignarle una etiqueta. Si un vector de observación X no está presente en el dominio del w-operador, es ingresado a cada una de las funciones de pertenencia gaussianas

correspondientes a cada clase, dependiendo de, si el nivel de gris del pixel central del vector de observación X pertenece a uno o más rangos de clase R_C (capítulo 5, ecuación 5.3). Si el valor del pixel central $x_{central}$ pertenece al rango de dos o más clases R_C , las funciones de pertenencia de aquellas clases, son aplicadas al vector de observación X . Cada función de pertenencia se aplica a cada uno de los elementos x , que corresponden a los niveles de gris de X , y luego se calcula el promedio de los grados de pertenencia de dichos elementos, para obtener el grado de pertenencia final $U_C(X)$, como se muestra en la siguiente ecuación:

$$U_C(X) = \frac{\sum_{i=1}^k U_C(x_i)}{k} \quad (7.3)$$

donde $k = |W|$.

La asignación de la etiqueta del conjunto $C = \{0,1,2,3\}$ al vector de observación X dependerá del grado de pertenencia máximo de las clases analizadas. Por ejemplo, si $x_{central} \in R_1$ y $x_{central} \in R_2$ entonces la etiqueta que se le asigne a $x_{central}$ va a estar dada por $\max\{U_1(X), U_2(X)\}$.

7.1.4 Resultados y discusión

En la Tabla 7.1, se presentan como ejemplo, el resultado de la aplicación de los w-operadores diseñados con la partición 50-50, y con ventanas de tamaño 3x3, 5x5, 7x7, 11x11, y 15x15, sobre una imagen de prueba con ruido al 0, 1, 3, 5, 7 y 9%. La imagen ideal de dicha imagen se muestra en la Figura 7.3. Esta imagen se utiliza como ejemplo de aplicación de los w-operadores diseñados en cada experimento.

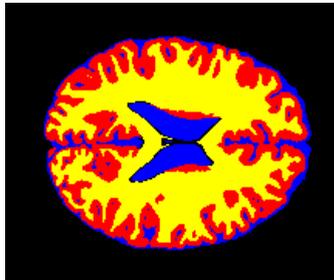
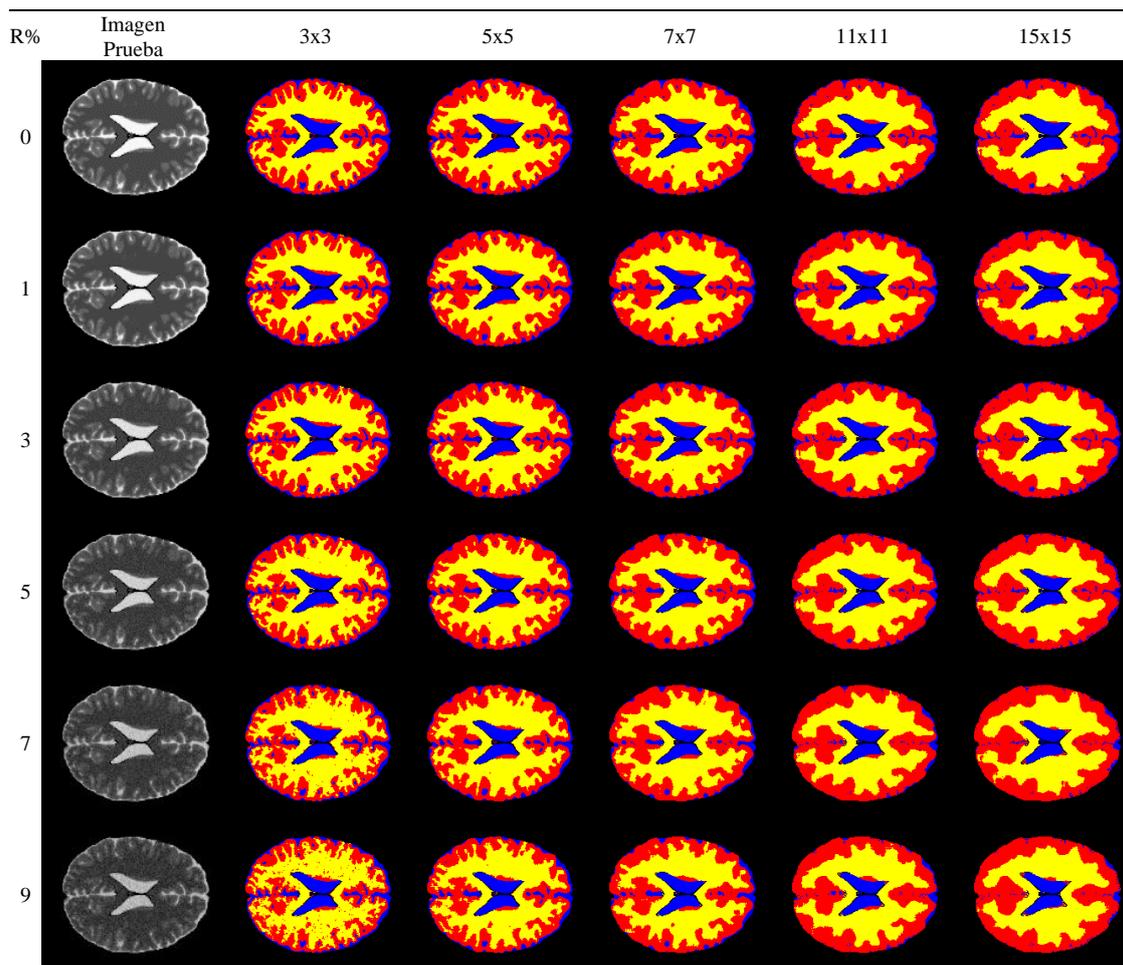


Figura 7.3. Imagen ideal de IRM de prueba.

Tabla 7.1. Resultado de la aplicación de los w-operadores diseñados con la partición 50-50, y con ventanas de tamaño 3x3, 5x5, 7x7, 11x11, y 15x15, sobre una imagen de prueba con ruido al 0, 1, 3, 5, 7 y 9%.



Para el experimento realizado con la partición 50-50, con imágenes con ruido al 0%, en las Tablas 7.2 a 7.6, se presentan las matrices de confusión, que permiten el cálculo del error de clasificación, sensibilidad y especificidad para las clases: fondo (F), líquido cefalorraquídeo (LC), sustancia gris (SG), y sustancia blanca (SB) mostradas en las Tablas 7.7 a 7.11. En estas tablas, en la última fila **T** se observan dichas métricas de forma global. Para el cálculo de la matriz de confusión, se calcularon los verdaderos positivos (*VP*), verdaderos negativos (*VN*), falsos positivos (*FP*) y falsos negativos (*FN*) en función de cada imagen procesada por el w-operador y su respectiva imagen ideal. Luego, se realizó el promedio de dichos valores calculados para todas las imágenes de prueba. La Tabla 7.12 presenta el error de clasificación, la sensibilidad y la especificidad de forma global, de los w-operadores aplicados al conjunto de imágenes de prueba con distintos niveles de ruido. Las matrices de confusión de las Tablas 7.2 a 7.6 son presentadas como ejemplo, de las matrices de confusión calculadas en todos los experimentos, con todas las distintas particiones. En los siguientes resultados, solo se presentan las tablas correspondientes al error de clasificación, la sensibilidad y la especificidad de manera global.

Tabla 7.2. Matriz de confusión para ventana 3x3

	W-OPERADOR 50-50			
	F	LC	SG	SB
Real F	100	0	0	0
Real LC	0.007	93.738	6.255	0
Real SG	0	3.136	96.59	0.273
Real SB	0	0	7.922	92.078

Tabla 7.3. Matriz de confusión para ventana 5x5

	W-OPERADOR 50-50			
	F	LC	SG	SB
Real F	100	0	0	0
Real LC	0.007	86.759	13.234	0
Real SG	0	2.278	96.4	1.322
Real SB	0	0.001	11.488	88.511

Tabla 7.4. Matriz de confusión para ventana 7x7

	W-OPERADOR 50-50			
	F	LC	SG	SB
Real F	100	0	0	0
Real LC	0.007	83.254	16.739	0
Real SG	0	1.848	94.741	3.411
Real SB	0	0.0004	15.432	84.567

Tabla 7.5. Matriz de confusión para ventana 11x11

	W-OPERADOR 50-50			
	F	LC	SG	SB
Real F	100	0	0	0
Real LC	0.007	80.449	19.545	0
Real SG	0	1.3	91.425	7.275
Real SB	0	0.0004	21.44	78.56

Tabla 7.6. Matriz de confusión para ventana 15x15

	W-OPERADOR 50-50			
	F	LC	SG	SB
Real F	100	0	0	0
Real LC	0.007	79.288	20.706	0
Real SG	0	0.844	89.252	9.904
Real SB	0	0	25.352	74.648

Tabla 7.7. Error, sensibilidad, y especificidad para ventana 3x3

	W-OPERADOR 50-50		
	Error	Sensibilidad	Especificidad
F	0.001	100	99.999
LC	0.606	93.812	99.348
SG	2.222	96.617	97.24
SB	0.053	92.231	99.931
T	2.882	95.665	99.129

Tabla 7.8. Error, sensibilidad, y especificidad para ventana 5x5

	W-OPERADOR 50-50		
	Error	Sensibilidad	Especificidad
F	0.001	100	99.999
LC	0.449	87.003	99.517
SG	3.589	96.441	95.519
SB	0.259	88.685	99.661
T	4.298	93.032	98.674

Tabla 7.9. Error, sensibilidad, y especificidad para ventana 7x7

	W-OPERADOR 50-50		
	Error	Sensibilidad	Especificidad
F	0.001	100	99.999
LC	0.372	83.618	99.599
SG	4.853	94.823	93.91
SB	0.679	84.763	99.105
T	5.906	90.801	98.153

Tabla 7.10. Error, sensibilidad, y especificidad para ventana 11x11

	W-OPERADOR 50-50		
	Error	Sensibilidad	Especificidad
F	0.001	100	99.999
LC	0.271	80.867	99.707
SG	6.754	91.607	93.43
SB	1.508	78.846	97.989
T	8.533	87.83	97.281

Tabla 7.11. Error, sensibilidad, y especificidad para ventana 15x15

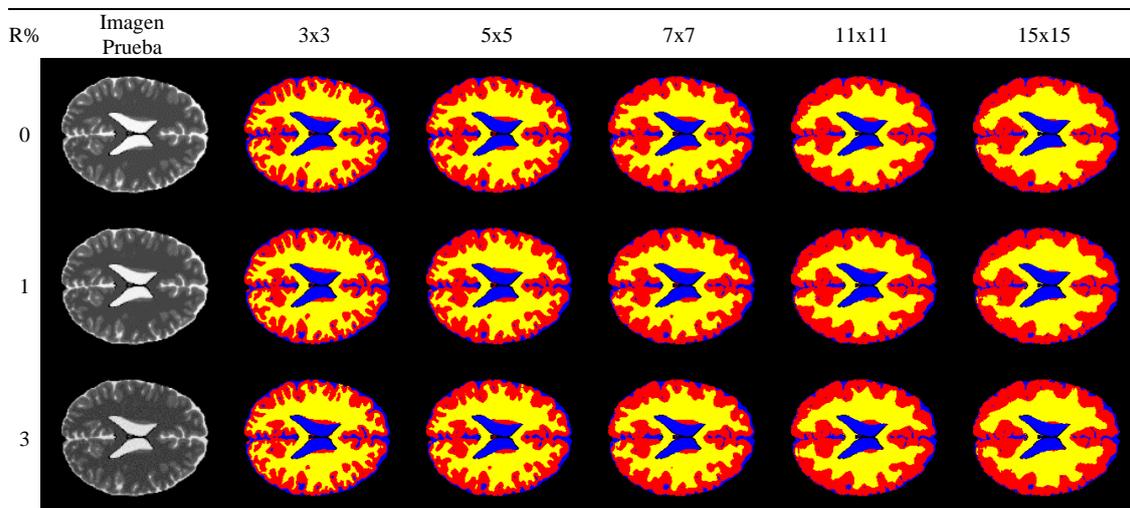
	W-OPERADOR 50-50		
	Error	Sensibilidad	Especificidad
F	0.001	100	99.999
LC	0.178	79.697	99.807
SG	8.153	89.518	89.531
SB	2.141	74.99	97.101
T	10.473	86.051	96.609

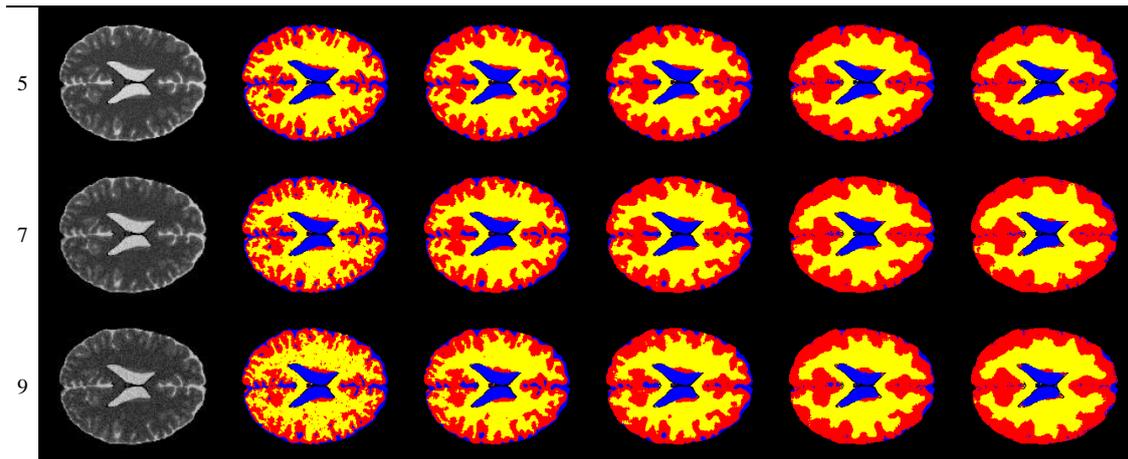
Tabla 7.12. Error de clasificación, sensibilidad, y especificidad de los w-operadores diseñados con el 50% de imágenes para entrenamiento, y con ventanas de tamaño 3x3, 5x5, 7x7, 11x11, y 15x15, aplicados al 50% de imágenes de prueba, con ruido al 0, 1, 3, 5, 7 y 9%.

