



UNIVERSIDAD NACIONAL  
*de* MAR DEL PLATA



Facultad de  
**Ingeniería**

# Instrumentación y caracterización de prototipo undimotriz a escala con unidad de extracción de potencia basada en un mecanismo de rectificación del movimiento

Proyecto Final de Grado

Autor: Luciano N. Montanelli    Legajo: 11.083

Mail: [lucianomontanelli@gmail.com](mailto:lucianomontanelli@gmail.com)

Carrera: Ingeniería Electromecánica

Director: Ing. Marcos G. Judewicz

Codirector: Ing. Eugenio M. Gelos

Mar del Plata, 3 de abril de 2023



RINFI se desarrolla en forma conjunta entre el INTEMA y la Biblioteca de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Mar del Plata.

Tiene como objetivo recopilar, organizar, gestionar, difundir y preservar documentos digitales en Ingeniería, Ciencia y Tecnología de Materiales y Ciencias Afines.

A través del Acceso Abierto, se pretende aumentar la visibilidad y el impacto de los resultados de la investigación, asumiendo las políticas y cumpliendo con los protocolos y estándares internacionales para la interoperabilidad entre repositorios



Esta obra está bajo una [Licencia Creative Commons Atribución-  
NoComercial-CompartirIgual 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/).



UNIVERSIDAD NACIONAL  
*de* MAR DEL PLATA



Facultad de  
**Ingeniería**

# Instrumentación y caracterización de prototipo undimotriz a escala con unidad de extracción de potencia basada en un mecanismo de rectificación del movimiento

Proyecto Final de Grado

Autor: Luciano N. Montanelli    Legajo: 11.083

Mail: [lucianomontanelli@gmail.com](mailto:lucianomontanelli@gmail.com)

Carrera: Ingeniería Electromecánica

Director: Ing. Marcos G. Judewicz

Codirector: Ing. Eugenio M. Gelos

Mar del Plata, 3 de abril de 2023



# Resumen

El presente trabajo se enmarca dentro de un proyecto de investigación que centra su estudio en un prototipo a escala 1:10 de un convertidor undimotriz. Por un lado, un motor de corriente continua de imán permanente es el encargado de emular la energía mecánica que provendría de un convertidor primario. Por otro lado, se encuentra la unidad de extracción de potencia, conformada por una cadena de transmisión que rectifica el movimiento y aloja volantes de inercia, y por un generador sincrónico de imanes permanentes y flujo axial. Los objetivos principales de esta tesis son: describir los comportamientos dinámicos de las máquinas eléctricas por medio de modelos electromecánicos; caracterizar los torques de pérdidas y determinar las propiedades mecánicas de las distintas porciones de la cadena de transmisión; y medir las magnitudes eléctricas y mecánicas del espécimen olamotriz.

Inicialmente, se estudiaron la conformación y el principio de operación del mecanismo que integra la cadena de transmisión y que cumple la función de transformar el movimiento bidireccional de entrada en uno unidireccional de salida. Asimismo se analizó el fenómeno transitorio que se produce al excitarse la entrada del sistema de extracción de potencia con una velocidad sinusoidal. Seguidamente se determinaron modelos eléctricos apropiados para los artefactos eléctricos. Se identificaron y formularon las pérdidas asociadas a las conversiones de potencia en estos aparatos. Se expresaron matemáticamente los torques que representan las anteriores potencias de pérdidas y se plantearon modelos mecánicos para las máquinas eléctricas. Luego se modelaron los torques de pérdidas en las partes de la cadena de transmisión capaces de ser rotadas en uno y en los dos sentidos. Posteriormente, se diseñó el sistema de medición de las magnitudes eléctricas y mecánicas del ejemplar del convertidor. Como paso siguiente, se efectuaron ensayos en busca de cuantificar los parámetros de los modelos eléctricos de los artefactos eléctricos. Por otra parte, se realizaron experimentos sobre el prototipo a escala a fin de precisar los torques de pérdidas de todas sus fracciones. Se calculó el momento de inercia de cada segmento de la cadena de transmisión por medio de un programa de computadora. Finalmente, se llevaron a cabo pruebas para evaluar los momentos de inercia de los aparatos eléctricos y para obtener valores empíricos contrastables con los resultados conseguidos mediante el uso del programa informático.

En conclusión, en esta tesis se obtuvieron modelos electromecánicos que describen las actuaciones dinámicas de las máquinas impulsora y generadora de energía eléctrica. También se lograron caracterizar los torques de pérdidas y determinar las propiedades mecánicas de las partes de la cadena de transmisión con uno y dos sentidos de rotación posibles. Adicionalmente, se desarrolló la instrumentación del prototipo undimotriz.



# Dedicatoria

*A mi familia: Andrea, Mauricio, Valentina y Virginia.*





# Agradecimientos

Un trabajo como este es el resultado de la colaboración, el esfuerzo y la dedicación de muchas personas.

En primer lugar, agradezco a mis directores, Marcos y Eugenio, por haberme enseñado tanto en esta etapa final de la carrera. Además, destaco su gran ayuda ante cualquier duda o problema surgido.

Asimismo, quiero agradecer enormemente a Gustavo Lauro. Su incondicionalidad para cooperar en los experimentos y para explicarme cuestiones relativas a la instrumentación fue notable.

Agradezco a Daniel Carrica por haberme propuesto este tema para mi tesis.

Así también, a todo el equipo del Laboratorio de Instrumentación y Control les quiero expresar mi gratitud por siempre haberme hecho sentir bienvenido a su espacio de trabajo. Particularmente, doy gracias a Marcos Funes por siempre haber estado atento a asistirme tanto en el trazado de los ensayos como en la disposición de instrumentos.

Por otra parte, quiero reconocer los esfuerzos de Nicolás Sánchez, Lucas Rodríguez y Daniel Giacomozzi en procurar que el prototipo del convertidor fuese fabricado lo antes posible. En especial, doy gracias a Daniel G. y a los demás trabajadores del taller por su actitud positiva, buen trato, respeto y enseñanzas.

Del mismo modo, aprecio el apoyo brindado por las personas integrantes del Departamento de Ingeniería Eléctrica de la Facultad de Ingeniería, entre ellas, Jorge Strack, Guillermo Murcia, Julio Branda y Eduardo Garín. En particular, valoro enormemente la ayuda proporcionada por Jorge, quien incontables veces estuvo a disposición para responder consultas y ayudar en los ensayos.

Además, quiero hacer mención de las contribuciones a la tesis por parte de las personas integrantes del Departamento de Ingeniería Mecánica de la Facultad, entre ellas, Daniel Sosa, Luciano Di Tonto, Emilia Furno, Ricardo Dommarco y Mirco Chapetti. Poner a disposición su tiempo y lugar de trabajo para el progreso del proyecto nunca fue un problema para ellos. Asimismo, quiero agradecer a Daniel S. y a Luciano por participar en la manufactura del prototipo undimotriz.

De igual forma, estimo mucho la colaboración de Maximiliano García en el mecanizado de algunas piezas del ejemplar a escala.

Por otro lado, estoy profundamente agradecido a Agustín Almada por haberme compartido todo el material de su tesis, el que fue fundamental para la escritura del trabajo.

Igualmente, quiero agradecer a todas las demás personas que, de manera directa o indirecta, ayudaron a que este trabajo pudiese ser realizado.

Les quiero dar las gracias a los amigos que hice a lo largo de la carrera por su ánimo y por haber hecho de cada encuentro con ellos en la Facultad un momento memorable.

Quiero agradecer a mis amigos de toda la vida por estar siempre y alentarme a cumplir mis objetivos.

Agradezco a mis primos, tíos y abuelos.

Por último, doy gracias a mis padres y a mis hermanas.

Luciano Montanelli  
29 de marzo de 2023

# Índice general

<b>Introducción</b>	<b>1</b>
<b>1. Rectificador mecánico del movimiento</b>	<b>7</b>
1.1. Rodamientos de único sentido . . . . .	7
1.2. Aplicación de los rodamientos de único sentido en el MMR . . . . .	9
1.3. Ensayo del prototipo undimotriz en ambiente seco . . . . .	10
<b>2. Máquina de corriente continua de imán permanente</b>	<b>13</b>
2.1. Modelo eléctrico y circuito equivalente . . . . .	14
2.2. Pérdidas y eficiencia . . . . .	15
2.2.1. Pérdidas en el devanado de armadura y en las escobillas . . . . .	16
2.2.2. Pérdidas en el núcleo . . . . .	16
2.2.3. Pérdidas rotacionales . . . . .	16
2.2.3.1. Pérdidas por fricción en cojinetes . . . . .	17
2.2.3.2. Pérdidas aerodinámicas . . . . .	17
2.2.4. Modelo mecánico . . . . .	17
2.2.5. Eficiencia . . . . .	18
<b>3. Máquina sincrónica de imanes permanentes y flujo axial</b>	<b>19</b>
3.1. Modelo eléctrico y circuitos equivalentes $dq0$ . . . . .	20
3.1.1. Modelo eléctrico en el marco de referencia natural . . . . .	20
3.1.2. Modelo eléctrico en el marco de referencia rotórico $dq0$ . . . . .	21
3.1.3. Potencia eléctrica, potencia electromagnética y torque electromagnético . . . . .	25
3.2. Pérdidas y eficiencia . . . . .	25
3.2.1. Pérdidas en los devanados estáticos . . . . .	26
3.2.2. Pérdidas rotacionales . . . . .	26
3.2.2.1. Pérdidas por fricción en cojinetes . . . . .	26
3.2.2.2. Pérdidas aerodinámicas . . . . .	27
3.2.3. Pérdidas por corrientes parásitas en los conductores de armadura . . . . .	27
3.2.4. Modelo mecánico . . . . .	28
3.2.5. Eficiencia . . . . .	28
<b>4. Eficiencia de la cadena de transmisión</b>	<b>31</b>
4.1. Modelos de la fricción . . . . .	32
4.1.1. Modelos clásicos y exponencial de la fricción . . . . .	32

<b>5. Desarrollo y resultados</b>	<b>37</b>
5.1. Instrumentación . . . . .	37
5.1.1. Posición y velocidad angulares . . . . .	38
5.1.2. Tensiones . . . . .	40
5.1.2.1. Tensiones de fase de la máquina AFPM . . . . .	40
5.1.2.2. Tensión en los terminales de la máquina DCPM . . . . .	40
5.1.3. Corrientes . . . . .	40
5.1.4. Torques . . . . .	41
5.2. Parámetros eléctricos . . . . .	41
5.2.1. Máquina AFPM . . . . .	41
5.2.1.1. Resistencia de armadura . . . . .	41
5.2.1.1.1. Errores de medición con el puente de Kelvin . . . . .	43
5.2.1.2. Máximo flujo concatenado por fase debido a la excitación del imán permanente . . . . .	45
5.2.1.3. Inductancias sincrónicas . . . . .	47
5.2.2. Máquina DCPM . . . . .	52
5.2.2.1. Resistencia . . . . .	52
5.2.2.2. Constantes de tensión y torque . . . . .	52
5.2.2.3. Inductancia . . . . .	55
5.3. Pérdidas . . . . .	59
5.3.1. Máquina DCPM . . . . .	62
5.3.2. Máquina AFPM . . . . .	64
5.3.3. Parte de la cadena de transmisión con un único sentido de rotación . . . . .	68
5.3.4. Parte de la cadena de transmisión con doble sentido de rotación . . . . .	69
5.3.5. Torques de desprendimiento . . . . .	72
5.3.5.1. Máquina DCPM . . . . .	74
5.3.5.2. Máquina AFPM . . . . .	76
5.3.5.3. Parte de la cadena de transmisión con un único sentido de rotación . . . . .	77
5.3.5.4. Parte de la cadena de transmisión con doble sentido de rotación . . . . .	78
5.4. Momentos de inercia . . . . .	80
5.4.1. Método por medio de programa computacional . . . . .	81
5.4.1.1. Parte de la cadena de transmisión con un único sentido de rotación . . . . .	84
5.4.1.2. Parte de la cadena de transmisión con doble sentido de rotación . . . . .	85
5.4.2. Método experimental . . . . .	85
5.4.2.1. Máquina DCPM . . . . .	88
5.4.2.2. Parte de la cadena de transmisión con un único sentido de rotación . . . . .	88
5.4.2.3. Parte de la cadena de transmisión con doble sentido de rotación y máquina AFPM . . . . .	89
5.4.2.3.1. Parte de la cadena de transmisión con doble sentido de rotación . . . . .	90
5.4.2.3.2. Máquina AFPM . . . . .	91

<b>6. Conclusiones y trabajo futuro</b>	<b>95</b>
<b>A. Ensamblaje del prototipo undimotriz</b>	<b>97</b>
<b>B. Cadena de transmisión</b>	<b>101</b>
<b>C. Encoder incremental óptico</b>	<b>107</b>
C.1. Componentes y principio de funcionamiento . . . . .	107
C.2. Determinación del sentido de giro . . . . .	109
C.3. Resolución . . . . .	110
C.4. Medición de la posición angular . . . . .	111
C.5. Medición de la velocidad angular . . . . .	112
C.6. Ventajas y desventajas . . . . .	115
<b>D. Sistema de transmisión por poleas sincrónicas</b>	<b>117</b>
D.1. Poleas sincrónicas . . . . .	117
D.2. Correa sincrónica . . . . .	118
<b>E. Inductancias</b>	<b>119</b>
E.1. Máquina AFPM . . . . .	119
E.2. Máquina DCPM . . . . .	123
<b>F. Momento de inercia y torque totales reflejados</b>	<b>125</b>
F.1. Ecuación del movimiento . . . . .	126
F.1.1. Tren ordinario simple de dos engranajes . . . . .	126
F.1.1.1. Análisis cinemático . . . . .	126
F.1.1.2. Análisis dinámico . . . . .	127
F.1.1.3. Integración de los análisis cinemático y dinámico . .	129
F.1.2. Tren ordinario simple de $n$ engranajes . . . . .	130
F.1.3. Tren de engranajes ordinario compuesto . . . . .	130
F.2. Referencia de momentos de inercia y torques . . . . .	131
<b>G. Momentos de inercia</b>	<b>133</b>
G.1. Máquina DCPM . . . . .	133
G.2. Parte de la cadena de transmisión con un único sentido de rotación .	134
G.3. Parte de la cadena de transmisión con doble sentido de rotación . . .	135
G.3.1. Rotación en sentido horario . . . . .	135
G.3.2. Rotación en sentido antihorario . . . . .	136
G.4. Máquina AFPM . . . . .	137
G.4.1. Excitación motriz inicial de la máquina DCPM en sentido	
horario . . . . .	137
G.4.2. Excitación motriz inicial de la máquina DCPM en sentido	
antihorario . . . . .	138
<b>H. Diagrama en bloques</b>	<b>139</b>
<b>I. Dibujos técnicos</b>	<b>141</b>
I.1. Codificación . . . . .	141



# Nomenclatura

## Símbolos principales

$\ddot{\theta}_m$	Aceleración angular
$L_{ii}$	Autoinductancia de la fase $i$
$L_a$	Autoinductancia del devanado de armadura
$c_f$	Coefficiente de arrastre
$\mu$	Coefficiente de fricción dinámico
$c_{Fe}$	Coefficiente de pérdidas en el núcleo
$c_e$	Coefficiente de pérdidas por corrientes parásitas en los conductores de armadura
$c_{fr}$	Coefficiente de pérdidas por fricción en cojinetes
$c_v$ y $c_{\omega_m}$	Coefficientes de la fricción viscosa
$f_i$	Componente en el eje $i = \{d, q, 0\}$ de la variable circuital $f$
$k_E$	Constante de tensión $k_E = c_E \phi_g$
$c_E$	Constante de tensión
$k_T$	Constante de torque $k_T = c_T \phi_g$
$c_T$	Constante de torque
$i_a$	Corriente de armadura
$\rho$	Densidad específica del fluido
$\Delta\theta_m$	Desplazamiento angular
$\alpha'$ y $\alpha''$	Divisiones indicadas por el haz de luz del galvanómetro para un aumento y un decremento de la misma cantidad en el brazo comparación
$D$	Diámetro de la carcasa
$D_{2out}$	Diámetro exterior del rotor

$\eta$	Eficiencia
$E_{max}$	Error absoluto máximo
$k_J$	Factor para referir o reflejar el momento de inercia $k_J = J_R/J_{SR}$
$k_\tau$	Factor para referir o reflejar el torque $k_\tau = \tau_R/\tau_{SR}$
$\phi_g$	Flujo magnético en el entrehierro (flujo útil)
$\phi$	Flujo magnético
$\omega$	Frecuencia angular eléctrica $\omega = 2\pi f$
$f$	Frecuencia eléctrica
$e'$	Fuerza contraelectromotriz en un segmento de la espira bajo un polo
$e$	Fuerza contraelectromotriz total en la armadura
$F_S$	Fuerza de desprendimiento
$f_{fr}$	Fuerza de fricción
$f_e$	Fuerza externa aplicada
$f_N$	Fuerza normal
$L_{ai}$	Inductancia de reacción de armadura (inductancia mutua) en el eje $i = \{d, q\}$
$L_0$	Inductancia de secuencia cero
$L_1$	Inductancia debida al flujo disperso
$L_{L-L}$	Inductancia entre líneas
$L_{ij}$	Inductancia mutua entre las fases $i$ y $j$ (con $i \neq j$ )
$L_{si}$	Inductancia sincrónica en el eje $i = \{d, q\}$
$t_0$	Instante inicial de cálculo
$L$	Largo de la carcasa
$L_i$	Largo efectivo del núcleo
$m_r$	Masa del rotor
$J_R$	Momento de inercia referido o reflejado
$J_{SR}$	Momento de inercia sin referir o reflejar
$J_{TR}^1$	Momento de inercia total reflejado en el eje del engranaje 1
$J$	Momento de inercia
$\psi_f$	Máximo flujo concatenado por fase debido a la excitación del imán permanente



$f_C$	Módulo de la fuerza de fricción de Coulomb
$f_c$	Módulo de la fuerza tangencial de contacto
$M$	Módulo del engranaje
$\tau_d$	Módulo del torque electromagnético desarrollado en la máquina
$\tau$	Módulo del torque
$Z$	Número de dientes
$p$	Número de pares de polos
$m$	Número de pulsos
$n_N$	Número de relaciones de transmisión intermedias
$Re$	Número de Reynolds
$T$	Período
$R$	Radio de la circunferencia primitiva; Resolución del tren de pulsos de entrada al contador principal; Resistencia medida en la condición de equilibrio del puente
$R_{sh}$	Radio del eje
$R_{out}$	Radio exterior del disco
$N$	Relación de transmisión
$R_s$	Resistencia del devanado de armadura (incluye las resistencias de contacto entre las escobillas y los segmentos de conductor del colector)
$R_{1i}$	Resistencia del devanado estático de la fase $i = \{A, B, C\}$
$R_1$	Resistencia del devanado estático por fase
$R_{1ij}$	Resistencia entre los terminales $i$ y $j$ (con $i \neq j$ )
$R_{eq}$	Resistencia equivalente
$R'$ y $R''$	Resistencia medida con el puente de Kelvin para un aumento y un decremento de la misma cantidad en el brazo comparación
$S_{RP}$	Sensibilidad relativa práctica
$V$	Tensión constante provista por la fuente de alimentación DC
$t_{esc}$	Tiempo de apagado de la fuente de alimentación DC en el ensayo de escalón de tensión
$t$	Tiempo
$\tau_L$	Torque de carga

$T_S$	Torque de desprendimiento
$\tau_C$	Torque de fricción de Coulomb
$\tau_{frTR}^1$	Torque de fricción total reflejado en el eje del engranaje 1
$\tau_{fr}$	Torque de fricción
$\tau_e$	Torque externo aplicado
$\tau_R$	Torque referido o reflejado
$\tau_{SR}$	Torque sin referir o reflejar
$I_a$	Valor eficaz de la corriente de armadura
$E_f$	Valor eficaz de la fuerza electromotriz inducida de fase
$E_{fL-L}$	Valor eficaz de la fuerza electromotriz inducida de línea
$i_{ai}$	Valor instantáneo de la corriente de armadura en la fase $i = \{A, B, C\}$ ; Componente en el eje $i = \{d, q, 0\}$ de las corrientes de armadura
$i_{esc}$	Valor instantáneo de la corriente en el ensayo de escalón de tensión
$e_c$	Valor instantáneo de la energía cinética
$p_L$	Valor instantáneo de la potencia de carga en el eje
$p_{elm}$	Valor instantáneo de la potencia electromagnética
$p_{elec}$	Valor instantáneo de la potencia eléctrica en terminales
$v_{1i}$	Valor instantáneo de la tensión de fase del estator en la fase $i = \{A, B, C\}$ ; Componente en el eje $i = \{d, q, 0\}$ de las tensiones de fase en terminales
$v_{esc}$	Valor instantáneo de la tensión en el ensayo de escalón de tensión
$v$	Valor instantáneo de la tensión en los terminales de la máquina DCPM; velocidad lineal en el radio exterior del disco; velocidad relativa
$v_{fuente}$	Valor instantáneo de la tensión suministrada por la fuente de alimentación DC
$\Delta p_0$	Valor instantáneo de las pérdidas del sistema en vacío
$\psi_i$	Valor instantáneo del flujo magnético concatenado en la fase $i = \{A, B, C\}$ ; Componente en el eje $i = \{d, q, 0\}$ de los flujos concatenados del estator
$P_{in}$	Valor medio de la potencia de entrada a la máquina
$P_{out}$	Valor medio de la potencia de salida de la máquina
$P_{elm}$	Valor medio de la potencia electromagnética
$\Delta P_{wind}$	Valor medio de las pérdidas aerodinámicas

$\Delta P$	Valor medio de las pérdidas de potencia totales
$\Delta P_a$	Valor medio de las pérdidas en el devanado de armadura y en las escobillas
$\Delta P_{Fe}$	Valor medio de las pérdidas en el núcleo
$\Delta P_{1w}$	Valor medio de las pérdidas en los devanados estáticos
$\Delta P_e$	Valor medio de las pérdidas por corrientes parásitas en los conductores de armadura
$\Delta P_{fr}$	Valor medio de las pérdidas por fricción en cojinetes
$\Delta P_{vent}$	Valor medio de las pérdidas por ventilación
$\Delta P_{rot}$	Valor medio de las pérdidas rotacionales o mecánicas
$\vec{\tau}$	Vector de torque
$\vec{f}_c$ y $\vec{f}'_c$	Vectores de la fuerza tangencial de contacto y de su reacción
$\omega_{m\sigma}$	Velocidad angular de Stribeck
$\omega_m$ o $\dot{\theta}_m$	Velocidad angular mecánica en rad/s
$n$	Velocidad angular mecánica en rev/s; Número de engranajes y ejes en un tren ordinario simple
$n_m$	Velocidad angular mecánica en rpm
$v_\sigma$	Velocidad lineal de Stribeck
$\mu$	Viscosidad dinámica del fluido
$\theta$	Ángulo eléctrico del rotor
$\alpha$	Ángulo entre la normal a la chaveta del eje de la máquina DCPM y la vertical
$\theta_m$	Ángulo mecánico del rotor

## Símbolos auxiliares en subíndices

$c$	Conteo
$in$	Entrada de la cadena de transmisión
2	Entrada del contador de pulsos de reloj
1	Entrada del contador principal
$clock$	Reloj
$out$	Salida de la cadena de transmisión

- Sentido antihorario
- + Sentido horario

## Siglas

CPR Ciclos por revolución

WEC Convertidor undimotriz (*Wave Energy Converter*)

AC Corriente alterna (*Alternating Current*)

DC Corriente continua (*Direct Current*)

DCPM Corriente continua de imán permanente (*Direct Current Permanent Magnet*)

AFPM De imanes permanentes y flujo axial (*Axial Flux Permanent Magnet*)

LED Diodo emisor de luz (*Light-Emitting Diode*)

CAD Diseño asistido por computadora (*Computer-Aided Design*)

PTO Extracción de potencia (*Power Take-Off*)

LIC Laboratorio de Instrumentación y Control

MMR Mecanismo de rectificación del movimiento (*Mechanical Motion Rectifier*)

DSR Parte de la cadena de transmisión con doble sentido de rotación

USR Parte de la cadena de transmisión con un único sentido de rotación

PPR Pulsos por revolución

OWB Rodamiento de único sentido (*One-Way Bearing*)

# Introducción

La transición energética es una realidad. Cada año aumenta la capacidad de generación eléctrica a partir de las fuentes renovables a nivel mundial (véase la figura 1) [1]. En el año 2021 las energías renovables representaron casi el 28 % de la energía eléctrica total generada. Este porcentaje se debió principalmente a las energías hidroeléctrica, solar, eólica, geotérmica y de biomasa (véase la figura 2) [2]. El objetivo es que, para el año 2050, dos tercios del consumo energético global sea cubierto con energías sustentables [3]. Para ello, resulta fundamental el desarrollo de nuevas tecnologías no contaminantes que se sumen a las ya existentes [4]. En este contexto, las olas del océano tienen un inmenso potencial como recurso renovable [5]. Esto se debe a que:

- Las olas cuentan con la mayor densidad de energía entre todas las fuentes renovables [6]. Este valor supera en más de diez veces las densidades de las energías eólica y solar.
- La disponibilidad del recurso undimotriz a lo largo del tiempo es elevada, tanto como 90 %, mientras que las energías eólica y solar tienen una disponibilidad típica de 20-30 %.
- El aprovechamiento de la energía contenida en las olas tiene un impacto reducido en el medio ambiente.
- La energía eléctrica obtenida por medio de la fuente undimotriz puede ser integrada a plantas generadoras eólicas y solares ya existentes. De esta manera, actúa como un recurso complementario que puede ser utilizado para reducir la variabilidad de la salida de estos sistemas.
- Las olas son más predecibles que el viento y la radiación solar [7].

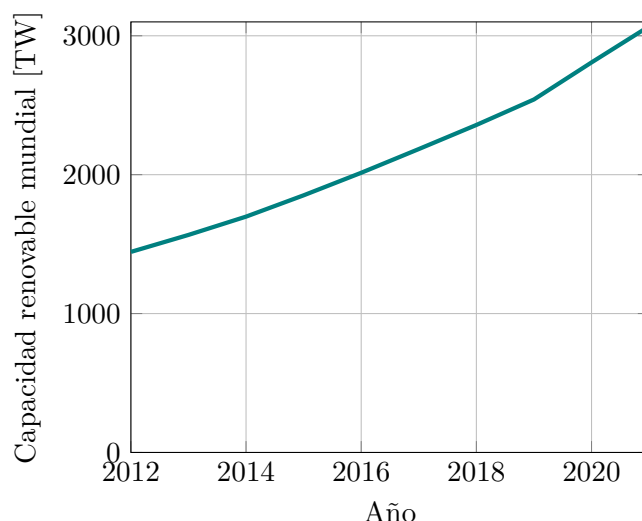


Figura 1: Evolución de la potencia renovable instalada mundialmente [1]

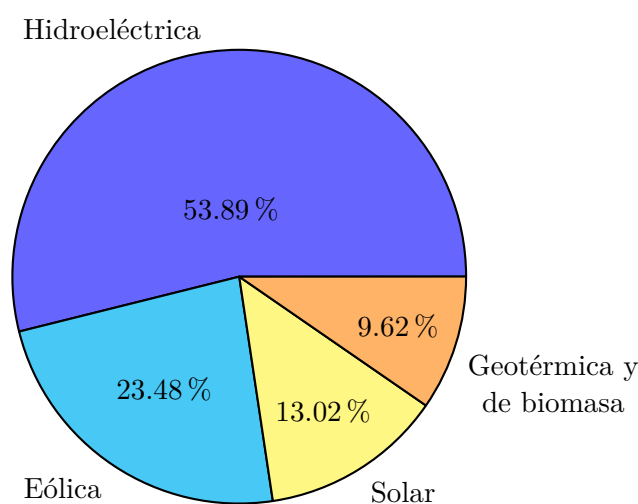


Figura 2: Porcentaje de la energía renovable total generada en el año 2021 (7931 TWh) para cada tecnología [2]

Un convertidor undimotriz (o WEC, por *Wave Energy Converter*, en inglés) transforma la energía cinética y/o potencial contenida en las olas en energía utilizable (principalmente eléctrica) [7]. A la fecha, existen más de 1000 tecnologías diferentes patentadas. Sin embargo, aún ninguna de ellas ha demostrado ser suficientemente rentable como para que su comercialización a gran escala sea factible [8]. En forma general, un WEC está compuesto por: un convertidor primario (cuerpos flotantes o sumergidos), una unidad de extracción de potencia (o PTO, por *Power Take-Off*, en inglés), un sistema de control, una electrónica de potencia y otros accesorios. El convertidor primario es el componente físico que actúa como la interfaz entre el recurso undimotriz y el WEC. La energía absorbida por este primer eslabón del sistema es transformada posteriormente en una forma útil, como lo es la electricidad, por medio de la unidad PTO [9, 10]. La electrónica de potencia es la encargada de transformar la tensión a la salida de la unidad PTO, de amplitud y frecuencia continuamente variables, en una tensión de amplitud y frecuencia estables previamente a su inyección a la red de distribución o a una red aislada. Adi-

cionalmente, pueden utilizarse baterías o supercapacitores, los que actúan como una reserva de energía que puede ser aprovechada para suministrar potencia de forma ininterrumpida y reducir las fluctuaciones de la tensión de salida [11, 12].

Se debe resaltar que el movimiento experimentado por el convertidor primario está determinado no solo por la excitación de las olas, sino también por la fuerza o el torque de reacción que ejerce la unidad PTO sobre él. Por medio de un sistema de control es posible regular esta fuerza o torque para obtener un comportamiento determinado por parte del WEC en busca de, por ejemplo, maximizar su generación de energía ante distintas condiciones de las olas, minimizar su riesgo de ser destruido en estados de oleaje severos, etc [10]. Por lo tanto, para lograr un diseño correcto del sistema de control resulta fundamental tener un modelo electromecánico que represente de manera fiable el comportamiento de la unidad PTO ante la impulsión ejercida por el recurso undimotriz sobre el convertidor primario.

En el presente trabajo se realizaron actividades sobre un prototipo a escala 1:10 de un WEC que tiene una unidad PTO basada en la rectificación del movimiento. El ejemplar a escala forma parte de un proyecto de investigación desarrollado por el Grupo de Energía Undimotriz, perteneciente al Instituto de Investigaciones Científicas y Tecnológicas en Electrónica, y con lugar de trabajo en el Laboratorio de Instrumentación y Control (LIC) de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Mar del Plata. En primer lugar, el espécimen del convertidor cuenta con una máquina de corriente continua de imán permanente (o máquina DCPM, por *Direct Current Permanent Magnet*, en inglés). Luego sigue una cadena de transmisión integrada por dos tramos dedicados a la instrumentación, un mecanismo de rectificación del movimiento (o MMR, por *Mechanical Motion Rectifier*, en inglés), que transforma el movimiento bidireccional de entrada en uno unidireccional de salida, y un tramo con volantes de inercia. Resulta conveniente considerar que la cadena de transmisión está dividida en dos secciones: una con doble sentido de rotación (DSR) y otra con un único sentido de rotación (USR). En último lugar, una máquina sincrónica de imanes permanentes y flujo axial (o máquina AFPM, por *Axial Flux Permanent Magnet*, en inglés) es acoplada a la porción de la cadena de transmisión capaz de ser girada en un solo sentido. Las partes que componen el prototipo undimotriz y su nomenclatura pueden ser observadas en la figura 3. La máquina DCPM hace las veces de convertidor primario, mientras que la cadena de transmisión y la máquina AFPM constituyen la unidad PTO.

Con el convertidor a escala materializado y dispuesto en el LIC (véase el apéndice A), las tres etapas siguientes del proyecto del Grupo de Energía Undimotriz eran:

- Encontrar un modelo matemático que permitiera describir el comportamiento dinámico del sistema PTO
- Simular de forma computacional el modelo matemático para distintas condiciones de excitación del PTO a su entrada
- Verificar experimentalmente los resultados obtenidos en el paso anterior mediante el ensayo del prototipo undimotriz en un ambiente seco

A partir de lo anterior, surgieron los siguientes objetivos principales del presente trabajo:

- Describir los comportamientos dinámicos de las máquinas eléctricas por medio de modelos electromecánicos

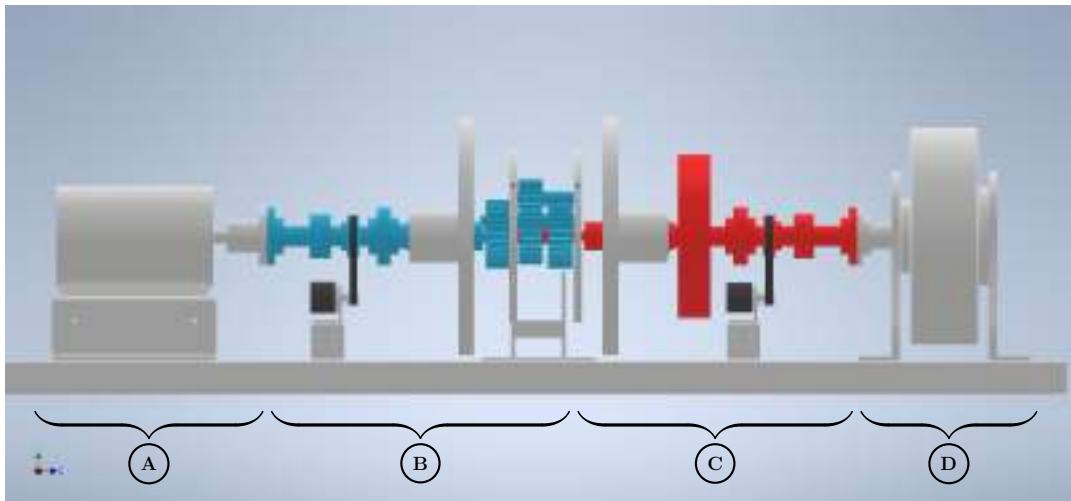


Figura 3: Nomenclatura de las partes componentes del convertidor undimotriz: A – Máquina DCPM; B – Parte de la cadena de transmisión con doble sentido de rotación (DSR), en color turquesa; C – Parte de la cadena de transmisión con un único sentido de rotación (USR), en color rojo; D – Máquina AFPM.

- Caracterizar los torques de pérdidas y determinar las propiedades mecánicas de las partes de la cadena de transmisión con un único y con doble sentido de rotación
- Medir las variables que se listan a continuación:
  - Posiciones y velocidades angulares a la entrada y a la salida de la cadena de transmisión
  - Tensiones y corrientes de los artefactos eléctricos
  - Torques de entrada y salida de la cadena de transmisión

La figura 4 muestra la ubicación de cada una de estas magnitudes en el convertidor a escala.

Por lo tanto, los objetivos específicos del trabajo son:

- Estudiar el principio de operación del MMR del prototipo undimotriz;
- Determinar los modelos eléctricos de las máquinas eléctricas;
- Formular las pérdidas existentes en los aparatos eléctricos y a partir de ello expresar los modelos mecánicos de estas máquinas;
- Definir las pérdidas en las porciones de la cadena de transmisión capaces de girar en uno y en los dos sentidos y obtener un modelo que describa los torques que las ocasionan;
- Diseñar e instalar el sistema de medición de las magnitudes eléctricas y mecánicas del ejemplar del convertidor;
- Determinar los parámetros de los modelos eléctricos de las máquinas eléctricas a partir de ensayos experimentales;



- Precisar los torques de pérdidas y momentos de inercia de todos los elementos del convertidor a escala mediante experimentos.

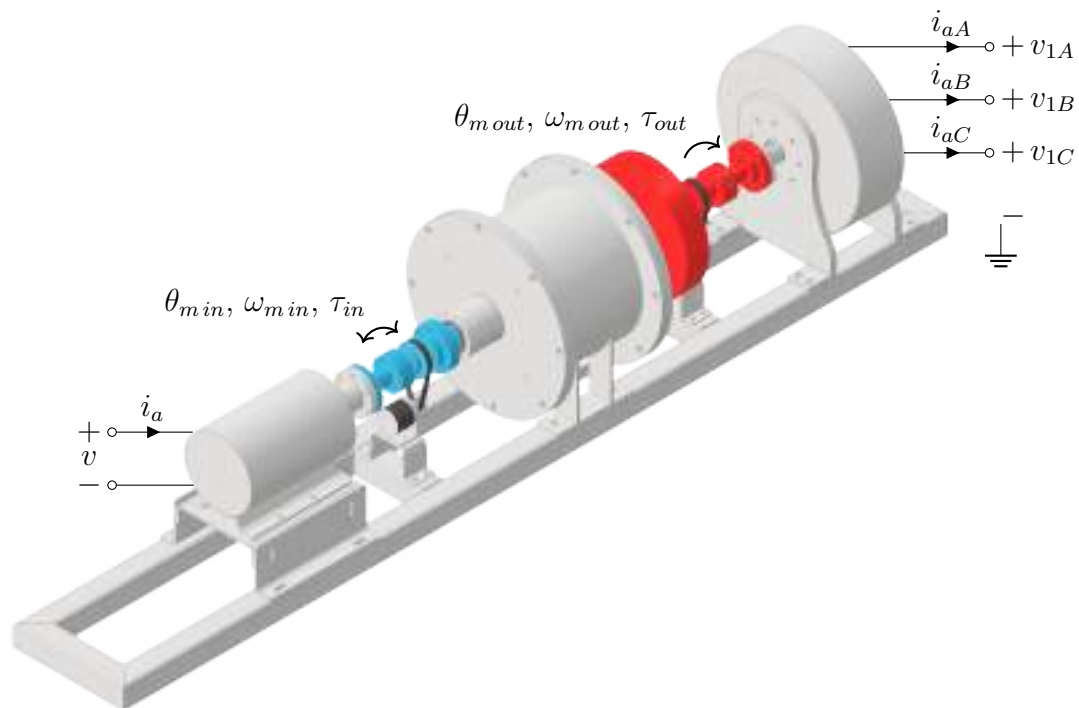


Figura 4: Magnitudes del prototipo undimotriz a medir

## Bibliografía

- [1] International Renewable Energy Agency (IRENA). *Renewable Energy Statistics 2022*, 7 2022.
- [2] bp. *Statistical Review of World Energy*, 2022.
- [3] International Renewable Energy Agency (IRENA). *Global energy transformation: A roadmap to 2050 (2019 edition)*, 4 2019.
- [4] International Energy Agency. *Net Zero by 2050: A Roadmap for the Global Energy Sector*, 10 2021.
- [5] Kushal A. Prasad, Aneesh A. Chand, Nallapaneni Manoj Kumar, Sumesh Narayan, and Kabir A. Mamun. A critical review of power take-off wave energy technology leading to the conceptual design of a novel wave-plus-photon energy harvester for island/coastal communities' energy needs. *Sustainability*, 14(4), 2022.
- [6] Nataliia Y. Sergiienko. *Three-tether wave energy converter: Hydrodynamic modelling, performance assessment and control*. PhD thesis, School of Mechanical Engineering, University of Adelaide, Adelaide, Australia, 4 2018.

- 
- [7] Bingyong Guo and John V. Ringwood. A review of wave energy technology from a research and commercial perspective. *IET Renewable Power Generation*, 15(14):3065–3090, 2021.
- [8] Bingyong Guo and John Ringwood. Geometric optimisation of wave energy conversion devices: A survey (data). In *Control parametric resonance of wave energy conversion systems (CONPARA)*, <https://doi.org/10.5281/zenodo.4813432>, May 2021. Zenodo. 10.5281/zenodo.4813432.
- [9] Amélie Têtu. *Power Take-Off Systems for WECs*, pages 203–220. Springer International Publishing, Cham, 2017.
- [10] Marcos Blanco, Jorge Torres, Miguel Santos-Herrán, Luis García-Tabarés, Gustavo Navarro, Jorge Nájera, Dionisio Ramírez, and Marcos Lafoz. *Recent Advances in Direct-Drive Power Take-Off (DDPTO) Systems for Wave Energy Converters Based on Switched Reluctance Machines (SRM)*, pages 487–532. Springer International Publishing, Cham, 2022.
- [11] Jariyani Burhanudin, Ahmad Shukri Abu Hasim, Asnor Mazuan Ishak, Jariyati Burhanudin, and Syed Mohd Fairuz Bin Syed Mohd Dardin. A review of power electronics for nearshore wave energy converter applications. *IEEE Access*, 10:16670–16680, 2022.
- [12] Adrian Cornelius Michael O’Sullivan, Wanan Sheng, and Gordon Lightbody. An analysis of the potential benefits of centralised predictive control for optimal electrical power generation from wave energy arrays. *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, 9(4):1761–1771, 2018.

# Capítulo 1

## Rectificador mecánico del movimiento

La utilización de un rectificador mecánico del movimiento en el convertidor undimotriz tiene las siguientes ventajas: [1, 2]

- En combinación con la utilización de volantes de inercia, hace posible que la máquina AFPM mantenga su velocidad por encima de su umbral de baja eficiencia. Como resultado se obtiene un rendimiento del PTO mayor que en el caso en que el movimiento de entrada al generador es bidireccional.
- Se evita que el artefacto generatriz tenga esfuerzos de torsión alternantes, lo que prolonga su vida útil.

En el caso del convertidor a escala del presente trabajo, el mecanismo rectificador del sentido de giro está basado en engranajes y en dos rodamientos de único sentido.

En primer lugar, en este capítulo se explica cómo está conformado el tipo de rodamiento de único sentido utilizado en el prototipo undimotriz y se describe el principio de funcionamiento de su pieza distintiva: el embrague de rueda libre. Luego se analiza el comportamiento del MMR cuando es impulsado desde su entrada y cuando es impulsado desde su salida, y en cada caso se distinguen los dos sentidos posibles de la excitación motriz. Finalmente, se presentan las condiciones del ensayo del convertidor a escala en ambiente seco y se muestran los aspectos dinámicos que introduce la utilización de un MMR en la unidad PTO.

### 1.1. Rodamientos de único sentido

Los rodamientos de único sentido utilizados en el prototipo undimotriz del presente trabajo (véase el apéndice B) son del modelo CSK de la marca Stieber. Están integrados por un rodamiento de bolas de 15 mm de diámetro interior de la serie 6202 y un embrague de rueda libre de tipo cuña. Este tipo de embrague se caracteriza por tener un arreglo de cuñas a lo largo de la circunferencia entre los anillos interior y exterior, equidistantes unas de otras gracias a una jaula. Por otra parte, la fuerza de un resorte asegura el contacto constante entre cada cuña y las pistas del embrague. Los componentes de los rodamientos de único sentido (u OWB, por *One-Way Bearing*, en inglés) utilizados son ilustrados en la figura 1.1.

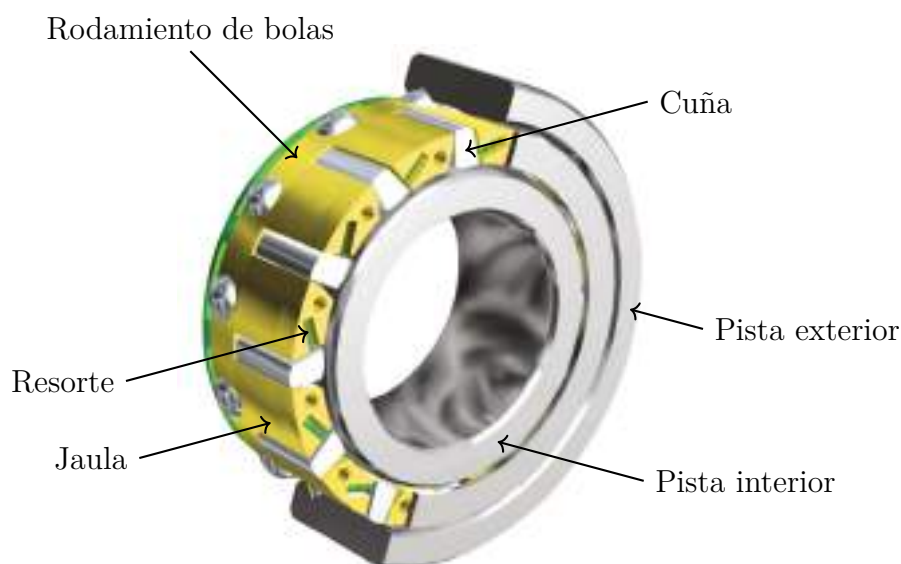


Figura 1.1: Componentes de los OWB utilizados

Las cuñas tienen una dimensión diagonal entre un par de esquinas mayor que la del otro par. Además, la mayor de las dimensiones anteriores supera el espaciado entre las pistas. Por ello, en condición de reposo, las cuñas están inclinadas un cierto ángulo. Cuando exista un movimiento relativo entre las pistas en el sentido de transmisión del torque, las cuñas tenderán a incrementar su altura y por ende a ejercer una mayor presión sobre las pistas. En consecuencia, existirá un determinado momento en que las dos pistas se acoplan debido a la fricción entre ellas y las cuñas. En cambio, si el movimiento relativo entre las pistas es en el sentido contrario, las cuñas tenderán a inclinarse para disminuir su altura y por ende tenderán a ejercer una menor presión sobre las pistas. La fricción existente en los contactos decrecerá hasta que las pistas dejen de ser solidarias por medio de las cuñas. En ese momento se dice que el anillo exterior rota libremente. Los dos estados posibles del embrague del OWB son ilustrados en la figura 1.2 [3, 4].

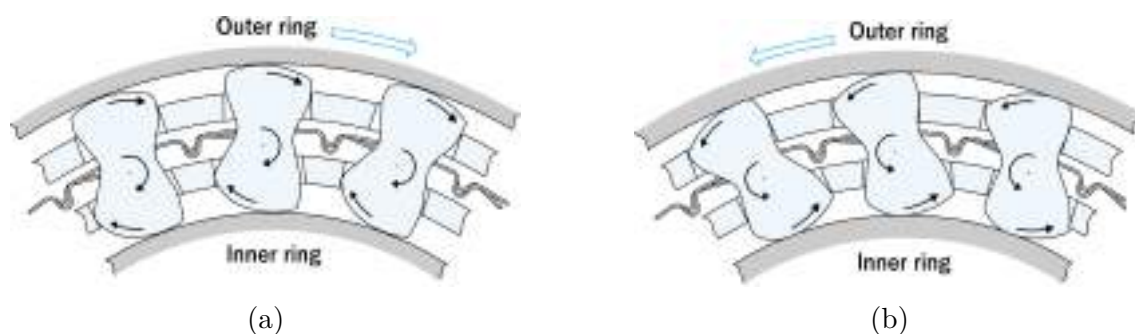


Figura 1.2: Estados del embrague del OWB: (a) Acoplado; (b) Desacoplado. La flecha en color celeste indica el sentido del movimiento relativo entre los anillos del embrague.

Por lo tanto, si se tiene en cuenta que los OWB están dispuestos en el convertidor a escala de manera que su sentido de transmisión del torque es el horario (visto desde la ubicación de la máquina DCPM), existirá acoplamiento entre sus pistas siempre que la velocidad relativa de la pista interior con respecto a la exterior sea negativa (si

el sentido horario es considerado positivo). Es decir, se transmitirá el torque desde un anillo al otro cuando se cumpla que  $\omega_{r1-2} = \omega_1 - \omega_2 < 0$ , con  $\omega_1$  y  $\omega_2$  siendo las velocidades de las pistas interior y exterior, respectivamente. En caso contrario, la pista exterior rotará libremente.

## 1.2. Aplicación de los rodamientos de único sentido en el MMR

Las figuras 1.3 y 1.4 muestran el funcionamiento del MMR cuando su salida (eje en color rojo) se encuentra inicialmente en estado de reposo y se excita su entrada (eje en color violeta) con la máquina DCPM en los sentidos horario y antihorario, respectivamente. En ellas se representaron con un mismo color los engranajes y ejes que comparten la misma variable angular. Los OWB tienen sus pistas interiores solidarias al eje que aloja los engranajes 2 y 3 (eje de salida del MMR), y sus pistas exteriores solidarias a las mismas ruedas dentadas (véase el apéndice B).

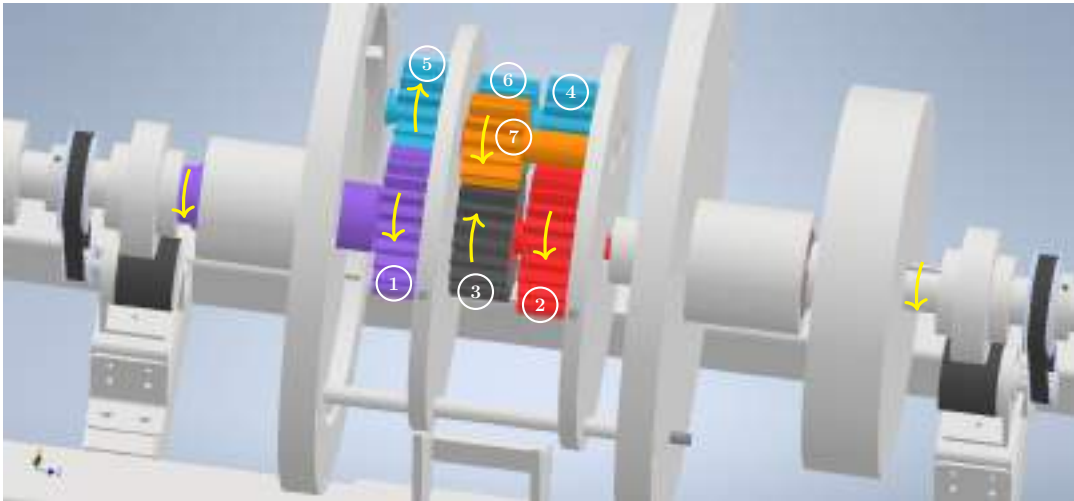


Figura 1.3: Comportamiento del MMR cuando su salida está inicialmente en estado de reposo y se impulsa su entrada en sentido horario con la máquina DCPM

Supóngase que la velocidad del eje de salida del MMR es inicialmente nula. Cuando la máquina DCPM rota en sentido horario, el eje de entrada al MMR y el engranaje 1 también lo hacen. Del engrane entre las ruedas dentadas 1 y 5 surge que el eje que aloja los engranajes 4, 5 y 6 y estos últimos rotan en sentido antihorario. El movimiento del engranaje 6 es transmitido al engranaje parásito 7, y desde este al engranaje 3. Por otra parte, el movimiento de la rueda dentada 4 es transmitido a la rueda dentada 2 por medio de su contacto directo. En estas condiciones, el OWB del engranaje 2 está acoplado y transmite el movimiento al eje de salida del MMR en sentido horario, mientras que el correspondiente al engranaje 3 tiene a su pista exterior en rotación libre en sentido antihorario. Por el contrario, cuando la máquina DCPM rota en sentido antihorario, el eje de entrada al MMR y el engranaje 1 también lo hacen. El engrane entre las ruedas dentadas 1 y 5 ocasiona que el eje que aloja los engranajes 4, 5 y 6 y estos últimos roten en sentido horario. El movimiento del engranaje 6 es transmitido al engranaje parásito 7, y desde este al engranaje 3.

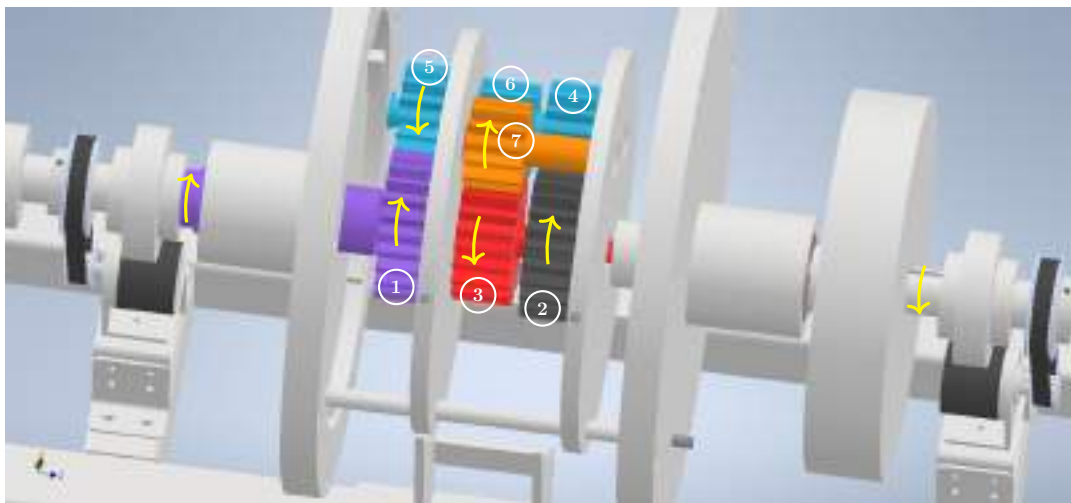


Figura 1.4: Comportamiento del MMR cuando su salida está inicialmente en estado de reposo y se impulsa su entrada en sentido antihorario con la máquina DCPM

Por otro lado, la rueda dentada 4 transmite su movimiento a la rueda dentada 2 mediante su contacto directo. En esta situación, el OWB del engranaje 3 transmite el par al eje de salida del MMR en sentido horario, mientras que el correspondiente al engranaje 2 tiene a su pista exterior en rotación libre en sentido antihorario. Por ende, independientemente del sentido de impulso de la máquina DCPM, en ambos casos se obtiene que la salida del MMR gira en sentido horario. Este fenómeno de rectificación del movimiento debe su existencia al engranaje parásito 7, el que logra que las pistas exteriores de los OWB tengan sentidos de rotación contrarios. De esta manera, se logra que un solo OWB transmita el movimiento a la salida del MMR.

Considérese ahora que se impulsa desde la salida del MMR por medio de la máquina AFPM operada como motor y que la velocidad del eje de entrada al MMR es inicialmente nula. Cuando la excitación es en sentido horario (visto desde la entrada al MMR), los dos OWB se encuentran desacoplados y no se transmite movimiento a ningún otro elemento del MMR (véase la figura 1.5). Por el contrario, cuando la excitación es en sentido antihorario (visto desde la entrada al MMR), el engranaje 2 tiende a rotar el engranaje 4 en sentido horario, y la rueda dentada 3, por medio del engranaje parásito 7, tiende a rotar la rueda dentada 6 en sentido antihorario. En consecuencia, en estas circunstancias el eje sobre el que están montados los engranajes 4, 5 y 6 se bloquea. En este caso, los dos OWB estarían acoplados y tendrían la misma variable angular si los engranajes 4 y 6 estuvieran montados sobre ejes independientes, por ello se los representa con el mismo color (véase la figura 1.6).

### 1.3. Ensayo del prototipo undimotriz en ambiente seco

En el ensayo en ambiente seco se busca evaluar el funcionamiento del convertidor a escala ante una entrada de energía que representa el recurso undimotriz. Para ello, se alimentan los terminales de la máquina DCPM con una tensión tal que permita emular el movimiento que tendría la entrada de la cadena de transmisión si existiera un convertidor primario excitado por las olas. La forma de onda de

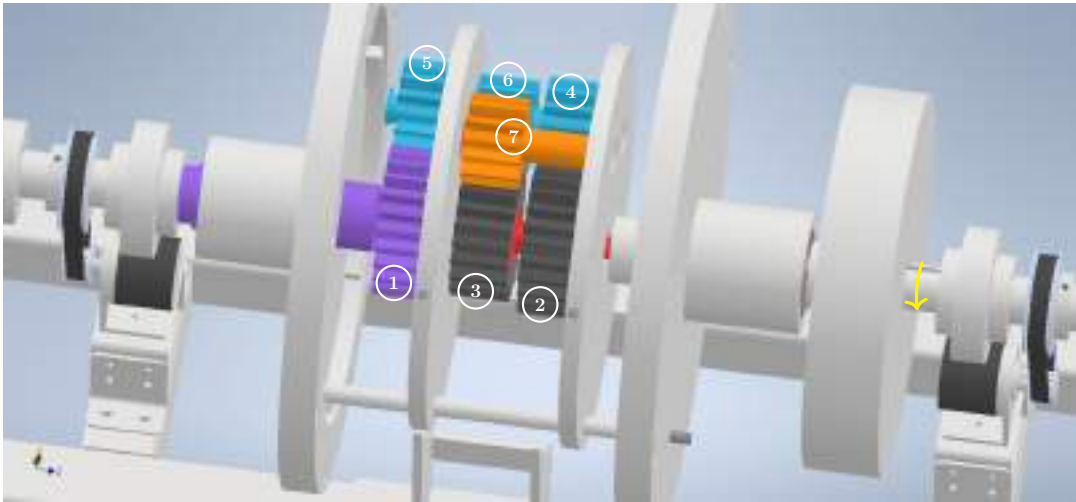


Figura 1.5: Comportamiento del MMR cuando su entrada está inicialmente en estado de reposo y se impulsa su salida en sentido horario (visto desde la entrada al MMR) con la máquina AFPM

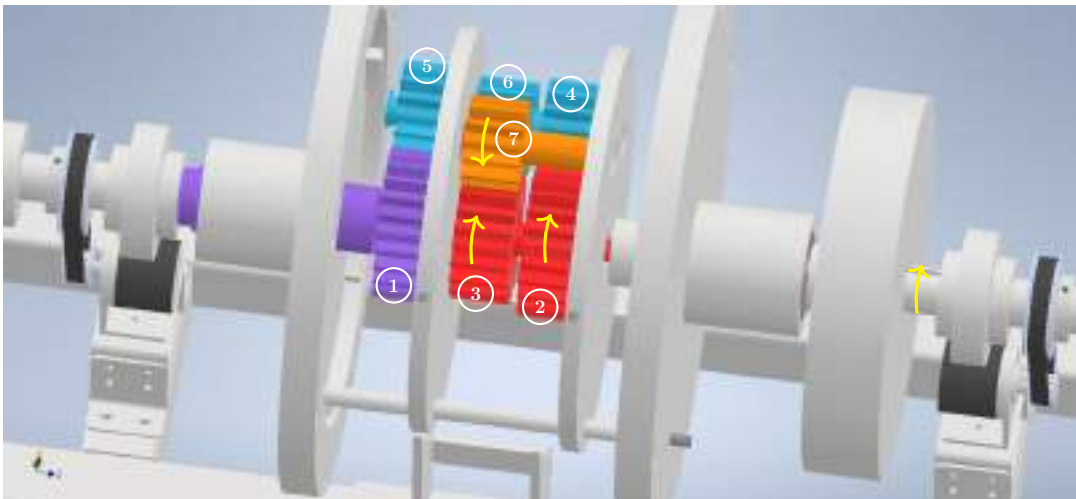


Figura 1.6: Comportamiento del MMR cuando su entrada está inicialmente en estado de reposo y se impulsa su salida en sentido antihorario (visto desde la entrada al MMR) con la máquina AFPM

la tensión es creada por un sistema electrónico que modula, por ancho de pulsos, la tensión proveniente de una fuente de alimentación DC. Por otro lado, para la realización del ensayo se conecta una carga trifásica equilibrada a la máquina AFPM.

En estas condiciones, el MMR conmuta entre estados de acoplamiento y desacoplamiento, como se ilustra en el ejemplo de la figura 1.7 para el caso del MMR basado en dos OWB de [2]. Este fenómeno repercute en las velocidades y los torques a la entrada y a la salida de la cadena de transmisión. En consecuencia, el comportamiento de la unidad PTO es totalmente no lineal, lo que fue tenido en cuenta a lo largo de todo el desarrollo del presente trabajo.

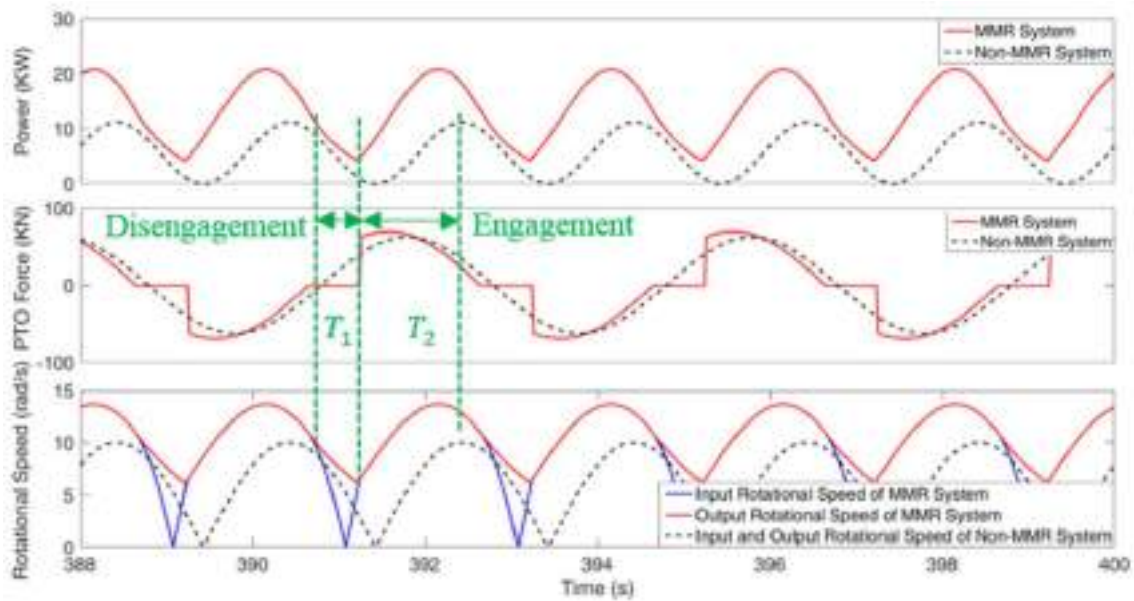


Figura 1.7: Curvas de la potencia generada (figura superior), la fuerza reactiva del sistema PTO sobre el convertidor primario (figura intermedia) y las velocidades a la entrada y a la salida del sistema PTO (figura inferior), para los casos de la unidad PTO de [2] con y sin un MMR basado en dos OWB.

## Bibliografía

- [1] Xiaofan Li, ChienAn Chen, Qiaofeng Li, Lin Xu, Changwei Liang, Khai Ngo, Robert G. Parker, and Lei Zuo. A compact mechanical power take-off for wave energy converters: Design, analysis, and test verification. *Applied Energy*, 278, 8 2020.
- [2] Xiaofan Li, Changwei Liang, Chien-An Chen, Qiuchi Xiong, Robert G. Parker, and Lei Zuo. Optimum power analysis of a self-reactive wave energy point absorber with mechanically-driven power take-offs. *Energy*, 195:116927, 2020.
- [3] Altra Industrial Motion. Overrunning, indexing, backstopping clutches. <https://www.altraliterature.com/-/media/Files/Literature/Brand/formsprag-clutch/catalogs/p-956-fc.ashx>. Accedido: 7-10-2022.
- [4] Ltd. Koyo Seiko Co. Sprag type one-way clutches. <http://www.peilinbrg.com/html/images/car/4.pdf>. Accedido: 7-10-2022.



## Capítulo 2

# Máquina de corriente continua de imán permanente

La máquina DCPM del prototipo undimotriz es el modelo C42D34OB5A de la marca Leeson y esta junto con su acople pueden ser observados en la figura 2.1. Los valores nominales indicados en la chapa de características del aparato se listan en la tabla 2.1.



Figura 2.1: Máquina DCPM

Tensión en terminales	180	V
Velocidad	4000	rpm
Corriente de armadura	10	A
Potencia en el eje	2	HP

Tabla 2.1: Valores nominales de las variables de la máquina DCPM

El capítulo comienza con una breve explicación de la física detrás del funcionamiento de la máquina. Seguidamente se presentan su circuito equivalente y su modelo matemático basado en la ley de tensiones de Kirchhoff. Luego se identifican las fuentes de pérdidas y se dan expresiones para su cálculo. Se completa la caracterización de la dinámica de operación del artefacto mediante la aplicación de la segunda ley de Newton sobre su eje. Finalmente, se presenta la forma de determinar la eficiencia de la máquina.

## 2.1. Modelo eléctrico y circuito equivalente

Un esquema simplificado de una máquina DCPM puede ser observado en la figura 2.2a. El estator está conformado por un imán permanente y el rotor por una sencilla espira de alambre solidaria a un eje. En la máquina del presente trabajo el rotor dispone de muchas espiras interconectadas, lo que aumenta la complejidad del análisis de su funcionamiento. Más allá de esto, los principios básicos de operación son los mismos. También debe aclararse que, en realidad, las espiras de alambre se encuentran en ranuras labradas en el núcleo ferromagnético del rotor, que tiene forma cilíndrica y es solidario al eje de la máquina. El núcleo ferromagnético no fue representado en la figura 2.2a para no sobrecargar el esquema y facilitar su entendimiento. En cambio, se encuentra ilustrado en la figura 2.2b, en la que también pueden observarse las líneas de fuerza de campo magnético que lo atraviesan.

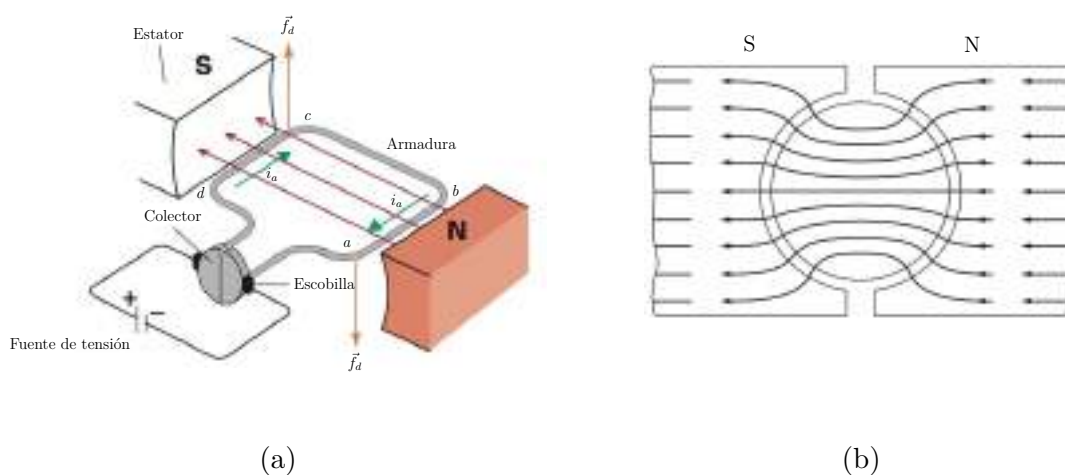


Figura 2.2: Esquema simplificado de una máquina DCPM con escobillas: (a) vista en perspectiva (el núcleo ferromagnético rotórico no es ilustrado); (b) vista lateral del imán permanente, núcleo de hierro del rotor y líneas de fuerza de campo magnético.

Cuando se aplica una tensión entre los terminales de la máquina, fluye una corriente a través de la espira, que interactúa con el campo magnético establecido por el imán permanente. Esta interacción genera fuerzas sobre los segmentos  $ab$  y  $cd$  de la espira, que, a su vez, producen un torque electromagnético que impulsa o frena al rotor dependiendo de si la máquina actúa como motor o como generador, respectivamente. El módulo del torque electromagnético desarrollado en la máquina puede ser calculado por

$$\tau_d = c_T \phi_g i_a \quad (2.1)$$

donde  $c_T$  es una constante que depende de la construcción de la máquina,  $\phi_g$  es el flujo magnético en el entrehierro (flujo útil) y  $i_a$  es la corriente de armadura. Para las máquinas DCPM el flujo magnético de los imanes es constante ( $\phi_g = cte$ ). Luego, si se desprecia la reacción de armadura, la expresión (2.1) se reduce a

$$\tau_d = k_T i_a \quad (2.2)$$

donde  $k_T$  es la constante de torque de la máquina DCPM en cuestión.

Cuando el eje de la máquina rota, se inducen fuerzas contraelectromotrices  $e'$  en los segmentos  $ab$  y  $cd$  de la espira. Ambas resultan ser del mismo valor y de la misma polaridad para todo instante de tiempo, por lo que la fuerza contraelectromotriz total en la espira es dos veces  $e'$  y su módulo puede calcularse por medio de

$$e = c_E \phi_g \omega_m \quad (2.3)$$

con  $c_E$  siendo una constante que depende de la fabricación de la máquina y  $\omega_m$  siendo la velocidad angular. Para una máquina DCPM con reacción de armadura despreciable, la expresión (2.3) puede ser reescrita como

$$e = k_E \omega_m \quad (2.4)$$

donde  $k_E$  es la constante de tensión de la máquina en cuestión [1, 2].

El modelo eléctrico de la máquina se muestra en la figura 2.3. Si se aplica la segunda ley de Kirchhoff a dicho circuito se obtiene [3, 4]

$$v = R_s i_a + L_a \frac{di_a}{dt} + e \quad (2.5)$$

donde  $v$  es la tensión entre los terminales de la máquina,  $R_s$  es la resistencia del devanado de armadura e incluye las resistencias de contacto entre las escobillas y los segmentos de conductor del colector, y  $L_a$  es la autoinductancia del devanado de armadura.

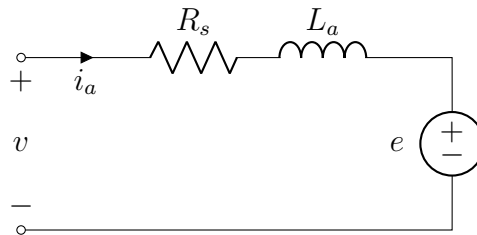


Figura 2.3: Circuito equivalente que modela la máquina DCPM con escobillas, en notación de operación como motor (consumidor)

La potencia electromagnética desarrollada en la máquina puede ser expresada por medio de variables mecánicas como

$$p_{elm} = \tau_d \omega_m \quad (2.6)$$

y por medio de variables eléctricas como [2]

$$p_{elm} = e i_a \quad (2.7)$$

Si se plantea la igualdad de las expresiones (2.6) y (2.7) y se reemplaza  $\tau_d$  y  $e$  por (2.2) y (2.4), respectivamente, se llega a que  $k_T = k_E$  [4].

## 2.2. Pérdidas y eficiencia

Las pérdidas en la máquina son la suma de las pérdidas en el devanado de armadura y en las escobillas  $\Delta P_a$ , pérdidas en el núcleo  $\Delta P_{Fe}$  y pérdidas rotacionales o mecánicas  $\Delta P_{rot}$  [1]. A continuación se describe cada una de estas pérdidas.

### 2.2.1. Pérdidas en el devanado de armadura y en las escobillas

Las pérdidas en el devanado de armadura y en las escobillas pueden ser calculadas por medio de

$$\Delta P_a = I_a^2 R_s \quad (2.8)$$

donde  $I_a$  es el valor eficaz de la corriente de armadura [1, 2].

### 2.2.2. Pérdidas en el núcleo

Las pérdidas en el núcleo se deben a la histéresis magnética del hierro y a las corrientes parásitas que circulan en la superficie de este último. Estas varían conforme a  $f^{4/3}$ , con  $f$  siendo la frecuencia fundamental de la corriente de armadura, relacionada con la velocidad del rotor por medio de [1, 2]

$$f = \frac{p \omega_m}{2\pi} \quad (2.9)$$

Por ende, puede escribirse

$$\Delta P_{Fe} = c_{Fe} \omega_m^{4/3} \quad (2.10)$$

en la que, si se desprecia la reacción de armadura, el coeficiente  $c_{Fe}$  es constante [2, 4].