Partición 50-50				
Ruido %	Tamaño W	Error	Sensibilidad	Especificidad
0	3x3	2.8821	95.665	99.129
	5x5	4.298	93.032	98.674
	7x7	5.9055	90.801	98.153
	11x11	8.5328	87.83	97.281
	15x15	10.473	86.051	96.609
1	3x3	3.0797	95.459	99.069
	5x5	4.4963	92.89	98.613
	7x7	6.0363	90.761	98.115
	11x11	8.6008	87.873	97.263
	15x15	10.529	86.128	96.597
3	3x3	3.1067	95.392	99.06
	5x5	4.6897	92.228	98.552
	7x7	6.4052	89.566	97.997
	11x11	9.1856	86.161	97.075
	15x15	11.331	84.085	96.334
5	3x3	3.6594	94.559	98.881
	5x5	5.1255	91.036	98.413
	7x7	7.01	87.543	97.806
	11x11	10.132	83.071	96.773
	15x15	12.566	80.368	95.935
7	3x3	4.6141	93.368	98.577
	5x5	5.4463	90.426	98.309
	7x7	7.3887	86.364	97.683
	11x11	10.918	80.423	96.52
	15x15	13.73	76.632	95.556
9	3x3	6.1049	91.639	98.111
	5x5	6.0786	89.813	98.112
	7x7	7.7851	86.014	97.56
	11x11	11.253	80.022	96.417
	15x15	14.012	76.14	95.471

En la Tabla 7.13, se presentan el resultado de la aplicación de los w-operadores diseñados con la partición 70-30, y con ventanas de tamaño 3x3, 5x5, 7x7, 11x11, y 15x15, sobre una imagen de prueba con ruido al 0, 1, 3, 5, 7 y 9%.

Tabla 7.13. Resultado de la aplicación de los w-operadores diseñados con la partición 70-30, y con ventanas de tamaño 3x3, 5x5, 7x7, 11x11, y 15x15, sobre una imagen de prueba con ruido al 0, 1, 3, 5, 7 y 9%.





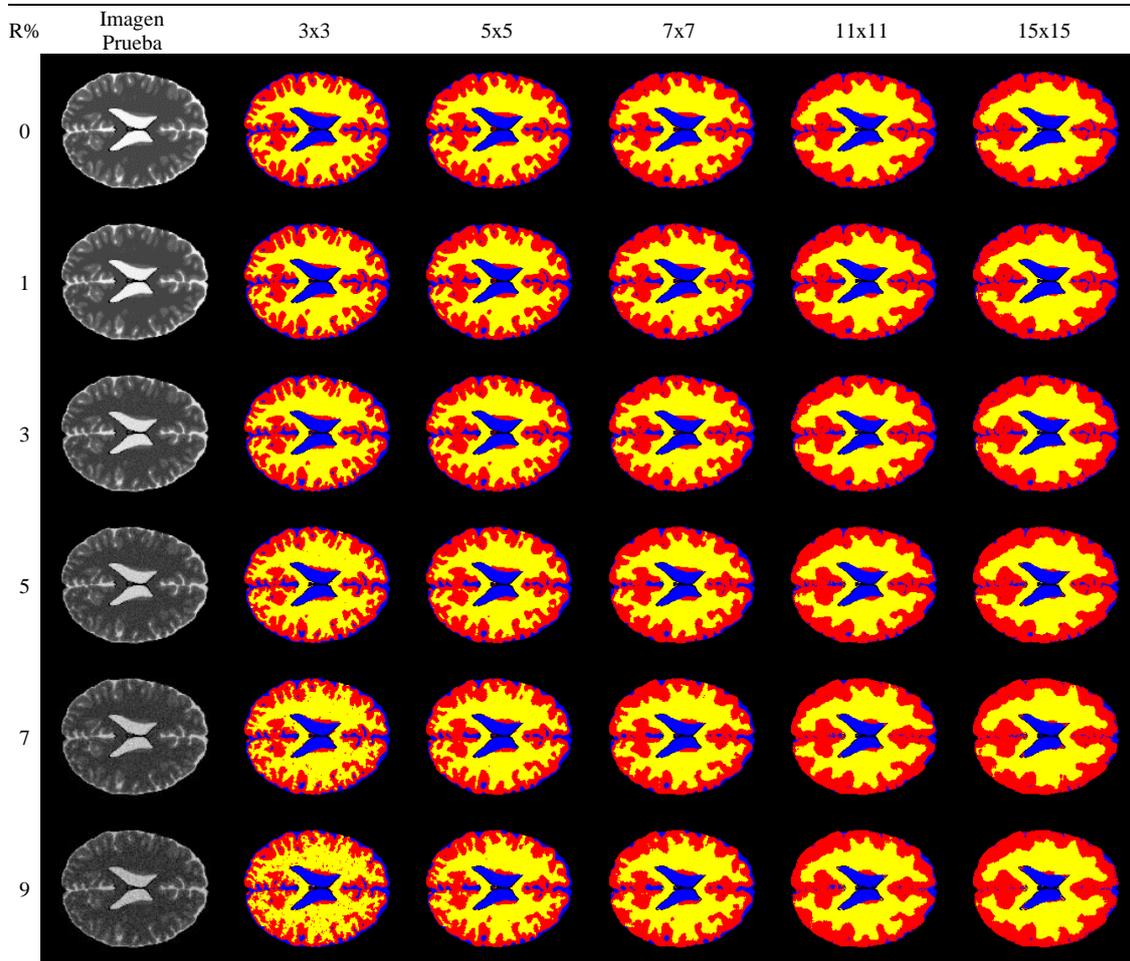
En la Tabla 7.14, se presentan el error de clasificación, la sensibilidad, y la especificidad de los w-operadores diseñados con el 70% de imágenes para entrenamiento, y con ventanas de tamaño 3x3, 5x5, 7x7, 11x11, y 15x15, aplicados al 30% de imágenes de prueba, con ruido al 0, 1, 3, 5, 7 y 9%.

Tabla 7.14. Error de clasificación, sensibilidad, y especificidad de los w-operadores diseñados con el 70% de imágenes para entrenamiento, y con ventanas de tamaño 3x3, 5x5, 7x7, 11x11, y 15x15, aplicados al 30% de imágenes de prueba, con ruido al 0, 1, 3, 5, 7 y 9%.

Partición 70-30				
Ruido %	Tamaño W	Error	Sensibilidad	Especificidad
0	3x3	2.610	95.951	99.228
	5x5	3.912	93.229	98.818
	7x7	5.578	90.75	98.286
	11x11	8.162	87.643	97.439
	15x15	9.967	85.901	96.82
1	3x3	2.717	95.843	99.196
	5x5	4.133	93.157	98.753
	7x7	5.713	90.88	98.252
	11x11	8.256	87.912	97.423
	15x15	10.152	86.133	96.781
3	3x3	2.788	95.668	99.171
	5x5	4.313	92.582	98.696
	7x7	5.999	89.935	98.163
	11x11	8.708	86.559	97.28
	15x15	10.74	84.567	96.591
5	3x3	3.289	94.911	99.009
	5x5	4.705	91.457	98.572
	7x7	6.555	87.942	97.989
	11x11	9.569	83.522	97.012
	15x15	11.853	80.998	96.241
7	3x3	4.119	93.725	98.743
	5x5	4.924	90.816	98.494
	7x7	6.851	86.66	97.889
	11x11	10.345	80.635	96.759
	15x15	12.892	77.244	95.899
9	3x3	5.509	92.016	98.309
	5x5	5.447	90.251	98.328
	7x7	7.155	86.363	97.791
	11x11	10.549	80.324	96.693
	15x15	13.009	76.938	95.862

En la Tabla 7.15, se presentan el resultado de la aplicación de los w-operadores diseñados con la partición 80-20, y con ventanas de tamaño 3x3, 5x5, 7x7, 11x11, y 15x15, sobre una imagen de prueba con ruido al 0, 1, 3, 5, 7 y 9%.

Tabla 7.15. Resultado de la aplicación de los w-operadores diseñados con la partición 80-20, y con ventanas de tamaño 3x3, 5x5, 7x7, 11x11, y 15x15, sobre una imagen de prueba con ruido al 0, 1, 3, 5, 7 y 9%.



En la Tabla 7.16, se presentan el error de clasificación, la sensibilidad, y la especificidad de los w-operadores diseñados con el 80% de imágenes para entrenamiento, y con ventanas de tamaño 3x3, 5x5, 7x7, 11x11, y 15x15, aplicados al 20% de imágenes de prueba, con ruido al 0, 1, 3, 5, 7 y 9%.

Tabla 7.16. Error de clasificación, sensibilidad, y especificidad de los w-operadores diseñados con el 80% de imágenes para entrenamiento, y con ventanas de tamaño 3x3, 5x5, 7x7, 11x11, y 15x15, aplicados al 20% de imágenes de prueba, con ruido al 0, 1, 3, 5, 7 y 9%.

Partición 80-20				
Ruido %	Tamaño W	Error	Sensibilidad	Especificidad
0	3x3	2.533	95.878	99.251
	5x5	3.798	92.977	98.853
	7x7	5.435	90.423	98.331
	11x11	8.085	87.162	97.466
	15x15	10.106	85.183	96.78
1	3x3	2.637	95.775	99.22
	5x5	4.046	92.881	98.78
	7x7	5.581	90.554	98.294
	11x11	8.159	87.474	97.456
	15x15	10.213	85.524	96.765
3	3x3	2.7	95.55	99.197
	5x5	4.206	92.247	98.728
	7x7	5.864	89.475	98.204
	11x11	8.591	86.011	97.319
	15x15	10.781	83.849	96.582
5	3x3	3.218	94.82	99.032
	5x5	4.627	91.066	98.596
	7x7	6.455	87.292	98.021
	11x11	9.485	82.685	97.041
	15x15	11.898	79.947	96.232
7	3x3	4.015	93.616	98.776
	5x5	4.835	90.353	98.523
	7x7	6.749	85.905	97.922
	11x11	10.244	79.573	96.759
	15x15	12.913	75.945	95.9
9	3x3	5.407	91.851	98.342
	5x5	5.355	89.78	98.358
	7x7	7.049	85.601	97.825
	11x11	10.476	79.228	96.72
	15x15	12.985	75.666	95.876

El error de clasificación, sensibilidad, y especificidad, de los w-operadores diseñados con las particiones 50-50, 70-30, y 80-20, de imágenes con diferentes niveles de ruido, presentadas en las Tablas 7.12, 7.14, y 7.16, se grafican en la Figura 7.3, 7.4, y 7.5, respectivamente.

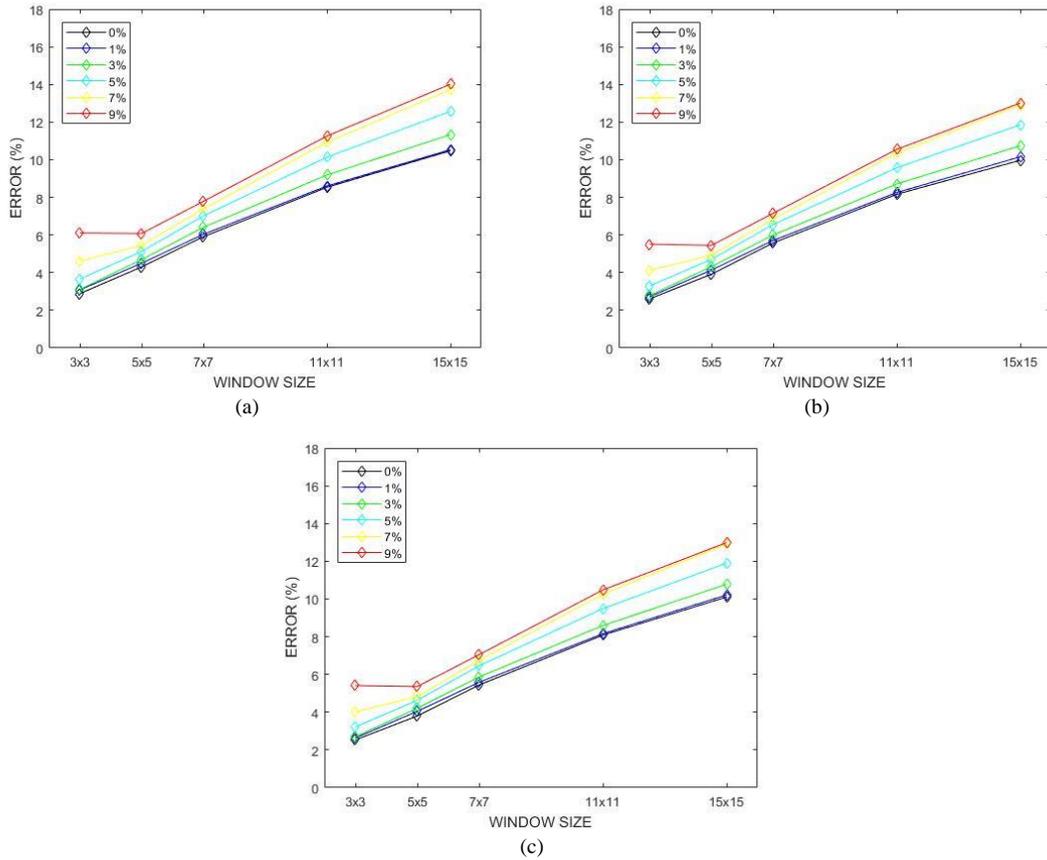


Figura 7.4. Error de clasificación de los w-operadores diseñados con las particiones: (a) 50-50, (b) 70-30, y (c) 80-20.