### 2.2.3. Pérdidas rotacionales

Las pérdidas rotacionales o mecánicas  $\Delta P_{rot}$ , en forma general, son la suma de las pérdidas por fricción en cojinetes  $\Delta P_{fr}$ , pérdidas aerodinámicas  $\Delta P_{wind}$  y pérdidas por ventilación  $\Delta P_{vent}$  (si existe un sistema de refrigeración forzada), es decir, [2]

$$\Delta P_{rot} = \Delta P_{fr} + \Delta P_{wind} + \Delta P_{vent} \quad (2.11)$$

La máquina DCPM del presente trabajo no dispone de un ventilador para refrigeración, por lo que las pérdidas por ventilación son nulas y la ecuación (2.11) se reduce a

$$\Delta P_{rot} = \Delta P_{fr} + \Delta P_{wind} \quad (2.12)$$

El diagrama de flujo de potencia de la máquina puede ser observado en la figura 2.4.

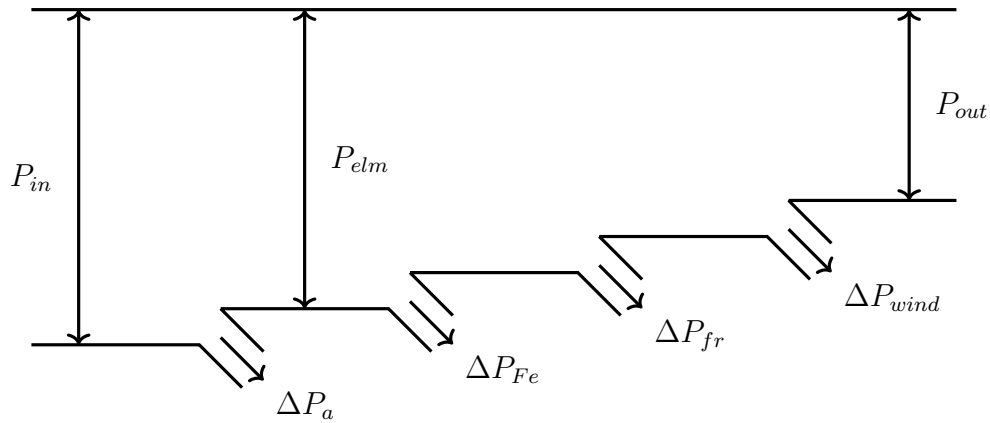


Figura 2.4: Diagrama de flujo de potencia de la máquina DCPM

### 2.2.3.1. Pérdidas por fricción en cojinetes

Se considera que las dimensiones de la máquina DCPM del prototipo olamotriz son pequeñas [5]. Esto permite calcular las pérdidas por fricción en cojinetes por medio de

$$\Delta P_{fr} = 0,06 k_{fb} m_r n \quad [\text{W}] \quad (2.13)$$

donde  $k_{fb} = 1$  a  $3 \text{ m}^2/\text{s}^2$ ,  $m_r$  es la masa del rotor en kg y  $n$  es la velocidad del rotor en rev/s [5, 6].

### 2.2.3.2. Pérdidas aerodinámicas

Las pérdidas aerodinámicas son aquellas que surgen del rozamiento de las partes móviles de la máquina con el fluido dentro de su carcasa. Para una máquina pequeña sin ventilador y que funciona a una velocidad menor a 6000 rpm pueden calcularse como

$$\Delta P_{wind} = 2D_{2out}^3 L_i n_m^3 \cdot 10^{-6} \quad [\text{W}] \quad (2.14)$$

donde  $D_{2out}$  es el diámetro exterior del rotor en metros,  $L_i$  es el largo efectivo del núcleo en metros y  $n_m$  es la velocidad del rotor en rpm [6].

### 2.2.4. Modelo mecánico

Para caracterizar completamente el comportamiento de la máquina DCPM se aplica la segunda ley de Newton de rotación sobre su eje, la que lleva a

$$\tau_d = \tau_L + \tau_{(fr+Fe+wind)} + J \frac{d\omega_m}{dt} \quad (2.15)$$

donde  $\tau_L$  es el torque de carga en el eje,  $\tau_{(fr+Fe+wind)}$  es el torque equivalente que genera las pérdidas por fricción en los cojinetes, las del núcleo y las aerodinámicas, y  $J$  es la suma de los momentos de inercia del rotor y de la carga conectada a él [3].

### 2.2.5. Eficiencia

Las pérdidas de potencia totales en la máquina DCPM del prototipo undimotriz son

$$\Delta P = \Delta P_a + \Delta P_{Fe} + \Delta P_{fr} + \Delta P_{wind} \quad (2.16)$$

Luego, la eficiencia de la máquina es

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{out} + \Delta P} \quad (2.17)$$

donde  $P_{out}$  es la potencia mecánica de salida de la máquina cuando funciona como motor o la potencia eléctrica de salida cuando lo hace como generador.

## Bibliografía

- [1] Stephen J. Chapman. *Máquinas eléctricas*, chapter 7 - Fundamentos de máquinas de corriente directa (cd), pages 301–344. The McGraw-Hill Companies, Inc., 2012.
- [2] Jacek F. Gieras. *Permanent Magnet Motor Technology: Design and Applications, Third Edition*, chapter 4 - Permanent Magnet d.c. Commutator Motors. CRC Press, 2009.
- [3] P.C. Krause, O. Wasynczuk, S.D. Sudhoff, and S.D. Pekarek. *Analysis of Electric Machinery and Drive Systems*, chapter 10 - DC Machines and Drives. IEEE Press Series on Power and Energy Systems. Wiley, 2013.
- [4] Austin Hughes and Bill Drury. Chapter 3 - d.c. motors. In Austin Hughes and Bill Drury, editors, *Electric Motors and Drives (Fifth Edition)*, pages 89–129. Newnes, fifth edition edition, 2019.
- [5] Jacek F. Gieras, Rong-Jie Wang, and Maarten Kamper. *Axial Flux Permanent Magnet Brushless Machines*, chapter 2 - Principles of AFPM Machines. Springer, 2008.
- [6] Jacek F. Gieras. *Permanent Magnet Motor Technology: Design and Applications, Third Edition*, chapter Appendix B - Losses in a.c. Motors. CRC Press, 2009.

## Capítulo 3

# Máquina sincrónica de imanes permanentes y flujo axial

Las máquinas AFPM son particularmente aptas para la producción de energía eléctrica a partir del recurso undimotriz debido a que generan una alta densidad de energía, poseen una alta eficiencia y son capaces de operar a bajas velocidades [1, 2]. En particular, aquellas con un núcleo de aire en su estator poseen las siguientes ventajas: tienen una mayor eficiencia debido a la ausencia de pérdidas en el hierro, su funcionamiento es más suave, no muestran una repulsión magnética entre el estator y el rotor, soportan picos de torque más elevados y presentan un torque de arranque más bajo [3-5].

La máquina AFPM del prototipo olamotriz es el modelo GDG-0.1KW-100 Inner Rotor de la marca Greef. Está conformada por un rotor y un estator. La parte estática cuenta con un núcleo de aire y un devanado trifásico conectado en estrella. Se trata de un artefacto eléctrico diseñado para tener fuerzas electromotrices sinusoidales en sus fases. La figura 3.1 muestra sus componentes. Los valores nominales indicados en la chapa de características se listan en la tabla 3.1.

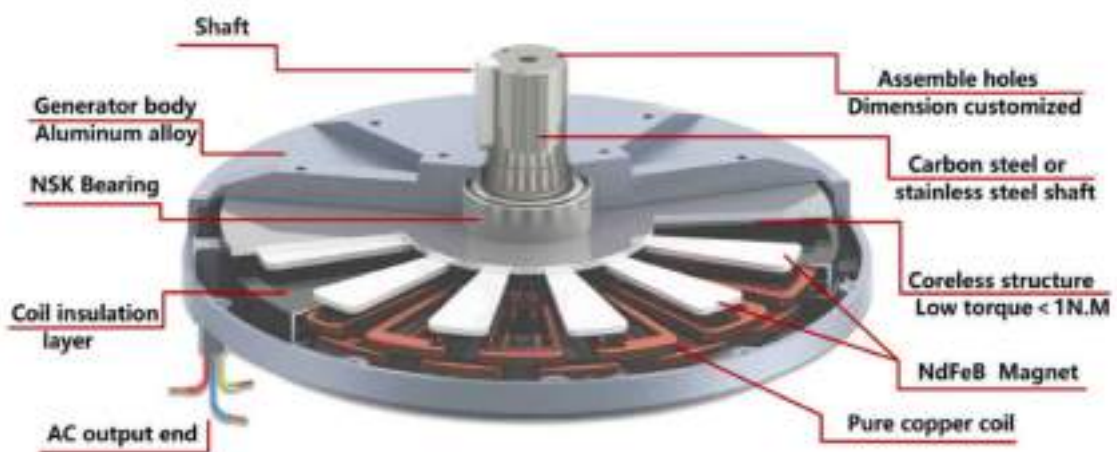


Figura 3.1: Componentes de la máquina sincrónica de imanes permanentes y flujo axial del presente trabajo

Tensión de línea	12	V
Velocidad	100	rpm
Potencia eléctrica	100	W
Número de polos	20	

Tabla 3.1: Valores nominales de las variables de la máquina AFPM

En primera instancia, en este capítulo se presenta el modelo del comportamiento dinámico de la máquina en los marcos de referencia  $ABC$  y  $dq0$ . Seguidamente se obtienen los circuitos equivalentes y expresiones para la potencia y el torque electromagnéticos desarrollados. Se identifican las fuentes de pérdidas y se brindan ecuaciones que permiten cuantificarlas. Se concluye la caracterización de la dinámica de funcionamiento del artefacto con la utilización de la segunda ley de Newton sobre su eje. Por último, se formula la eficiencia de la máquina.

### 3.1. Modelo eléctrico y circuitos equivalentes $dq0$

#### 3.1.1. Modelo eléctrico en el marco de referencia natural

Las ecuaciones de las tensiones de fase de cualquier máquina eléctrica trifásica de corriente alterna pueden ser escritas como [6]

$$\begin{bmatrix} v_{1A} \\ v_{1B} \\ v_{1C} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{1A} & 0 & 0 \\ 0 & R_{1B} & 0 \\ 0 & 0 & R_{1C} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{aA} \\ i_{aB} \\ i_{aC} \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \psi_A \\ \psi_B \\ \psi_C \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

donde  $v_{1A}$ ,  $v_{1B}$  y  $v_{1C}$  son las tensiones de fase del estator en las fases A, B y C, respectivamente,  $R_{1A}$ ,  $R_{1B}$  y  $R_{1C}$  son las resistencias de los devanados estatóricos de las fases A, B y C,  $i_{aA}$ ,  $i_{aB}$  y  $i_{aC}$  son las corrientes de fase del estator (armadura) en las fases A, B y C, y  $\psi_A$ ,  $\psi_B$  y  $\psi_C$  son los flujos magnéticos concatenados en las fases A, B y C del estator debido al flujo magnético inducido por las corrientes del estator y al flujo magnético del imán permanente. Estos flujos magnéticos concatenados pueden ser expresados como

$$\begin{bmatrix} \psi_A \\ \psi_B \\ \psi_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{AA} & L_{AB} & L_{AC} \\ L_{BA} & L_{BB} & L_{BC} \\ L_{CA} & L_{CB} & L_{CC} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{aA} \\ i_{aB} \\ i_{aC} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \psi_f \cos \theta \\ \psi_f \cos (\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ \psi_f \cos (\theta + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

donde  $L_{AA}$ ,  $L_{BB}$  y  $L_{CC}$  son las autoinductancias de las fases A, B y C,  $L_{AB}$ ,  $L_{AC}$ ,  $L_{BA}$ ,  $L_{BC}$ ,  $L_{CA}$  y  $L_{CB}$  son las inductancias mutuas entre las fases indicadas por los subíndices y  $\psi_f$  es el máximo flujo concatenado por fase debido a la excitación del imán permanente. Las autoinductancias e inductancias mutuas son funciones del ángulo eléctrico rotórico  $\theta$  definido en la figura 3.2 como el ángulo entre la línea del centro de los imanes permanentes y el eje magnético de la fase A. Con la máquina en operación, este ángulo varía a lo largo del tiempo y por lo tanto también lo hacen todas las inductancias [7, 8].



### 3.1.2. Modelo eléctrico en el marco de referencia rotórico $dq0$

La ecuación (3.1) está expresada en el marco de referencia estacionario  $ABC$  donde las variables circuitales (tensión, corriente y flujo concatenado) están expresadas en un marco de referencia que está fijo al estator. Para máquinas sincrónicas, como la máquina AFPM, es muy conveniente transformar o referir las variables del estator expresadas en el marco de referencia estacionario  $ABC$  a un marco de referencia que es fijo al rotor. En esta transformación, los devanados estatóricos  $ABC$  de la máquina son reemplazados por devanados ficticios  $dq0$  que giran con el rotor [6]. La conveniencia de referir las variables del estator al marco de referencia  $dq0$  está en que:

- Se obtiene un sistema de tres ecuaciones diferenciales que describen el comportamiento dinámico de la máquina en las cuales las inductancias no varían con el tiempo [8, 9];
- A diferencia del modelo con fasores variables en el tiempo, para que este modelo sea exacto no necesita que la variación en las cantidades eléctricas sea lenta en comparación con la frecuencia del sistema. Esto permite analizar fenómenos dinámicos rápidos [10–12];
- Las señales originales de corriente alterna (o AC, por *Alternating Current*, en inglés) se convierten en señales de corriente continua (o DC, por *Direct Current*, en inglés). Esto simplifica el análisis de las máquinas trifásicas y resulta conveniente para el diseño del sistema de control [13];
- Los parámetros del modelo pueden ser obtenidos mediante mediciones eléctricas en los terminales de la máquina [8].

En el ensayo del prototipo undimotriz en ambiente seco, la máquina AFPM opera a una velocidad mecánica variable y presenta fenómenos transitorios en su actuación debido a la influencia del MMR. Para predecir su funcionamiento con la mayor exactitud posible en estas condiciones, se planteará el modelo eléctrico en el marco de referencia  $dq0$ .

Para entender esta transformación considérese la sección transversal de una máquina AFPM de dos polos utilizada como ejemplo, la cual es mostrada en la figura 3.2a (vista superior desarrollada en el plano de la hoja) y en la figura 3.2b (vista frontal). La figura 3.2a muestra que los imanes permanentes están embebidos dentro del yugo de acero rotórico, pero podrían estar alternativamente sobre su superficie en una máquina AFPM sinusoidal.

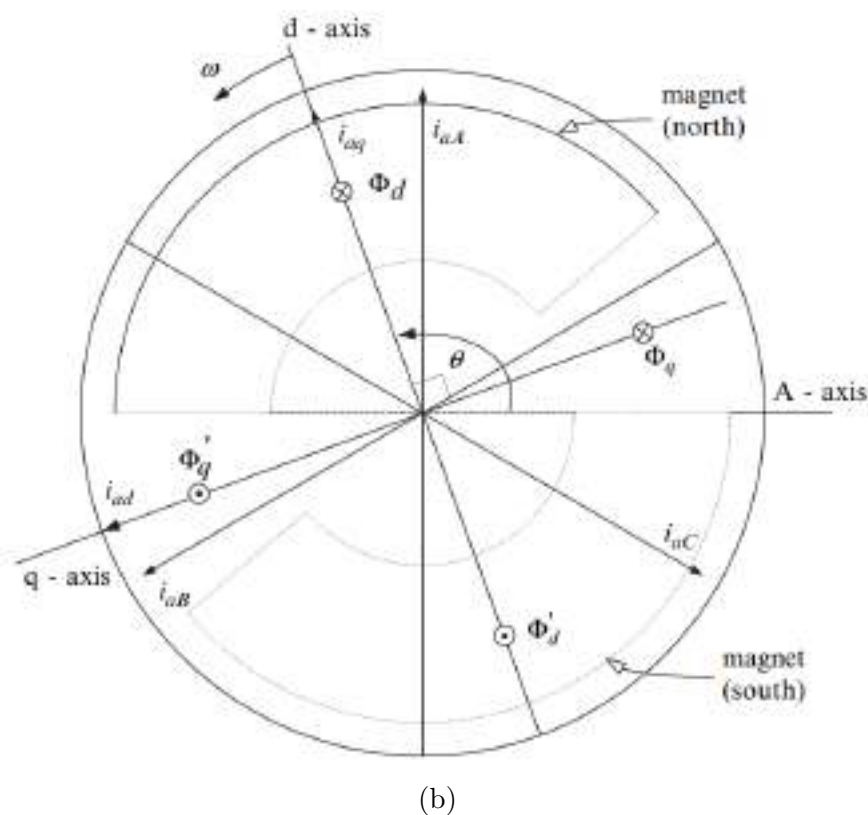
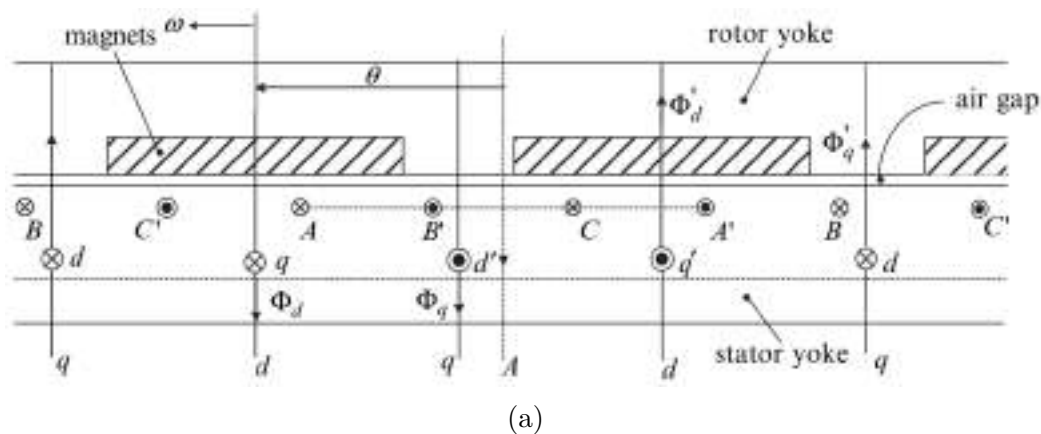


Figura 3.2: Devanados  $ABC$  estatóricos y  $dq$  rotantes de una simple máquina AFPM de dos polos: (a) vista superior desarrollada en el plano de la hoja; (b) vista frontal (los imanes permanentes están dibujados con líneas de puntos)

En la figura 3.2 puede observarse la configuración de los devanados  $ABC$  y  $dq$  en la máquina. Los devanados rotantes  $d$  y  $q$  tienen sus ejes magnéticos alineados con los ejes directo (o  $d$ , por *direct*, en inglés) y de cuadratura (o  $q$ , por *quadrature*, en inglés) del rotor, respectivamente. El eje  $q$  adelanta  $90^\circ$  al eje  $d$  en el sentido de rotación del plano  $dq$  (sentido antihorario). Se elige que el eje  $d$  del rotor esté alineado con la línea del centro de los imanes permanentes. Como ya se ha mencionado, la posición del rotor y de los devanados  $dq$  con respecto a los devanados estatóricos  $ABC$  es definida en la figura 3.2 como el ángulo eléctrico  $\theta$  entre el eje rotante  $d$  y el eje magnético de la fase A. Debe aclararse que, al tener la máquina del ejemplo

un solo par de polos, el ángulo eléctrico del rotor  $\theta$  coincide con el ángulo mecánico del rotor  $\theta_m$ . Además, nótese que en la figura 3.2b la dirección del flujo magnético ( $\phi$ ) es ortogonal al plano de la hoja, mientras que la corriente circula en el plano de la hoja.

Para pasar del marco de referencia estacionario  $ABC$  al marco de referencia  $dq0$  se utiliza la transformación de Park, que está dada por

$$\begin{bmatrix} f_d \\ f_q \\ f_0 \end{bmatrix} = [K_p] \cdot \begin{bmatrix} f_A \\ f_B \\ f_C \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

donde

$$[K_p] = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos \left( \theta - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left( \theta + \frac{2\pi}{3} \right) \\ -\sin \theta & -\sin \left( \theta - \frac{2\pi}{3} \right) & -\sin \left( \theta + \frac{2\pi}{3} \right) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

En cambio, para pasar del marco de referencia  $dq0$  al marco de referencia estacionario  $ABC$  se utiliza la transformación inversa de Park, que se expresa como

$$\begin{bmatrix} f_A \\ f_B \\ f_C \end{bmatrix} = [K_p]^{-1} \cdot \begin{bmatrix} f_d \\ f_q \\ f_0 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

con  $[K_p]^{-1}$  siendo la matriz inversa de  $[K_p]$ , es decir, [8]

$$[K_p]^{-1} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 1 \\ \cos \left( \theta - \frac{2\pi}{3} \right) & -\sin \left( \theta - \frac{2\pi}{3} \right) & 1 \\ \cos \left( \theta + \frac{2\pi}{3} \right) & -\sin \left( \theta + \frac{2\pi}{3} \right) & 1 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

En las ecuaciones (3.3) y (3.5),  $f_d$ ,  $f_q$  y  $f_0$  pueden ser las componentes de las tensiones de fase en terminales, las corrientes o los flujos concatenados en el marco de referencia  $dq0$ , mientras que  $f_A$ ,  $f_B$  y  $f_C$  son las componentes de las mismas variables circuitales en el marco de referencia  $ABC$ . Al aplicar la expresión (3.3) a la expresión (3.1) y al asumir que las diferencias entre las resistencias de los devanados estáticos son despreciables, se llega a las siguientes ecuaciones, expresadas en notación de operación de la máquina como motor (consumidor) [3, 14]

$$v_{1d} = R_1 i_{ad} + \frac{d\psi_d}{dt} - \omega \psi_q \quad (3.7)$$

$$v_{1q} = R_1 i_{aq} + \frac{d\psi_q}{dt} + \omega \psi_d \quad (3.8)$$

$$v_{10} = R_1 i_{a0} + \frac{d\psi_0}{dt} \quad (3.9)$$

donde  $R_1$  es la resistencia del devanado estático por fase y  $\omega = 2\pi f$  es la frecuencia angular eléctrica. Adicionalmente,  $\psi_d$ ,  $\psi_q$  y  $\psi_0$  pueden ser escritos como

$$\psi_d = (L_{ad} + L_1) i_{ad} + \psi_f = L_{sd} i_{ad} + \psi_f \quad (3.10)$$

$$\psi_q = (L_{aq} + L_1) i_{aq} = L_{sq} i_{aq} \quad (3.11)$$

$$\psi_0 = L_0 i_{a0} \quad (3.12)$$

en las que  $L_{ad}$  y  $L_{aq}$  son las inductancias de reacción de armadura (inductancias mutuas) en los ejes  $d$  y  $q$ , y  $L_1$  es la inductancia debida al flujo disperso. Las inductancias de armadura resultantes  $L_{sd} = L_{ad} + L_1$  y  $L_{sq} = L_{aq} + L_1$  son las inductancias sincrónicas en los ejes  $d$  y  $q$ . Por otra parte,  $L_0$  es la inductancia de secuencia cero. Bajo condiciones balanceadas se cumple que  $i_{aA} + i_{aB} + i_{aC} = 0$ . Luego, de la última de las ecuaciones (3.3) aplicada a las corrientes de armadura resulta  $i_{a0} = 0$ . En consecuencia, por las ecuaciones (3.12) y (3.9), se cumple que  $\psi_0 = 0$  y  $v_{10} = 0$ .

Por medio del reemplazo de las ecuaciones (3.10) y (3.11) en las ecuaciones (3.7) y (3.8), y de la ecuación (3.12) en la ecuación (3.9), se llega a [3, 6]

$$\begin{aligned} v_{1d} &= R_1 i_{ad} + \frac{di_{ad}}{dt} L_{sd} - \omega L_{sq} i_{aq} \\ v_{1q} &= R_1 i_{aq} + \frac{di_{aq}}{dt} L_{sq} + \omega L_{sd} i_{ad} + \omega \psi_f \\ v_{10} &= R_1 i_{a0} + \frac{di_{a0}}{dt} L_0 \end{aligned} \quad (3.13)$$

De acuerdo a las expresiones (3.13), los circuitos equivalentes de la máquina AFPM en el marco de referencia  $dq0$  pueden ser representados como se muestra en la figura 3.3 [7]. Si bien, por simplicidad, se ha presentado la transformación  $dq0$  para una máquina AFPM de un solo par de polos, puede extenderse su aplicación a una con un mayor número de pares de polos. Para ello, debe tenerse en cuenta que el ángulo eléctrico  $\theta$  se relaciona con el ángulo mecánico  $\theta_m$  por medio del número  $p$  de pares de polos de la máquina de la siguiente manera [10]

$$\frac{\theta}{\theta_m} = p \quad (3.14)$$

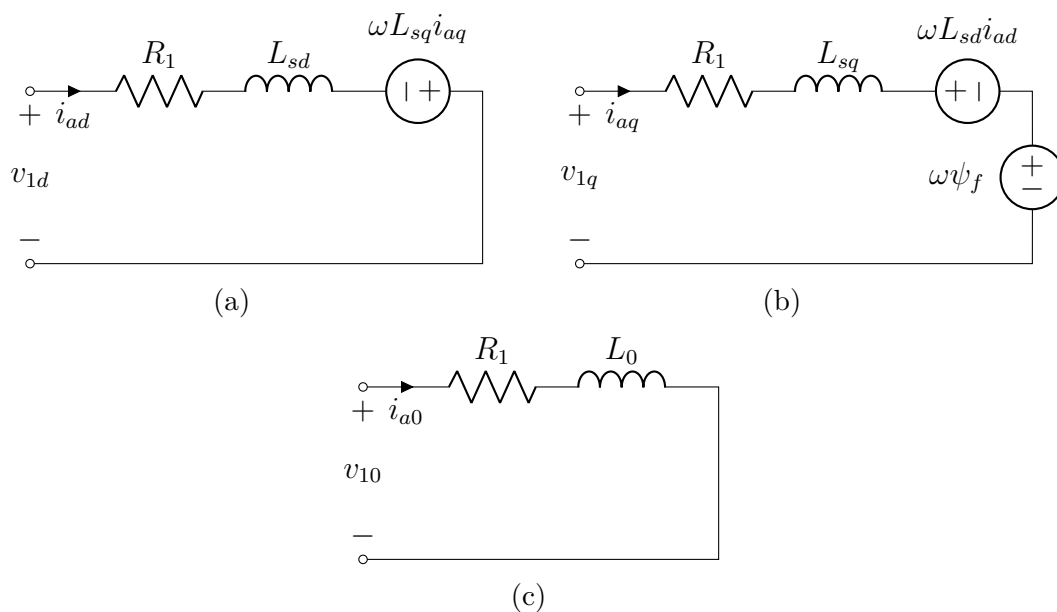


Figura 3.3: Circuitos equivalentes en los ejes  $d$  (a),  $q$  (b) y  $0$  (c) que modelan la máquina AFPM, en notación de operación como motor (consumidor)

### 3.1.3. Potencia eléctrica, potencia electromagnética y torque electromagnético

La potencia eléctrica instantánea en los terminales de una máquina trifásica operando como motor (potencia de entrada) u operando como generador (potencia de salida) puede ser expresada en términos de cantidades  $ABC$  como

$$p_{elec} = v_{1A}i_{aA} + v_{1B}i_{aB} + v_{1C}i_{aC} \quad (3.15)$$

y en términos de cantidades  $dq0$  como

$$p_{elec} = \frac{3}{2}(v_{1d}i_{ad} + v_{1q}i_{aq} + 2v_{10}i_{a0}) \quad (3.16)$$

Si el sistema es balanceado, la ecuación (3.16) se simplifica a

$$p_{elec} = \frac{3}{2}(v_{1d}i_{ad} + v_{1q}i_{aq}) \quad (3.17)$$

La potencia electromagnética de una máquina trifásica, ya sea su operación en condiciones balanceadas o no, puede ser calculada como [8, 10]

$$p_{elm} = \frac{3}{2}\omega[\psi_f + (L_{sd} - L_{sq})i_{ad}]i_{aq} \quad (3.18)$$

Si se divide a ambos miembros de la ecuación (3.18) por la velocidad mecánica del rotor  $\omega_m$  se obtiene la siguiente ecuación para el torque electromagnético desarrollado en la máquina trifásica:

$$\tau_d = \frac{3}{2}p[\psi_f + (L_{sd} - L_{sq})i_{ad}]i_{aq} \quad (3.19)$$

donde se tuvo en cuenta que la velocidad mecánica del rotor y la frecuencia angular de las cantidades eléctricas del estator están relacionadas por medio del número  $p$  de pares de polos de la máquina mediante

$$\frac{\omega}{\omega_m} = p \quad (3.20)$$

ecuación que surge de derivar la expresión (3.14) con respecto al tiempo [3].

A lo largo de esta sección se ha considerado al funcionamiento de la máquina como motor (consumidor). En cambio, si actuara como generador, las corrientes saldrían de los terminales. En consecuencia, el sentido de las corrientes  $i_{ad}$ ,  $i_{aq}$  y  $i_{a0}$  sería inverso al que se muestra en la figura 3.3 [15, 16].

## 3.2. Pérdidas y eficiencia

Como se ha mencionado, la máquina AFPM del prototipo olamotriz posee un núcleo de aire en su armadura, por lo que no existen pérdidas en el hierro. Luego, las pérdidas en el artefacto eléctrico consisten principalmente en pérdidas en los devanados estatóricos  $\Delta P_{1w}$ , pérdidas rotacionales o mecánicas  $\Delta P_{rot}$  y pérdidas por corrientes parásitas en los conductores de armadura  $\Delta P_e$  [5]. A continuación se describe cada una de estas pérdidas.

### 3.2.1. Pérdidas en los devanados estatóricos

Las pérdidas en los devanados del estator pueden ser calculadas por medio de [11, 17]

$$\Delta P_{1w} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} (i_{aA}^2 + i_{aB}^2 + i_{aC}^2) R_1 dt \quad (3.21)$$

con  $t_0$  siendo un instante inicial de cálculo de  $\Delta P_{1w}$  arbitrariamente elegido y con  $T$  siendo el período de cálculo de  $\Delta P_{1w}$ .

### 3.2.2. Pérdidas rotacionales

Las pérdidas rotacionales o mecánicas  $\Delta P_{rot}$ , en forma general, consisten en pérdidas por fricción  $\Delta P_{fr}$  en cojinetes, pérdidas aerodinámicas  $\Delta P_{wind}$  y pérdidas por ventilación  $\Delta P_{vent}$  (si existe un sistema de refrigeración forzada), esto es [18]

$$\Delta P_{rot} = \Delta P_{fr} + \Delta P_{wind} + \Delta P_{vent} \quad (3.22)$$

La máquina AFPM del convertidor a escala no dispone de un ventilador para refrigeración, por lo que las pérdidas por ventilación son nulas y la ecuación (3.22) se reduce a

$$\Delta P_{rot} = \Delta P_{fr} + \Delta P_{wind} \quad (3.23)$$

El diagrama de flujo de potencia de la máquina puede ser observado en la figura 3.4.

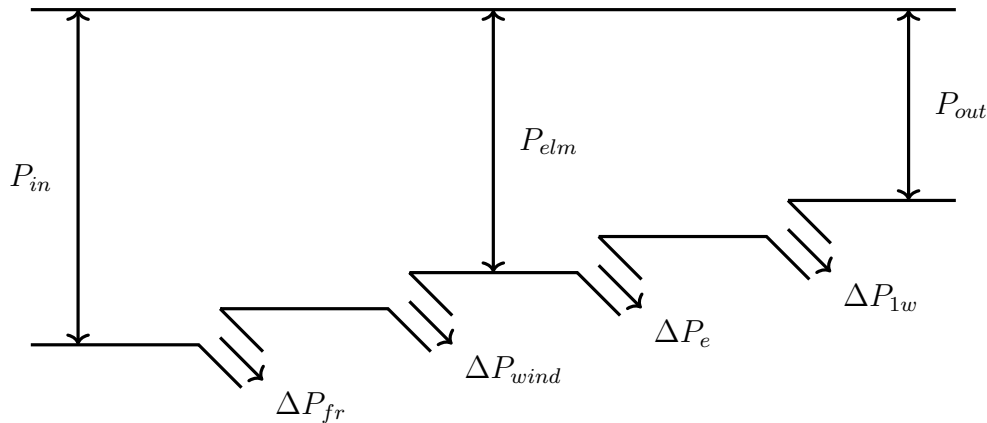


Figura 3.4: Diagrama de flujo de potencia de la máquina AFPM

#### 3.2.2.1. Pérdidas por fricción en cojinetes

Las dimensiones de la máquina AFPM del prototipo undimotriz son pequeñas. Luego, sus pérdidas por fricción en cojinetes pueden ser evaluadas mediante

$$\Delta P_{fr} = 0,06 k_{fb} m_r n \quad [W] \quad (3.24)$$

donde  $k_{fb} = 1$  a  $3 \text{ m}^2/\text{s}^2$ ,  $m_r$  es la masa total del rotor en kg e incluye las masas del disco rotórico, los imanes permanentes y el eje, y  $n$  es la velocidad en rev/s [18].

### 3.2.2.2. Pérdidas aerodinámicas

En este caso, el mayor aporte a estas pérdidas lo realiza el disco que aloja a los imanes permanentes, por ende se tiene que

$$\Delta P_{wind} = \frac{1}{2} c_f \rho (2\pi n)^3 (R_{out}^5 - R_{sh}^5) \quad (3.25)$$

donde  $c_f$  es el coeficiente de arrastre,  $\rho$  es la densidad específica del fluido,  $R_{out}$  es el radio exterior del disco y  $R_{sh}$  es el radio del eje.

El valor del coeficiente de arrastre para flujo turbulento puede ser hallado por

$$c_f = \frac{3,87}{\sqrt{Re}} \quad (3.26)$$

siendo  $Re$  el número de Reynolds, que puede ser calculado como

$$Re = \rho \frac{R_{out} v}{\mu} = \frac{2\pi n \rho R_{out}^2}{\mu} \quad (3.27)$$

donde  $v = 2\pi n R_{out}$  es la velocidad lineal en el radio exterior del disco y  $\mu$  es la viscosidad dinámica del fluido.

### 3.2.3. Pérdidas por corrientes parásitas en los conductores de armadura

En máquinas AFPM con conductores de armadura insertos en un núcleo de hierro, las pérdidas por corrientes parásitas en el devanado estático son generalmente ignoradas. Esto se debe a que la mayoría de las líneas de fuerza de campo magnético son concentradas y canalizadas hacia el yugo del estator por medio de los dientes, mientras que las pocas líneas de fuerza restantes penetran el espacio donde se alojan los conductores (véase la figura 3.5). En cambio, en máquinas que no tienen insertos sus conductores de armadura en un núcleo de hierro y en aquellas que carecen de un núcleo ferromagnético, el cobre del devanado estático está expuesto a una intensidad de campo magnético mucho mayor (igual a la intensidad de campo magnético del entrehierro). El movimiento relativo de los imanes permanentes con respecto al devanado de armadura produce un campo magnético alternante a través de cada conductor. En consecuencia, se inducen corrientes parásitas en el devanado del estator. En el caso de una máquina AFPM con un núcleo de aire que cuente con un disco sólido ferromagnético rotórico, habrá una componente de densidad de flujo magnético tangencial sumada a la componente de densidad de flujo magnético axial. Esto último puede llevar a pérdidas adicionales importantes debido a corrientes parásitas, especialmente a altas frecuencias.

Las pérdidas por corrientes parásitas en los conductores de armadura son proporcionales al cuadrado de la frecuencia de las corrientes estáticas [5, 18]. Luego, como esta frecuencia y la velocidad del eje son proporcionales, puede escribirse

$$\Delta P_e = c_e \omega_m^2 \quad (3.28)$$

donde  $c_e$  es un coeficiente constante.

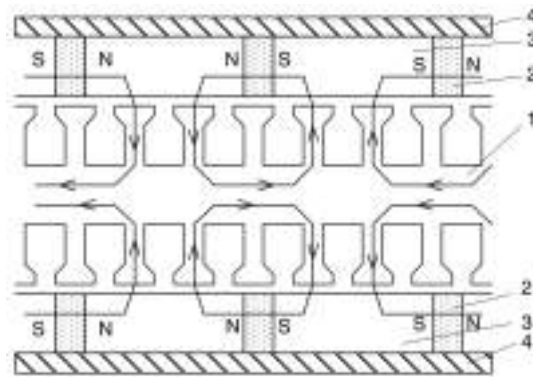


Figura 3.5: Ejemplo de una máquina de un estator (interior) con un núcleo de hierro con alojamientos y dos rotores (exteriores) conformados por núcleos ferromagnéticos con imanes incrustados, donde se observa el circuito magnético que sigue la mayor parte de las líneas de fuerza de campo magnético. 1 – núcleo estatórico con alojamientos, 2 – imán permanente, 3 – núcleo rotórico, 4 – disco rotórico diamagnético [18].

### 3.2.4. Modelo mecánico

Para concluir con la caracterización del comportamiento dinámico de la máquina AFPM se aplica la segunda ley de Newton de rotación sobre su eje, la que conduce a

$$\tau_d = \tau_L + \tau_{(fr+e+wind)} + J \frac{d\omega_m}{dt} \quad (3.29)$$

donde  $\tau_L$  es el torque de carga en el eje,  $\tau_{(fr+e+wind)}$  es el torque equivalente que genera las pérdidas por fricción en los cojinetes, las pérdidas por corrientes parásitas en los conductores de armadura y las pérdidas aerodinámicas, y  $J$  es la suma de los momentos de inercia del rotor y de la carga conectada a él [19].

### 3.2.5. Eficiencia

Las pérdidas de potencia totales en la máquina AFPM del espécimen del convertidor son

$$\Delta P = \Delta P_{1w} + \Delta P_{fr} + \Delta P_{wind} + \Delta P_e \quad (3.30)$$

Luego, su eficiencia es

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{out} + \Delta P} \quad (3.31)$$

donde  $P_{out}$  es la potencia mecánica de salida de la máquina cuando funciona como motor y la potencia eléctrica de salida cuando lo hace como generador.



## Bibliografía

- [1] Jacek F. Gieras, Rong-Jie Wang, and Maarten Kamper. *Axial Flux Permanent Magnet Brushless Machines*, chapter 9 - Applications. Springer, 2008.
- [2] Hongwei Fang, Yu Wei, and Yuzhu Feng. Design of dual-rotor pmsg for wave energy conversion. *Energy Reports*, 6:397–401, 2020. 2020 The 7th International Conference on Power and Energy Systems Engineering.
- [3] Jacek F. Gieras, Rong-Jie Wang, and Maarten Kamper. *Axial Flux Permanent Magnet Brushless Machines*, chapter 5 - AFPM Machines Without Stator Cores. Springer, 2008.
- [4] Wu-Sung Yao, Ming-Te Cheng, and Jyh-Cheng Yu. Novel design of a coreless axial-flux permanent-magnet generator with three-layer winding coil for small wind turbines. *IET Renewable Power Generation*, 14(15):2924–2932, 2020.
- [5] T. F. Chan and L. L. Lai. An axial-flux permanent-magnet synchronous generator for a direct-coupled wind-turbine system. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 22(1):86–94, 2007.
- [6] Jacek F. Gieras, Rong-Jie Wang, and Maarten Kamper. *Axial Flux Permanent Magnet Brushless Machines*, chapter 7 - Control. Springer, 2008.
- [7] Mohammed Kamal Ahmed. Maximum power point tracking wind turbine based on foc control of variable speed axial flux permanent magnet synchronous generator. *International Journal of Engineering Science and Computing*, 2017.
- [8] Prabha Kundur. *Power System Stability and Control*, chapter 3.3 - The  $dq0$  transformation. Power System Engineering Series. McGraw-Hill, Inc., 1994.
- [9] Johannes Örnkloo. *Comparison between active and passive rectification for different types of permanent magnet synchronous machines*. PhD thesis, Uppsala Universitet, 2018.
- [10] Yoash Levron, Juri Belikov, and Dmitry Baimel. A tutorial on dynamics and control of power systems with distributed and renewable energy sources based on the  $dq0$  transformation. *Applied Sciences*, 8(9), 2018.
- [11] Yoash Levron and Juri Belikov. Lecture 2: The direct-quadrature-zero ( $dq0$ ) transformation. [https://a-lab.ee/sites/default/files/PS\\_Lecture\\_2.pdf](https://a-lab.ee/sites/default/files/PS_Lecture_2.pdf). Accedido: 3-9-2022.
- [12] Wenqiang Wang, Weijun Wang, Hongju Mi, Longbo Mao, Guoping Zhang, Hua Liu, and Yadong Wen. Study and optimal design of a direct-driven stator coreless axial flux permanent magnet synchronous generator with improved dynamic performance. *Energies*, 11:3162, 11 2018.
- [13] Markel Penalba, José Cortajarena, and John Ringwood. Validating a wave-to-wire model for a wave energy converter—part ii: The electrical system. *Energies*, 10:1002, 7 2017.

- [14] A.E. Fitzgerald, A.E. Fitzgerald, C. Kingsley, and S.D. Umans. *Electric Machinery*. McGraw-Hill International Edition. McGraw-Hill, 2003.
- [15] Vahid Behjat and Mehrdad Hamrahi. Dynamic modeling and performance evaluation of axial flux pmsg based wind turbine system with mppt control. *Ain Shams Engineering Journal*, 5(4):1157–1166, 2014.
- [16] Gaber El-Saady, El-Nobi Ibrahim, Hamdy Ziedan, and Mohammed Soliman. Analysis of wind turbine driven permanent magnet synchronous generator under different loading conditions. *International Journal of Technology in Education and Science*, 4:97–111, 12 2013.
- [17] Stephen J. Chapman. *Máquinas eléctricas*, chapter Apéndice A: Circuitos trifásicos, pages 449–468. The McGraw-Hill Companies, Inc., 2012.
- [18] Jacek F. Gieras, Rong-Jie Wang, and Maarten Kamper. *Axial Flux Permanent Magnet Brushless Machines*, chapter 2 - Principles of AFPM Machines. Springer, 2008.
- [19] P.C. Krause, O. Wasynczuk, S.D. Sudhoff, and S.D. Pekarek. *Analysis of Electric Machinery and Drive Systems*, chapter 10 - DC Machines and Drives. IEEE Press Series on Power and Energy Systems. Wiley, 2013.

# Capítulo 4

## Eficiencia de la cadena de transmisión

La fricción es la fuente principal de energía de pérdidas en la cadena de transmisión del prototipo undimotriz [1]. Físicamente, es la fuerza tangencial que aparece entre las superficies de dos cuerpos o entre la superficie de un cuerpo y un fluido cuando hay movimiento o tendencia al movimiento relativo entre ellos. Esta aparece en la mayoría de los sistemas mecánicos debido al hecho de que todas las superficies son irregulares a nivel microscópico [2–4].

La carcasa del MMR del convertidor a escala contiene aceite lubricante típico para cajas de transmisión (véase la figura 4.1). Por ende, a la hora de modelar la fricción debe tenerse en cuenta la influencia de la viscosidad del fluido.

Como primer paso, en el presente capítulo se mencionan las dos categorías principales de modelos de la fricción disponibles en la literatura y se explican sus ventajas y desventajas relativas. Seguidamente se analizan las partes que conforman el modelo más apropiado para la aplicación del MMR en el ejemplar del convertidor y se explica el aspecto de la fricción que describe cada una de ellas. Como último paso, se presenta el modelo de la fricción completo.



Figura 4.1: Aceite lubricante en el MMR

## 4.1. Modelos de la fricción

Para el prototipo olamotriz en cuestión, como hay varias superficies en rozamiento que contribuyen a la fricción en un nivel comparable, resulta conveniente encontrar un modelo de la fricción que englobe todos estos aportes [5].

Muchos modelos de la fricción han sido propuestos en la literatura y pueden ser clasificados en: modelos estáticos y dinámicos [3, 6]. La primera categoría considera que la fricción es una función estática de la velocidad, es decir, una función cuyos parámetros no cambian con el tiempo [3]. Estos modelos describen la relación entre la fuerza de fricción y la velocidad relativa únicamente cuando el movimiento relativo es a velocidad constante [2, 6]. En cambio, en los modelos dinámicos la fuerza de fricción depende de una variable de estado que tiene en cuenta la historia del sistema y no únicamente su situación actual [3, 6]. A diferencia de los modelos estáticos, los dinámicos consideran los fenómenos de desplazamiento pre-deslizante y retardo de la fricción [2, 6, 7].

Los modelos estáticos de la fricción tienen una estructura más simple y requieren una menor cantidad de parámetros que los modelos dinámicos [8]. Para determinar los parámetros de un modelo estático es necesario medir la fuerza de fricción en ensayos del sistema a distintas velocidades constantes [2]. Por el contrario, para cuantificar los parámetros de un modelo dinámico es necesario que las condiciones de los ensayos sean tales que se presenten los comportamientos dinámicos de la fricción [7].

A pesar de que los modelos estáticos no describen los fenómenos adicionales de la fricción que se manifiestan en condiciones dinámicas, se observa en [1] que en un MMR se puede predecir con una exactitud elevada la fricción en condiciones de variación sinusoidal de baja frecuencia ( $\leq 3$  Hz) de la velocidad por medio de un modelo estático de la fricción de tipo exponencial. La expresión de este modelo surge de considerar los modelos clásicos de la fricción y describir un fenómeno que se da a bajas velocidades y lleva el nombre de “Stribeck” por su descubridor [2].

### 4.1.1. Modelos clásicos y exponencial de la fricción

Los modelos clásicos de la fricción están conformados por diferentes componentes (o submodelos) que reproducen ciertos aspectos de la fuerza de fricción, como se explica a continuación [2].

#### ■ Modelo de la fricción de Coulomb

La idea principal de este modelo es que la fricción se opone al movimiento y que su magnitud es independiente de la velocidad y el área de contacto (véase la figura 4.2a). Además, establece que la fuerza de fricción es proporcional a la carga normal  $f_N$ . Por ende, la fricción según este modelo queda descripta como

$$f_{fr} = f_C \operatorname{sgn}(v) \quad (4.1)$$

$$f_C = \mu f_N \quad (4.2)$$

con  $f_C$  siendo el módulo de la fuerza de fricción de Coulomb y con  $\mu$  siendo el coeficiente de fricción dinámico.

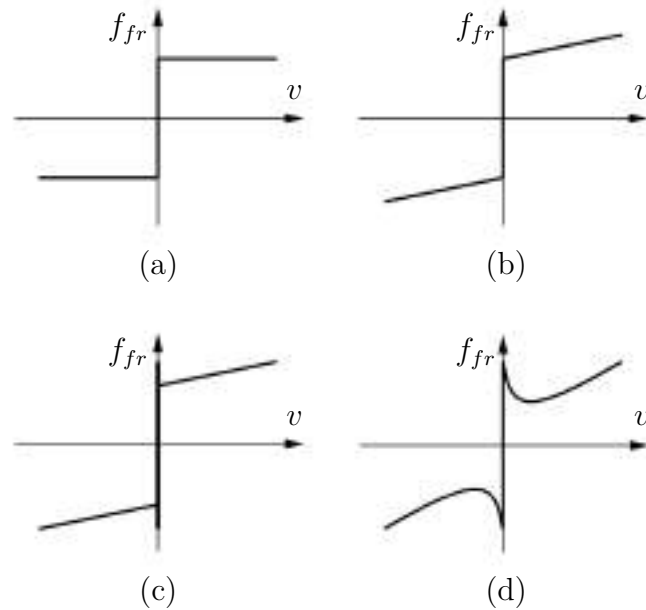


Figura 4.2: (a) Modelo de la fricción de Coulomb; (b) Combinación entre los modelos de la fricción de Coulomb y de la fricción viscosa; (c) Modelo clásico (combinación entre los modelos de la fricción de Coulomb y de las fricciones viscosa y estática); (d) Modelo exponencial que incorpora el efecto observado por Stribeck con la función arbitraria  $f(v)$ .

Este modelo no especifica la fuerza de fricción para velocidad cero, por lo que su valor podría ser nulo o estar entre  $-f_C$  y  $f_C$ , donde el signo positivo o negativo de esta fuerza dependerá del sentido en el que es aplicada la fuerza externa que impulsa el movimiento relativo [2], ya que actúan en oposición.

#### ■ Modelo de la fricción viscosa

Este modelo expresa a la fricción como una fuerza en oposición al movimiento relativo debida a la viscosidad del lubricante, y lo hace mediante

$$f_{fr} = c_v v \quad (4.3)$$

donde  $c_v$  es el coeficiente de la fricción viscosa y  $v$  es la velocidad relativa entre las superficies en contacto de los cuerpos por medio de la capa de fluido o entre la superficie del cuerpo y el fluido en el que está inmersa.

La fricción viscosa combinada con la fricción de Coulomb se muestra en la figura 4.2b [1, 2].

#### ■ Modelo de la fricción estática

Describe la fuerza de fricción en estado de reposo y su valor generalmente resulta ser superior al nivel de fricción de Coulomb [5]. La fuerza de fricción estática se contrapone a la fuerza externa aplicada  $f_e$  hasta que esta última supera la fuerza de desprendimiento  $F_S$ , momento en el que se rompe el estado

de reposo. Por lo tanto, de acuerdo a este submodelo, la fricción está dada por [2]

$$f_{fr} = \begin{cases} f_e & \text{si } v = 0 \text{ y } |f_e| < F_S \\ F_S \operatorname{sgn}(f_e) & \text{si } v = 0 \text{ y } |f_e| \geq F_S \end{cases} \quad (4.4)$$

Los componentes clásicos de la fricción pueden ser combinados de diferentes maneras, como se observa en la figura 4.2c, y cualquier combinación de estos es considerada un modelo clásico de la fricción. Por otra parte, Stribeck observó que la fuerza de fricción no decrece discontinuamente como se muestra en la figura 4.2c, sino que su variación con la velocidad es continua, como se ilustra en forma esquemática en la figura 4.2d. A la curva resultante se la denomina “curva de Stribeck”. Teniendo en cuenta este fenómeno, una manera más general de describir la fricción, en comparación con los modelos clásicos, puede ser escrita como

$$f_{fr} = \begin{cases} f(v) & \text{si } v \neq 0 \\ f_e & \text{si } v = 0 \text{ y } |f_e| < F_S \\ F_S \operatorname{sgn}(f_e) & \text{si } v = 0 \text{ y } |f_e| \geq F_S \end{cases} \quad (4.5)$$

donde  $f(v)$  es una función arbitraria. Comúnmente

$$f(v) = \left[ f_C + (F_S - f_C) e^{-|v/v_\sigma|^{\delta_\sigma}} \right] \operatorname{sgn}(v) + c_v v \quad (4.6)$$

$$\operatorname{sgn}(v) = \begin{cases} 1 & \text{si } v > 0 \\ -1 & \text{si } v < 0 \end{cases} \quad (4.7)$$

donde  $v_\sigma$  es la velocidad de Stribeck y junto con  $\delta_\sigma$  son parámetros empíricos [2, 5, 9].

Si se tiene en cuenta la proporcionalidad entre la fuerza de fricción y el torque que genera, las ecuaciones (4.5), (4.6) y (4.7) pueden ser expresadas como

$$\tau_{fr} = \begin{cases} \tau(\omega_m) & \text{si } \omega_m \neq 0 \\ \tau_e & \text{si } \omega_m = 0 \text{ y } |\tau_e| < T_S \\ T_S \operatorname{sgn}(\tau_e) & \text{si } \omega_m = 0 \text{ y } |\tau_e| \geq T_S \end{cases} \quad (4.8)$$

$$\tau(\omega_m) = \left[ \tau_C + (T_S - \tau_C) e^{-|\omega_m/\omega_{m\sigma}|^{\delta_\sigma}} \right] \operatorname{sgn}(\omega_m) + c_{\omega_m} \omega_m \quad (4.9)$$

$$\operatorname{sgn}(\omega_m) = \begin{cases} 1 & \text{si } \omega_m > 0 \\ -1 & \text{si } \omega_m < 0 \end{cases} \quad (4.10)$$

donde  $\tau_{fr}$  es el torque de fricción,  $\tau_e$  es el torque externo aplicado,  $T_S$  es el torque de desprendimiento,  $\tau_C$  es el torque de fricción de Coulomb,  $c_{\omega_m}$  es el coeficiente de la fricción viscosa y  $\omega_{m\sigma}$  es la velocidad angular de Stribeck, la cual junto con  $\delta_\sigma$  son parámetros empíricos. El modelo del torque de fricción dado por las ecuaciones (4.8), (4.9) y (4.10) es conocido como modelo exponencial [5, 10]. Vale aclarar que generalmente la curva de  $\tau_{fr}$  es asimétrica [2].

## Bibliografía

- [1] Xiaofan Li, ChienAn Chen, Qiaofeng Li, Lin Xu, Changwei Liang, Khai Ngo, Robert G. Parker, and Lei Zuo. A compact mechanical power take-off for wave energy converters: Design, analysis, and test verification. *Applied Energy*, 278, 8 2020.
- [2] H. Olsson, K.J. Åström, C. Canudas de Wit, M. Gäfvert, and P. Lischinsky. Friction models and friction compensation. *European Journal of Control*, 4(3):176–195, 1998.
- [3] Lei Hao, Roberto Pagani, Manuel Beschi, and Giovanni Legnani. Dynamic and friction parameters of an industrial robot: Identification, comparison and repetitiveness analysis. *Robotics*, 10(1), 2021.
- [4] Jing Na, Qiang Chen, and Xuemei Ren. Chapter 1 - friction dynamics and modeling. In Jing Na, Qiang Chen, and Xuemei Ren, editors, *Adaptive Identification and Control of Uncertain Systems with Non-smooth Dynamics*, Emerging Methodologies and Applications in Modelling, pages 11–18. Academic Press, 2018.
- [5] Brian Armstrong-Hélouvry. Control of machines with friction. In *The Kluwer international series in engineering and computer science*, 1991.
- [6] Suraj Kumar Jaiswal, Jussi T. Sopenan, and Aki Mikkola. Efficiency comparison of various friction models of a hydraulic cylinder in the framework of multibody system dynamics. *Nonlinear Dynamics*, 104:3497–3515, 2021.
- [7] Yun-Hsiang Sun, Tao Chen, Christine Wu, and Cyrus Shafai. A comprehensive experimental setup for identification of friction model parameters. *Mechanism and Machine Theory*, 100:338–357, 6 2016.
- [8] T. Piatkowski. Dahl and lugre dynamic friction models — the analysis of selected properties. *Mechanism and Machine Theory*, 73:91–100, 2014.
- [9] Dailin Zhang, Yihao Niu, Liting Sun, and Masayoshi Tomizuka. A position-based friction error model and its application to parameter identification. *IEEE Access*, 7:7759–7767, 2019.
- [10] Wei Ruan, Quanlin Dong, Xiaoyue Zhang, and Zhibing Li. Friction compensation control of electromechanical actuator based on neural network adaptive sliding mode. *Sensors*, 21(4), 2021.





# Capítulo 5

## Desarrollo y resultados

En este capítulo, en primer lugar, se explica la forma en que fue llevada a cabo la instrumentación del prototipo undimotriz. Seguidamente se detallan los procedimientos que se siguieron para determinar los valores de los parámetros de los circuitos equivalentes de las máquinas eléctricas. En una sección posterior se describe la metodología utilizada para conseguir las magnitudes de los coeficientes de los torques de pérdidas de las máquinas DCPM y AFPM y de las partes de la cadena de transmisión capaces de rotar en uno y en los dos sentidos. En último lugar, se presentan las dos formas de cálculo empleadas para cuantificar los momentos de inercia de las distintas porciones del convertidor a escala.

En cada sección de este capítulo se proveen los resultados obtenidos.

### 5.1. Instrumentación

Para medir las variables del prototipo undimotriz se utilizaron sensores de posición y velocidad angulares, tensión y corriente. Una placa de adquisición, desarrollada por el LIC, recibía todas las señales y se encargaba de que fueran procesadas y almacenadas en una tarjeta de memoria. Para ello, hacía uso de un microcontrolador modelo STM32F407VGT6 de la marca STMicroelectronics. La frecuencia de muestreo podía ser configurada como 1, 2, 3 y 4 kHz, y se optó por la última opción. La figura 5.1 muestra una vista superior de la placa de adquisición.

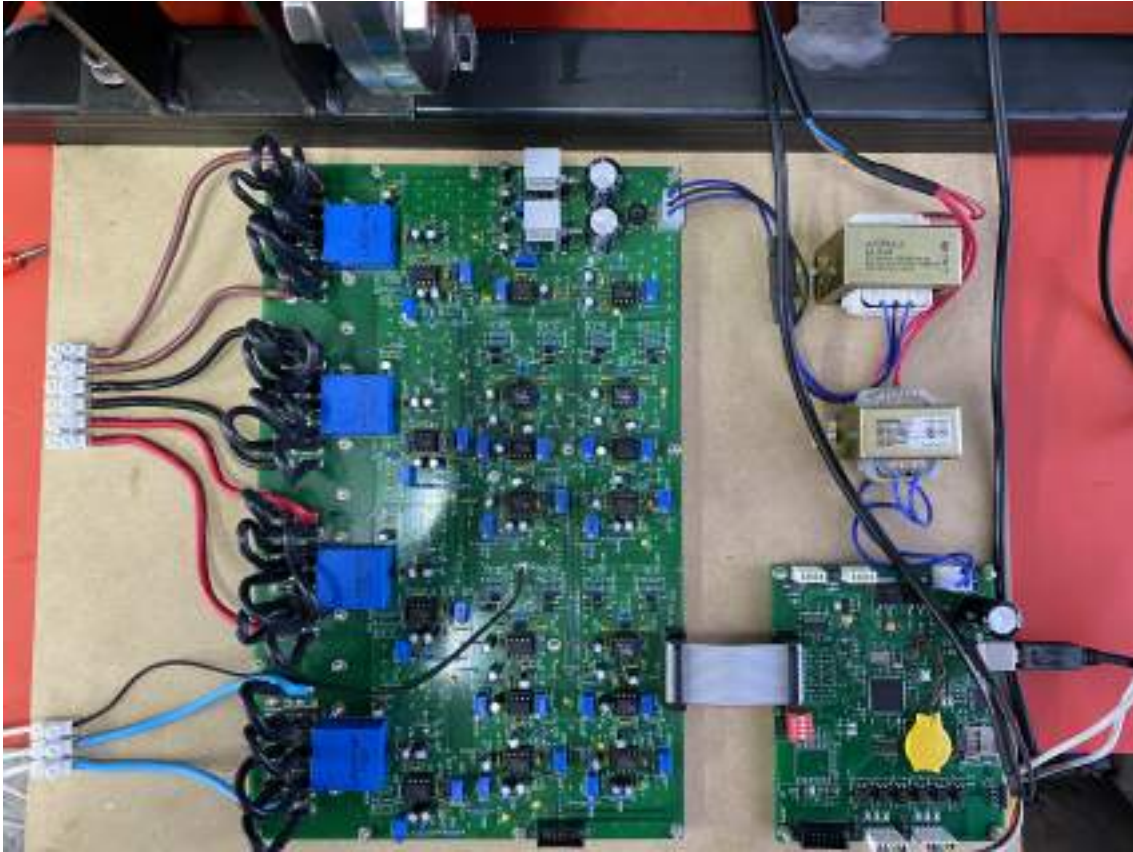


Figura 5.1: Placa de adquisición

En los siguientes subapartados se presentan los dispositivos y procedimientos empleados para medir las magnitudes del convertidor a escala.

### 5.1.1. Posición y velocidad angulares

Los sensores elegidos para la medición de la posición y la velocidad angulares a la entrada y a la salida de la cadena de transmisión fueron los encoders incrementales ópticos modelo SY38SA-6-1000-3-N-8-G de la marca Teksor.

El motivo de haber utilizado un encoder óptico es que su rendimiento en términos de exactitud y resolución es el mejor entre todas las tecnologías posibles de medición de la posición y la velocidad angulares. Por otra parte, la elección de que fuese incremental se debe a su menor costo en comparación con uno absoluto (véase el apéndice C). Adicionalmente, se decidió por que fuera de eje macizo por dos razones: las opciones disponibles con un eje hueco requerían, para su montaje, reducir en gran medida el diámetro del eje sobre la cadena cinemática y, de haberlo hecho, se hubiese disminuido considerablemente la resistencia del eje a la torsión; y el conjunto del encoder de eje macizo y el sistema de transmisión del movimiento a su rotor es mucho más económico que un encoder de eje hueco.

Para la instalación de cada uno de estos dispositivos se diseñó y fabricó una plataforma correspondiente capaz de ser regulada en las direcciones longitudinal al convertidor a escala y vertical. Por otro lado, para comunicar el movimiento de la cadena de transmisión al rotor de cada encoder se utilizó un sistema de transmisión por poleas sincrónicas (o dentadas) (véase el apéndice D). Las poleas ubicadas en

serie con el resto de los componentes de la cadena de transmisión fueron montadas sobre ejes especialmente diseñados y fabricados para la instrumentación. La figura 5.2 muestra los dos ensamblajes de instrumentación.

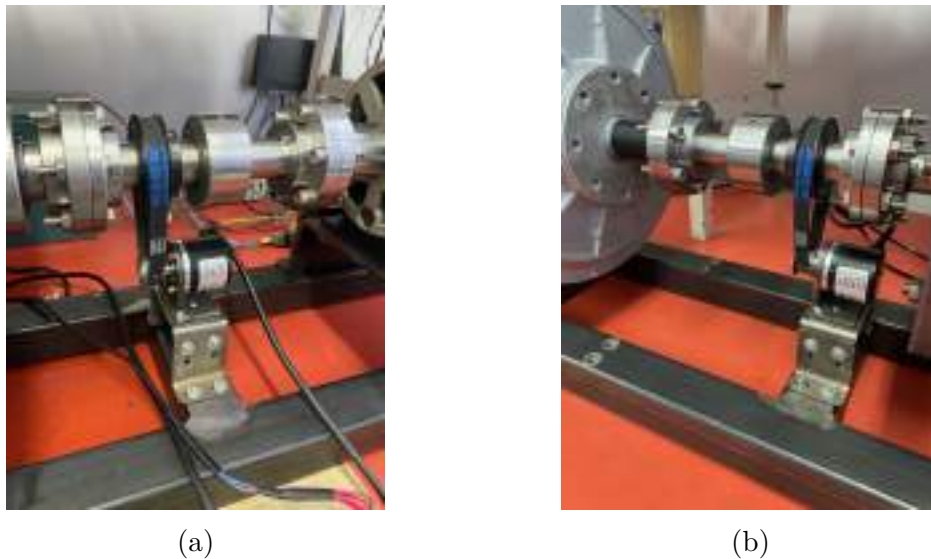


Figura 5.2: Ensamblajes de instrumentación a la entrada (a) y a la salida (b) de la cadena de transmisión

Los sistemas de transmisión por poleas y correa sincrónicas tienen una relación de transmisión de multiplicación igual a tres.

Se listan las especificaciones de los encoders en la tabla 5.1.

Resolución	1000	PPR
Diámetro de eje macizo	6	mm
Fuente de alimentación	8 – 30 ( $\pm 5\%$ )	V
Consumo de corriente	100	mA
Salidas	A, B y Z	
Interfaz eléctrica	NPN colector abierto	

Tabla 5.1: Especificaciones de los encoders utilizados

Se configuró el microcontrolador para que detectara los flancos ascendentes y descendentes de los pulsos del canal A. De esta manera, la resolución de la señal a la entrada del contador resulta ser de 2000 PPR. Además, se estableció en el contador que si el tiempo entre los flancos ascendentes de dos pulsos consecutivos era mayor a un segundo, la posición angular medida no debía cambiar su valor y la velocidad medida debía tomar un valor nulo.

Por otra parte, como se debían medir velocidades bajas, se utilizó el método T para estimar la velocidad (véase el apéndice C). Para ello, la frecuencia de reloj de la placa de adquisición fue fijada en 84 MHz. Luego, la frecuencia de los pulsos de entrada al contador a lo sumo era

$$f|_{max} = 2000 \left[ \frac{\text{pulsos}}{\text{rev}} \right] \cdot 3 \cdot 120 \left[ \frac{\text{rev}}{\text{min}} \right] \cdot \frac{1 [\text{min}]}{60 [\text{s}]} = 12 [\text{kHz}] \quad (5.1)$$

donde se consideró que la velocidad máxima a medir en la cadena de transmisión era de 120 rpm. De la ecuación (5.1) se observa que la frecuencia de los pulsos de entrada al contador es mucho menor que la frecuencia de reloj.

En el caso de mínima velocidad medible, el tiempo  $T_c$  entre los flancos ascendentes de dos pulsos consecutivos de entrada al contador principal es máximo e igual a un segundo ( $T_c = T_c|_{max} = 1 \text{ s}$ ). En estas condiciones, la cantidad  $m_c$  de pulsos de reloj que se deben contar para estimar  $T_c|_{max}$  es máxima y resulta ser

$$m_c|_{max} = T_c|_{max} \cdot f_{clock} = 1 \text{ [s]} \cdot 84 \cdot 10^6 \text{ [Hz]} = 84 \cdot 10^6 \text{ [pulsos]} \quad (5.2)$$

donde  $f_{clock}$  es la frecuencia de reloj. Este número máximo de pulsos de reloj a contar representa aproximadamente el 2% de la cuenta máxima del contador de pulsos de reloj de 32 bits que posee la placa de adquisición ( $2^{32}$  cuentas).

Por ende, se verificó que se satisfacen las exigencias del método T con respecto a la frecuencia de reloj a la máxima velocidad medible y con respecto al número de bits del contador de pulsos de reloj a la mínima velocidad medible.

## 5.1.2. Tensiones

### 5.1.2.1. Tensiones de fase de la máquina AFPM

La máquina AFPM del prototipo olamotriz no tiene acceso al punto medio de la estrella, por lo que no es posible la medición directa de las tensiones de fase en sus terminales. Sin embargo, se sabe que, para un estator con devanados dispuestos espacialmente de manera que hay  $120^\circ$  entre ellos, las magnitudes de las tensiones de línea en terminales son  $\sqrt{3}$  veces mayores que las tensiones de fase. Por ende, para determinar las tensiones de fase  $v_{1A}$ ,  $v_{1B}$  y  $v_{1C}$  se adquieren las tensiones de línea  $v_{1AB}$ ,  $v_{1BC}$  y  $v_{1CA}$  con la placa de adquisición y se las dividen por  $\sqrt{3}$ .

### 5.1.2.2. Tensión en los terminales de la máquina DCPM

A diferencia del caso anterior, se utiliza la placa de adquisición directamente, sin necesidad de hacer ningún cálculo adicional, para tomar muestras de la tensión en los terminales de la máquina DCPM.

## 5.1.3. Corrientes

Para medir las corrientes de armadura de la máquina DCPM y de las tres fases de la máquina AFPM se utilizaron cuatro sensores de corriente de efecto Hall modelo LA 25-NP de la marca LEM (véase la figura 5.3). Este tipo de sensor permite elegir su alcance (nominal) entre 5-6-8-12-25 A por medio de la variación del número de vueltas del devanado primario de su transformador interno.

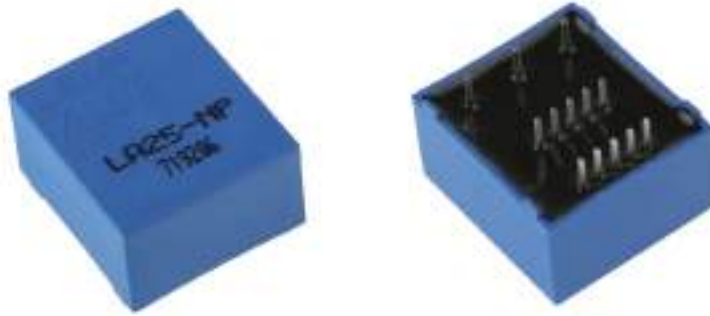


Figura 5.3: Sensor de corriente de efecto Hall utilizado

#### 5.1.4. Torques

Se analizó la posibilidad de medir indirectamente los torques a la entrada y a la salida de la cadena de transmisión por medio de las señales entregadas por acelerómetros y transmitidas por Wi-Fi. Para ello, se necesita conocer los momentos de inercia de los elementos del convertidor a escala. Para el montaje de los sensores de aceleración angular, los transmisores Wi-Fi y las pilas de alimentación en la entrada y la salida de la cadena de transmisión, se diseñaron y fabricaron dos conjuntos formados por una masa de acoplamiento y un disco (véase el apéndice I).

## 5.2. Parámetros eléctricos

### 5.2.1. Máquina AFPM

#### 5.2.1.1. Resistencia de armadura

Debido a que el punto neutro de la conexión en estrella de los devanados estáticos no era accesible, se calcularon las resistencias de armadura de las fases por medio de la medición de las resistencias entre terminales  $R_{1AB}$ ,  $R_{1BC}$  y  $R_{1CA}$ , donde los subíndices indican las líneas de la máquina correspondientes. Para ello, inicialmente se determinó el orden de magnitud de las resistencias entre líneas mediante un milióhmetro y un multímetro digital. Dado que sus valores eran inferiores a  $10 \Omega$ , se determinó que la medición con un puente de Kelvin era factible, y conveniente debido a su menor error asociado. El puente de Kelvin utilizado fue el modelo CAT. N.º 7415 de la marca PYE Scientific Instruments (véase la figura 5.4). Entre los bornes P y P1 del instrumento se conectaron dos terminales de la máquina AFPM y entre los bornes G1 y G2 un galvanómetro externo de índice luminoso. Se cortocircuitaron los bornes C y P. Se conectaron en serie entre los bornes P1 y C1 una fuente de tensión DC de banco, una resistencia variable y un amperímetro de hierro móvil. Se configuró el resistor variable de manera que la indicación del amperímetro de hierro móvil fuera de 5 A. En cada ensayo de medición se hizo circular la corriente en ambos sentidos. El rotor de la máquina sincrónica permanecía fijo ante una corriente continua y cambiaba de dirección cuando se modificaba el sentido de la corriente, para volver a mantenerse inmóvil en esa posición angular. Para obtener el valor de la resistencia entre terminales se llevó al brazo relación (rueda de la esquina superior derecha del tablero) a 100 y se varió el brazo comparador, primero en su ajuste

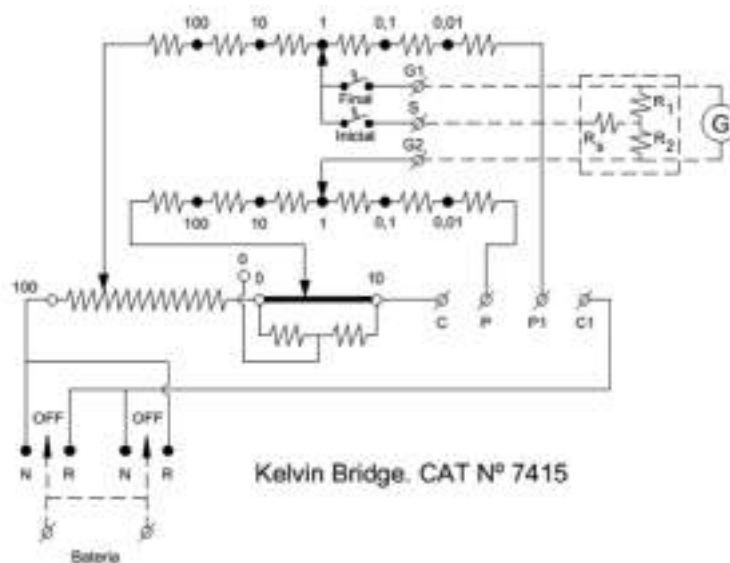
grueso con la rueda ubicada en la esquina inferior izquierda del tablero y luego en su ajuste fino con la rueda ubicada en la mitad del tablero, hasta que la indicación del galvanómetro fuera nula o lo más próxima a cero (condición de equilibrio del puente). Seguidamente se determinó, en cada caso, el valor medido de la resistencia entre fases como la multiplicación del brazo relación y el brazo comparador (suma de sus ajustes grueso y fino). En la tabla 5.2 se listan las medidas obtenidas en las experiencias.