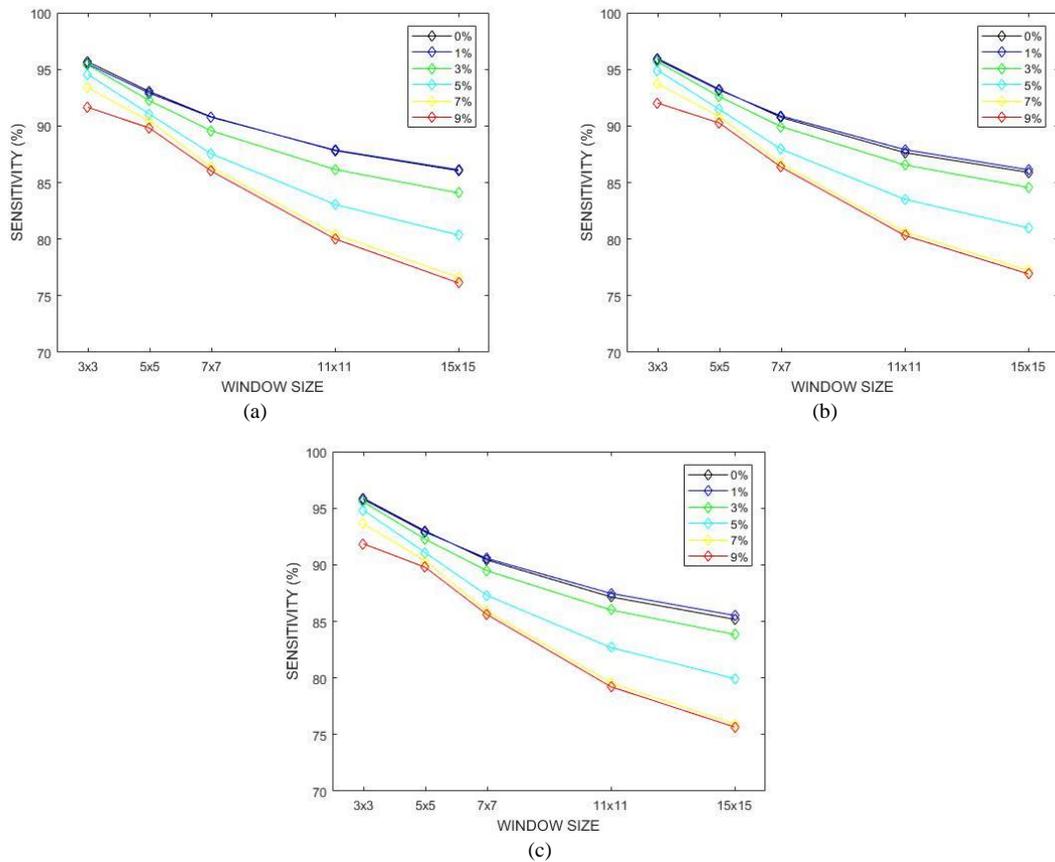


Figura 7.5. Sensibilidad de los w-operadores diseñados con las particiones: (a) 50-50, (b) 70-30, y (c) 80-20.

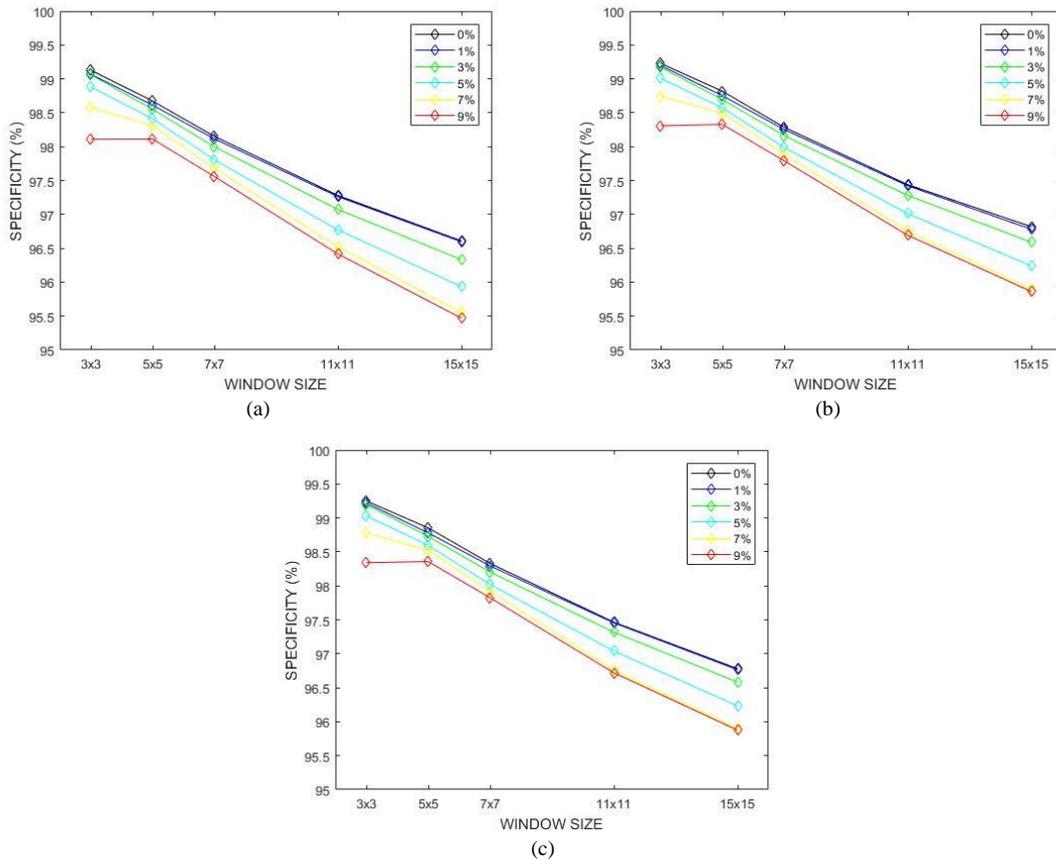


Figura 7.6. Especificidad de los w-operadores diseñados con las particiones: (a) 50-50, (b) 70-30, y (c) 80-20.

En la Figura 7.2-(d-f), se puede observar que los histogramas de cada clase empiezan a superponerse a medida que el nivel de ruido en las IRM aumenta, y esta misma superposición se presenta en las funciones de pertenencia gaussianas en la Figura 7.2-(a-c). La mayor superposición se puede observar en las clases de la sustancia blanca (color amarillo) y sustancia gris (color rojo), mientras que con el líquido cefalorraquídeo (color azul), la superposición es leve.

En cada uno de los experimentos, utilizando las distintas particiones, los resultados presentados en las Tablas 7.12, 7.14, y 7.16, muestran en primer lugar, que la segmentación en las IRM empeora cuando el tamaño de la ventana aumenta, teniendo los mejores resultados con las ventanas de menor tamaño 3x3 y 5x5, en segundo lugar, los resultados con estas ventanas empeoran a medida que el nivel de ruido aumenta. El principal problema cuando aumenta el tamaño de ventana y el nivel de ruido es la presencia de píxeles etiquetados incorrectamente en las clases donde existe mayor superposición. Como se observa en las Tablas 7.2 a 7.6, mientras aumenta el tamaño de ventana, el porcentaje de píxeles correctamente clasificados para cada clase disminuye, como es el caso de la sustancia blanca donde existen píxeles etiquetados como sustancia gris. De igual manera, en la sustancia gris hay píxeles etiquetados como sustancia blanca y líquido cefalorraquídeo, este último en menor porcentaje, porque es la clase de menor superposición con las demás clases.

Las Figuras 7.4, 7.5, y 7.6, muestran los gráficos del error de clasificación, sensibilidad, y especificidad, en función del tamaño de ventana, respectivamente. Estas métricas

corresponden a los w-operadores diseñados con diferentes particiones o conjuntos de imágenes de entrenamiento y prueba, con distintos niveles de ruido, presentados en las Tablas 7.12, 7.14, y 7.16. Se puede observar que en las Figuras 7.4, 7.5, y 7.6, cada una de las métricas presentan un mismo patrón en cada partición. En la Figura 7.3, el error de clasificación, en todos los niveles de ruido, aumenta cuando el tamaño de ventana crece. En cambio, en las Figuras 7.5, y 7.6, la sensibilidad y especificidad disminuyen a medida que el tamaño de ventana crece. Estas métricas comprueban lo antes dicho: la mejor segmentación en cada experimento se obtiene con las ventanas de tamaño 3x3 y 5x5. Para una ventana de tamaño 3x3, el error es inferior al 4% en todas las particiones utilizadas cuando se trabaja con imágenes con ruido del 0 al 5%. El error es inferior al 6,2 % cuando el ruido aumenta al 9 %. Y la sensibilidad y especificidad, con 9 % de ruido son mayores al 91 y 98%, respectivamente, y mejoran mientras el nivel de ruido disminuye.

7.2 Diseño automático de w-operadores mediante funciones de pertenencia basadas en la distancia euclidiana y en la distancia Euclidiana difusa intuicionista para la segmentación de imágenes de resonancia magnética de cerebro

En este experimento se diseñaron w-operadores para la segmentación de IRM con distintos niveles de ruido. La segmentación de las IRM consiste en la partición del dominio de dichas imágenes en cuatro subconjuntos disjuntos que son: fondo, líquido cefalorraquídeo, sustancia blanca, y sustancia gris. Los w-operadores se diseñaron utilizando funciones de pertenencia basada en la distancia euclidiana y la distancia euclidiana difusa intuicionista, y vectores prototipos calculados mediante dos algoritmos de clustering: Fuzzy C-Means (FCM) y Clustering Substractivo (siglas en inglés SC). Dichos vectores prototipo se utilizan en las funciones de pertenencia y permiten el cálculo de los grados de pertenencia de los vectores de observación que no estuvieron presentes en la etapa de entrenamiento, los cuales permiten la asignación de una clase mejorando la capacidad predictiva del w-operador. Los resultados obtenidos fueron comparados con los resultados obtenidos en el experimento anterior donde los w-operadores se diseñaron mediante el uso de funciones de pertenencia gaussianas.

7.2.1 Detalles técnicos experimentales

En este experimento se definieron diferentes parámetros para el diseño de un determinado número de w-operadores con la finalidad de comparar el rendimiento entre los mismos. Los detalles técnicos se describen en la siguiente lista:

- Partición de la base de datos: de la base de datos del Instituto Neurológico de Montreal, Universidad McGill [1, 4] se seleccionaron 50 imágenes de tamaño 271x181, ponderadas en T2 (TR=3300 ms, TE=35 ms, 120 ms). El criterio de selección fue la presencia amplia de los tres tipos de tejidos. Estas imágenes fueron divididas en dos conjuntos. Para el conjunto de imágenes de entrenamiento se destinó el 50%, y para el conjunto de imágenes de prueba el 50% restante.

- Imágenes: las imágenes de los conjuntos de entrenamiento y prueba presentan niveles de ruido al 0, 3, 5, 7, y 9%.
- Tamaño ventana: la dimensión de la ventana utilizada para el diseño automático de los w-operadores fue 3x3.
- Algoritmos de clustering: los algoritmos de clustering empleados para el cálculo de los vectores prototipo de cada clase fueron FCM y SC.
- Funciones de pertenencia: las funciones utilizadas en el diseño automático de los w-operadores, para definir las diferentes clases o regiones en las IRM fueron las funciones basadas en distancia euclidiana y distancia euclidiana difusa intuicionista.
- Generador intuicionista: La función empleada para introducir el carácter intuicionista en las funciones de pertenencia basada en la distancia euclidiana fue el generador intuicionista de Dubey definido en el capítulo 2.

La Tabla 7.17 presenta los detalles técnicos de los algoritmos de clustering. En el algoritmo FCM, el parámetro K corresponde al número de clústers o vectores prototipo que se desea calcular. En el caso del algoritmo SC, RIC es el rango de influencia de clúster, y los parámetros en Options 1 y 2, son valores estándar y modificados, respectivamente.