(a)



(b)



(c)

Figura 5.4: Puente de Kelvin: (a) Vista en perspectiva; (b) Vista superior; (c) Circuito.

Resistencia entre terminales	Milióhmetro	Multímetro digital	Puente de Kelvin ( $I > 0$ )	Puente de Kelvin ( $I < 0$ )
$R_{1AB}$	1,35	2	1,648	1,648
$R_{1BC}$	1,35	1,9	1,640	1,648
$R_{1CA}$	1,4	2	1,648	1,640

Tabla 5.2: Valores medidos de resistencia entre terminales de la máquina AFPM. Todos los valores de la tabla en  $\Omega$ .

Para cada par de terminales se obtuvo un valor promedio de resistencia calculado con las medidas para los dos sentidos de la corriente. De esta manera se llegó a que

$$R_{1AB} = 1,648 [\Omega] \quad (5.3)$$

$$R_{1BC} = 1,644 [\Omega] \quad (5.4)$$

$$R_{1CA} = 1,644 [\Omega] \quad (5.5)$$

Por otra parte, se sabe que

$$R_{1AB} = R_{1A} + R_{1B} \quad (5.6)$$

$$R_{1BC} = R_{1B} + R_{1C} \quad (5.7)$$

$$R_{1CA} = R_{1C} + R_{1A} \quad (5.8)$$

La consideración de los valores promedio de las resistencias  $R_{1AB}$ ,  $R_{1BC}$  y  $R_{1CA}$  y las ecuaciones (5.6), (5.7) y (5.8) condujo a

$$R_{1A} = 0,824 [\Omega] \quad (5.9)$$

$$R_{1B} = 0,824 [\Omega] \quad (5.10)$$

$$R_{1C} = 0,820 [\Omega] \quad (5.11)$$

La máquina AFPM funciona en el prototipo undimotriz a una velocidad máxima de 120 rpm (frecuencia eléctrica de 20 Hz). En esas condiciones el efecto pelicular en sus conductores de armadura de sección circular es despreciable [1]. Con los resultados de  $R_{1A}$ ,  $R_{1B}$  y  $R_{1C}$  se considera un único valor de resistencia de armadura  $R_1$  idéntico en las tres fases como el promedio de estos, dado por  $R_1 = 0,8227 \Omega$ .

#### 5.2.1.1.1 Errores de medición con el puente de Kelvin

El error de medición del puente de Kelvin puede deberse, en general, a fuerzas electromotrices parásitas, a su insensibilidad y a su error de calibración de las resistencias de sus brazos relación y comparador. No obstante, al invertir el sentido de la corriente en los ensayos se eliminó el error debido a las fuerzas electromotrices parásitas.

Para analizar el error por insensibilidad del puente, se configuró el galvanómetro en su máxima sensibilidad. En esas condiciones se verificó que si se mantenía el brazo relación constante y se variaba mínimamente, primero en aumento y después en decremento, el brazo comparador desde su valor correspondiente al equilibrio del puente, el haz de luz del galvanómetro se movía hacia el extremo derecho de la visual en el primer caso, mientras que en el segundo caso se movía hacia el extremo

izquierdo de la visual. Al mantener el brazo relación constante y al variar muy poco el brazo comparador, la resistencia medida difería en una pequeña cantidad. Por el contrario, la diferencia entre las indicaciones del galvanómetro en los dos casos era sustancial. La sensibilidad relativa práctica  $S_{RP}$  es calculada como

$$S_{RP} = \frac{\alpha' + \alpha''}{\frac{(R' - R'')}{R}} \quad (5.12)$$

donde  $\alpha'$  y  $R'$  son las divisiones indicadas por el haz de luz del galvanómetro y la resistencia medida cuando se aumenta una determinada cantidad el brazo comparación,  $\alpha''$  y  $R''$  son las divisiones indicadas por el haz de luz del galvanómetro y la resistencia medida cuando se decrementa el brazo comparación en la misma cantidad que para el caso en aumento, y  $R$  es la resistencia medida cuando el puente está equilibrado. Vale aclarar que para la determinación de  $S_{RP}$  es necesario configurar el galvanómetro en su máxima sensibilidad. A partir de la ecuación (5.12) se determinó que, en las mediciones del puente de Kelvin sobre los terminales de la máquina AFPM del prototipo undimotriz, la sensibilidad relativa práctica tiene un valor muy elevado. Como el error por insensibilidad es inversamente proporcional a esta cantidad, se puede afirmar que esta fuente de error es despreciable frente al error especificado por el fabricante y que tiene en cuenta los errores de ajuste (o de fabricación) de las resistencias que conforman los brazos relación y comparación [2, 3]. Para el puente de Kelvin utilizado, el fabricante indica que el error límite de ajuste o error límite propio del puente vale el 0,1% de la medida. Dado que  $R_{1A}$ ,  $R_{1B}$  y  $R_{1C}$  son obtenidas a partir de  $R_{1AB}$ ,  $R_{1BC}$  y  $R_{1CA}$ , el error en la medición de la resistencia estatórica de una fase está dado por la suma de los errores en la medición de  $R_{1AB}$ ,  $R_{1BC}$  y  $R_{1CA}$ . Los errores absolutos máximos de las medidas de las resistencias entre líneas están dados por

$$E_{max} = \frac{0,1R}{100} \quad (5.13)$$

donde  $R$  representa el valor medido de la resistencia entre fases. Los resultados son listados en la siguiente tabla:

Resistencia	$E_{max}$ [mΩ]
$R_{1AB}$	1,648
$R_{1BC}$	1,644
$R_{1CA}$	1,644

Tabla 5.3: Errores absolutos máximos de las medidas de las resistencias entre terminales de la máquina AFPM

Luego, el error absoluto máximo de la medida de la resistencia de armadura por fase es

$$E_{max} = (1,648 + 1,644 + 1,644) \cdot 10^{-3} [\Omega] = 4,936 \cdot 10^{-3} [\Omega] \quad (5.14)$$

Por lo tanto, la medida de la resistencia estatórica por fase de la máquina AFPM es

$$R_1 = 0,823 \pm 0,005 [\Omega] \quad (5.15)$$



Las mediciones de resistencia fueron efectuadas a una temperatura ambiente de 17,4 °C, según la indicación de un multímetro digital. En los experimentos se registraron los valores de resistencia luego de verificar el equilibrio térmico entre los devanados de armadura y el ambiente. Luego, si se tiene en cuenta que los devanados estáticos están formados por vueltas de alambre de cobre electrolítico, puede escribirse la resistencia estática en función de la temperatura  $T$  como [4]

$$R_1(T) = 0,8227[1 + 0,00394(T[^\circ\text{C}] - 17,4)] \quad [\Omega] \quad (5.16)$$

### 5.2.1.2. Máximo flujo concatenado por fase debido a la excitación del imán permanente

Para obtener el valor del máximo flujo concatenado por fase debido a la excitación del imán permanente  $\psi_f$  se operó la máquina AFPM como generador en vacío a distintas velocidades constantes en sentido horario por medio del impulso de la máquina DCPM. Se energizó el aparato excitador de movimiento con una fuente de alimentación DC modelo TPW-6015 de la marca Twintex (véase la figura 5.5). Además, se utilizó el analizador de potencia modelo 3390 de la marca Hioki para observar la frecuencia de las tensiones de línea generadas en el transcurso de las distintas experiencias. Vale aclarar que se tuvo en cuenta la proporcionalidad entre la frecuencia eléctrica y la velocidad mecánica del rotor de la máquina AFPM. Se partió con la evaluación de la velocidad de aproximadamente 120 rpm y se realizaron decrementos sucesivos de 10 rpm hasta llegar a la velocidad mínima posible de 30 rpm, dado que por debajo de este valor el movimiento de la máquina DCPM era irregular y no se podía medir la frecuencia eléctrica correctamente. Se observa el arreglo experimental en la figura 5.6.



Figura 5.5: Fuente de alimentación DC utilizada

En estas condiciones, la tensión generada en cada fase era la fuerza electromotriz inducida en el devanado estático correspondiente. Su valor eficaz  $E_f$  es proporcional a  $\omega_m$  por medio de la constante de tensión de la máquina  $k_E$ , es decir, [5, 6]

$$E_f = k_E \omega_m \quad (5.17)$$

La constante  $k_E$  está dada por [6]

$$k_E = \frac{p\psi_f}{\sqrt{2}} \quad (5.18)$$

Por ende, puede obtenerse  $\psi_f$  a partir de  $k_E$  mediante

$$\psi_f = \frac{\sqrt{2}k_E}{p} \quad (5.19)$$

Con lo anterior en consideración, se midió la fuerza electromotriz de línea con la placa de adquisición, se calculó su valor eficaz  $E_{fL-L}$  y posteriormente se determinó  $E_f$  mediante

$$E_f = \frac{E_{fL-L}}{\sqrt{3}} \quad (5.20)$$

Para cada velocidad se dividió el tiempo de la experiencia en intervalos de un segundo en los que se calculó  $E_f$  con la ecuación (5.20). De esta manera se obtuvo una elevada cantidad de pares ordenados  $(\omega_m, E_f)$ , los que fueron utilizados para efectuar una regresión lineal por el método de los mínimos cuadrados. La figura 5.7 muestra la recta de regresión resultante.

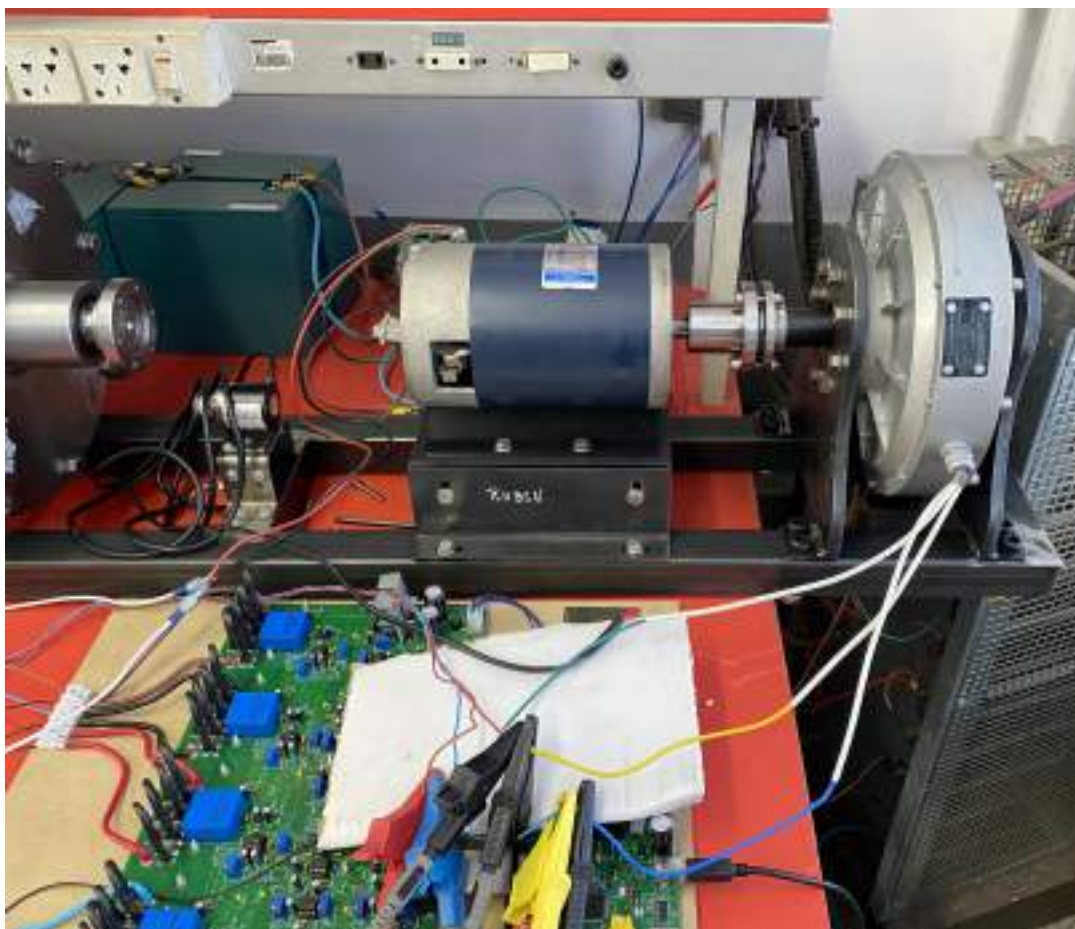


Figura 5.6: Configuración con los rotores de las máquinas DCPM y AFPM acoplados

El valor de la constante de tensión  $k_E$  de la máquina AFPM es estimado a partir de la pendiente de la recta de regresión obtenida. Luego, para una confiabilidad del 95 %, se tenía que

$$k_E = 0,8395 \pm 0,0006 \text{ [Vs/rad]} \quad (5.21)$$

Enseguida, por medio del reemplazo de la ecuación (5.21) en la ecuación (5.19), se obtuvo que, con una confiabilidad del 95 %,

$$\psi_f = 0,11872 \pm 0,00008 \text{ [Wb]} \quad (5.22)$$

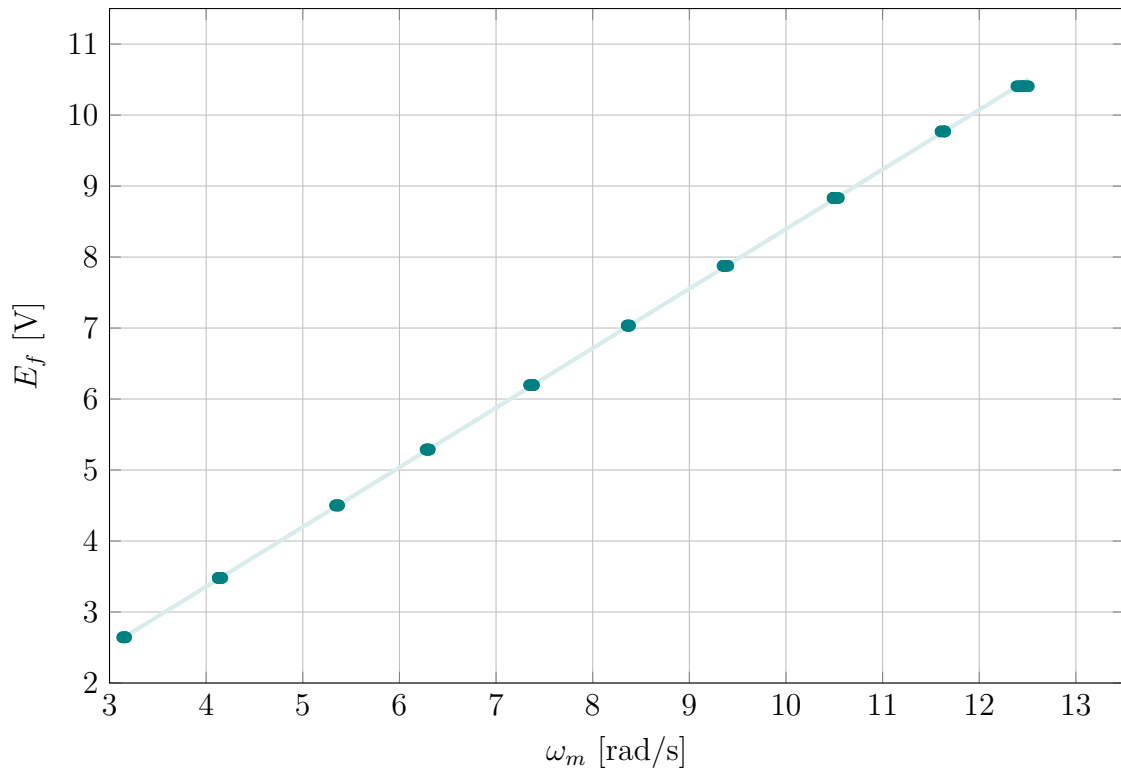


Figura 5.7: Puntos experimentales obtenidos en el ensayo en vacío de la máquina AFPM y recta de regresión

### 5.2.1.3. Inductancias sincrónicas

Como primer paso, se determinó la posición angular del eje  $q$  del rotor de la máquina AFPM. Para ello, se aplicó una tensión continua entre sus terminales B y C con la fuente de alimentación DC y se dejó en vacío al terminal A. Luego, la fuerza magnetomotriz creada por las corrientes en las fases B y C estaba en cuadratura y en adelante con respecto a la dirección del eje magnético de la fase A. En respuesta a esta excitación, el rotor del artefacto eléctrico giró para alinear el eje  $d$  con la fuerza magnetomotriz [7]. Se registró esta posición angular mediante una marca en el punto diametral superior del eje rotórico. De esta manera quedó identificado el eje  $q$  del rotor y, a  $90^\circ$  eléctricos ( $9^\circ$  mecánicos) en sentido horario, el eje  $d$ . Para que el encoder fuera capaz de medir el ángulo  $\theta_m$  (correspondiente al ángulo  $\theta$  de la transformación de Park), fue necesario hacer que el pulso de índice Z se generara en el instante en el que el eje  $d$  se ubicaba en la posición angular del eje magnético de la fase A. La detección de esta referencia física en el disco del encoder permitió reiniciar el conteo de pulsos en el controlador para determinar  $\theta_m$ .

Posteriormente, se verificó que las posiciones angulares de los ejes  $d$  y  $q$  fueran las correctas. Para ello, se utilizó la placa de adquisición en busca de disponer de muestras de la tensión entre las líneas A y B y de la posición angular medida con el encoder. Además, se multiplicó la variable angular medida por  $p$  para obtener  $\theta$ . Seguidamente se operó la máquina AFPM en modo generador en vacío a una velocidad constante con la ayuda del impulso de la máquina DCPM. En estas condiciones, se graficó simultáneamente  $\sin \theta$  y la fuerza electromotriz inducida entre las líneas A y B. Se corroboró que la tensión medida alcanzara su valor máximo  $30^\circ$  eléctricos antes de que  $\sin \theta$  pasase por cero con pendiente positiva. Esto indica que el paso

del eje  $d$  del rotor por el eje magnético de la fase A se da en el mismo momento en el que la fuerza electromotriz inducida en la fase A toma su valor máximo. Por lo tanto, se concluye que las posiciones angulares de los ejes  $d$  y  $q$  fueron determinadas correctamente.

Para determinar las inductancias sincrónicas se realizaron ensayos en los que se utilizaron las conexiones que se muestran en las figuras 5.8a y 5.8b, denominadas Cx2ph y Cx3ph, respectivamente. En estos circuitos se dispusieron una sonda de tensión y una pinza transductora para medir, con un osciloscopio digital modelo MSO4034 de la marca Tektronix, la tensión  $v_{esc}$  entre los terminales de la máquina con distintos potenciales eléctricos y la corriente  $i_{esc}$  suministrada por la fuente de alimentación DC, respectivamente. En primera instancia, en las experiencias se bloqueó el rotor de la máquina AFPM de manera que el eje  $q$  se encontrara a  $0^\circ$  o a  $90^\circ$  eléctricos respecto del eje magnético de la fase A. Luego se aplicó una tensión constante con la fuente de alimentación DC hasta alcanzar el régimen estacionario y seguidamente se apagó la fuente. De esta manera pudieron registrarse las formas de onda asociadas a la respuesta natural del sistema a partir de las condiciones iniciales impuestas por la fuente. En el transitorio, a rotor bloqueado, se cumple que [7]

$$v_{esc} = R_{eq}i_{esc} + L_{L-L} \frac{di_{esc}}{dt} \quad (5.23)$$

donde  $R_{eq}$  es la resistencia equivalente que surge del circuito empleado y  $L_{L-L}$  es la inductancia entre líneas correspondiente al ángulo eléctrico del eje  $q$  con respecto al eje magnético de la fase A. Al integrar la ecuación (5.23) en el tiempo y al despejar  $L_{L-L}$  de la expresión resultante, se obtiene

$$L_{L-L} = \frac{\int_{t_0}^t v_{esc} dt - R_{eq} \int_{t_0}^t i_{esc} dt}{i_{esc} - i_{esc}|_{t=t_0}} \quad (5.24)$$

con  $i_{esc}|_{t=t_0}$  siendo el valor inicial de  $i_{esc}$ . En todos los ensayos, la tensión y la corriente durante el transitorio se asemejan a las que se muestran en la figura 5.9. Tal como se indica en la misma figura, la resistencia equivalente fue calculada como el promedio de las distintas  $R_{eq} = v_{esc}/i_{esc}$  en régimen estacionario. Por otra parte, se aplicó la ecuación (5.24) en el intervalo de tiempo señalado en la misma figura. Como se muestra en la figura 5.10, el resultado obtenido en función del tiempo se estabiliza alrededor de un determinado valor, por lo que se consideró que  $L_{L-L}$  está dada por la evaluación de la ecuación (5.24) en el tiempo final de cálculo. Se realizaron ensayos con distintos niveles iniciales de la tensión suministrada por la fuente de alimentación DC. En la sección E.1 del apéndice E se encuentran representados mediante gráficos las medidas y los resultados de cada caso.

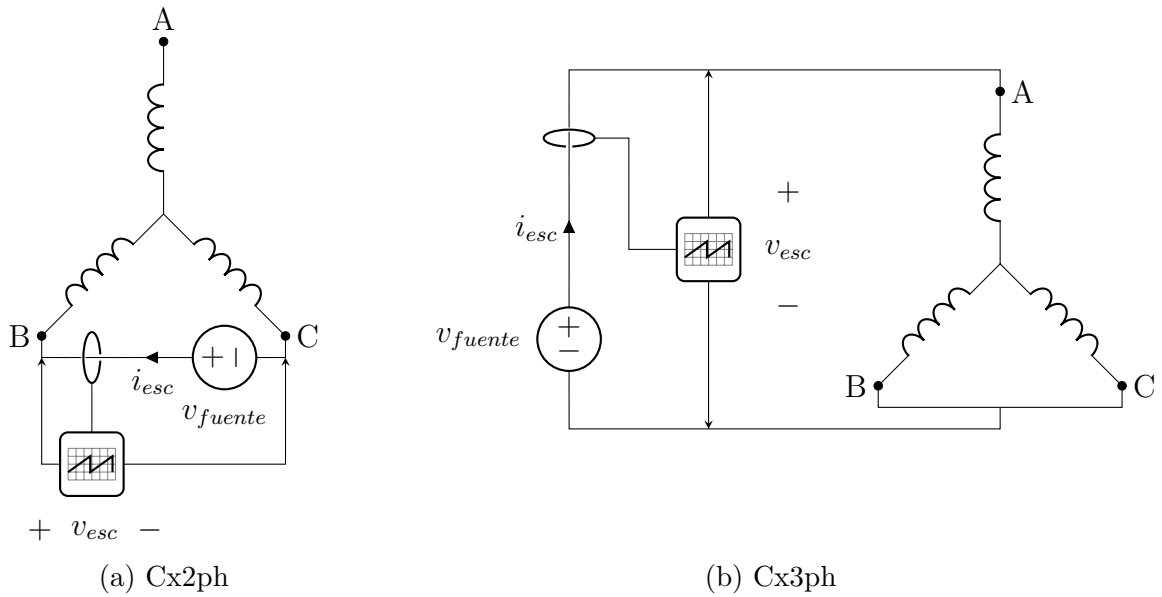


Figura 5.8: Conexiones empleadas para la determinación de las inductancias sincrónicas de la máquina AFPM

Las distintas medidas de resistencia equivalente e inductancia entre líneas se presentan en la tabla 5.4.

### Conexión Cx2ph

El promedio de los valores de inductancia entre líneas obtenidos con la conexión Cx2ph, para el caso en que el eje  $d$  se ubicó a  $-90^\circ$  eléctricos respecto del eje magnético de la fase A, es

$$L_{-90} = 1,103 \text{ [mH]} \quad (5.25)$$

mientras que, para el caso en que el eje  $d$  se alineó con el eje magnético de la fase A, es

$$L_0 = 1,114 \text{ [mH]} \quad (5.26)$$

Las inductancias sincrónicas  $L_{sd}$  y  $L_{sq}$  pueden calcularse por medio de [7]

$$L_{sd} = \frac{L_{-90}}{2} \quad (5.27)$$

$$L_{sq} = \frac{L_0}{2} \quad (5.28)$$

El reemplazo de los valores dados por las ecuaciones (5.25) y (5.26) en las ecuaciones (5.27) y (5.28) lleva a

$$L_{sd} = 0,552 \text{ [mH]} \quad (5.29)$$

$$L_{sq} = 0,557 \text{ [mH]} \quad (5.30)$$

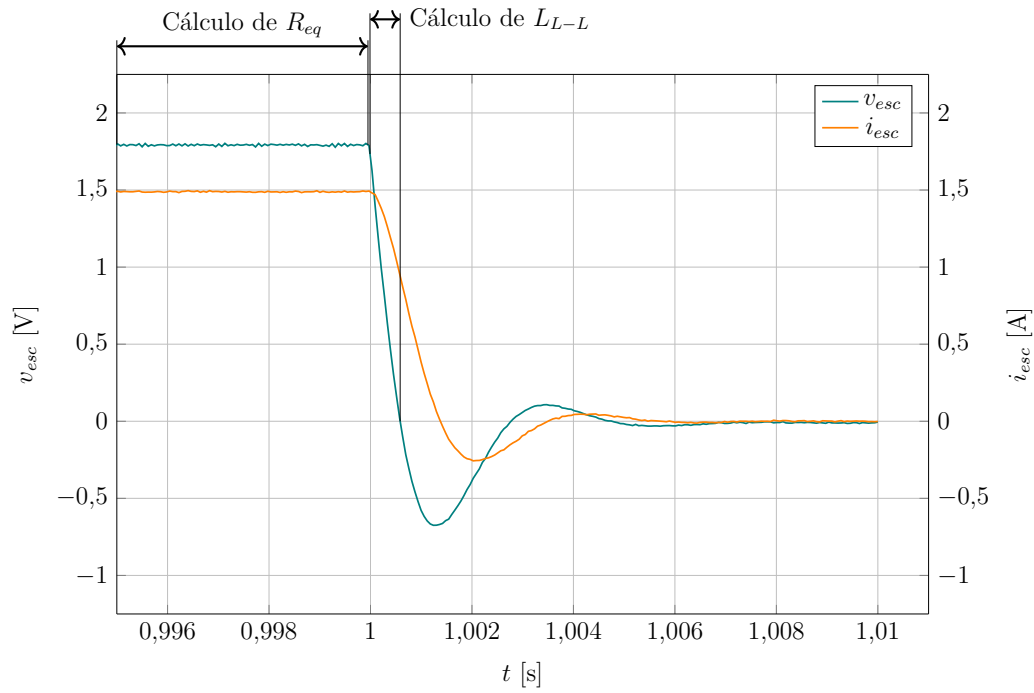


Figura 5.9: Tensión y corriente medidas en el ensayo de escalón de tensión de la máquina AFPM

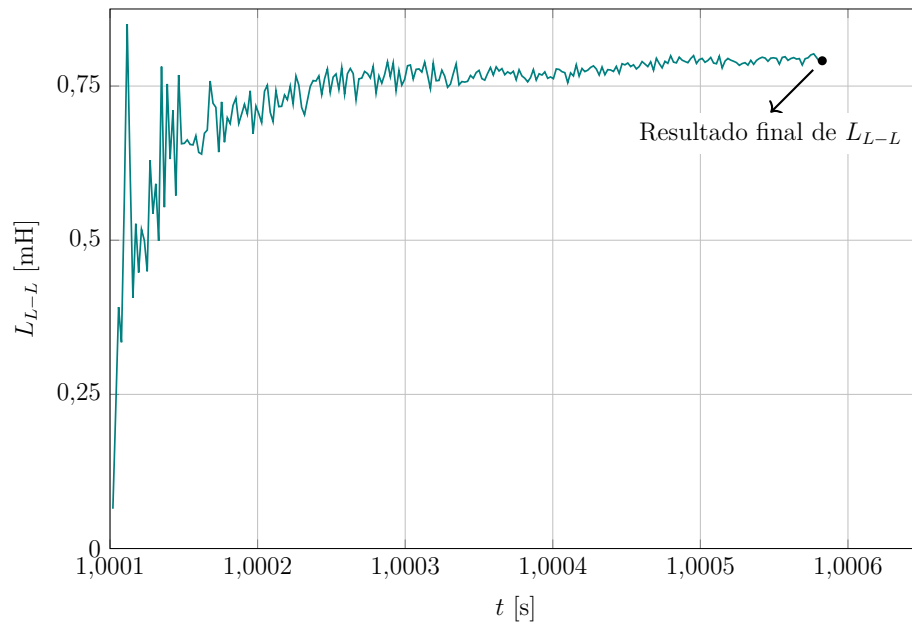


Figura 5.10: Resultado de la ecuación (5.24) a lo largo del tiempo de cálculo de  $L_{L-L}$

Conexión	Ángulo del eje $d$ respecto al eje magnético de la fase A	$R_{eq}$ [ $\Omega$ ]	$L_{L-L}$ [mH]
Cx2ph	-90°	1,636	1,081
		1,637	1,122
		1,643	1,115
		1,626	1,090
		1,627	1,107
	0°	1,616	1,100
		1,620	1,130
		1,618	1,124
		1,617	1,103
		1,215	0,820
Cx3ph	-90°	1,215	0,825
		1,225	0,834
		1,204	0,791
	0°	1,205	0,798
		1,199	0,797
		1,201	0,807
		1,202	0,794
		1,202	0,790
		1,219	0,838
		1,219	0,838

Tabla 5.4: Resultados de resistencia equivalente e inductancia entre líneas de todas las experiencias

### Conexión Cx3ph

El promedio de los valores de inductancia entre líneas correspondientes a la conexión Cx3ph y con el eje  $d$  a -90° eléctricos con respecto al eje magnético de la fase A es

$$L_{-90} = 0,826 \text{ [mH]} \quad (5.31)$$

Por otro lado, para el caso en que se alineó el eje  $d$  con el eje magnético de la fase A, el promedio calculado es

$$L_0 = 0,802 \text{ [mH]} \quad (5.32)$$

Las fórmulas para el cálculo de las inductancias sincrónicas  $L_{sd}$  y  $L_{sq}$  para la conexión Cx3ph son [7]

$$L_{sd} = \frac{2L_0}{3} \quad (5.33)$$

$$L_{sq} = \frac{2L_{-90}}{3} \quad (5.34)$$

Al introducir las magnitudes de las ecuaciones (5.32) y (5.31) en las ecuaciones (5.33) y (5.34), se obtiene

$$L_{sd} = 0,535 \text{ [mH]} \quad (5.35)$$

$$L_{sq} = 0,551 \text{ [mH]} \quad (5.36)$$

Se consideraron a  $L_{sd}$  y a  $L_{sq}$  iguales a los promedios de los resultados obtenidos por medio de los ensayos con las conexiones Cx2ph y Cx3ph. Por ende,

$$L_{sd} = 0,543 \text{ [mH]} \quad (5.37)$$

$$L_{sq} = 0,554 \text{ [mH]} \quad (5.38)$$

## 5.2.2. Máquina DCPM

### 5.2.2.1. Resistencia

La resistencia entre los terminales de la máquina DCPM fue medida con el puente de Kelvin modelo CAT. N.º 7415 de la marca PYE Scientific Instruments. Para ello, se mantuvo bloqueado el rotor de forma manual en todo momento del presente ensayo. Con esto se hacía que la fuerza contraelectromotriz total inducida en la armadura fuera nula a lo largo del experimento. El procedimiento de obtención de  $R_s$  fue el mismo que el explicado en la sección 5.2.1.1. El valor de la resistencia  $R_s$  medido con flujo de corriente en un sentido resultó ser de  $2,37 \Omega$ , mientras que con flujo de corriente en sentido contrario fue de  $2,21 \Omega$ . Se utilizó el promedio de estas dos medidas para cuantificar la resistencia  $R_s$ . Luego, se tenía que  $R_s = 2,29 \Omega$ .

Es necesario aclarar que la fuerza contraelectromotriz total y la corriente en el rotor son alternas con una frecuencia dada por [8, 9]

$$f = \frac{p n_m}{60} \quad [\text{Hz}] \quad (5.39)$$

donde  $p$  es el número de pares de polos magnéticos del artefacto eléctrico. Si se tiene en cuenta que el aparato eléctrico tiene un solo par de polos magnéticos y que la velocidad máxima prevista para la máquina es de 120 rpm en el presente trabajo, resulta  $f = 2 \text{ Hz}$ . Entonces, se tiene que el artefacto eléctrico es de pequeñas dimensiones, que el devanado rotórico está bobinado con un conductor de sección circular y que la corriente en el inducido es de una frecuencia muy inferior a 50 Hz. Estas tres cuestiones permiten despreciar el efecto pelicular en la resistencia de armadura en las condiciones de máxima velocidad proyectada para el aparato eléctrico [1].

Por otra parte, la temperatura ambiental a lo largo del ensayo, de acuerdo a la indicación de un multímetro digital, resultó ser de  $20,2 \text{ }^\circ\text{C}$ . Se observó que el aumento en la temperatura del devanado de armadura durante el ensayo debido al bloqueo del rotor era despreciable. Por lo tanto, si se tiene en cuenta que el devanado del inducido está formado por vueltas de alambre de cobre electrolítico y que  $R_s$  está dada principalmente por la resistencia que presenta este devanado al paso de la corriente, la resistencia  $R_s$  en función de la temperatura  $T$  es [4]

$$R_s(T) = 2,29[1 + 0,00394(T[^\circ\text{C}] - 20,2)] \quad [\Omega] \quad (5.40)$$

### 5.2.2.2. Constantes de tensión y torque

Para determinar la constante de tensión se operó la máquina DCPM como motor, acoplada a la parte de la cadena de transmisión con un único sentido de rotación. Se buscó que el conjunto tuviera la mayor inercia posible, por lo que se conectaron los cuatro volantes de inercia. Se utilizó la placa de adquisición para medir la tensión en los terminales del artefacto y su velocidad, para lo cual fue necesario utilizar un



encoder (véase la figura 5.11). Luego se energizó el aparato impulsor de movimiento con la fuente de alimentación DC de modo que su velocidad fuera de 120 rpm. Unos segundos después se efectuó el apagado de la fuente, momento a partir del cual la máquina dejaba de comportarse como motor para hacerlo como generador. Dado que la máquina estaba en vacío, la tensión en sus terminales era igual a la fuerza contraelectromotriz generada en su devanado de armadura, previamente rectificada por las escobillas. La tensión en los terminales del artefacto excitador de movimiento y la velocidad de su rotor a partir del instante del apagado de la fuente pueden ser observadas en la figura 5.12. Se puede ver que la tensión en terminales sufría un cierto transitorio de duración muy breve cuando se apagaba la fuente, pero, luego de ese intervalo de tiempo, la tensión y la velocidad de la máquina DCPM formaban curvas similares. Por otro lado, el período en el que la velocidad es constante antes de hacerse nula corresponde a la mínima velocidad medible por la placa de adquisición, de acuerdo a lo analizado en la sección 5.1.1.