Tabla 7.17. Detalles técnicos de los algoritmos de clustering

Algoritmos de Clustering	
FCM	SC
- $K = \{2, \dots, 15\}$	- $RIC = \{0.1, \dots, 1\}$ -Options 1 (default) = [1.25 0.5 0.15 0] -Options 2 = [2, 0.8, 0.7, 0]

De acuerdo al orden de los parámetros dentro de Options, éstos se definen de la siguiente forma:

-Factor de aplastamiento: permite escalar el rango de influencia de los centros de clúster, especificado como un escalar positivo. Un factor más pequeño reduce la posibilidad de que los puntos periféricos se consideren parte de un grupo, lo que normalmente crea más grupos de datos y más pequeños.

-Relación de aceptación: tasa de aceptación, definida como una fracción del potencial del primer centro de clúster, por encima del cual se acepta otro punto de los datos como centro de clúster, especificado como un valor escalar en el rango [0,1]. La tasa de aceptación debe ser mayor que la tasa de rechazo.

-Tasa de rechazo: tasa de rechazo, definida como una fracción del potencial del primer centro de clúster, por debajo del cual se rechaza otro punto de datos como centro de clúster, especificado como un valor escalar en el rango [0,1]. La tasa de rechazo debe ser menor que la tasa de aceptación.

-Indicador de visualización de información: indica si se debe mostrar información de progreso durante la agrupación, especificada como una de las siguientes: false (0) no muestra la información de progreso y true (1) muestra información de progreso.

7.2.2 Diseño automático de los w-operadores y estimación de vectores prototipo

En cada experimento, con cada uno de los dos tipos de funciones de pertenencia basada en distancias, se diseñó un w-operador Ψ , con una ventana de tamaño 3×3 , las imágenes destinadas al entrenamiento con diferentes niveles de ruido, y la regla de estimación basada en la máxima frecuencia de clase de cada vector de observación X (capítulo 5, ecuación 5.1). En primer lugar, se utilizó la función de pertenencia basada en la distancia euclidiana (FPDE) y, en segundo lugar, la función de pertenencia basada en la distancia euclidiana difusa intuicionista (FPDEDI). A partir de este punto, se utilizarán las siglas de las funciones de pertenencia para identificar al w-operador usado.

Cada w-operador diseñado se define como un clasificador $\psi: \mathbf{X} \rightarrow \{0, \dots, c - 1\}$, donde $c = 4$, por lo tanto, el clasificador asignará a cada vector de observación $X \in \mathbf{X}$ una etiqueta del conjunto $\{0,1,2,3\}$, correspondientes al fondo, líquido cefalorraquídeo, sustancia blanca, y sustancia gris. La elección de tamaño de ventana se determinó en base a experimentos antes realizados, donde se obtuvieron mejores resultados con una ventana de tamaño 3×3 .

Los rangos de clase R_C se definen en función de los N pares de imágenes de entrenamiento (\mathbf{O}, \mathbf{I}) para el conjunto $C = \{0,1,2,3\}$, mediante la ecuación 5.2 del capítulo 5. De esta forma, se obtienen los rangos para la clase del fondo R_F , líquido cefalorraquídeo R_{LC} , sustancia gris R_{SG} , y sustancia blanca R_{SB} . Los vectores prototipo V_j son calculados a partir del w-operador diseñado Ψ , utilizando su dominio \mathbf{X} y sus respectivas etiquetas pertenecientes al conjunto C . En cada w-operador diseñado Ψ , se realiza la partición de \mathbf{X} , en función de las etiquetas de cada vector de observación $X \in \mathbf{X}$, obteniendo en este caso 4 particiones \mathbf{X}_{ji} , con $j = \{0,1,2,3\}$, e $i = \{1, \dots, S_j\}$, donde $S_j = |\mathbf{X}_{ji}|$ es el tamaño de cada partición. En cada una de las 4 particiones, se aplicó en los primeros experimentos el algoritmo de clustering FCM para calcular los vectores prototipo V_j cuya dimensión es igual al tamaño de ventana $k = |W|$. Este algoritmo realiza el cálculo y optimización de los centroides o vectores prototipo de cada clase mediante el cálculo iterativo de una función objetivo [5]. En el algoritmo FCM, el parámetro $K = \{2, \dots, 15\}$, determina el número de vectores prototipo V_j para las cuatro clases. Por lo tanto, el número de experimentos, utilizando FCM, depende del parámetro K .

En los experimentos, donde se aplicó el algoritmo SC, se modificaron varios parámetros mostrados en la Tabla 7.17. En primer lugar, el rango de influencia de clúster $RIC = \{0.1, \dots, 1\}$ fue variando los valores de su conjunto, conservando el factor de aplastamiento, la relación de aceptación, la tasa de rechazo, y el indicador de verbosidad. Estos parámetros ingresan en el orden de mención como option 1 = [1.25, 0.5, 0.15, 0]. Luego los experimentos se realizaron nuevamente modificando option 1 a option 2 = [2, 0.8, 0.7, 0]. Estos valores permiten encontrar clústeres con mayor distancia inter clústeres de acuerdo a la sección de especificación de opciones en Matlab [6], donde especifican la razón de estos de la siguiente forma:

- Factor de aplastamiento de 2.0: solo encuentra grupos que estén lejos unos de otros.
- Relación de aceptación de 0.8: solo acepta puntos de datos con un gran potencial para ser centros de conglomerados.

-Tasa de rechazo de 0,7: puntos de datos rechazados si no tienen un gran potencial para ser centros de conglomerados.

-Indicador de verbosidad de 0: no imprime la información de progreso en la ventana de comandos.

7.2.3 Elección de los vectores prototipo y aplicación del generador intuicionista de Dubey

La elección de los vectores prototipo V_j para las clases del fondo R_F , líquido cefalorraquídeo R_{LC} , sustancia gris R_{SG} , y sustancia blanca R_{SB} , dependerá de la presencia del píxel central del vector de observación X en los diferentes rangos de clase, de la siguiente manera:

$$\text{si } x_{central} \in R_j, \text{ entonces se emplea } V_j \quad (7.4)$$

Por ejemplo, si $x_{central}$ pertenece a R_{LC} y R_{SG} , entonces se emplea V_{LC} y V_{SG} para definir las funciones de pertenencia basadas en la distancia euclidiana para las clases seleccionadas. Para el caso de las FPDEDI, es importante el cálculo de los grados de pertenencia, los grados de no pertenencia y grados de vacilación o índices intuicionistas de los vectores prototipo V_j , mediante un determinado generador intuicionista. En este caso, se utilizó el generador intuicionista de Dubey definido en la ecuación 2.30 presentado en el capítulo 2. Este generador intuicionista fue elegido, ya que, en [7] lo consideran, en comparación a otros generadores intuicionistas, el mejor candidato para la representación de imágenes difusas intuicionistas, con el fin de abordar la no homogeneidad y el ruido en las imágenes en niveles de gris.

Los vectores prototipo V_j son *fuzzificados* mediante la función normalización. En otras palabras, a cada uno de los elementos x de los vectores prototipo V_j , se les asigna un grado de pertenencia mediante la función $x/255$. Los grados de pertenencia de los vectores prototipo $u(V_j)$ son ingresados en el generador difuso intuicionista de Dubey definido en la ecuación 2.30 para calcular los grados de no pertenencia $\vartheta(V_j)$, y así calcular los índices intuicionistas $\pi(V_j)$ mediante la ecuación 2.27 presentada en el capítulo 2.

Del mismo modo, utilizando el procedimiento anterior, dado un vector de observación X no presente en el dominio X del w-operador Ψ , se debe obtener $u(X)$, $\vartheta(X)$, y $\pi(X)$.

7.2.4 Definición de las funciones de pertenencia basada en la distancia Euclidiana

Los vectores prototipo calculados mediante el algoritmo FCM o SC, para las clases del fondo, líquido cefalorraquídeo, sustancia gris, y sustancia blanca, son ingresados en las funciones de pertenencia para realizar el cálculo de los grados de pertenencia de los vectores de observación que no están presentes en el dominio del w-operador diseñado. Con respecto a la FPDE, los vectores prototipo V_j son empleados para el cálculo de la distancia euclidiana $d(X, V_j)$, entre un vector de observación X y los vectores prototipo V_j seleccionados, presente en la función de pertenencia definida en el capítulo 2, ecuación 2.28. En el caso de la FPDEDI, la propiedad intuicionista de Atanassov se introduce en

la métrica de distancia euclidiana, incorporando los grados de pertenencia, de no pertenencia y de vacilación en los vectores prototipo V_j seleccionados previamente y en un vector de observación X dado. La distancia euclidiana difusa intuicionista $d_{di}(X, V_j)$, expresada en el capítulo 2 ecuación 2.29, permite definir la función de pertenencia $U_{di}(X)$ presentada en el capítulo 2 ecuación 2.30.

El número de vectores prototipo V_j para cada clase, depende de los parámetros de cada algoritmo de clustering aplicado. En el caso de FCM, es el parámetro K , y en el caso de SC, el parámetro RIC junto a sus demás factores presentados en la Tabla 7.17. Como ejemplo, aplicando FCM, el parámetro K determinará K vectores prototipo y por lo tanto K distancias calculadas. Entre todas estas distancias, la seleccionada para ser utilizada en FPDE o FPDEDI, es la mínima distancia entre un vector de observación X y cada uno de los K vectores prototipo correspondientes a una clase. En otras palabras, se elige la distancia del vector de observación X más cercano o similar a uno de los vectores prototipo V_j . Finalmente, calculada la mínima distancia (abusando de la notación) $d(X, V_j)$ o $d_{di}(X, V_j)$, se calcula los grados de pertenencia $U_j(X)$ o $U_{dij}(X)$ para las posibles clases elegidas de acuerdo a la regla 7.4. La forma de asignación de la etiqueta al vector de observación X es igual a la forma utilizada en los experimentos anteriores. Por lo tanto, la asignación de la etiqueta del conjunto $C = \{0,1,2,3\}$ al vector de observación X dependerá del grado de pertenencia máximo de las clases elegidas, por ejemplo, sin fueron elegidas las clases del líquido cefalorraquídeo y sustancia gris, entonces la elección de la etiqueta será: $\max\{U_{diLC}(X), U_{diSG}(X)\}$.

7.2.5 Resultados y discusión

En primer lugar, se presentan los resultados obtenidos de la aplicación los w-operadores diseñados mediante FPDE, utilizando FCM y SC, sobre el conjunto de imágenes de prueba. En base a estos experimentos, se seleccionó los mejores vectores prototipo, con los que se obtuvieron mejores resultados, para aplicarlos en el diseño de los w-operadores utilizando FPDEDI. Todos estos resultados son comparados con los resultados obtenidos utilizando funciones gaussianas.

En la Tabla 7.18 se presentan el error de clasificación, sensibilidad, y especificidad de los w-operadores diseñados con FPDE y el algoritmo de clustering FCM con diferente número K de vectores prototipo aplicados a IRM con niveles de ruido al 0, 3, 5, 7, y 9%. Estas métricas son graficadas en la Figura 7.7.

Tabla 7.18. Error de clasificación, sensibilidad, y especificidad de los w-operadores diseñados con FPDE y el algoritmo de clustering FCM con diferente número de vectores prototipo K aplicados a IRM con niveles de ruido al 0, 3, 5, 7, y 9%.

Ruido %	K vectores prototipo	Error	Sensibilidad	Especificidad
0	2	3.9203	93.8450	98.7836
	3	3.4147	94.3461	98.9424
	4	3.0288	94.6956	99.0606
	5	2.7500	95.0812	99.1415
	6	2.6432	95.1764	99.1836
	7	2.5787	95.2094	99.2030
	8	2.5116	95.3472	99.2246
	9	2.5283	95.2766	99.2195
	10	2.4692	95.4275	99.2400
	11	2.5077	95.4771	99.2273
	12	2.4616	95.4593	99.2400
	13	2.5078	95.3075	99.2288
	14	2.4371	95.3580	99.2451
	15	2.5431	95.2308	99.2129
	3	2	3.3053	94.3715
3		3.0838	94.5511	99.0617
4		3.1073	94.4576	99.0549
5		2.9537	94.6413	99.0968
6		3.0537	94.5009	99.0696
7		2.9651	94.4622	99.0892
8		2.9741	94.6469	99.0920
9		2.9863	94.4878	99.0859
10		2.9604	94.6041	99.0952
11		2.9467	94.5607	99.0973
12		2.9312	94.4620	99.0990
13		3.0096	94.4933	99.0810
14		2.9761	94.8247	99.0950
15		2.9924	94.5680	99.0870
5		2	4.1800	92.9100
	3	3.9243	93.0246	98.7985
	4	3.9665	92.8893	98.7837
	5	3.8735	92.9691	98.8108
	6	3.8352	93.0311	98.8222
	7	3.8600	92.7892	98.8110
	8	3.8584	93.2559	98.8167
	9	3.7085	93.2559	98.8584
	10	3.7879	93.2904	98.8358
	11	3.7396	93.4266	98.8517
	12	3.7693	93.0741	98.8374
	13	3.7883	93.0212	98.8327
	14	3.7793	93.1252	98.8378
	15	3.7383	93.2021	98.8491
	7	2	5.7101	91.0683
3		5.3100	91.6014	98.3868
4		5.1165	91.7454	98.4480
5		5.0638	91.5228	98.4478
6		5.3219	91.4203	98.3831
7		5.2350	91.6747	98.4173
8		5.3562	91.8188	98.3914
9		5.3009	91.6471	98.3976
10		4.8669	91.9695	98.5054
11		4.7769	91.9715	98.5270
12		4.7263	92.0802	98.5464
13		4.8604	92.1023	98.5180
14		4.8947	91.9850	98.5030
15		4.8941	91.9909	98.4978
9		2	7.5133	88.8281
	3	7.3847	88.8633	97.7461
	4	7.4030	88.9415	97.7454
	5	7.4565	88.9050	97.7299
	6	7.3116	88.9909	97.7697
	7	7.3977	89.1298	97.7562
	8	7.4755	89.0574	97.7325
	9	7.3519	88.9943	97.7612
	10	7.4695	89.0138	97.7316
	11	7.3929	88.9533	97.7486
	12	7.4690	89.0640	97.7340
	13	7.4228	89.0488	97.7458