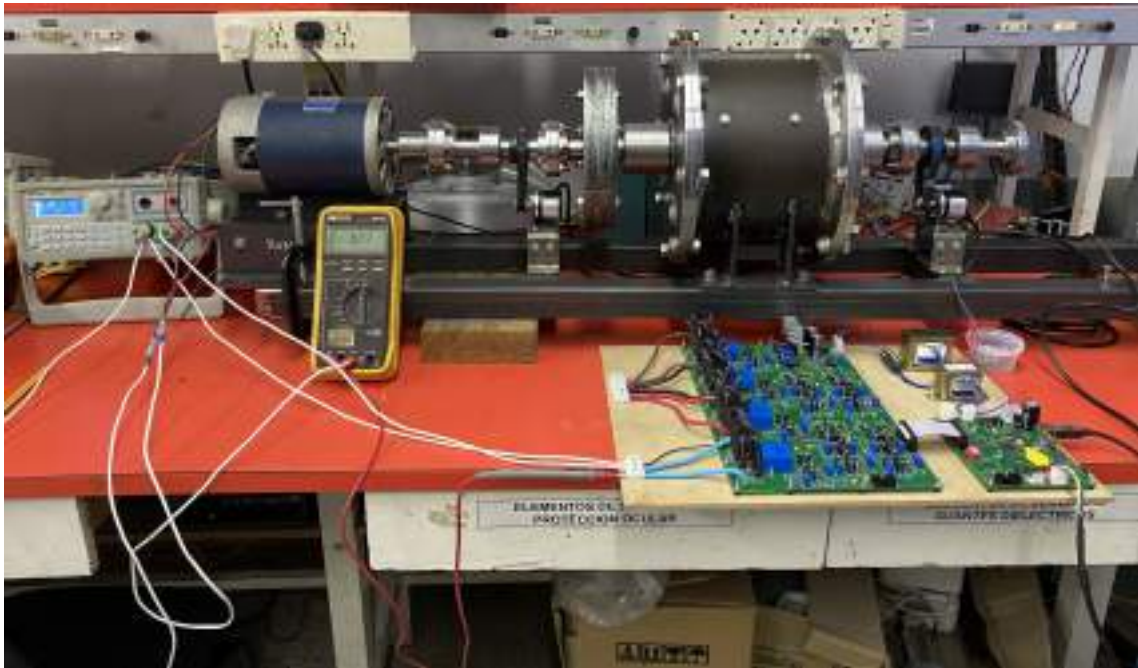


Figura 5.11: Configuración del ensayo de la máquina DCPM con carga mecánica dada por la porción de la cadena de transmisión con un único sentido de rotación

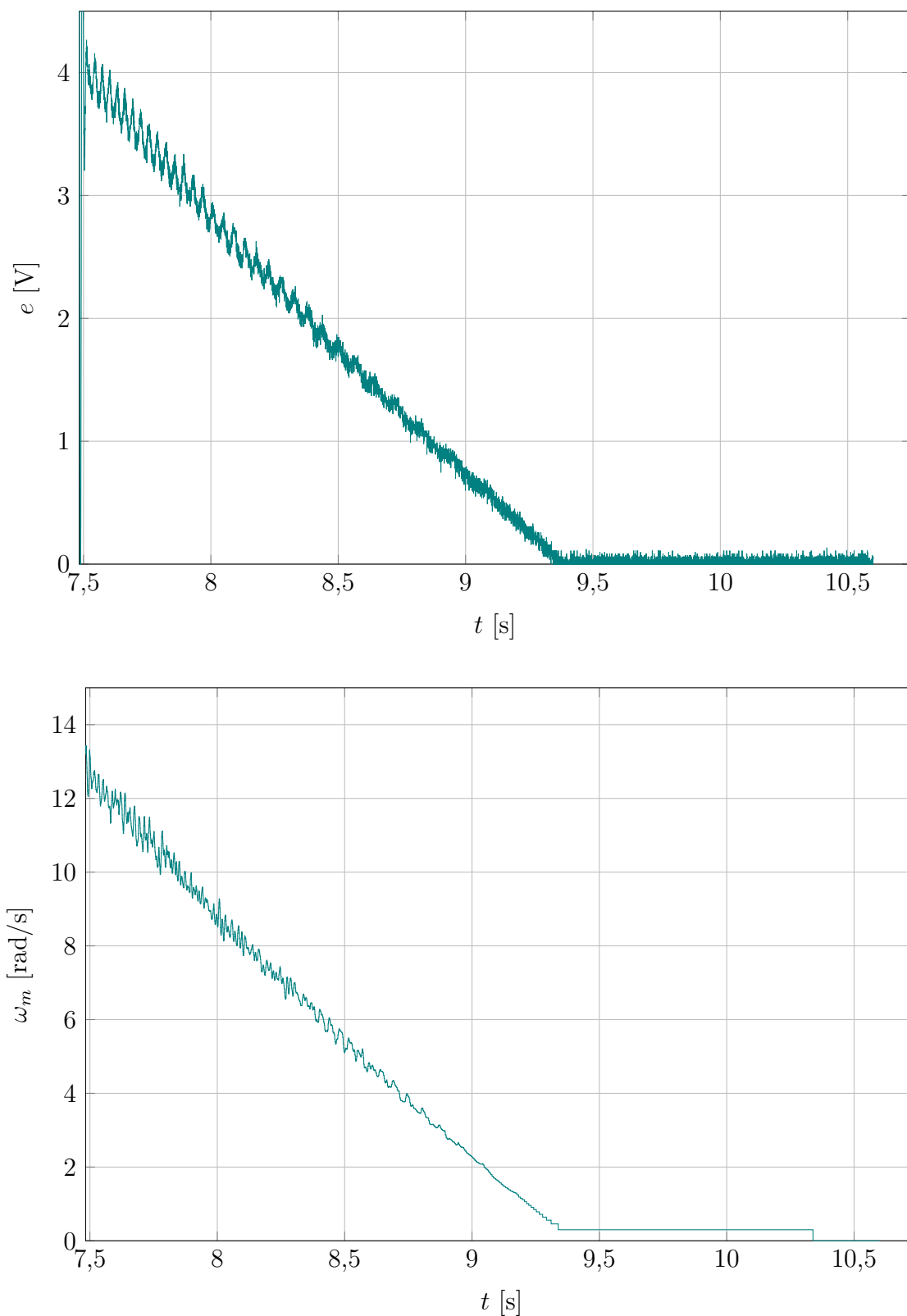


Figura 5.12: Tensión generada en terminales (superior) y velocidad del rotor (inferior) de la máquina DCPM a partir del apagado de la fuente de alimentación DC

De todas las muestras de  $\omega_m$  y  $e$  obtenidas a una frecuencia de 4 kHz durante el ensayo, se tomaron aquellas correspondientes al intervalo de tiempo posterior al

transitorio de  $e$  y previo a que  $\omega_m$  se hiciera constante para armar una serie de pares ordenados experimentales  $(\omega_m, e)$ . Con esta información se llevó a cabo una regresión lineal por el método de los mínimos cuadrados (véase la figura 5.13).

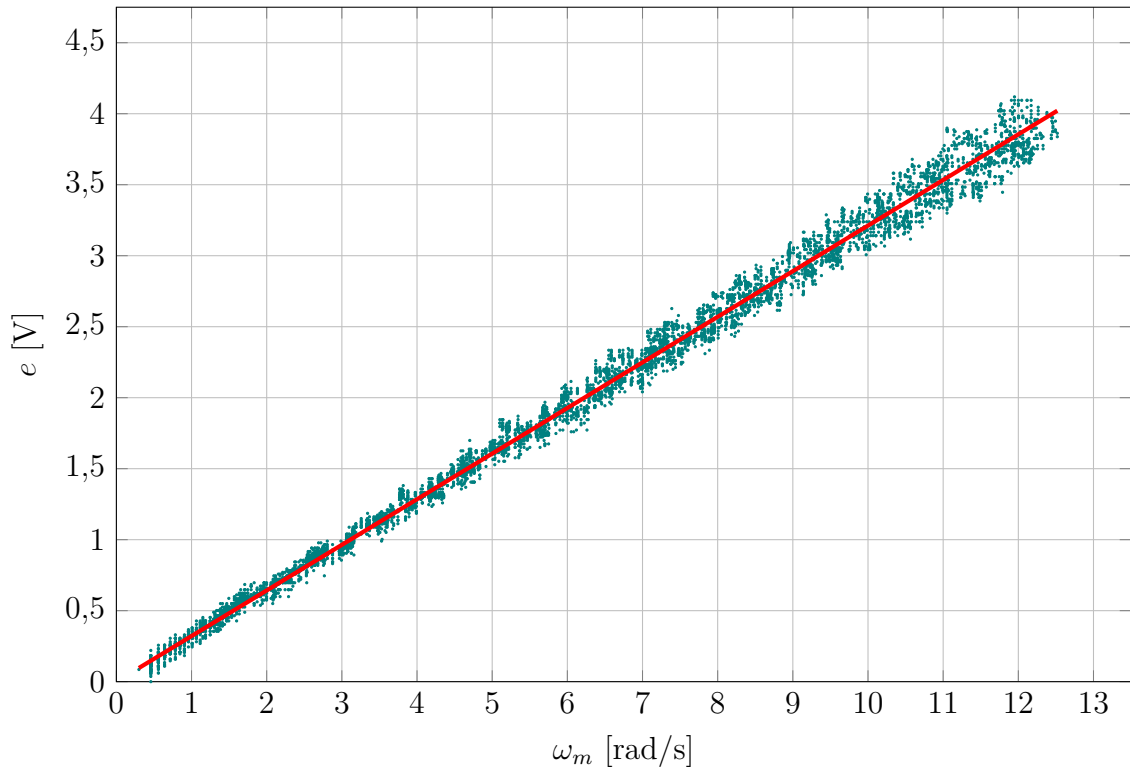


Figura 5.13: Fuerza contraelectromotriz en función de la velocidad del rotor de la máquina DCPM

La pendiente de la recta de regresión obtenida es la constante de tensión de la máquina DCPM. La estimación de su valor, para un 95 % de confiabilidad, resulta ser

$$k_E = 0,3212 \pm 0,0003 \text{ [Vs/rad]} \quad (5.41)$$

Como  $k_E = k_T$ , también se tiene que

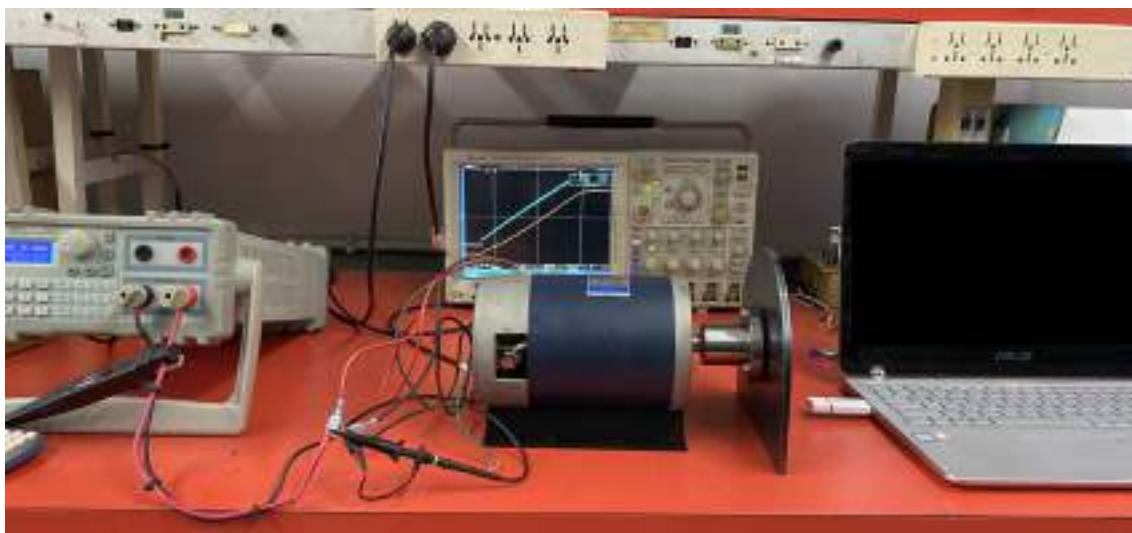
$$k_T = 0,3212 \pm 0,0003 \text{ [Nm/A]} \quad (5.42)$$

### 5.2.2.3. Inductancia

Para determinar la inductancia de la máquina DCPM se bloqueó el rotor con la ayuda de su brida y una placa de acero (véase la figura 5.14a). Se utilizaron la sonda de tensión y la pinza transductora para medir la tensión en terminales y la corriente de armadura del artefacto en el osciloscopio digital, respectivamente, tal como se observa en la figura 5.15. Se aplicó una tensión constante a los terminales del aparato con la fuente de alimentación DC. Se esperó un tiempo suficiente hasta alcanzar el régimen permanente. Luego, en un instante  $t_{esc}$ , se apagó la fuente y se capturaron las formas de onda resultantes en el osciloscopio. Se siguió el mismo procedimiento para distintos valores iniciales de la tensión provista por la fuente. En la figura 5.14b se muestra el banco experimental.



(a)



(b)

Figura 5.14: Ensayo de escalón de tensión: (a) sistema de bloqueo del rotor de la máquina DCPM; (b) elementos utilizados: osciloscopio digital, sonda de tensión, pinza transductora (modelo TCP202 de la marca Tektronix) y *pen drive*.

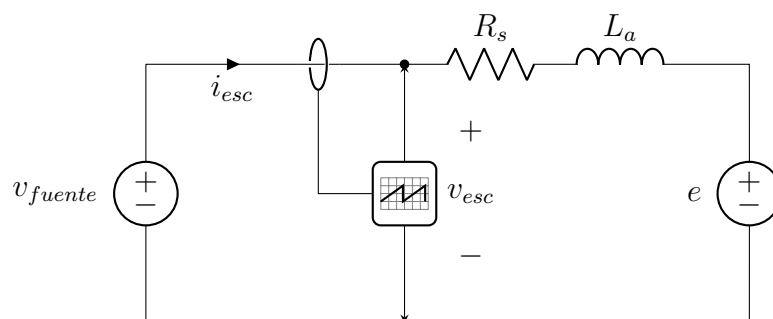


Figura 5.15: Circuito empleado para la determinación de la inductancia de la máquina DCPM

A rotor bloqueado, la fuerza contraelectromotriz en la armadura es nula ( $e = 0$ ) y por ende se cumple, de acuerdo a la ecuación (2.5), que

$$v_{esc} = R_s i_{esc} + L_a \frac{di_{esc}}{dt} \quad (5.43)$$

Al integrar la ecuación (5.43) en el tiempo y al despejar  $L_a$  de la expresión resultante, se llega a

$$L_a = \frac{\int_{t_0}^t v_{esc} dt - R_s \int_{t_0}^t i_{esc} dt}{i_{esc} - i_{esc}|_{t=t_0}} \quad (5.44)$$

con  $i_{esc}|_{t=t_0}$  siendo el valor inicial de  $i_{esc}$ . Sin embargo, el transitorio de  $v_{esc}$  resultó ser muy rápido en estos ensayos y, para el tiempo en que  $v_{esc}$  se hace cero, el resultado de la ecuación (5.44) aún no alcanza un valor estable. Entonces, como alternativa, se escribió la tensión en terminales como

$$v_{esc} = V [1 - u(t - t_{esc})] \quad (5.45)$$

con  $u(t - t_{esc})$  siendo la función escalón unitario aplicada en el tiempo  $t_{esc}$  y con  $V$  siendo el valor inicial de la tensión en terminales. Si se introduce la ecuación (5.45) en la ecuación (5.43), se obtiene la siguiente ecuación diferencial ordinaria

$$L_a \frac{di_{esc}}{dt} + R_s i_{esc} = V [1 - u(t - t_{esc})] \quad (5.46)$$

La solución de la ecuación (5.46) es

$$i_{esc} = \frac{V}{R_s} \left[ 1 - \left( 1 - e^{-\frac{R_s(t-t_{esc})}{L_a}} \right) u(t - t_{esc}) \right] \quad (5.47)$$

Para cada caso de valor inicial de la tensión en terminales, se ajustó la ecuación (5.47) a la corriente medida en el ensayo por medio del método de los mínimos cuadrados no lineal. En la figura 5.16 se muestran las variables medidas con el osciloscopio para  $V = 19,802$  V y la curva de regresión obtenida. Para otros valores de  $V$  véase la sección E.2 del apéndice E.

Los valores de  $R_s$  y  $L_a$  resultantes de las regresiones para distintas magnitudes de  $V$  se indican en la tabla 5.5.

$V$ [V]	$R_s$ [ $\Omega$ ]	$L_a$ [mH]
4,965	2,389	10,852
9,928	2,465	12,164
14,953	2,122	13,146
19,802	1,937	13,185

Tabla 5.5: Resultados de  $R_s$  y  $L_a$  para cada valor ensayado de  $V$

Se consideró a  $L_a$  como el promedio de los valores de la tercera columna de la tabla 5.5. Luego,

$$L_a = 12,337 \text{ [mH]} \quad (5.48)$$

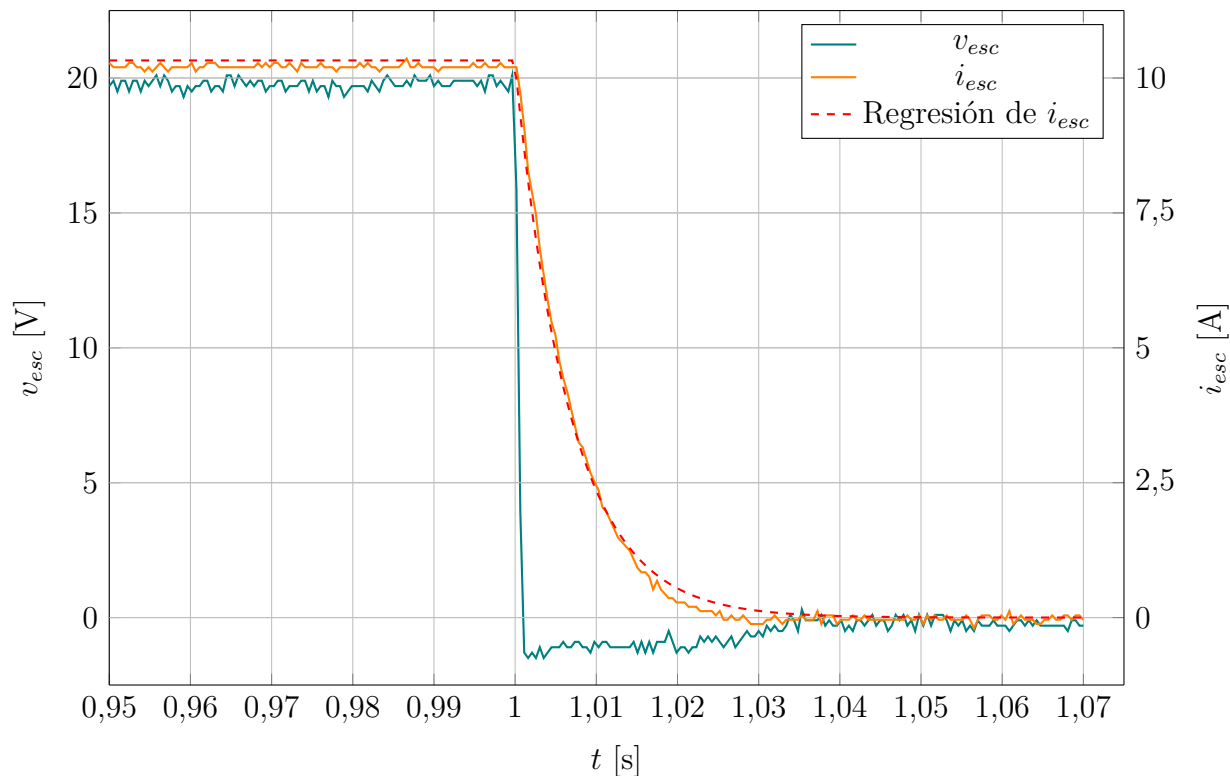


Figura 5.16: Tensión y corriente medidas en el ensayo de escalón de tensión y curva de regresión de  $i_{esc}$  según la ecuación (5.47)

Posteriormente, se buscó obtener una medida de  $L_a$  contrastable con el resultado obtenido previamente. Para ello, se conectó a los terminales de la máquina un medidor LCR modelo TH2832 de la marca Tonghui (véase la figura 5.17). Se lo configuró en su función inductancia serie-resistencia serie (Ls-Rs). Se midieron los parámetros a una frecuencia de 20 Hz, por ser la mínima del instrumento. El valor eficaz de la señal de medición se configuró en 1 V. El artefacto electrónico comete un error relativo máximo de 0,05 %. La inductancia medida fue de 13,3478 mH. Luego, el error absoluto máximo de la medición es

$$E_{max} = \frac{0,05 \cdot 13,3478 \text{ [mH]}}{100} = 6,674 \cdot 10^{-3} \text{ [mH]} \quad (5.49)$$

por lo que la medida de la inductancia de la máquina puede ser expresada como

$$L_a = 13,348 \pm 0,007 \text{ [mH]} \quad (5.50)$$

Por otra parte, el instrumento indicó que  $R_s$  era de 3,19512  $\Omega$  con un error absoluto máximo de

$$E_{max} = \frac{0,05 \cdot 3,19512 \text{ [\Omega]}}{100} = 1,598 \cdot 10^{-3} \text{ [\Omega]} \quad (5.51)$$

por ende, la medida de la resistencia de la máquina es

$$R_s = 3,1951 \pm 0,0016 \text{ [\Omega]} \quad (5.52)$$

Se verificó que las medidas de  $L_a$  y  $R_s$  obtenidas con el medidor LCR fueran similares a las anteriores para frecuencias de medición mayores que 20 Hz.



Figura 5.17: Medidor LCR utilizado: (a) vista en perspectiva; (b) su configuración.

### 5.3. Pérdidas

Para caracterizar las pérdidas de las máquinas DCPM y AFPM y de la cadena de transmisión, se llevaron a cabo ensayos a velocidades constantes, impuestas por el artefacto DCPM. A excepción del caso en que se analizaban las pérdidas del aparato excitador de movimiento, las velocidades decrecían desde 120 rpm a pasos de 10 rpm. Se repitieron las experiencias para distintas cargas mecánicas acopladas a la máquina impulsora. En todos los casos se armó el circuito de la figura 5.18. Se utilizó un multímetro digital configurado como amperímetro, cuya indicación era redundante con la medición de corriente proporcionada por la fuente de alimentación DC.

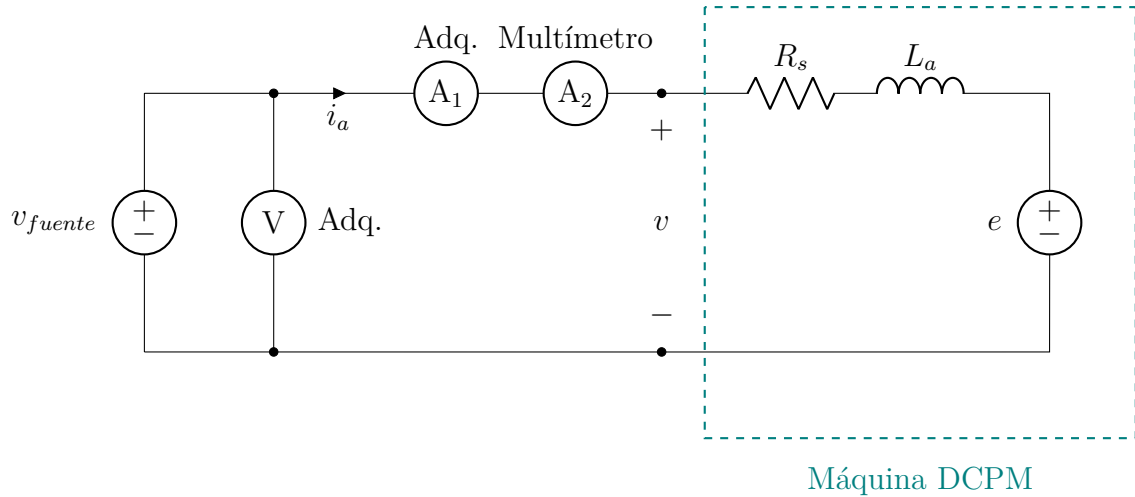


Figura 5.18: Circuito formado por la fuente de alimentación DC, los sensores de tensión y corriente DC de la placa de adquisición, el multímetro digital configurado como amperímetro y la máquina DCPM

Al multiplicar la ecuación (2.15) por  $\omega_m$ , se obtiene

$$p_{DCPM\ elm} = p_L + \Delta p_{(fr+Fe+wind)} + J\omega_m \frac{d\omega_m}{dt} \quad (5.53)$$

donde  $p_L = \tau_L \omega_m$  es la potencia de carga del artefacto impulsor, dada por las pérdidas del conjunto acoplado a su eje. De la expresión (5.53) se deduce que si

se desprecia el término que depende de la derivada de  $\omega_m$  con respecto al tiempo,  $p_{DCPM\ elm}$  compensa todas las pérdidas del sistema, excluyendo las pérdidas por efecto Joule del circuito de la figura 5.18. Por otra parte, al reemplazar a  $\tau_d$  por  $k_T i_a$  en la ecuación (2.6), resulta

$$p_{DCPM\ elm} = k_T i_a \omega_m \quad (5.54)$$

Se dividió el tiempo total de cada experiencia a una velocidad determinada en intervalos de un segundo de duración. Para cada uno de estos intervalos se calculó un valor de  $p_{DCPM\ elm}$ . De esta manera se logró disponer de una elevada cantidad de muestras de  $p_{DCPM\ elm}$  en cada caso, lo que era conveniente a la hora de ajustar los resultados experimentales a funciones específicas.

La corriente del inducido de la máquina impulsora fue menor que 4 A en todos los ensayos (véase la figura 5.19). Al ser la corriente de armadura menor que su valor nominal de 10 A, se despreció la reacción de armadura para determinar  $p_{DCPM\ elm}$  por medio de la ecuación (5.54) con  $k_T$  constante y dado por la ecuación (5.42).

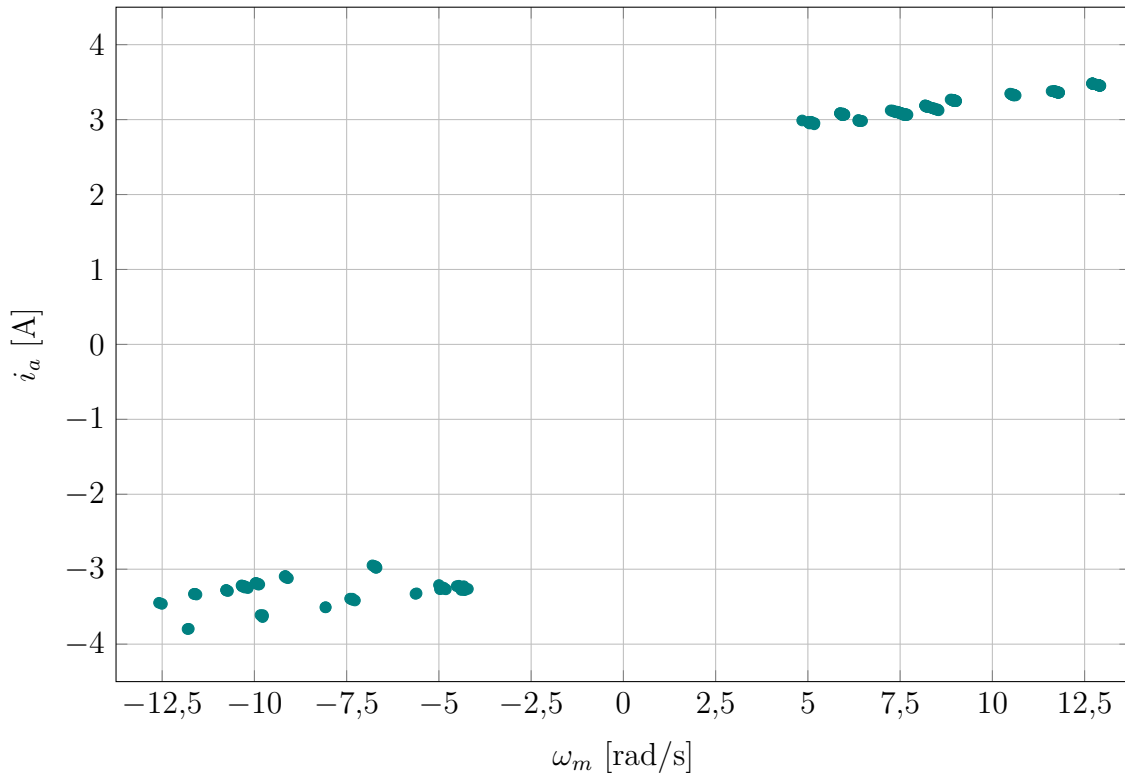


Figura 5.19: Corriente de armadura de la máquina DCPM para el ensayo de mayor sollicitación, dado por aquel en que se debía impulsar la totalidad del PTO

Se aplicó la ecuación (5.54) en cada intervalo con las muestras de la corriente de armadura y de la velocidad, cuyas representaciones en función del tiempo eran como las que se muestran en las figuras 5.20a y 5.20b del ejemplo de la figura 5.20. En cada caso se obtuvo que  $p_{DCPM\ elm}$  variaba alrededor de un valor medio, como se observa en la figura 5.20c del mismo ejemplo.

En busca de tener un único valor de potencia electromagnética por cada intervalo o período de cálculo  $T_{calc}$  de un segundo se calculó su valor medio

$$P_{DCPM\ elm} = \frac{1}{T_{calc}} \int_{t_0}^{t_0+T_{calc}} p_{DCPM\ elm} dt \quad (5.55)$$



donde se utilizó la notación en mayúscula para indicar un valor constante.

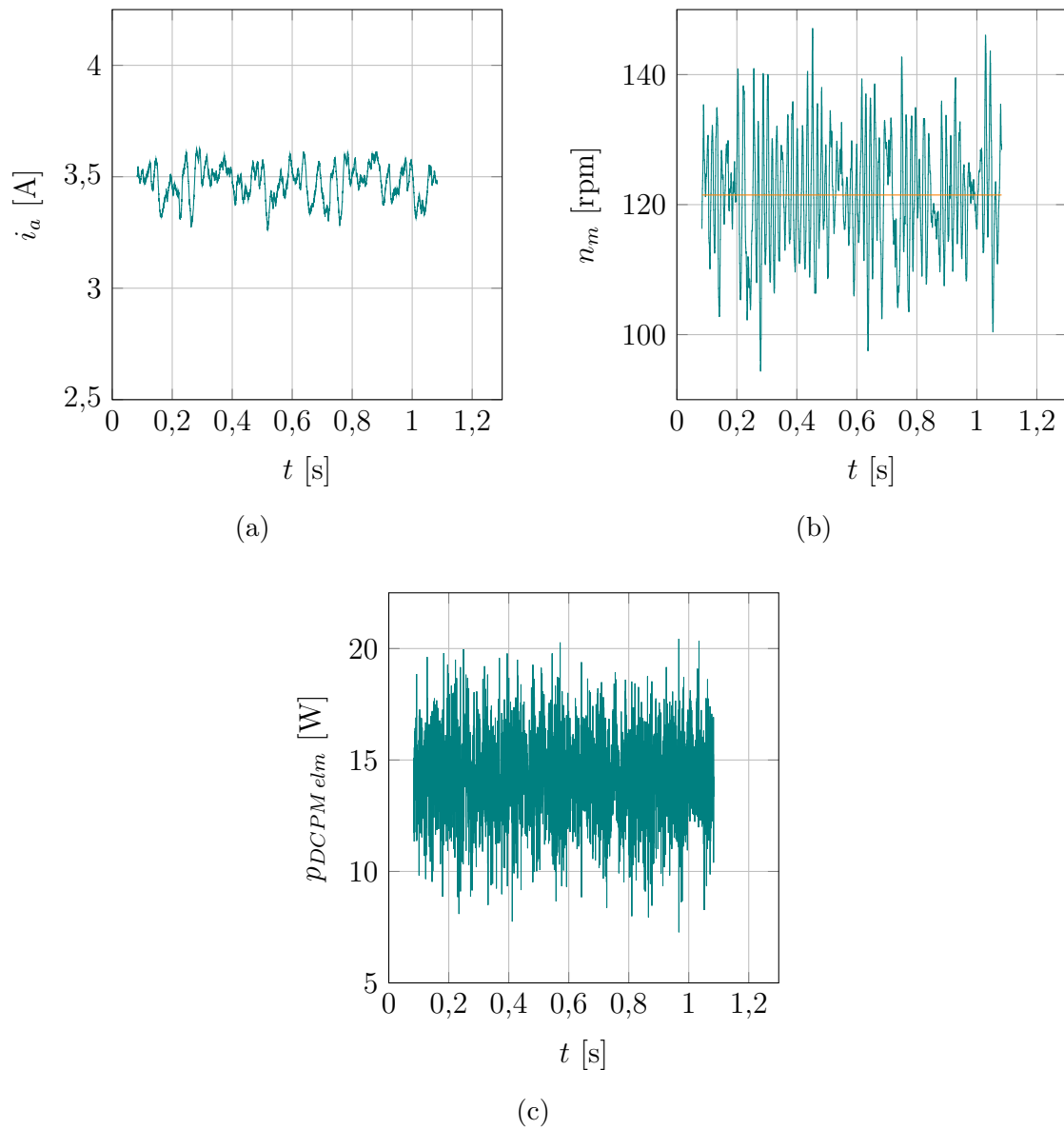


Figura 5.20: Formas de onda de: (a) la corriente de armadura de la máquina DCPM; (b) la velocidad (se muestra su valor medio en color naranja); (c) la potencia electromagnética desarrollada en la máquina DCPM. El ejemplo corresponde a un ensayo a una velocidad pretendida de 120 rpm.

A excepción del ensayo en el que la carga mecánica de la máquina DCPM era la totalidad de la unidad PTO, para velocidades menores que aproximadamente 30 rpm, se observó un movimiento inestable del artefacto impulsor. Esto impidió la caracterización de las pérdidas del conjunto a esas velocidades. Para el caso exento, la potencia de pérdidas del sistema pudo ser descrita a partir de una velocidad mínima de aproximadamente 40 rpm, por la misma razón. Se deduce que esta inestabilidad es producto de operar la máquina a velocidades mucho menores que la nominal.

### 5.3.1. Máquina DCPM

Se caracterizó la potencia de pérdidas de la máquina DCPM por medio de su operación como motor. Para medir la velocidad, se acopló el eje de instrumentación a su rotor. Se dispuso el conjunto en forma vertical, como se observa en la figura 5.21. Se optó por ello para evitar efectos asociados a la gravedad en la medición de la velocidad.