	14	7.4016	89.0703	97.7519
	15	7.4259	89.0906	97.7431

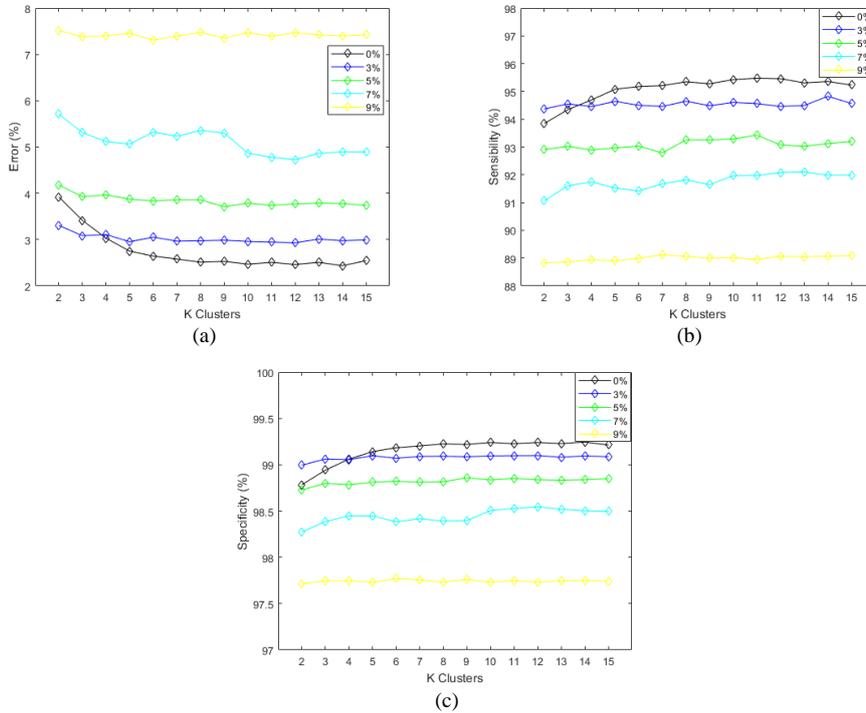


Figura 7.7. Gráficos de las métricas de los w-operadores diseñados con FPDE y el algoritmo de clustering FCM con diferente número de clústers K aplicados a IRM con niveles de ruido al 0, 3, 5, 7, y 9%. (a) Error de clasificación, (b) Sensibilidad, y (c) Especificidad.

En la Tabla 7.19 se detallan el error de clasificación, sensibilidad, y especificidad de los w-operadores diseñados con FPDE y el algoritmo de clustering substractivo SC con diferente rango de influencia de clúster RIC aplicados a IRM con niveles de ruido al 0, 3, 5, 7, y 9%. La columna izquierda en cada métrica corresponde a los resultados con los parámetros option 1: [1.25, 0.5, 0.15, 0], mientras que la columna derecha corresponde a los resultados con los parámetros modificados option 2: [2, 0.8, 0.7, 0]. Estas métricas son graficadas en las Figuras 7.8 y 7.9, respectivamente.

Tabla 7.19. Error de clasificación, sensibilidad, y especificidad de los w-operadores diseñados con FPDE y el algoritmo de clustering subtractivo SC con diferente RIC aplicados a IRM con niveles de ruido al 0, 3, 5, 7, y 9%. La columna izquierda en cada métrica corresponde a los resultados con los parámetros option 1: [1.25, 0.5, 0.15, 0], mientras que la columna derecha corresponde a los resultados con los parámetros modificados option 2: [2, 0.8, 0.7, 0].

Ruido %	RIC	Error		Sensibilidad		Especificidad	
0	0.1	2.5900	2.5615	93.9622	94.0125	99.1800	99.2007
	0.2	2.7900	2.5479	93.9161	94.1138	99.1348	99.2038
	0.3	4.0227	2.5647	92.9572	94.1173	98.7201	99.2001
	0.4	5.1008	2.6715	90.8421	94.0394	98.3704	99.1652
	0.5	3.4663	2.8689	94.1460	93.7426	98.9597	99.0990
	0.6	3.6987	2.9088	94.1801	93.7906	98.9007	99.0874
	0.7	4.2006	3.0100	93.7140	93.7643	98.7632	99.0563
	0.8	4.3807	3.1123	93.4558	93.7389	98.7093	99.0258
	0.9	5.1383	3.4224	92.5843	93.4645	98.4910	98.9283
	1	5.2105	3.5276	92.4832	93.3071	98.4652	98.8933
3	0.1	4.0306	3.2831	91.6931	92.3957	98.7502	98.9745
	0.2	3.3186	3.2514	92.5088	92.6313	98.9628	98.9872
	0.3	3.2514	3.2514	92.6313	92.6313	98.9872	98.9872
	0.4	3.2333	3.2333	92.8067	92.8067	98.9921	98.9921
	0.5	3.9386	3.2368	93.6055	92.7893	98.8330	98.9904
	0.6	4.2493	3.4244	93.2481	92.3977	98.7376	98.9245
	0.7	4.7478	3.4107	92.7049	92.7464	98.6053	98.9342
	0.8	4.7478	3.4107	92.7049	92.7464	98.6053	98.9342
	0.9	5.2268	3.4745	92.2711	93.0216	98.4798	98.9236
	1	6.1043	3.5106	91.4079	93.1552	98.2487	98.9172
5	0.1	4.5734	4.4279	89.7222	89.8256	98.5759	98.6186
	0.2	4.7040	4.5897	89.1273	89.7885	98.5198	98.5725
	0.3	4.3521	4.3521	90.0604	90.0604	98.6399	98.6399
	0.4	4.5423	4.3435	91.7332	90.1365	98.6238	98.6434
	0.5	4.8400	4.3279	91.9802	90.2107	98.5547	98.6481
	0.6	5.1851	4.3546	91.8422	90.3549	98.4614	98.6381
	0.7	5.1298	4.3546	91.7027	90.3549	98.4726	98.6381
	0.8	5.4743	4.4788	91.3780	90.4119	98.3726	98.5993
	0.9	6.5794	4.5181	90.7892	90.9132	98.0907	98.5988
	1	4.6311	4.6311	90.7253	90.7253	98.5601	98.5601
7	0.1	4.5940	5.4782	91.2340	87.8399	98.5585	98.2862
	0.2	6.4173	5.4389	86.7462	88.0735	97.9785	98.3002
	0.3	5.2072	5.4125	89.5936	88.0395	98.3816	98.3038
	0.4	6.9070	5.3511	90.0504	88.3593	97.9737	98.3247
	0.5	6.1047	5.2973	90.9463	88.7349	98.1870	98.3447
	0.6	6.0649	5.3017	90.6150	88.5873	98.1892	98.3395
	0.7	6.4984	5.2593	90.2166	89.1570	98.0756	98.3604
	0.8	6.8154	5.2299	90.2451	89.4731	97.9983	98.3733
	0.9	6.9737	5.3920	90.0074	89.1082	97.9433	98.3150
	1	5.3595	5.3595	89.7485	89.7403	98.3345	98.3345
9	0.1	8.2021	6.3532	89.7026	86.7393	97.5811	98.0046
	0.2	6.6591	6.2739	86.8463	86.8058	97.9065	98.0297
	0.3	6.7051	6.1938	88.6453	87.2322	97.9215	98.0571
	0.4	7.4295	6.1938	89.4335	87.2322	97.7940	98.0571
	0.5	6.4750	6.1938	89.8066	87.2322	98.0351	98.0571
	0.6	6.7809	6.1227	89.9505	87.7776	97.9626	98.0845
	0.7	7.4967	6.3661	88.8577	87.6667	97.7448	98.0005
	0.8	7.4300	6.3661	88.9048	87.6667	97.7620	98.0005
	0.9	7.8494	6.3661	88.7994	87.6667	97.6572	98.0005
	1	6.3326	6.3326	88.4308	88.4308	98.0227	98.0227

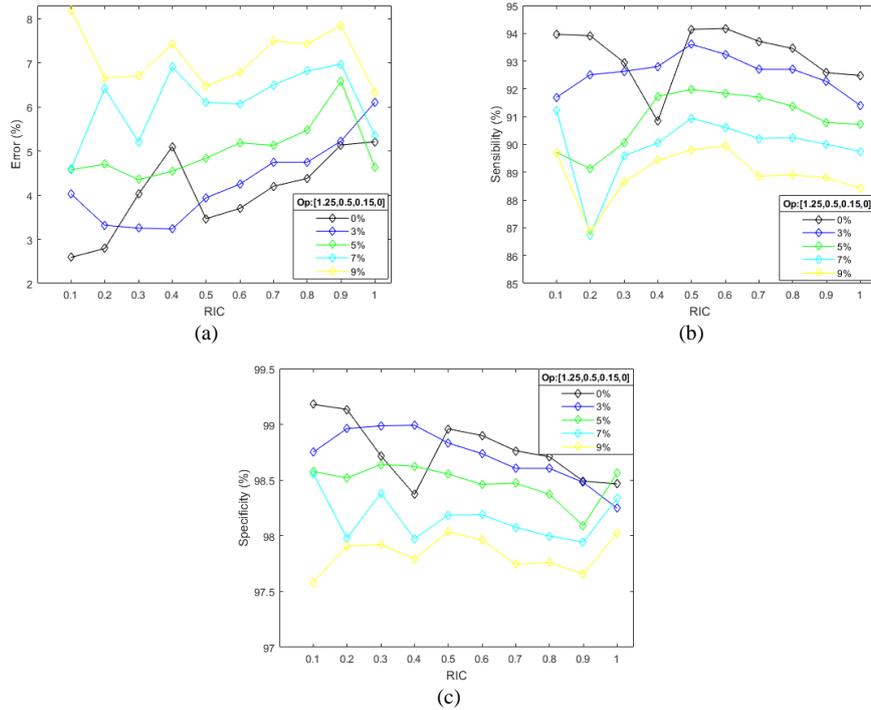


Figura 7.8. Gráficos de las métricas de los w-operadores diseñados con FPDE, el algoritmo de SC y diferente rango de influencia de clúster (RIC) aplicados a IRM con niveles de ruido al 0, 3, 5, 7, y 9%. (a) Error de clasificación, (b) Sensibilidad, y (c) Especificidad.

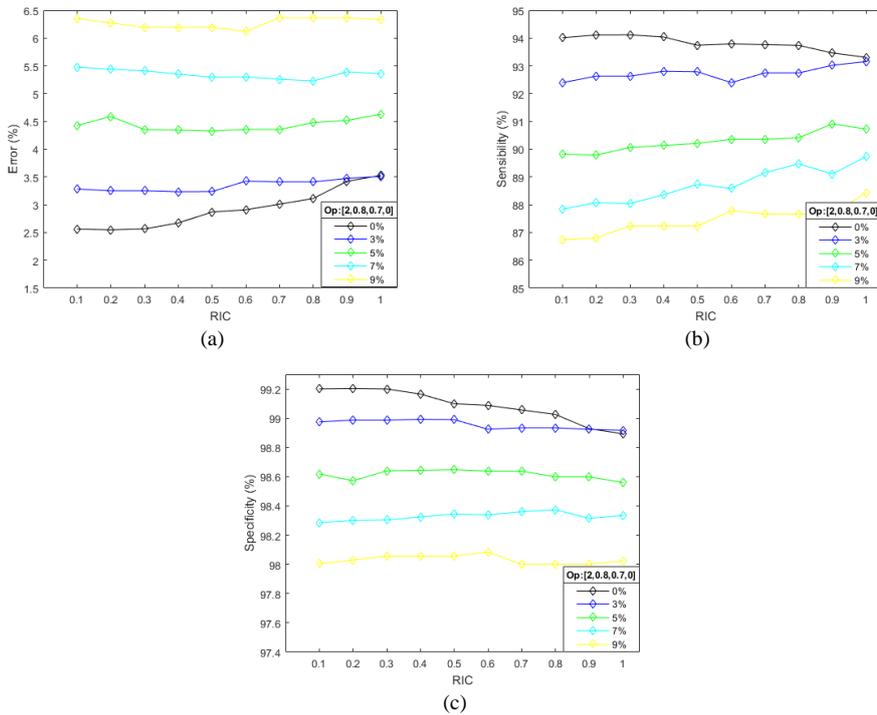


Figura 7.9. Gráficos de las métricas de los w-operadores diseñados con FPDE, el algoritmo SC y diferente rango de influencia de clúster (RIC) aplicados a IRM con niveles de ruido al 0, 3, 5, 7, y 9%. (a) Error de clasificación, (b) Sensibilidad, y (c) Especificidad.