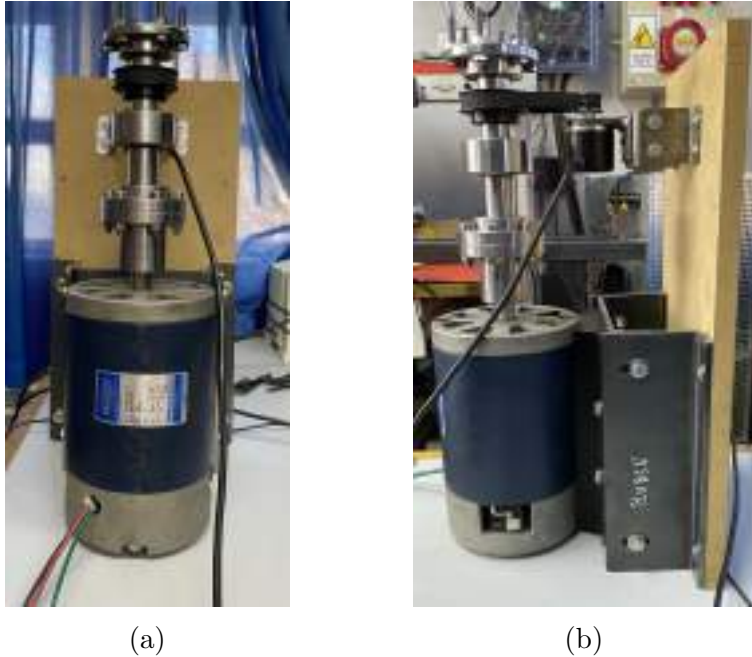


Figura 5.21: Configuración del ensayo de la máquina DCPM con el eje de instrumentación acoplado a su rotor: (a) vista frontal; (b) vista lateral.

En estas condiciones, la potencia electromagnética desarrollada en la máquina DCPM compensaba las siguientes pérdidas:

- Pérdidas por histéresis y corrientes parásitas en el núcleo de hierro (rotórico)  $\Delta P_{DCPM Fe}$ ;
- Pérdidas rotacionales o mecánicas  $\Delta P_{DCPM rot}$ , conformadas por la suma de las pérdidas por fricción en cojinetes  $\Delta P_{DCPM fr}$  y las pérdidas aerodinámicas  $\Delta P_{DCPM wind}$ .

Es decir,

$$\Delta P_{DCPM (fr+Fe+wind)} = P_{DCPM elm} \quad (5.56)$$

Para encontrar una ecuación que permitiera predecir la potencia  $\Delta P_{DCPM (fr+Fe+wind)}$  en función de la velocidad, en primer lugar, se realizó una estimación del valor máximo de la potencia de pérdidas aerodinámicas existente en las experiencias con la máquina DCPM. Para ello, se consideraron al diámetro exterior del rotor  $D_{2out}$  igual al diámetro de la carcasa  $D$  y al largo efectivo del núcleo  $L_i$  igual al largo de la carcasa  $L$ . Tanto  $D$  como  $L$  fueron medidos. Luego,

$$D_{2out} = D = 0,123 \text{ [m]} \quad (5.57)$$

$$L_i = L = 0,190 \text{ [m]} \quad (5.58)$$

Las pérdidas aerodinámicas calculadas con estas magnitudes resultan ser mayores que las que en realidad existen, dado que  $D_{2out}$  y  $L_i$  son menores que sus valores asignados. Luego, según la ecuación (2.14), las pérdidas aerodinámicas en los ensayos a lo sumo valen

$$\Delta P_{DCPM\ wind}|_{max} \approx 2 \cdot 0,123^3 \cdot 0,190 \cdot 210^3 \cdot 10^{-6} = 0,007 \text{ [W]} \quad (5.59)$$

donde se tomó como valor de velocidad al máximo ensayado con la máquina DCPM de 210 rpm. Obsérvese en la figura 5.22 que, para el mínimo valor ensayado de velocidad, el total de pérdidas de la máquina sin contar aquellas por efecto Joule vale entre 0,3 y 0,4 W. Este valor de pérdidas es muy superior al resultado de la ecuación (5.59). Por ende, las pérdidas aerodinámicas se consideraron despreciables. En consecuencia,

$$\Delta P_{DCPM(fr+Fe)} = P_{DCPM\ elm} \quad (5.60)$$

De acuerdo a las ecuaciones (2.10) y (2.13), la potencia  $\Delta P_{DCPM(fr+Fe)}$  puede ser descripta en función de la velocidad por medio de

$$\Delta P_{DCPM(fr+Fe)} = c_{fr} \omega_m + c_{Fe} |\omega_m|^{4/3} \quad (5.61)$$

con  $c_{fr}$  y  $c_{Fe}$  siendo constantes.

Se buscó que la ecuación (5.61) se ajustara a los puntos calculados ( $\omega_m$ ,  $\Delta P_{DCPM(fr+Fe)}$ ) por el método de los mínimos cuadrados no lineal. Para ello, se tuvo en cuenta que el coeficiente  $c_{fr}$  es el torque de fricción de Coulomb, por lo que su valor es positivo para el sentido de rotación horario y negativo para el sentido de rotación antihorario. Los valores obtenidos para los parámetros de la ecuación (5.61) son, para el sentido horario de rotación,

$$c_{fr} = 0,062 \pm 0,004 \text{ [Nm]} \quad (5.62)$$

$$c_{Fe} = 0,0263 \pm 0,0017 \text{ [Nm (rad/s)}^{-1/3}] \quad (5.63)$$

y, para el sentido antihorario de rotación,

$$c_{fr} = -0,059 \pm 0,004 \text{ [Nm]} \quad (5.64)$$

$$c_{Fe} = 0,0305 \pm 0,0018 \text{ [Nm (rad/s)}^{-1/3}] \quad (5.65)$$

Si se reemplazan estos valores en la ecuación (5.61) se llega a las siguientes expresiones para  $\Delta P_{DCPM(fr+Fe)}$  en los sentidos horario y antihorario de rotación

$$\Delta P_{DCPM(fr+Fe)} = \begin{cases} 0,062 \omega_m + 0,0263 \omega_m^{4/3} & \text{si } \omega_m \geq 3,14 \text{ rad/s} \\ -0,059 \omega_m + 0,0305 |\omega_m|^{4/3} & \text{si } \omega_m \leq -3,14 \text{ rad/s} \end{cases} \quad (5.66)$$

donde se consideró que para  $|\omega_m| < 3,14 \text{ rad/s}$  no se encuentran definidas las pérdidas  $\Delta P_{DCPM(fr+Fe)}$ .

Los resultados experimentales de  $\Delta P_{DCPM(fr+Fe)}$ , obtenidos con la ecuación (5.60) para las diferentes velocidades ensayadas en los dos sentidos de rotación, y las curvas que mejor se ajustan a ellos según la expresión (5.61) se muestran en la figura 5.22.

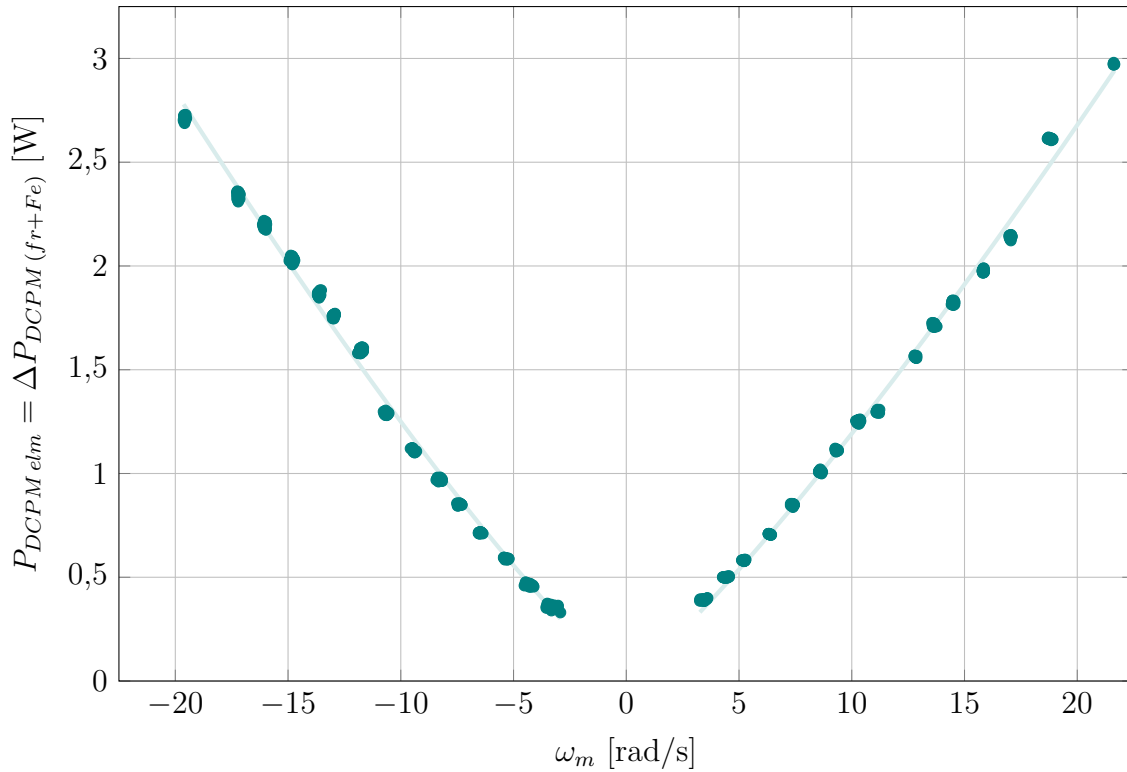


Figura 5.22: Puntos experimentales de las pérdidas por fricción en cojinetes y en el núcleo de la máquina DCPM y la curva que mejor se ajusta a ellos según la ecuación (5.61) para los dos sentidos de rotación

Seguidamente se dividió la función por tramos (5.66) por  $\omega_m$  para obtener las siguientes ecuaciones del torque equivalente que genera las pérdidas  $\Delta P_{DCPM}(fr+Fe)$

$$\tau_{DCPM}(fr+Fe) = \begin{cases} 0,062 + 0,0263 \omega_m^{1/3} & \text{si } \omega_m \geq 3,14 \text{ rad/s} \\ -0,059 + 0,0305 \omega_m^{1/3} & \text{si } \omega_m \leq -3,14 \text{ rad/s} \end{cases} \quad (5.67)$$

En la figura 5.23 se puede observar este torque en función de la velocidad.

### 5.3.2. Máquina AFPM

En este ensayo se conectó directamente el rotor de la máquina AFPM al rotor de la máquina DCPM, como se muestra en la figura 5.6. En estas condiciones, puede escribirse

$$\Delta P_{AFPM}(fr+e+wind) = P_{DCPM\ elm} - \Delta P_{DCPM}(fr+Fe)^+ \quad (5.68)$$

donde  $\Delta P_{AFPM}(fr+e+wind)$  es la potencia de pérdidas de la máquina AFPM cuando opera como generador en vacío y  $\Delta P_{DCPM}(fr+Fe)^+$  es la suma de las pérdidas por fricción en cojinetes y las pérdidas en el hierro de la máquina DCPM para el sentido horario de rotación.

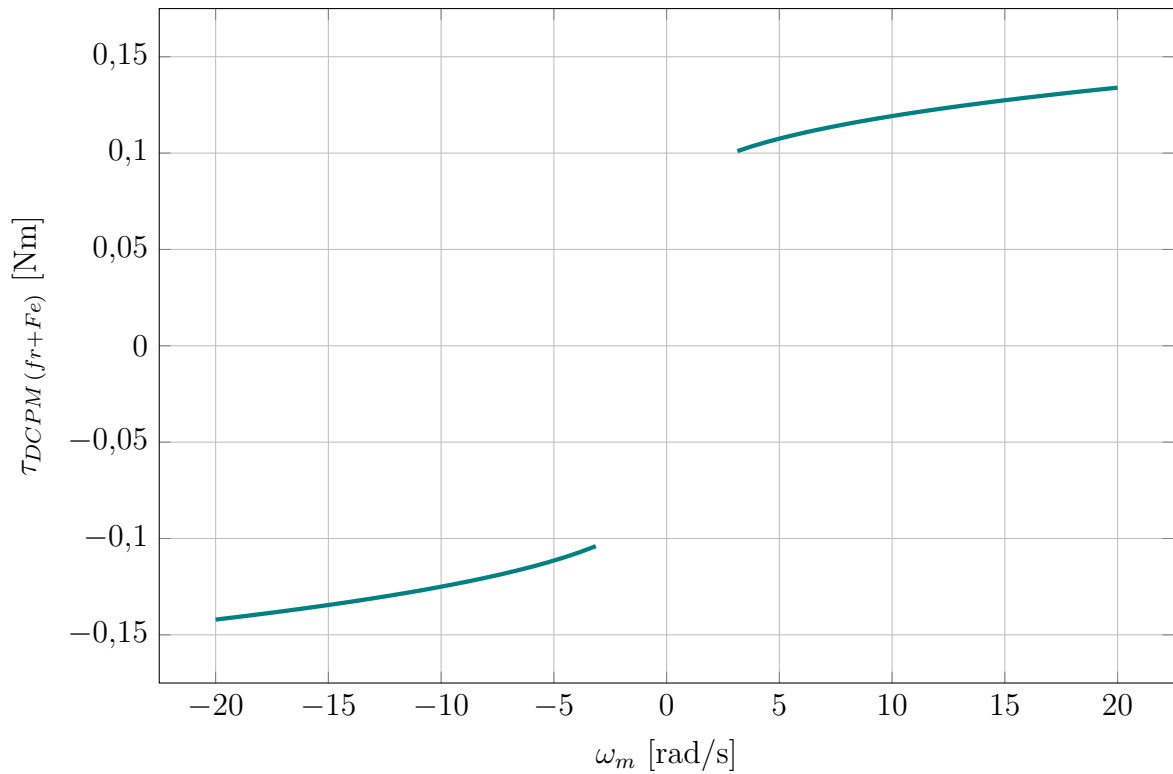


Figura 5.23: Torque equivalente que genera las pérdidas dadas por la ecuación (5.66)

En busca de una expresión capaz de predecir el valor de  $\Delta P_{AFPM(fr+e+wind)}$  en función de la velocidad, en primer lugar, se estima la máxima potencia de pérdidas aerodinámicas para las condiciones experimentales. Para ello, el número de Reynolds debe calcularse en las condiciones ambientales de ensayo, de 1 atm y 20 °C. Como el fluido dentro de la carcasa de la máquina es aire, en la ecuación (3.27)  $\rho$  y  $\mu$  se reemplazan por 1,2  $\text{kg/m}^3$  y  $1,8 \cdot 10^{-5}$  Pas, respectivamente [1]. Adicionalmente, el diámetro exterior de la carcasa mide 0,264 m. Se considera que el diámetro exterior del disco rotórico que aloja a los imanes es igual al diámetro exterior de la carcasa para obtener una cota superior de  $\Delta P_{AFPM wind}$ . Por otra parte, el diámetro del eje mide 0,03 m. Luego, de acuerdo a la ecuación (3.27), el número de Reynolds para el caso de máxima velocidad experimental de la máquina AFPM, de valor 120 rpm ( $n = 2$  rev/s), resulta

$$Re = \frac{2\pi \cdot 2 \text{ [rev/s]} \cdot 1,2 \text{ [kg/m}^3\text{]} \cdot \left(\frac{0,264 \text{ [m]}}{2}\right)^2}{1,8 \cdot 10^{-5} \text{ [Pas]}} = 14597 \quad (5.69)$$

El reemplazo del valor obtenido de  $Re$  en la ecuación (3.26) conduce a

$$c_f = \frac{3,87}{\sqrt{14597}} = 0,032 \quad (5.70)$$

Por lo tanto, el valor máximo de las pérdidas aerodinámicas de la máquina AFPM

puede obtenerse mediante la ecuación (3.25)

$$\Delta P_{AFPM\ wind}|_{max} \approx \frac{1}{2} \cdot 0,032 \cdot 1,2 \text{ [kg/m}^3] \cdot (2\pi \cdot 2 \text{ [rev/s]})^3 \cdot \left[ \left( \frac{0,264 \text{ [m]}}{2} \right)^5 - \left( \frac{0,03 \text{ [m]}}{2} \right)^5 \right] \quad (5.71)$$

$$\Delta P_{AFPM\ wind}|_{max} \approx 0,002 \text{ [W]} \quad (5.72)$$

Obsérvese en la figura 5.24 que, para el mínimo valor ensayado de velocidad, el total de pérdidas de la máquina AFPM en operación como generador en vacío es de aproximadamente 0,05 W. Este valor de pérdidas es muy superior al resultado de la ecuación (5.72). Es por ello que las pérdidas aerodinámicas fueron despreciadas. Entonces,

$$\Delta P_{AFPM(fr+e)} = P_{DCPM\ elm} - \Delta P_{DCPM(fr+Fe)^+} \quad (5.73)$$

De acuerdo a las ecuaciones (3.24) y (3.28), la potencia  $\Delta P_{AFPM(fr+e)}$  puede expresarse en función de la velocidad como

$$\Delta P_{AFPM(fr+e)} = c_{fr} \omega_m + c_e \omega_m^2 \quad (5.74)$$

Luego se ajustó la ecuación (5.74) a los pares ordenados calculados ( $\omega_m, \Delta P_{AFPM(fr+e)}$ ) por el método de los mínimos cuadrados lineal. Los valores obtenidos para los parámetros de la ecuación (5.74) son

$$c_{fr} = 0 \quad (5.75)$$

$$c_e = 0,00733 \pm 0,00003 \text{ [Nms/rad]} \quad (5.76)$$

Por medio de la sustitución de estos valores en la ecuación (5.74) se llega a

$$\Delta P_{AFPM(fr+e)} = 0,00733 \omega_m^2 \quad \text{si } \omega_m \geq 3,14 \text{ rad/s} \quad (5.77)$$

donde se consideró que para  $\omega_m < 3,14 \text{ rad/s}$  no es posible definir las pérdidas  $\Delta P_{AFPM(fr+e)}$ .

Los valores experimentales de  $\Delta P_{AFPM(fr+e)}$ , calculados mediante la ecuación (5.73) para las distintas velocidades ensayadas, y la curva que mejor se ajusta a ellos se muestran en la figura 5.24.

Al dividir la ecuación (5.77) por  $\omega_m$  se obtiene el torque equivalente que genera las pérdidas  $\Delta P_{AFPM(fr+e)}$ , que resulta ser

$$\tau_{AFPM(fr+e)} = 0,00733 \omega_m \quad \text{si } \omega_m \geq 3,14 \text{ rad/s} \quad (5.78)$$

Se puede observar este torque en función de la velocidad en la figura 5.25.

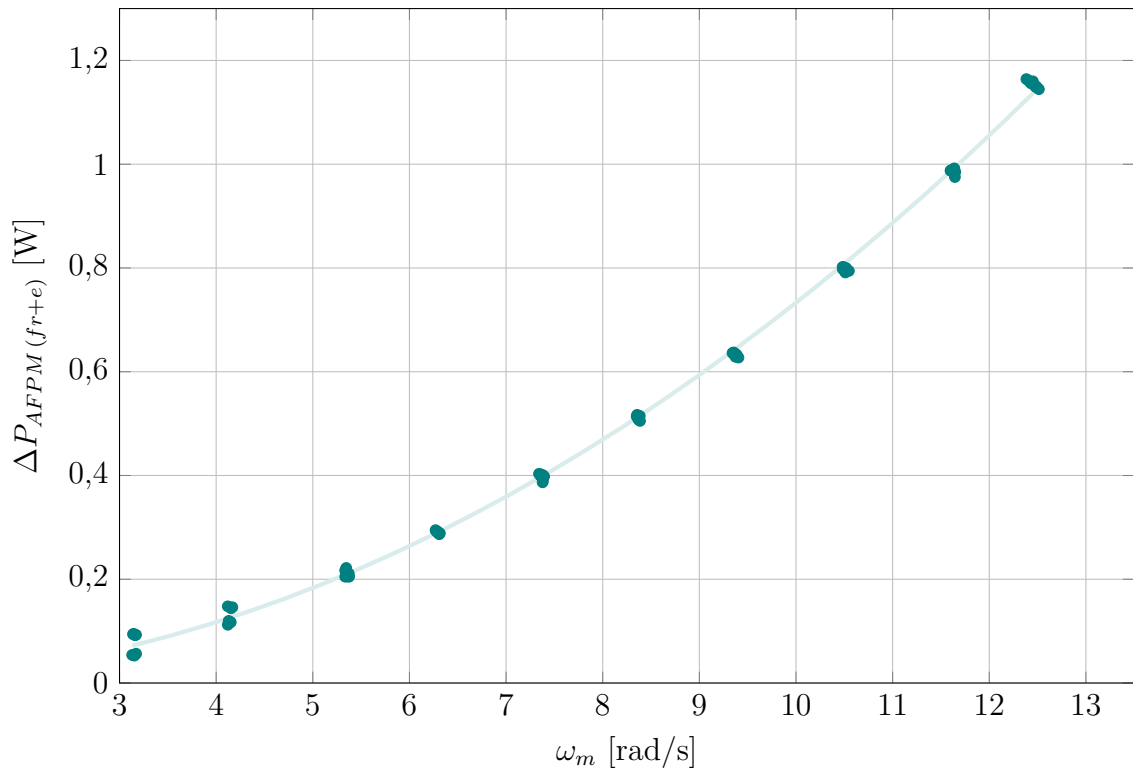


Figura 5.24: Puntos experimentales de las pérdidas de potencia de la máquina AFPM en operación como generador en vacío y regresión cuadrática según la ecuación (5.74)

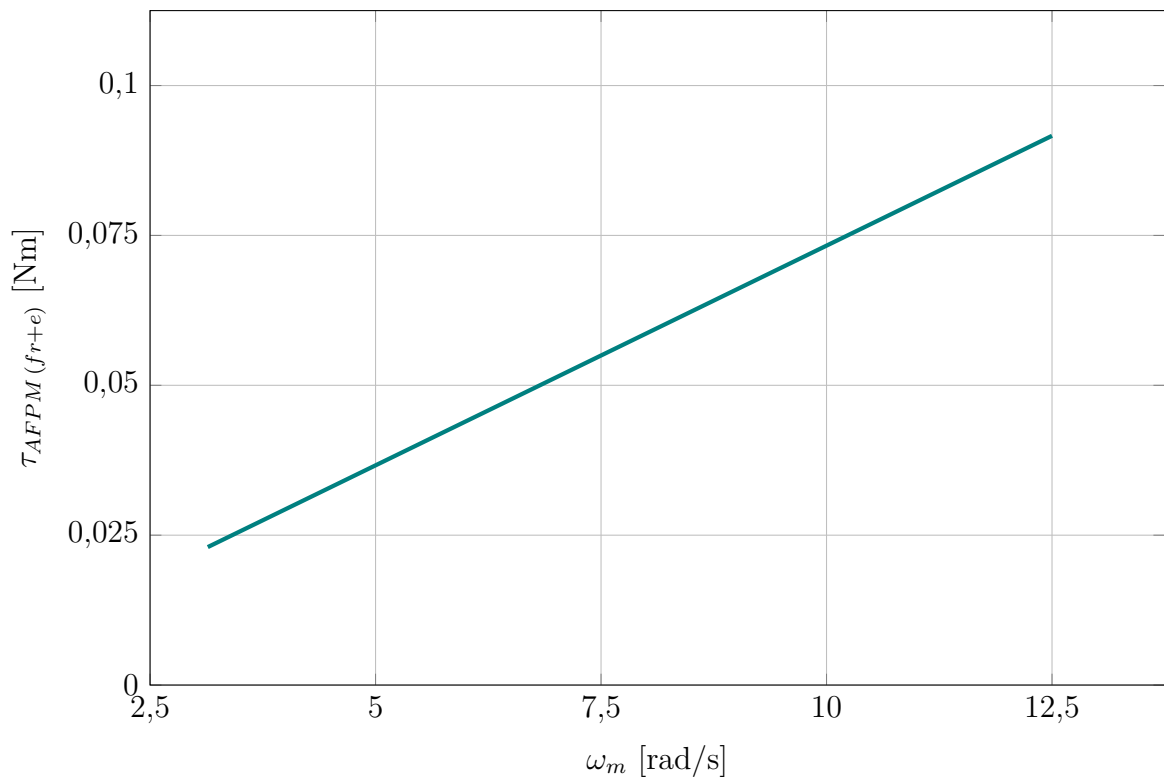


Figura 5.25: Torque equivalente que genera las pérdidas dadas por la ecuación (5.77)

### 5.3.3. Parte de la cadena de transmisión con un único sentido de rotación

Para la realización de este ensayo se conectó en forma directa la parte de la cadena de transmisión giratoria en un solo sentido al rotor de la máquina DCPM, como se muestra en la figura 5.11. Como se excitaba desde el lado de salida del prototipo undimotriz, la polaridad de la tensión aplicada al aparato eléctrico fue tal que el sentido de giro era el permitido por el mecanismo: antihorario, si se ve desde el lado de salida del convertidor a escala, y horario, si se ve desde el lado de entrada a este. Además, se realizaron los experimentos con el sistema inicialmente en estado de reposo, por lo que las partes de la cadena de transmisión capaces de rotar en un único sentido y en los dos sentidos se encontraban desacopladas, tal como se explicó en la sección 1.2. Por consiguiente, la potencia electromagnética desarrollada en el artefacto excitatriz es igual a la suma de:

- Las pérdidas por fricción en los cojinetes de la máquina DCPM
- Las pérdidas en el núcleo de la máquina DCPM
- Las pérdidas por fricción de la parte del convertidor a escala acoplada a la máquina DCPM

Es decir,

$$\Delta P_{USR} = P_{DCPM\ elm} - \Delta P_{DCPM(fr+Fe)^-} \quad (5.79)$$

donde  $\Delta P_{USR}$  son las pérdidas por fricción de la parte de la cadena de transmisión con grado de libertad de rotación en un único sentido. Las pérdidas  $\Delta P_{DCPM(fr+Fe)^-}$  corresponden a velocidades en sentido antihorario de la máquina DCPM.

Se asume que las velocidades mayores que 30 rpm (3,14 rad/s) son muy superiores a la velocidad de Stribeck  $\omega_{m\sigma}$ . Luego, de acuerdo a lo analizado en el capítulo 4,

$$\Delta P_{USR} = \tau_C \omega_m + c_{\omega_m} \omega_m^2 \quad \text{si } \omega_m \geq 3,14 \text{ rad/s} \quad (5.80)$$

Se ajustó la ecuación (5.80) a los pares ordenados experimentales  $(\omega_m, \Delta P_{USR})$  por medio del método de los mínimos cuadrados lineal y se obtuvo que

$$\tau_C = 0,1778 \pm 0,0008 \text{ [Nm]} \quad (5.81)$$

$$c_{\omega_m} = 0,00845 \pm 0,00009 \text{ [Nms/rad]} \quad (5.82)$$

Al reemplazarlos en la ecuación (5.80), resulta

$$\Delta P_{USR} = 0,1778 \omega_m + 0,00845 \omega_m^2 \quad \text{si } \omega_m \geq 3,14 \text{ rad/s} \quad (5.83)$$

donde se considera que para  $\omega_m < 3,14 \text{ rad/s}$  no pueden obtenerse las pérdidas  $\Delta P_{USR}$ .

En la figura 5.26 se encuentran representados los valores experimentales de las pérdidas por fricción de la parte del prototipo olamotriz en estudio, determinados mediante la expresión (5.79) para las distintas velocidades de ensayo, y la curva de regresión cuadrática.



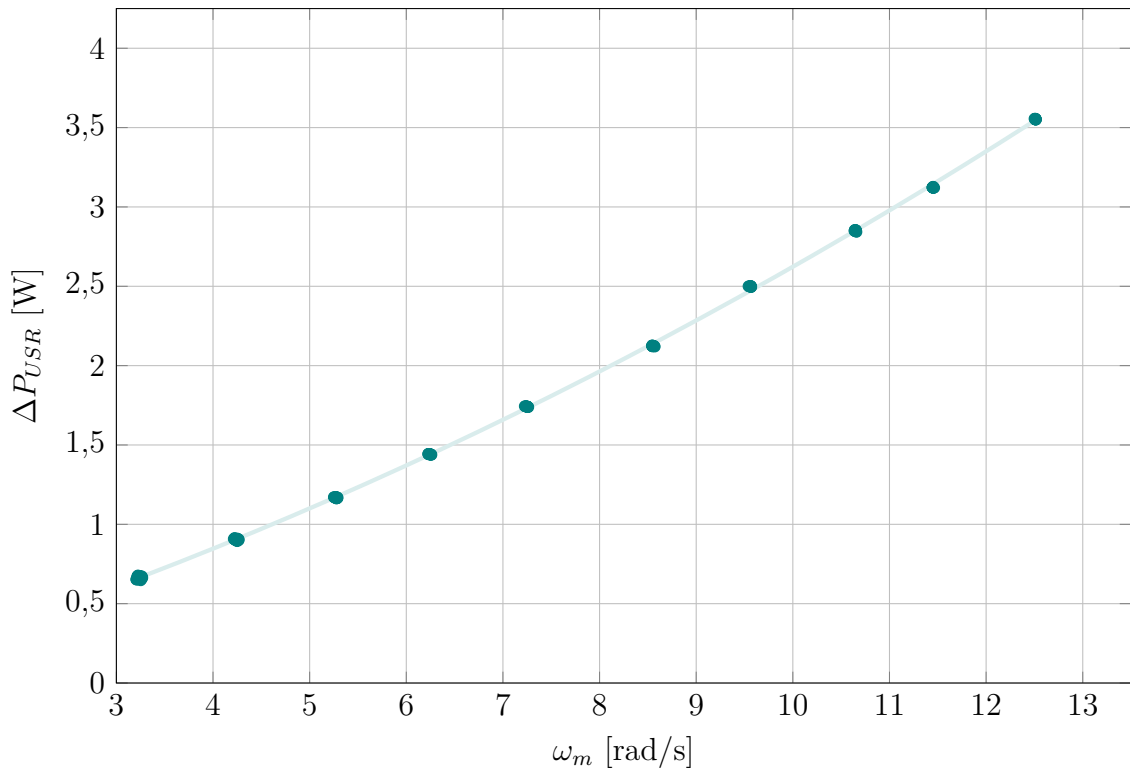


Figura 5.26: Pérdidas de potencia experimentales de la parte de la cadena de transmisión con un único sentido de rotación posible y regresión cuadrática según la ecuación (5.80)

Mediante la división de la ecuación (5.83) por  $\omega_m$  se deduce que el torque de fricción de la porción de la cadena de transmisión en análisis está dado por

$$\tau_{USRfr} = 0,1778 + 0,00845 \omega_m \quad \text{si } \omega_m \geq 3,14 \text{ rad/s} \quad (5.84)$$

En la figura 5.27 se representa este torque en función de la velocidad.

### 5.3.4. Parte de la cadena de transmisión con doble sentido de rotación

Para determinar las pérdidas de potencia en la porción de la cadena de transmisión capaz de rotar en ambos sentidos, se acopló la unidad PTO del prototipo olamotriz a la máquina DCPM (véase la figura 5.28).

En estas condiciones, la potencia electromagnética desarrollada en la máquina DCPM es compensada por la suma de:

- Las pérdidas por fricción en los cojinetes de las máquinas DCPM y AFPM
- Las pérdidas en el núcleo de la máquina DCPM
- Las pérdidas por fricción en la cadena de transmisión
- Las pérdidas por corrientes parásitas en los conductores de armadura de la máquina AFPM

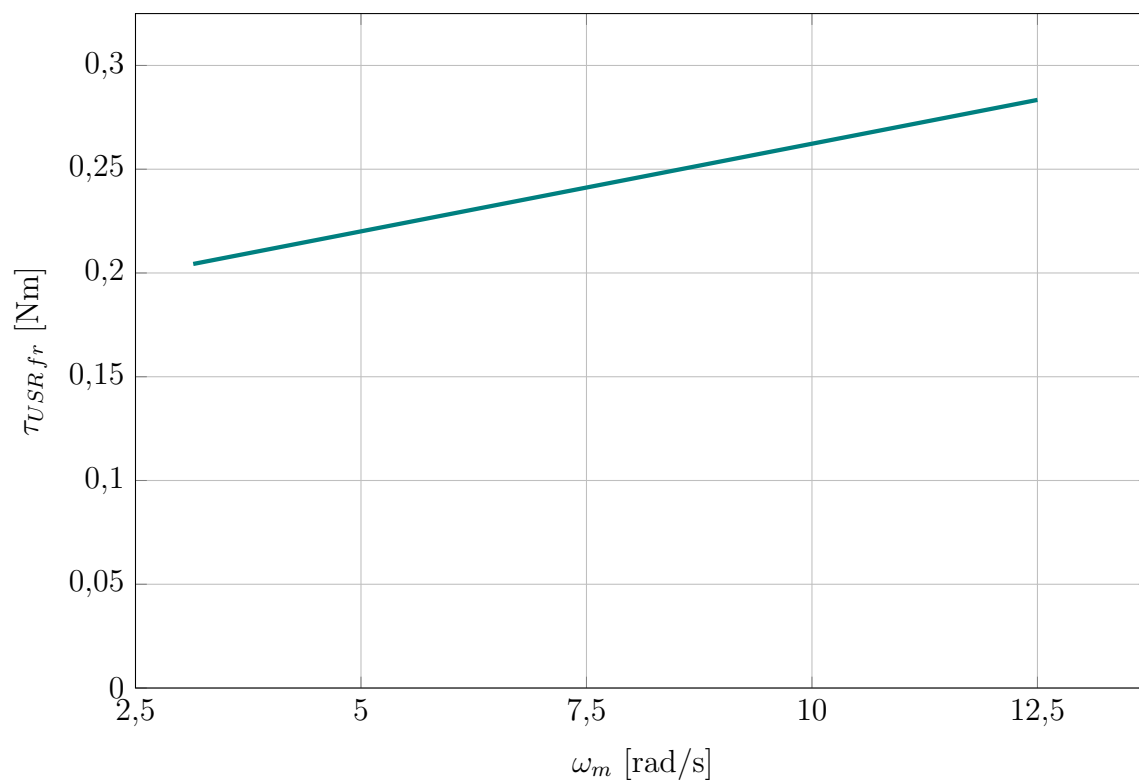


Figura 5.27: Torque de fricción de la parte de la cadena de transmisión factible de ser rotada únicamente en sentido horario

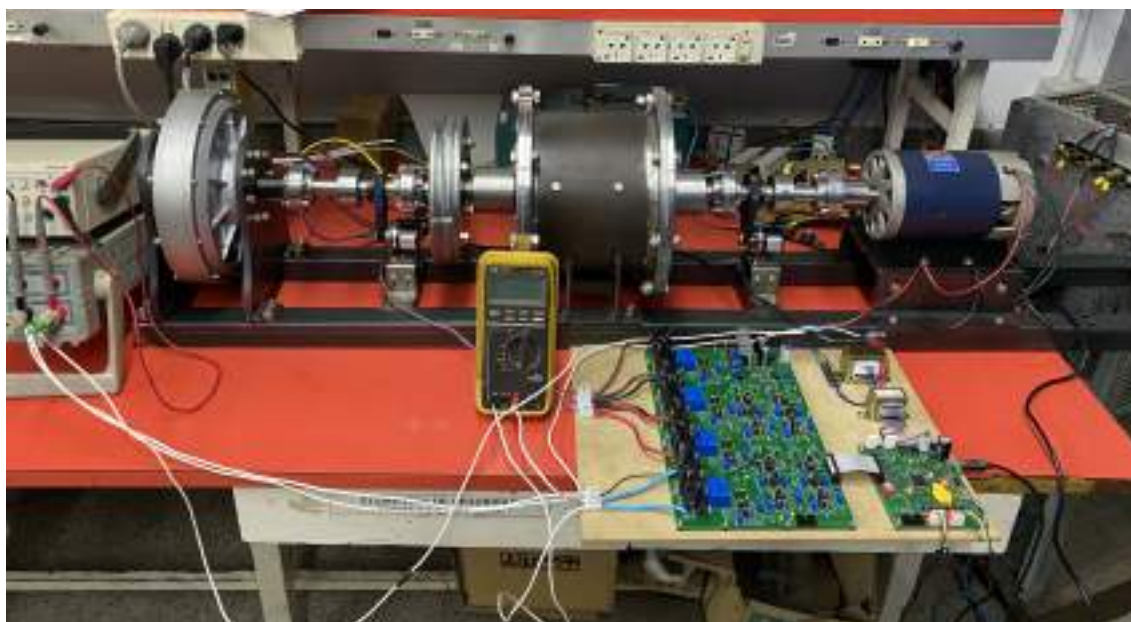


Figura 5.28: Banco experimental del ensayo de la máquina DCPM conectada a la unidad PTO del prototipo undimotriz

Por lo que, para el sentido horario de rotación,

$$\Delta P_{DSR^+} = P_{DCPM elm} - \Delta P_{DCPM(fr+Fe)^+} - \Delta P_{USR} - \Delta P_{AFPM(fr+e)} \quad (5.85)$$

y, para el sentido antihorario de rotación,

$$\Delta P_{DSR^-} = P_{DCPM\ elm} - \Delta P_{DCPM(fr+Fe)^-} - \Delta P_{USR} - \Delta P_{AFPM(fr+e)} \quad (5.86)$$

donde  $\Delta P_{DSR^+}$  y  $\Delta P_{DSR^-}$  son las pérdidas por fricción de la parte de la cadena de transmisión con grado de libertad de rotación en ambos sentidos, correspondientes a los sentidos horario y antihorario de rotación, respectivamente. Por otra parte,  $\Delta P_{DCPM(fr+Fe)^-}$  es la suma de las pérdidas por fricción en cojinetes y las pérdidas en el núcleo de la máquina DCPM para el sentido antihorario de rotación. Vale aclarar que, en las dos ecuaciones presentadas anteriormente, los términos  $\Delta P_{USR}$  y  $\Delta P_{AFPM(fr+e)}$  corresponden a velocidades en sentido horario.