En la Figura 7.10, se presenta un ejemplo de una IRM de prueba con nivel de ruido al 0, 5, y 9%, con su imagen ideal. En la Figura 7.11, se muestran los resultados de los w-operadores diseñados con FPDE y el algoritmo de clustering FCM, con el parámetro K con valores que van desde el 10 al 15, desde la primera hasta la última columna,

respectivamente. Cada fila corresponde a los resultados de imágenes con diferente nivel de ruido: (a-f) 0%, (g-l) 5%, y (m-r) 9%. Y en la Figura 7.12, se muestran los resultados de los w-operadores diseñados con FPDE y el algoritmo de clustering substractivo SC, con los parámetros modificados option 2: [2, 0.8, 0.7, 0], y el parámetro RIC = {0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9} desde la primera hasta la última columna, respectivamente. Cada fila corresponde a resultados de imágenes con diferente nivel de ruido. (a-f) 0%, (g-l) 5%, y (m-r) 9%. Los resultados, utilizando los parámetros de option 1, no son presentados, ya que los resultados con los parámetros de option 2 son mejores como se puede observar en la Tabla 7.19. Cada región está representada por colores: la sustancia gris se representa con el color rojo, el líquido cefalorraquídeo con el color azul, la sustancia blanca con el color amarillo y el fondo con el color negro.

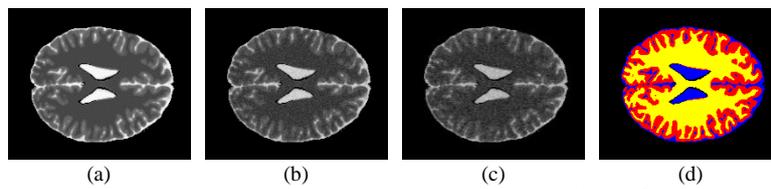


Figura 7.10. Ejemplo de imagen observada de prueba con nivel de ruido al (a) 0%, (b) 5%, (c) 9%, y (d) su imagen ideal.

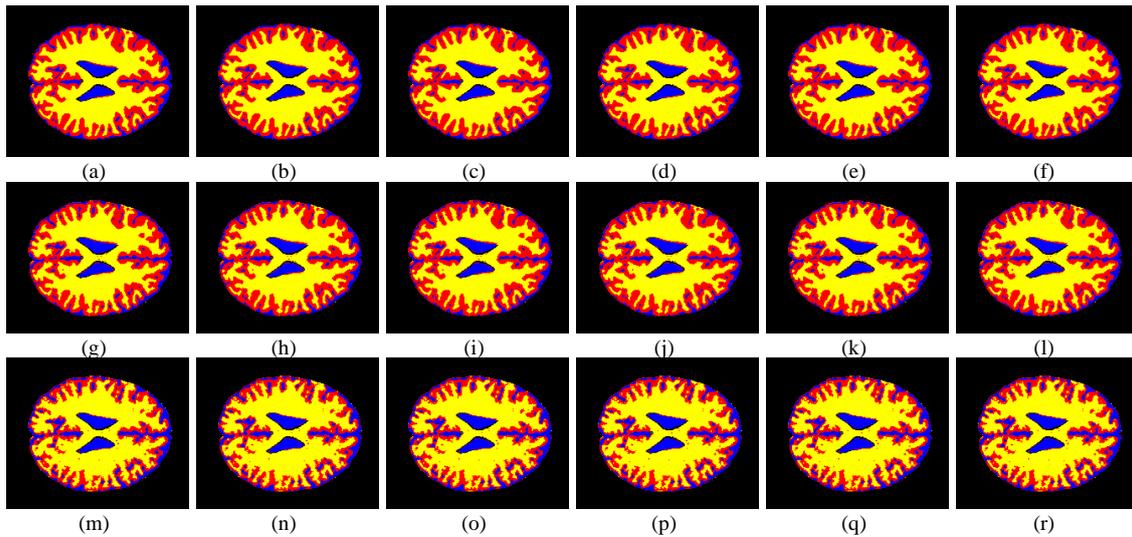


Figura 7.11. Resultados de los w-operadores diseñados con FPDE y el algoritmo de clustering FCM, con el parámetro K con valores del 10 al 15, desde la primera hasta la última columna, respectivamente. Cada fila corresponde a resultados de imágenes con diferente nivel de ruido. (a-f) 0%, (g-l) 5%, y (m-r) 9%.

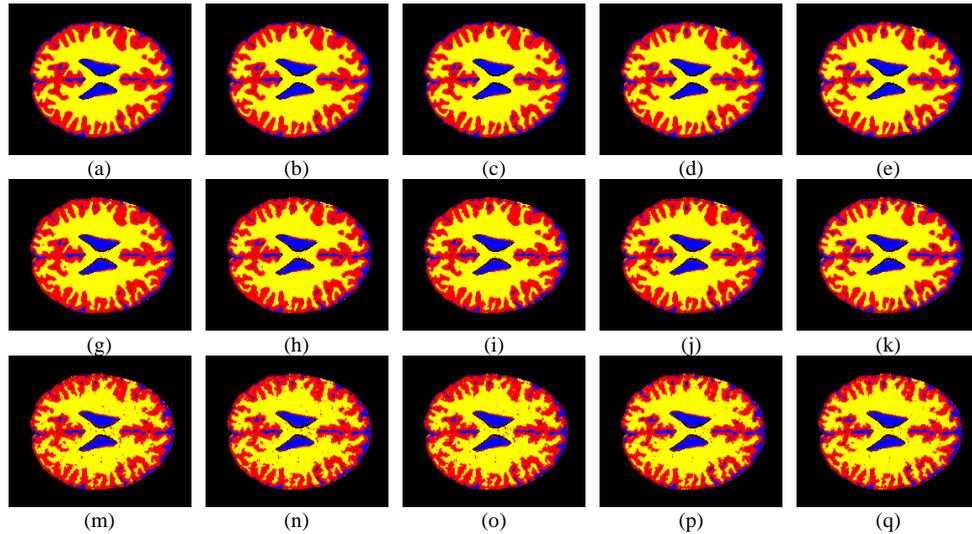


Figura 7.12. Resultados de los w-operadores diseñados con FPDE y el algoritmo de clustering subtractivo, con los parámetros modificados Option: [2, 0.8, 0.7, 0], y el parámetro RIC = {0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9}, desde la primera hasta la última columna, respectivamente. Cada fila corresponde a resultados de imágenes con diferente nivel de ruido. (a-f) 0%, (g-l) 5%, y (m-r) 9%.

La Tabla 7.20 presenta una comparación entre los mejores resultados de los w-operadores diseñados mediante FPDE y vectores prototipo calculados con FCM y SC y los mejores resultados de los w-operadores diseñados mediante funciones gaussianas.

Tabla 7.20. Presenta los mejores resultados de los w-operadores diseñados mediante FPDE y vectores prototipo calculados con FCM y SC y los mejores resultados de los w-operadores diseñados mediante funciones gaussianas.

Ruido %	Función de pertenencia	Error	Sensibilidad	Especificidad
0	Distancia euclidiana/FCM	2.4616	95.4593	99.2400
		2.4371	95.3580	99.2451
	Distancia euclidiana/SC	2.5615	94.0125	99.2007
3		2.5479	94.1138	99.2038
	Gaussiana	2.8821	95.665	99.129
	Distancia euclidiana/ FCM	2.9467	94.5607	99.0973
5		2.9312	94.4620	99.0990
	Distancia euclidiana/SC	3.2333	92.8067	98.9921
		3.2368	92.7893	98.9904
7	Gaussiana	3.1067	95.392	99.06
	Distancia euclidiana/ FCM	3.7085	93.2559	98.8584
		3.7396	93.4266	98.8517
9	Distancia euclidiana/SC	4.3435	90.1365	98.6434
		4.3279	90.2107	98.6481
	Gaussiana	3.6594	94.559	98.881
9	Distancia euclidiana/ FCM	4.7769	91.9715	98.5270
		4.7263	92.0802	98.5464
	Distancia euclidiana/SC	5.2593	89.1570	98.3604
9		5.2299	89.4731	98.3733
	Gaussiana	4.6141	93.368	98.577
	Distancia euclidiana/ FCM	7.3116	88.9909	97.7697
9		7.3519	88.9943	97.7612
	Distancia euclidiana/SC	6.1938	87.2322	98.0571
		6.1227	87.7776	98.0845
9	Gaussiana	6.1049	91.639	98.111

En cada experimento, la distancia utilizada para calcular los grados de pertenencia de un vector de observación para cada clase se obtiene mediante el cálculo de la mínima distancia entre las distancias obtenidas entre un vector de observación y los vectores prototipo de clase. Los vectores prototipo de cada clase se obtiene mediante el algoritmo

FCM y el algoritmo SC. En base al error de clasificación, sensibilidad, y especificidad, calculadas para valorar la capacidad de clasificación del w -operador, presentadas en la Tabla 7.18 y Figura 7.7, se observa que al aumentar el parámetro K correspondiente al número de vectores prototipo de cada clase, estas métricas mejoran. Al parecer, a partir de $K=10$ las métricas mejoran, en $K=11$ empeoran levemente, nuevamente mejoran con $K=12$, es decir, existen variaciones leves en las métricas, pero mejoras no hay. Por esta razón, el número máximo de vectores prototipo para estos experimentos fue $K=15$.

En los experimentos, donde los vectores prototipo se obtuvieron mediante el algoritmo SC, se determinó diferente número de vectores prototipo para cada clase en función del rango de influencia de clúster RIC, a diferencia del algoritmo FCM que para cada clase se calcula el mismo número K de vectores prototipo. Con SC, se experimentó primero conservando sus parámetros estándar y luego modificándolos. En base a la Tabla 7.19 y las Figuras 7.8 y 7.9, se observa que los mejores resultados se obtienen con los parámetros modificados $[2, 0.8, 0.7, 0]$. Estos parámetros, principalmente, permiten encontrar clústers con mayor distancia intercluster.

De acuerdo con los resultados en la Tabla 7.20, se obtuvo mejores resultados aplicando el algoritmo FCM a las IRM con niveles de ruido al 0, 3, 5 y 7%, mientras que, con las IRM con nivel de ruido al 9%, se obtuvo mejores resultados aplicando el algoritmo SC. Como ejemplo, se puede observar, que en la Figura 7.7-(a), el error de clasificación está por encima del 7% utilizando FCM, mientras que en la Figura 7.9-(a), el error de clasificación está por debajo del 6.5% utilizando SC.

En cuanto al tiempo de cálculo de vectores prototipo de estos algoritmos, el tiempo promedio del algoritmo FCM fue aproximadamente de un minuto, mientras que para el algoritmo SC el tiempo fue aproximadamente de 3 horas. Cabe mencionar que este método donde se utiliza vectores prototipo por clase, para obtener los grados de pertenencia de un vector de observación mediante la función de pertenencia basada en distancia euclidiana, es mejor que el método que utiliza funciones gaussianas, en cuanto a su aplicación en imágenes con niveles de ruido al 0 y 3%, sin embargo, el método que utiliza funciones gaussianas es mejor en la aplicación en imágenes con niveles de ruido al 5, 7, y 9%. Esto se puede observar en la Tabla 7.20.

7.2.6 Aplicación de la función de pertenencia basada en la distancia euclidiana difusa intuicionista en el diseño de w -operadores para la segmentación de IRM

Los experimentos antes realizados se repitieron utilizando la función de pertenencia basada en la distancia euclidiana difusa intuicionista FPDEDI. Los vectores prototipo de cada clase fueron *fuzzificados* mediante una función de normalización y para calcular sus grados de no pertenencia y de vacilación se utilizó el generador intuicionista de Dubey. Este mismo proceso se lleva a cabo en cada vector de observación en la etapa de prueba X . Para estos nuevos experimentos se utilizó los vectores prototipo con los que se obtuvo buenos resultados en los anteriores experimentos.

En la Tabla 7.20 se presentaron los dos mejores resultados obtenidos con los vectores prototipo calculados por el algoritmo FCM y SC. En el caso de las imágenes con 0, 3, 5, y 7% de ruido, se obtuvieron mejores resultados con los vectores prototipo calculados

con FCM, mientras que para las imágenes con 9% de ruido, se obtuvieron mejores resultados con los vectores prototipo calculados con SC. Por lo tanto, en estos nuevos experimentos, los vectores prototipo utilizados para el diseño de w-operadores para segmentar IRM con 0, 3, 5, y 7% de ruido, son los obtenidos por FCM, y para segmentar IRM con 9% de ruido, son los obtenidos con SC.

En la Tabla 7.21 se presenta una comparación entre los mejores resultados de: -los w-operadores diseñados mediante FPDE y vectores prototipo calculados con los algoritmos FCM y SC; -los w-operadores diseñados mediante funciones gaussianas; y -los w-operadores diseñados mediante FPDEDI y los mejores vectores prototipo calculados con los algoritmos de clustering FCM y SC del primer experimento antes mencionado.

Tabla 7.21. Presenta los mejores resultados de: -los w-operadores diseñados con FPDE, y vectores prototipos calculados con FCM y SC, -los w-operadores diseñados mediante funciones gaussianas, y -los w-operadores diseñados con FPDEDI, y los mejores vectores prototipo calculados con FCM y SC del primer experimento.

Ruido %	Función de pertenencia	Error	Sensibilidad	Especificidad
0	Distancia euclidiana/FCM	2.4616	95.4593	99.2400
		2.4371	95.3580	99.2451
	Distancia euclidiana/SC	2.5615	94.0125	99.2007
		2.5479	94.1138	99.2038
Distancia euclidiana difusa intuicionista/FCM	2.2681	96.5737	99.1652	
	2.2370	96.4719	99.3089	
Gaussiana	2.8821	95.665	99.129	
3	Distancia euclidiana/FCM	2.9467	94.5607	99.0973
		2.9312	94.4620	99.0990
	Distancia euclidiana/SC	3.2333	92.8067	98.9921
		3.2368	92.7893	98.9904
Distancia euclidiana difusa intuicionista/FCM	2.5544	96.3305	99.2216	
	2.5226	96.2775	99.2283	
Gaussiana	3.1067	95.392	99.06	
5	Distancia euclidiana/FCM	3.7085	93.2559	98.8584
		3.7396	93.4266	98.8517
	Distancia euclidiana/SC	4.3435	90.1365	98.6434
		4.3279	90.2107	98.6481
Distancia euclidiana difusa intuicionista/FCM	3.0860	95.7324	99.0547	
	3.1648	95.7239	99.0339	
Gaussiana	3.6594	94.559	98.881	
7	Distancia euclidiana/FCM	4.7769	91.9715	98.5270
		4.7263	92.0802	98.5464
	Distancia euclidiana/SC	5.2593	89.1570	98.3604
		5.2299	89.4731	98.3733
Distancia euclidiana difusa intuicionista/FCM	4.1077	94.5653	98.7401	
	4.0689	94.6531	98.7558	
Gaussiana	4.6141	93.368	98.577	
9	Distancia euclidiana/FCM	7.3116	88.9909	97.7697
		7.3519	88.9943	97.7612
	Distancia euclidiana/SC	6.1938	87.2322	98.0571
		6.1227	87.7776	98.0845
Distancia euclidiana difusa intuicionista/SC	4.9885	91.5469	98.4291	
	4.9061	92.1385	98.4602	
Gaussiana	6.1049	91.639	98.111	

En la Tabla 7.21 se puede observar que, entre todos los métodos de diseño de w-operadores utilizando funciones de pertenencia, el mejor método es calculando vectores prototipo para cada clase, para emplearlas en las funciones de pertenencia basadas en la distancia euclidiana difusa intuicionista. Estos resultados, confirman y resaltan que, estas funciones, que involucran los grados de pertenencia, de no pertenencia y de vacilación, permiten lidiar con la incertidumbre y la vaguedad comúnmente presentes en imágenes

en niveles de gris, abordando así, la no homogeneidad y el ruido en dichas imágenes, como es el caso de las IRM. Por lo tanto, las FPDEDI, en comparación a las funciones gaussianas y a la FPDE, permiten que los w-operadores diseñados tengan un mejor rendimiento en la segmentación de IRM con diferentes niveles de ruido, ya que aparte de solucionar la no homogeneidad y el ruido en estas imágenes, solucionan el problema de generalización.

7.3 Comparación del método propuesto con otros métodos de segmentación en IRM

El método propuesto fue comparado con otras técnicas enfocadas a la segmentación de IRM de cerebro. En [8], proponen calcular un conjunto de umbrales para segmentar cada tejido en IRM de cerebro, mediante la medida de rugosidad difusa intuicionista (siglas en inglés, IFRM), obtenida mediante el histograma como aproximación inferior y el histon difuso intuicionista como aproximación superior. En [7], proponen un algoritmo de clustering FCM intuicionista para la segmentación de IRM. Los centroides iniciales son obtenidos mediante la medida de rugosidad difusa intuicionista antes mencionada. En estos métodos de segmentación, las métricas para la evaluación del desempeño son el coeficiente de Jaccard, y el coeficiente de Dice. Estas métricas fueron calculadas en función de la matriz de confusión, compuesta por: verdaderos positivos (VP), verdaderos negativos (VN), falsos positivos (FP), y falsos negativos (FN).

El coeficiente de similitud de Jaccard mide la similitud entre dos conjuntos comparando cada uno de sus miembros. Sus valores varían de 0 a 1, y los valores más altos indican una mayor similitud entre los dos conjuntos. El coeficiente de Jaccard se define como:

$$\text{Coeficiente Jaccard} = \text{VP} / (\text{VP} + \text{FP} + \text{FN})$$

El coeficiente de Dice, medida de similitud entre dos conjuntos o muestras, es igual a:

$$\text{Coeficiente Dice} = 2 * \text{VP} / (2 * \text{VP} + \text{FP} + \text{FN})$$

Esta métrica de similitud está dentro del rango de 0 a 1, y cuanto mayor sea su valor, mayor será la similitud entre los dos conjuntos, en este caso, la imagen ideal y la imagen segmentada por un método particular.

En la Tabla 7.22 se puede observar que los coeficientes de similitud evaluados en el método propuesto presentan ligeras discrepancias en comparación con los obtenidos por otros enfoques. En cuanto a la segmentación del tejido LC, el WO- FPDEDI supera al método IFRM en IRM con 9% de ruido. Sin embargo, la propuesta de utilizar funciones de pertenencia generadas a partir de los datos de entrenamiento aborda uno de los desafíos más destacados en el diseño automático de w-operadores. Este desafío radica en generalizar los w-operadores para el procesamiento de nuevas imágenes que no se utilizaron durante la fase de entrenamiento. Como resultado, la capacidad de realizar segmentación multiclase se amplía significativamente, como se ilustra en el caso de la segmentación en IRM.

Tabla 7.22. Comparación de método propuesto con otros métodos enfocados a la segmentación de IRM de cerebro

Ruido	Tejido	Coeficiente de Jaccard				Coeficiente de Dice			
		IFRM	RIFCM	WO-FG	WO- FPDEDI	IFRM	RIFCM	WO-FG	WO- FDEDI
5%	LC	0.9218	0.9116	0.8448	0.8831	0.9593	0.9537	0.9157	0.9379
	SG	0.9186	0.9565	0.8352	0.8527	0.9576	0.9777	0.9102	0.9205
	SB	0.9715	0.9456	0.9094	0.9071	0.9855	0.9720	0.9525	0.9512
9%	LC	0.8304	0.9016	0.8276	0.8380	0.9073	0.9482	0.9054	0.9116
	SG	0.9091	0.9257	0.7362	0.7765	0.9523	0.9614	0.8481	0.8742
	SB	0.9554	0.9219	0.8323	0.8495	0.9772	0.9593	0.9085	0.9184

7.4 Referencias

- [1] KWAN, Remi K. -S.; EVANS, Alan C.; PIKE, G. Bruce. An extensible MRI simulator for post-processing evaluation. En *Visualization in Biomedical Computing: 4th International Conference, VBC'96 Hamburg, Germany, September 22–25, 1996 Proceedings*. Springer Berlin Heidelberg, 1996. p. 135-140.
- [2] MESCHINO, Gustavo J; ANDRADE, Rafael E; BALLARIN, Virginia L. A framework for tissue discrimination in Magnetic Resonance brain images based on predicates analysis and Compensatory Fuzzy Logic. *International Journal of Intelligent Computing in Medical Sciences & Image Processing*, 2008, vol. 2, no 3, p. 207-222.
- [3] ROBALINO, Emilio; PASTORE, Juan I.; BALLARIN, Virginia; BOUCHET, Agustina. Diseño automático de W-operadores mediante el uso de funciones de pertenencia para la segmentación de leucocitos. En *2020 IEEE Congreso Biental de Argentina (ARGENCON)*. IEEE, 2020. p. 1-6.
- [4] McGill University Montréa Neurological Institute. "MNI's BrainWeb dataset. <http://www.bic.mni.mcgill.ca/brainweb/>, 2007.
- [5] CHAIRA, Tamalika; PANWAR, Anupam. An Atanassov's intuitionistic fuzzy kernel clustering for medical image segmentation. *International Journal of Computational Intelligence Systems*, 2014, vol. 7, no 2, p. 360-370.
- [6] MATLAB. 9.6.0.1072779 (R2019a). Natick, Massachusetts: The MathWorks Inc.; 2019.
- [7] DUBEY, Yogita K.; MUSHRIF, Milind M.; MITRA, Kajal. Segmentation of brain MR images using rough set based intuitionistic fuzzy clustering. *Biocybernetics and biomedical engineering*, 2016, vol. 36, no 2, p. 413-426.
- [8] DUBEY, Yogita K.; MUSHRIF, Milind M. Intuitionistic fuzzy roughness measure for segmentation of brain MR images. En *2015 Eighth International Conference on Advances in Pattern Recognition (ICAPR)*. IEEE, 2015. p. 1-6.

CAPÍTULO 8

8 Conclusiones

En esta tesis se propuso un nuevo método para el diseño automático de w-operadores utilizando funciones de pertenencia. El objetivo de la incorporación de las funciones de pertenencia es solucionar el problema de generalización en imágenes en niveles de gris. La aplicación del método propuesto, se concentra en el procesamiento de imágenes biomédicas, específicamente en el problema de segmentación. Los experimentos realizados en esta tesis, consisten en la segmentación de células sanguíneas blancas o leucocitos y en la segmentación de imágenes de resonancia magnética de cerebro. Distintos tipos de métricas se utilizaron para evaluar el desempeño de los w-operadores diseñados.

8.1 Conclusiones capítulo 6: Aplicación del método propuesto para el diseño automático de w-operadores para la segmentación de leucocitos

En el capítulo 6, el diseño automático de w-operadores utilizando funciones de pertenencia fue aplicado a la segmentación de leucocitos. Las funciones empleadas en estos experimentos fueron funciones de pertenencia gaussianas y funciones de pertenencia basada en la distancia euclidiana difusa intuicionista. Para este experimento se utilizó la base de datos CellaVision la cual consta de 100 imágenes, cada una con un tamaño de 300x300 píxeles. La segmentación de leucocitos consistió en la partición del dominio de dichas imágenes en dos subconjuntos disjuntos que son: el núcleo celular y el fondo de la imagen. Los w-operadores diseñados con las funciones de pertenencia antes mencionadas obtuvieron mejores resultados utilizando ventanas grandes de 11x11, y 15x15. Sin embargo, con las funciones de pertenencia basadas en la distancia euclidiana difusa intuicionista, un mayor porcentaje de píxeles correspondientes al núcleo, fueron clasificados de forma correcta.

8.1.1 Conclusiones: Diseño automático de w-operadores mediante funciones de pertenencia gaussianas para la segmentación de leucocitos

En estos experimentos se realizó el diseño automático de w-operadores utilizando funciones de pertenencia gaussianas para la segmentación de leucocitos. En el proceso de diseño se utilizaron ventanas de tamaño 3x3, 5x5, 7x7, 11x11, y 15x15, y el 50% de imágenes de la base de datos. Los w-operadores diseñados fueron testeados con el 50% restante. Los mejores resultados se obtuvieron con las ventanas grandes de tamaño 11x11, y 15x15 con un error de clasificación del 3.3361 % y 3.252 %, respectivamente. El error de clasificación se reduce a medida que el tamaño de ventana aumenta, debido a que la especificidad mejora, es decir, los verdaderos negativos correspondientes al fondo en cada imagen aumentan. Sin embargo, la sensibilidad utilizando ventanas grandes empieza a disminuir, debido a que, a pesar de completar el área del núcleo en cada imagen, su forma obtenida muy cercana a la forma original, tiende a perderse, pero de manera suave. Es importante mencionar que dicha pérdida de forma del núcleo no

dificulta la identificación y posterior conteo de leucocitos, ya que, como se dijo antes es una pérdida suave de los bordes.

8.1.2 Conclusiones: Diseño automático de w-operadores mediante funciones de pertenencia basadas en la distancia euclidiana difusa intuicionista para la segmentación de leucocitos

En este experimento, se realizó el diseño automático de w-operadores utilizando funciones de pertenencia basadas en la distancia euclidiana difusa intuicionista (FPDEDI) para la segmentación de leucocitos. Se utilizó la misma base de datos CellaVision. En el proceso de diseño de los w-operadores, los tamaños de ventanas utilizadas fueron 11x11, y 15x15. Se eligieron estos tamaños de ventana debido a los buenos resultados obtenidos en el experimento donde se utilizaron funciones gaussianas. Para aplicar las FPDEDI en el diseño de los w-operadores, se calcularon vectores prototipo mediante el algoritmo de clustering Fuzzy C-Means en la etapa de entrenamiento. Los vectores prototipo se incorporaron en las FPDEDI para el cálculo de los grados de pertenencia de los vectores de observación que no están presentes en el dominio del w-operador.

El mejor rendimiento del w-operador en la segmentación de leucocitos, se obtuvo utilizando una ventana de tamaño 11x11, en comparación al rendimiento obtenido al utilizar una ventana de tamaño 15x15. Se determinó que con una ventana de tamaño 11x11, se obtiene buenos resultados utilizando un número bajo de vectores prototipo. El error de clasificación, utilizando la ventana 11x11, es más bajo con 4 vectores prototipo y de igual forma la sensibilidad, y especificidad tiene los mayores valores con dicho valor. Sin embargo, con valores menores o mayores, sobre todo mayores que 4 vectores prototipo, el error de clasificación aumenta, y la sensibilidad, y especificidad disminuyen. En otras palabras, es suficiente 4 vectores representantes para cada clase, para que las FPDEDI determinen en función del mayor grado de pertenencia, la etiqueta de un vector de observación X , no presente en el dominio del w-operador diseñado. En cambio, con una ventana de 15x15, la especificidad, al aumentar el número de vectores prototipo, tiende a mejorar levemente, con respecto a la especificidad del experimento donde se utilizó una ventana de 11x11. El leve aumento de la especificidad, hace que error de clasificación también mejore, sin embargo, la sensibilidad tiende a disminuir.

Se realizó una comparación entre los mejores resultados obtenidos con los w-operadores diseñados con la FPDEDI, y los w-operadores diseñados mediante funciones gaussianas, aplicados a imágenes de leucocitos. Se puede observar que, utilizando las ventanas 11×11 y 15×15 , al utilizar la FPDEDI, la sensibilidad mejora considerablemente con respecto a la sensibilidad obtenida mediante la utilización de las funciones gaussianas. Con la ventana 11×11 , la sensibilidad mejora de 94.741% a 99.202%, mientras que con la ventana 15×15 , mejora de 93.63% a 97.57%. Esto quiere decir que utilizando la FPDEDI, los w-operadores clasifican de manera correcta un mayor porcentaje de píxeles pertenecientes al objeto, en este caso el núcleo, que es la estructura que más nos interesa segmentar para la posterior identificación y conteo de leucocitos. En el caso del error y la especificidad, mejores resultados se obtienen utilizando funciones gaussianas. El error es menor, debido al valor alto de especificidad, con respecto a la especificidad obtenida en

los w-operadores diseñados con FPDEDI, en otras palabras, debido a que existe mayor porcentaje de píxeles pertenecientes al fondo correctamente clasificados.

Los resultados del método propuesto, utilizando las funciones de pertenencia gaussiana FG y las FPDEDI fueron comparados con los resultados de varios métodos enfocados a la segmentación de leucocitos. Las métricas utilizadas en esta comparación fueron la exactitud, la precisión, y el coeficiente de Dice. Los w-operadores, diseñados con el método propuesto, WFPDEDI-11x11 y WFG-15x15, tuvieron mejores valores en la exactitud, precisión y el coeficiente de Dice, frente a otros métodos usados para la segmentación de leucocitos.

8.2 Conclusiones capítulo 7: Aplicación del método propuesto para el diseño automático de w-operadores para la segmentación de imágenes de resonancia magnética de cerebro

En el capítulo 7, el diseño automático de w-operadores utilizando funciones de pertenencia, fue aplicado a la segmentación de IRM de cerebro. Las funciones empleadas en estos experimentos fueron funciones de pertenencia gaussianas, funciones de pertenencia basada en la distancia euclidiana, y funciones de pertenencia basada en la distancia euclidiana difusa intuicionista. Para cada experimento, se utilizaron las imágenes en 3D simuladas del Instituto Neurológico de Montreal, Universidad McGill. De esta base de datos, se seleccionó 50 imágenes de tamaño 271x181, ponderadas en T2 (TR=3300 ms, TE=35 ms, 120 ms). Estas imágenes contienen niveles de ruido gaussiano blanco al 0, 1, 3, 5, 7 y 9%. El criterio de selección fue la presencia amplia de los tres tipos de tejidos en las IRM de cerebro. La segmentación en las IRM consistió en la partición del dominio de dichas imágenes en cuatro subconjuntos disjuntos que son: fondo, líquido cefalorraquídeo, sustancia blanca, y sustancia gris. Los w-operadores diseñados con las funciones de pertenencia antes mencionadas obtuvieron mejores resultados utilizando ventanas pequeñas de 3x3, y 5x5. Sin embargo, con las funciones de pertenencia basadas en la distancia euclidiana difusa intuicionista, un mayor porcentaje de píxeles correspondientes a cada tejido en las IRM de cerebro, fueron clasificados de forma correcta.

8.2.1 Conclusiones: Diseño automático de w-operadores mediante funciones de pertenencia gaussianas para la segmentación de imágenes de resonancia magnética de cerebro

En estos experimentos, se realizó el diseño automático de w-operadores utilizando funciones de pertenencia gaussianas para la segmentación de imágenes de resonancia magnética (IRM) de cerebro. El conjunto de imágenes seleccionadas de la base de datos, fue particionado para el diseño de los w-operadores y para su respectivo testeo de la siguiente manera: 80-20%, 70-30% y 50-50%. En el proceso de diseño, con las distintas particiones, se utilizaron ventanas de tamaño 3x3, 5x5, 7x7, 11x11, y 15x15.

En cada uno de los experimentos, utilizando las diferentes particiones establecidas en el conjunto de imágenes con diferentes niveles de ruido, se determinó que los mejores resultados se obtienen utilizando las ventanas de menor tamaño de 3x3 y 5x5. Los

resultados con estas ventanas empeoran a medida que el nivel de ruido aumenta, debido al aumento en la superposición de las clases. En base a esto, se puede decir, que las funciones gaussianas son sensibles al ruido. Al aumentar el tamaño de ventana, el porcentaje de píxeles correctamente clasificados para cada clase disminuye.

El error de clasificación, sensibilidad, y especificidad presentaron un mismo patrón en cada partición con todos los niveles de ruido. A medida que el tamaño de ventana crecía, el error de clasificación aumentaba, y la sensibilidad y especificidad disminuían. Estas métricas comprueban lo antes dicho: la mejor segmentación en cada experimento se obtiene con las ventanas de tamaño 3x3 y 5x5. Para una ventana de tamaño 3x3, el error es inferior al 4% en todas las particiones utilizadas cuando se trabaja con imágenes con ruido del 0 al 5%. El error es inferior al 6,2 % cuando el ruido aumenta al 9 %. Y la sensibilidad y especificidad, con 9 % de ruido son mayores al 91 y 98%, respectivamente, y mejoran mientras el nivel de ruido disminuye.

8.2.2 Conclusiones: Diseño automático de w-operadores mediante funciones de pertenencia basada en la distancia Euclidiana y en la distancia Euclidiana difusa intuicionista para la segmentación de imágenes de resonancia magnética de cerebro

En estos experimentos, se diseñaron w-operadores para la segmentación de IRM con distintos niveles de ruido, utilizando una ventana de 3x3 y funciones de pertenencia. Las funciones utilizadas fueron las funciones de pertenencia basada en la distancia euclidiana y las funciones de pertenencia basada en la distancia euclidiana difusa intuicionista. Para la aplicación de estas funciones, fue importante calcular vectores prototipo para cada clase, mediante dos algoritmos de clustering: FCM y SC. De la base de datos, el 50% se utilizó para entrenamiento y el 50% restante para testeo. Los resultados de los w-operadores diseñados con las funciones de pertenencia antes mencionadas, fueron comparados con los resultados de los w-operadores diseñados con funciones gaussianas.

En los experimentos donde se utilizó las funciones de pertenencia basada en la distancia euclidiana, se determinó que al aumentar el número de vectores prototipo o vectores representantes de cada clase, el error de clasificación, la sensibilidad, y la especificidad mejoran. Al parecer, a partir de 10 vectores prototipo estas métricas mejoran, con 11 vectores prototipo empeoran levemente, y nuevamente mejoran con 12 vectores prototipo, es decir, existen variaciones leves en las métricas, pero mejoras no hay. Por esta razón, el número máximo de vectores prototipo para estos experimentos fue igual a 15.

En los experimentos, donde los vectores prototipo se obtuvieron mediante el algoritmo de clustering substractivo SC, se calculó diferente número de vectores prototipo para cada clase en función del rango de influencia de clúster RIC. Los mejores resultados se obtuvieron con los parámetros modificados [2, 0.8, 0.7, 0]. Estos parámetros, fueron establecidos para encontrar clústers con mayor distancia intercluster.

Se obtuvo mejores resultados aplicando el algoritmo FCM a las imágenes con niveles de ruido al 0, 3, 5 y 7%, mientras que, aplicando el algoritmo SC a las imágenes con nivel de ruido al 9%, se obtuvo mejores resultados que al utilizar el algoritmo FCM.

El tiempo promedio del algoritmo FCM fue aproximadamente de un minuto, mientras que para el algoritmo SC el tiempo fue aproximadamente de 3 horas. En el diseño de w-operadores, las funciones de pertenencia basada en distancia euclidiana, fueron mejores que las funciones gaussianas, en cuanto a su aplicación en imágenes con niveles de ruido al 0 y 3%, sin embargo, el método que utiliza funciones gaussianas es mejor en la aplicación en imágenes con niveles de ruido al 5, 7, y 9%.

En base a los resultados obtenidos de la aplicación los w-operadores, diseñados con diferentes funciones de pertenencia, en la segmentación de IRM con ruido, se evidenció que las funciones de pertenencia basadas en la distancia euclidiana difusa intuicionista, mejoran la capacidad de predicción del w-operador, en comparación con las demás funciones de pertenencia que se mostraron sensibles al ruido. Esto demuestra que las funciones de pertenencia basadas en la distancia euclidiana difusa intuicionista, lidian con la no homogeneidad y el ruido en las imágenes en niveles de gris.

8.3 Conclusiones generales

El método propuesto, donde al diseño automático de w-operadores se le incorporaron funciones de pertenencia, tiene el potencial de resolver problemas de clasificación de dos clases y multiclase.

Las funciones de pertenencia mejoran la capacidad predictiva de un w-operador diseñado con un número limitado y escaso de imágenes.

Los w-operadores diseñados con funciones de pertenencia basadas en la distancia euclidiana difusa intuicionista, tienen mejor rendimiento en la segmentación de imágenes en niveles de grises con ruido, en comparación con el rendimiento de los w-operadores diseñados con funciones gaussianas. Esta declaración se debe, a que las funciones gaussianas son sensibles al ruido presente en las imágenes en niveles de gris.

El tamaño de ventana juega un rol importante en el diseño automático de w-operadores. Se pudo concluir, en los experimentos desarrollados, que ventanas de menor tamaño, 3x3 y 5x5, son útiles cuando la distribución de las frecuencias de los niveles de gris tiene mayor superposición. Por otro lado, ventanas grandes, ya sea de 11x11, y 15x15, son recomendables cuando la distribución de las frecuencias de los niveles de gris tiene menor superposición. Esta conclusión se debe a que las ventanas utilizadas en el diseño de w-operadores contienen o almacenan la información de los niveles de gris de una imagen. Si la distribución de frecuencias de los niveles de gris de las regiones de una imagen en estudio posee mayor superposición, entonces ventanas de menor tamaño son suficientes para almacenar información útil para la toma de decisiones en cuanto a la pertenencia de una clase, este fue el caso de los experimentos realizados para la segmentación de las IRM de cerebro. En el caso contrario, donde la distribución de frecuencias de los niveles de gris de las regiones de una imagen en estudio posea menor superposición, entonces ventanas de mayor tamaño son necesarias para obtener mayor información de las frecuencias de los niveles de gris de cada región, como fue en el caso de los experimentos realizados para la segmentación de leucocitos.

Como trabajo futuro, el método propuesto será aplicado al procesamiento de imágenes biomédicas a color. Los experimentos serán realizados en los diferentes espacios a color, para aprovechar la información que cada espacio contiene.

PUBLICACIONES

Revistas

GUEVARA, Susana; **ROBALINO, Emilio**; BOUCHET, Agustina; BRUN, Marcel; BALLARIN, Virginia. Diseño Automático de un Clasificador para Filtrado de Ruido en Imágenes Binarias Utilizando Análisis Discriminante Lineal. *Revista Digital del Departamento de Ingeniería e Investigaciones Tecnológicas*, 2019, vol. 4, no 1.

ROBALINO, Emilio; GUEVARA, Susana; BOUCHET, Agustina; PASTORE, Juan I.; BRUN, Marcel; BALLARIN, Virginia. Diseño automático de un filtro para extracción de bordes en imágenes binarias ruidosas utilizando análisis discriminante lineal. *Revista de Matemática Aplicada, Computacional e Industrial Ed.: Society For Industrial and Applied Mathematics (SIAM)*, 2019, vol. 7, p. 549-553.

ROBALINO, Emilio, BOUCHET, Agustina; PASTORE, Juan I.; BALLARIN, Virginia. Automatic design of W-operators using membership functions: a case study in brain MRI segmentation. *Journal of Ambient Intelligence and Humanized Computing*, 2024, vol. 15, no 7, p. 2953-2965.

Conferencias

ROBALINO, Emilio; PASTORE, Juan I.; BALLARIN, Virginia; BOUCHET, Agustina. Diseño automático de W-operadores mediante el uso de funciones de pertenencia para la segmentación de leucocitos. En *2020 IEEE Congreso Bienal de Argentina (ARGENCON)*. IEEE, Resistencia, Chaco, Argentina, 2020 p. 1-6.

ROBALINO, Emilio; GUEVARA, Susana; BOUCHET, Agustina; PASTORE, Juan I.; BRUN, Marcel; BALLARIN, Virginia. Diseño automático de un filtro para extracción de bordes en imágenes binarias ruidosas utilizando análisis discriminante lineal. En *2019 VII Congreso de Matemática Aplicada, Computacional e Industrial (MACI)*, Río Cuarto, Argentina, 2019.

GUEVARA, Susana; **ROBALINO, Emilio**; BOUCHET, Agustina; BRUN, Marcel; BALLARIN, Virginia. Diseño automático de un clasificador para filtrado de ruido en imágenes binarias utilizando análisis discriminante lineal. En *2018 VI Congreso Nacional de Ingeniería en Informática/Sistemas de Información (CoNaIISI)*, Mar del Plata, Argentina, 2018.