Se asume que las velocidades mayores que 40 rpm (4,19 rad/s) son muy superiores a la velocidad de Stribeck  $\omega_{m\sigma}$ . Por ende, con base en lo explicado en el capítulo 4,

$$\Delta P_{DSR} = \tau_C \omega_m + c_{\omega_m} \omega_m^2 \quad \text{si } |\omega_m| \geq 4,19 \text{ rad/s} \quad (5.87)$$

Se ajustó la ecuación (5.87) a los pares ordenados experimentales  $(\omega_m, \Delta P_{DSR})$  por medio del método de los mínimos cuadrados lineal. Los valores de los coeficientes resultantes de la regresión cuadrática son, para el sentido horario de rotación,

$$\tau_C = 0,566 \pm 0,007 \text{ [Nm]} \quad (5.88)$$

$$c_{\omega_m} = 0,0026 \pm 0,0006 \text{ [Nms/rad]} \quad (5.89)$$

y, para el sentido antihorario de rotación,

$$\tau_C = -0,601 \pm 0,015 \text{ [Nm]} \quad (5.90)$$

$$c_{\omega_m} = 0 \quad (5.91)$$

El reemplazo de estas constantes en la expresión (5.87) lleva a

$$\Delta P_{DSR} = \begin{cases} 0,566 \omega_m + 0,0026 \omega_m^2 & \text{si } \omega_m \geq 4,19 \text{ rad/s} \\ -0,601 \omega_m & \text{si } \omega_m \leq -4,19 \text{ rad/s} \end{cases} \quad (5.92)$$

donde se considera que para  $|\omega_m| < 4,19 \text{ rad/s}$  no es posible calcular las pérdidas  $\Delta P_{DSR}$ .

En la figura 5.29 se encuentran representados los valores experimentales de las pérdidas por fricción de la parte de la cadena de transmisión capaz de rotar en ambos sentidos, determinados con las expresiones (5.85) y (5.86) para las diferentes velocidades de ensayo en los dos sentidos de giro, y las curvas de regresión cuadrática.

Por medio de la división de la función por tramos (5.92) por  $\omega_m$ , se obtienen las siguientes expresiones para el torque de fricción que genera las pérdidas  $\Delta P_{DSR}$ :

$$\tau_{DSR\ fr} = \begin{cases} 0,566 + 0,0026 \omega_m & \text{si } \omega_m \geq 4,19 \text{ rad/s} \\ -0,601 & \text{si } \omega_m \leq -4,19 \text{ rad/s} \end{cases} \quad (5.93)$$

El torque de fricción en función de la velocidad se muestra en línea continua en la figura 5.30.

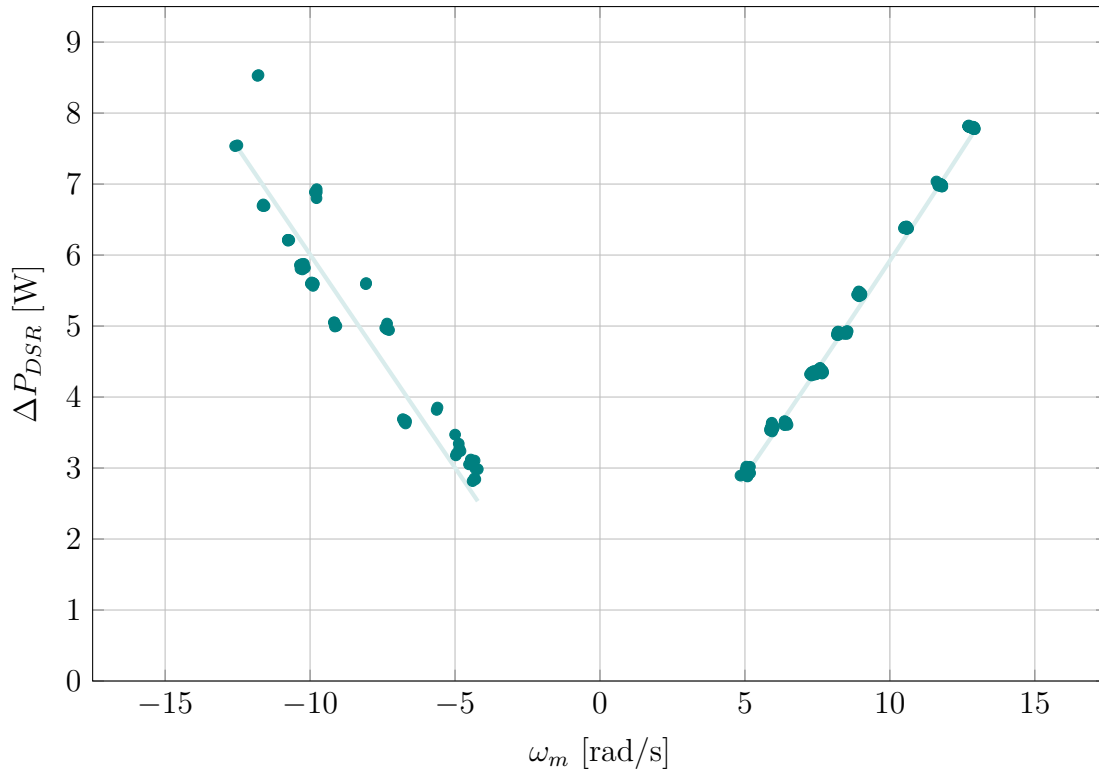


Figura 5.29: Pérdidas de potencia experimentales de la parte de la cadena de transmisión factible de ser rotada en ambos sentidos y regresión cuadrática según la ecuación (5.87) para los dos sentidos de rotación

La función por tramos que define a  $\tau_{DSRfr}$ , dada por las expresiones (5.93), se aproxima a

$$\tau_{DSRfr} = \begin{cases} 0,6 & \text{si } \omega_m \geq 4,19 \text{ rad/s} \\ -0,6 & \text{si } \omega_m \leq -4,19 \text{ rad/s} \end{cases} \quad (5.94)$$

En la figura 5.30 se observa en línea punteada este torque aproximado.

### 5.3.5. Torques de desprendimiento

Con las configuraciones de los ensayos de la sección 5.3 se determinó en cada caso la corriente de armadura necesaria para el arranque del sistema. Para ello, inicialmente, se dispuso en estado de reposo el conjunto formado por la máquina DCPM y la carga mecánica acoplada a su rotor en el ensayo correspondiente. Seguidamente se incrementó progresivamente la tensión impuesta por la fuente de alimentación DC y en cada aumento se esperó hasta que la corriente alcanzara el régimen permanente. Con excepción del caso en que la carga mecánica de la máquina impulsora era la unidad PTO del prototipo olamotriz, se configuró el límite de corriente de la fuente en la corriente de armadura nominal de la máquina DCPM, que es de 10 A. Sin embargo, la corriente requerida en el arranque resultó ser muy inferior a este valor. Para el caso exento fue necesario elevar la cota superior de corriente de la fuente de alimentación DC a 11 A, que, si bien supera la corriente nominal de la máquina DCPM, es admisible transitoriamente. De hecho, la temperatura de la carcasa, que

es indicadora de la temperatura del devanado de armadura, nunca alcanzó valores elevados.

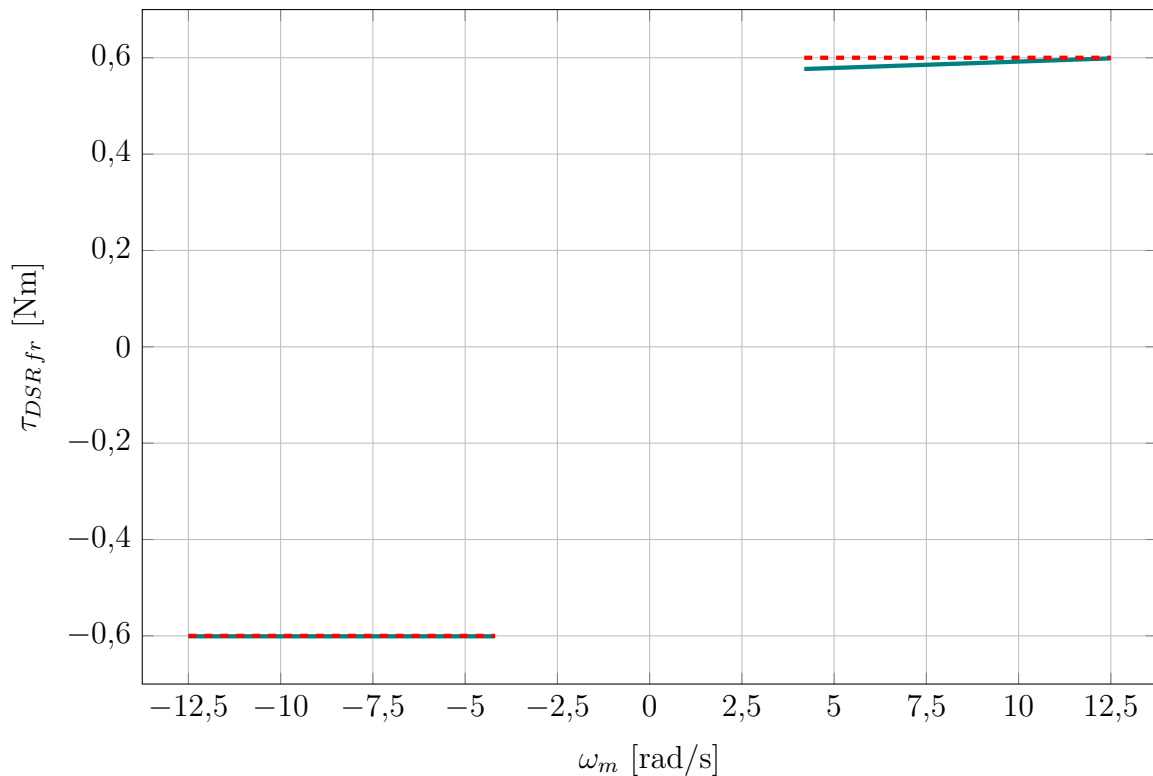


Figura 5.30: Torque de fricción de la parte de la cadena de transmisión factible de ser rotada en ambos sentidos según la función por tramos (5.93) (línea llena) y según la función por tramos simplificada (5.94) (línea punteada)

Dado que el sistema se encontraba inicialmente en reposo, según la ecuación (2.15),

$$\tau_d = \tau_L + \tau_{fr} \quad (5.95)$$

donde  $\tau_d$  y  $\tau_{fr}$  son los torques electromagnético y de fricción del artefacto excitatriz y  $\tau_L$  es el torque de carga, igual al torque de fricción de la carga mecánica en el eje. Se reescribió la ecuación (5.95) para el instante de arranque  $t_{arr}$  como

$$T_S = \tau_d|_{t=t_{arr}} = k_T i_a|_{t=t_{arr}} \quad (5.96)$$

donde  $T_S$  es el torque de desprendimiento del conjunto de la máquina DCPM y la carga mecánica acoplada a su rotor y  $\tau_d|_{t=t_{arr}}$  y  $i_a|_{t=t_{arr}}$  son el torque electromagnético y la corriente de armadura de la máquina impulsora en el instante  $t_{arr}$  de máxima sollicitación, previo al arranque del sistema. Se midió esta corriente para cada configuración. El ensayo se repitió para distintos valores del ángulo inicial  $\alpha$  entre la normal a la chaveta del eje del artefacto excitatriz y la vertical, medido en sentido horario. A lo largo de los ensayos hubo oportunidades en las que, sin haber desenergizado la fuente de alimentación DC, el sistema en estudio lograba el estado de reposo nuevamente, pero esta vez en una posición angular distinta a la de su arranque inicial. Para los conjuntos que integraban un eje de instrumentación, en estos casos se volvió a incrementar, de a pequeños escalones, la tensión de la fuente

de alimentación DC. Existía un punto en el que la corriente de armadura era capaz de poner otra vez al sistema en movimiento. Durante todo este proceso, la medición de las variables eléctricas no se interrumpió. Los ángulos correspondientes a las medidas adicionales fueron determinados por medio de las muestras de la posición angular del encoder incremental asociado al eje de instrumentación. En la figura 5.31 puede observarse un ejemplo con tres arranques distintos a lo largo de una misma experiencia, en la que se optó por sacar del reposo a la máquina DCPM tres veces.

En la ecuación (5.96) se considera que  $k_T$  es constante e igual al valor dado por la ecuación (5.42). Es decir que se despreció la reacción de armadura en la máquina DCPM en estos ensayos. De existir una reacción del inducido considerable, el flujo magnético útil disminuye [10], y, en consecuencia, también  $k_T$ . Como  $T_S$  se estima a partir de  $\tau_d|_{t=t_{arr}}$ , que, a su vez, depende de  $k_T$ , el resultado de  $T_S$  es menor que el real. El error en la estimación de  $T_S$  crece a medida que lo hace la corriente de armadura. A pesar de ello, los torques de desprendimiento obtenidos fueron utilizados para caracterizar los torques de fricción de las distintas partes del prototipo undimotriz.

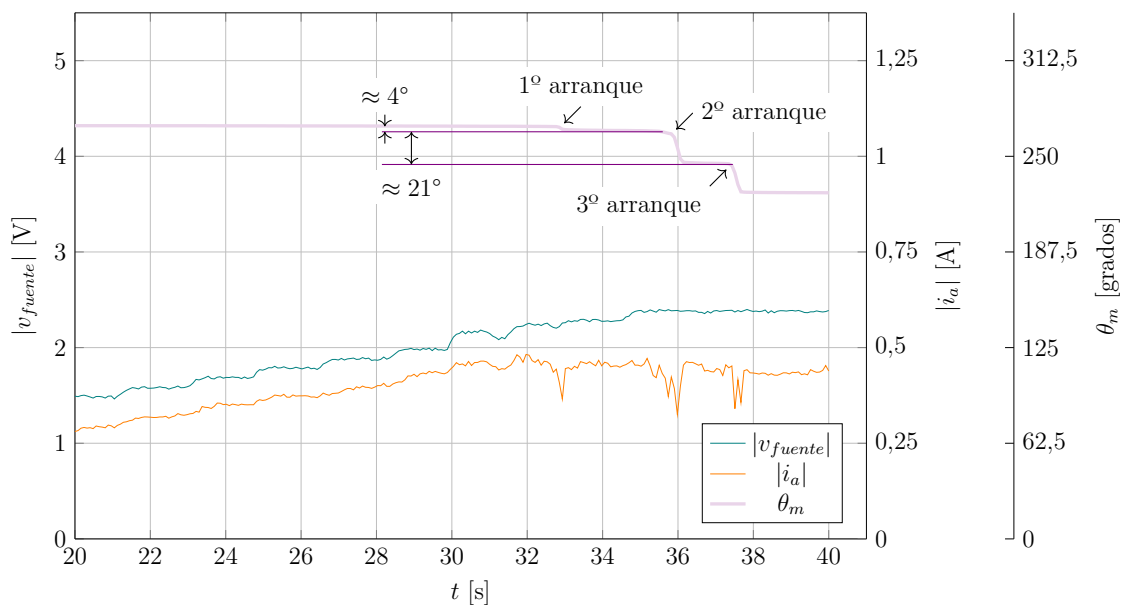


Figura 5.31: Arranque de la máquina DCPM en sentido antihorario con un ángulo  $\alpha = 270^\circ$  inicial

### 5.3.5.1. Máquina DCPM

La corriente de armadura medida en el arranque de la máquina DCPM con el eje de instrumentación acoplado a su rotor en función del ángulo inicial se muestra en la tabla 5.6.

Para este ensayo se tenía, de acuerdo a la ecuación (5.96), que

$$T_{SDCPM^+} = \tau_{d^+} \quad (5.97)$$

$$T_{SDCPM^-} = \tau_{d^-} \quad (5.98)$$

<b>Sentido horario</b>		
$\alpha$ [grados]	$i_a$ [A]	$\tau_d$ [Nm]
0	0,493	0,158
19	0,515	0,165
90	0,411	0,132
160	0,447	0,144
180	0,220	0,071
270	0,220	0,071
<b>Sentido antihorario</b>		
$\alpha$ [grados]	$i_a$ [A]	$\tau_d$ [Nm]
0	-0,469	-0,151
270	-0,484	-0,156
266	-0,462	-0,148
245	-0,459	-0,147
180	-0,288	-0,093
176	-0,525	-0,169
164	-0,447	-0,144
90	-0,259	-0,083
82	-0,474	-0,152

Tabla 5.6: Corriente de armadura y torque electromagnético en la máquina DCPM necesarios para su arranque para distintos ángulos  $\alpha$  y sentidos de rotación

Luego, se obtuvieron  $T_{SDCPM+}$  y  $T_{SDCPM-}$  a partir del promedio de los valores de  $\tau_d$  medidos en todos los ángulos  $\alpha$  para ambos sentidos de rotación. Estos son

$$T_{SDCPM+} = 0,124 \text{ [Nm]} \quad (5.99)$$

$$T_{SDCPM-} = -0,138 \text{ [Nm]} \quad (5.100)$$

Al tener en cuenta el torque de fricción en la condición estática, el torque equivalente  $\tau_{DCPM(fr+Fe)}$  resulta

$$\tau_{DCPM(fr+Fe)} = \begin{cases} 0,062 + 0,0263 \omega_m^{1/3} & \text{si } \omega_m \geq 3,14 \text{ rad/s} \\ -0,059 + 0,0305 \omega_m^{1/3} & \text{si } \omega_m \leq -3,14 \text{ rad/s} \\ \tau_e & \text{si } \omega_m = 0 \text{ y } -0,138 \text{ Nm} < \tau_e < 0,124 \text{ Nm} \\ 0,124 & \text{si } \omega_m = 0 \text{ y } \tau_e \geq 0,124 \text{ Nm} \\ -0,138 & \text{si } \omega_m = 0 \text{ y } \tau_e \leq -0,138 \text{ Nm} \end{cases} \quad (5.101)$$

En la figura 5.32 se muestra el torque equivalente de la figura 5.23 junto con los torques de desprendimiento para ambos sentidos de rotación.

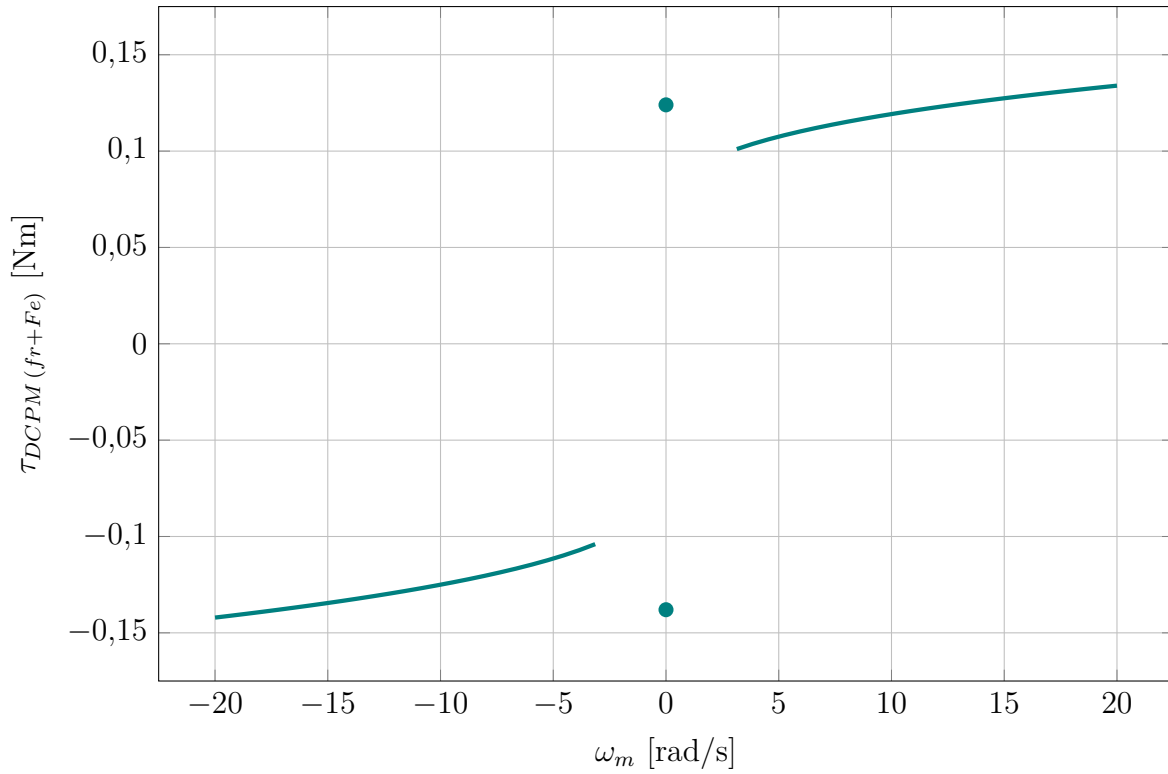


Figura 5.32: Torque equivalente de la figura 5.23 junto con los torques de desprendimiento para ambos sentidos de rotación

### 5.3.5.2. Máquina AFPM

Para el arranque del conjunto formado por las máquinas DCPM y AFPM se obtuvieron los valores indicados en la tabla 5.7.

$\alpha$ [grados]	$i_a$ [A]	$\tau_d$ [Nm]
0	0,865	0,278
90	0,733	0,235
180	0,977	0,314
270	0,820	0,263

Tabla 5.7: Corriente de armadura y torque electromagnético necesarios para el arranque del conjunto formado por los rotores de las máquinas DCPM y AFPM para distintos ángulos  $\alpha$

De acuerdo a la ecuación (5.96), en esta configuración de ensayo se cumple que

$$\tau_d = T_{SDCPM^+} + T_{SAFPM} \quad (5.102)$$

Por lo que

$$T_{SAFPM} = \tau_d - T_{SDCPM^+} \quad (5.103)$$

El promedio de los valores obtenidos de  $\tau_d$  en todos los ángulos  $\alpha$  es

$$\tau_d = 0,273 \text{ [Nm]} \quad (5.104)$$



Luego, el reemplazo de las ecuaciones (5.99) y (5.104) en la ecuación (5.103) conduce a

$$T_{SAFPM} = 0,149 \text{ [Nm]} \quad (5.105)$$

Si se considera el torque de fricción en el estado de reposo, el torque equivalente  $\tau_{AFPM(fr+e)}$  puede ser reexpresado como

$$\tau_{AFPM(fr+e)} = \begin{cases} 0,00733 \omega_m & \text{si } \omega_m \geq 3,14 \text{ rad/s} \\ \tau_e & \text{si } \omega_m = 0 \text{ y } 0 < \tau_e < 0,149 \text{ Nm} \\ 0,149 & \text{si } \omega_m = 0 \text{ y } \tau_e \geq 0,149 \text{ Nm} \end{cases} \quad (5.106)$$

En la figura 5.33 se muestra el torque equivalente de la figura 5.25 junto con el torque de desprendimiento.

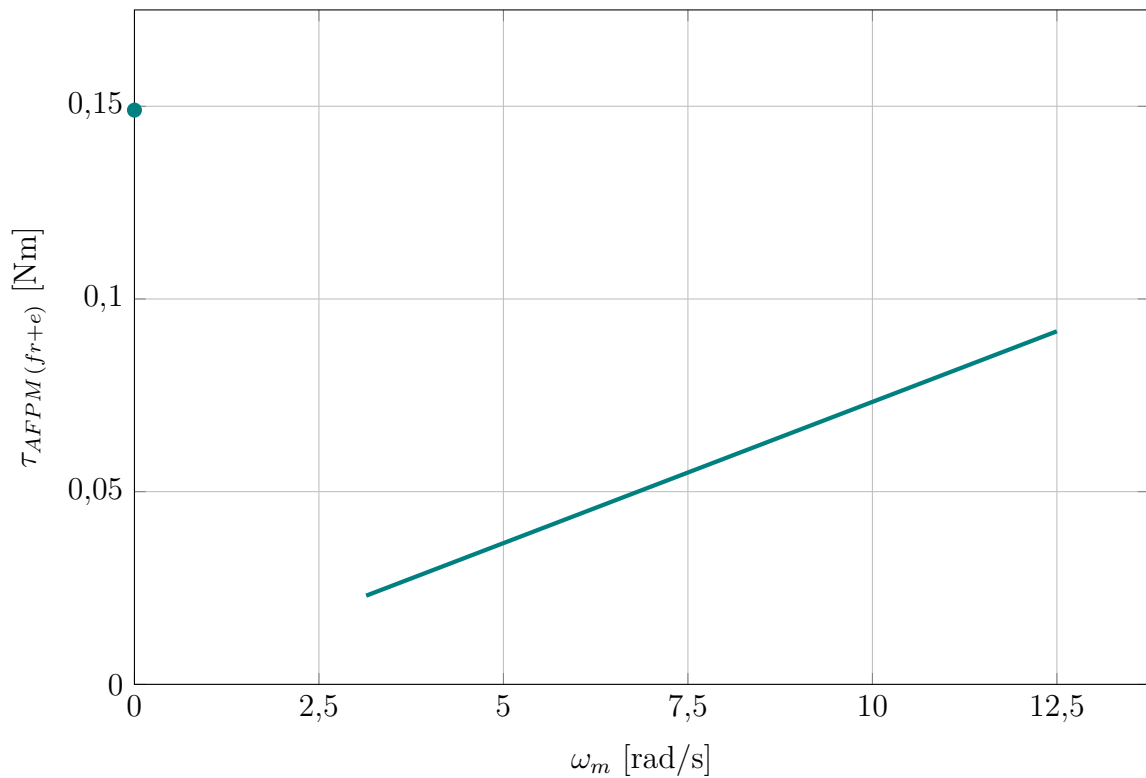


Figura 5.33: Torque equivalente de la figura 5.25 junto con el torque de desprendimiento

### 5.3.5.3. Parte de la cadena de transmisión con un único sentido de rotación

Las medidas obtenidas en el arranque del conjunto formado por la máquina DCPM y la porción de la cadena de transmisión capaz de rotar en un único sentido se listan en la tabla 5.8.

$\alpha$ [grados]	$i_a$ [A]	$\tau_d$ [Nm]
0	-1,310	-0,421
90	-1,305	-0,419
180	-1,455	-0,467
270	-1,496	-0,481

Tabla 5.8: Corriente de armadura y torque electromagnético en la máquina DCPM en el arranque del conjunto formado por el rotor del artefacto impulsor y la parte de la cadena de transmisión con grado de libertad de rotación en un único sentido para distintos ángulos  $\alpha$

Con base en la ecuación (5.96), para este ensayo puede escribirse que

$$\tau_d = T_{SDCPM^-} + T_{SUSR} \quad (5.107)$$

Por ende,

$$T_{SUSR} = \tau_d - T_{SDCPM^-} \quad (5.108)$$

El promedio de los valores obtenidos de  $\tau_d$  en todos los ángulos  $\alpha$  es

$$\tau_d = -0,447 \text{ [Nm]} \quad (5.109)$$

Luego, el reemplazo de las ecuaciones (5.100) y (5.109) en la ecuación (5.108) da por resultado

$$T_{SUSR} = -0,309 \text{ [Nm]} \quad (5.110)$$

que cambia de signo cuando se impulsa desde la entrada del prototipo olamotriz.

Si se tiene en cuenta el torque de fricción en la condición estática, puede reformularse a  $\tau_{USRfr}$  como

$$\tau_{USRfr} = \begin{cases} 0,1778 + 0,00845 \omega_m & \text{si } \omega_m \geq 3,14 \text{ rad/s} \\ \tau_e & \text{si } \omega_m = 0 \text{ y } 0 < \tau_e < 0,309 \text{ Nm} \\ 0,309 & \text{si } \omega_m = 0 \text{ y } \tau_e \geq 0,309 \text{ Nm} \end{cases} \quad (5.111)$$

En la figura 5.34 se muestra el torque de fricción de la figura 5.27 junto con el torque de desprendimiento.

#### 5.3.5.4. Parte de la cadena de transmisión con doble sentido de rotación

Las medidas obtenidas en el arranque del conjunto formado por la máquina DCPM y la unidad PTO del prototipo undimotriz se muestran en la tabla 5.9.

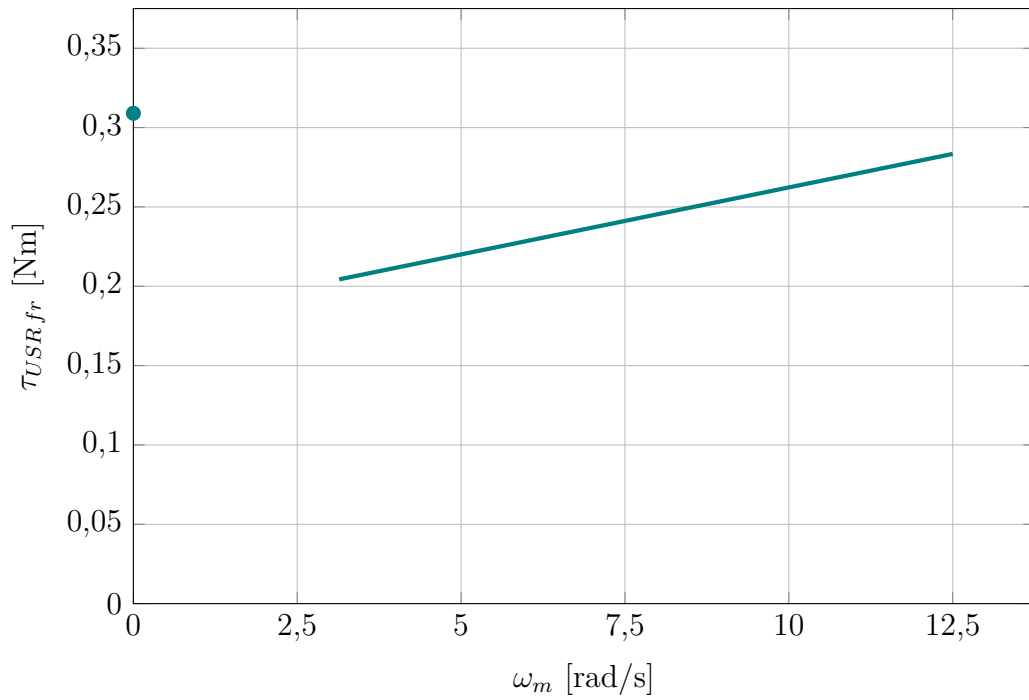


Figura 5.34: Torque de fricción de la figura 5.27 al que se le agregó el torque de desprendimiento

<b>Sentido horario</b>		
$\alpha$ [grados]	$i_a$ [A]	$\tau_d$ [Nm]
0	4,786	1,537
45	3,802	1,221
90	10,305	3,310
135	5,373	1,726
180	6,449	2,072
225	7,960	2,557
270	3,947	1,268
315	4,219	1,355
<b>Sentido antihorario</b>		
$\alpha$ [grados]	$i_a$ [A]	$\tau_d$ [Nm]
0	-3,856	-1,239
315	-4,992	-1,604
270	-6,679	-2,145
225	-7,549	-2,425
180	-3,131	-1,006
135	-11,961	-3,842
113	-9,284	-2,982
90	-4,865	-1,563
45	-4,745	-1,524

Tabla 5.9: Corriente de armadura y torque electromagnético en la máquina DCPM en el arranque del conjunto formado por el rotor del artefacto impulsor y la unidad PTO del convertidor a escala para distintos ángulos  $\alpha$  y sentidos de rotación

La aplicación de la ecuación (5.96) para este ensayo establece que

$$\tau_{d^+} = T_{SDCPM^+} + T_{SDSR^+} + T_{SUSR} + T_{SAFPM} \quad (5.112)$$

$$\tau_{d^-} = T_{SDCPM^-} + T_{SDSR^-} - T_{SUSR} - T_{SAFPM} \quad (5.113)$$

y, por lo tanto,

$$T_{SDSR^+} = \tau_{d^+} - T_{SDCPM^+} - T_{SUSR} - T_{SAFPM} \quad (5.114)$$

$$T_{SDSR^-} = \tau_{d^-} - T_{SDCPM^-} + T_{SUSR} + T_{SAFPM} \quad (5.115)$$

Los promedios de los valores obtenidos de  $\tau_d$  en todos los ángulos  $\alpha$  para ambos sentidos de rotación son

$$\tau_{d^+} = 1,881 \text{ [Nm]} \quad (5.116)$$

$$\tau_{d^-} = -2,037 \text{ [Nm]} \quad (5.117)$$

Del reemplazo de estos valores junto con los resultantes de los apartados anteriores en las ecuaciones (5.114) y (5.115) surge que

$$T_{SDSR^+} = 1,299 \text{ [Nm]} \quad (5.118)$$

$$T_{SDSR^-} = -1,440 \text{ [Nm]} \quad (5.119)$$

Al incluir la condición de reposo en el torque de fricción  $\tau_{DSRfr}$ , resulta

$$\tau_{DSRfr} = \begin{cases} 0,6 & \text{si } \omega_m \geq 4,19 \text{ rad/s} \\ -0,6 & \text{si } \omega_m \leq -4,19 \text{ rad/s} \\ \tau_e & \text{si } \omega_m = 0 \text{ y } -1,440 \text{ Nm} < \tau_e < 1,299 \text{ Nm} \\ 1,299 & \text{si } \omega_m = 0 \text{ y } \tau_e \geq 1,299 \text{ Nm} \\ -1,440 & \text{si } \omega_m = 0 \text{ y } \tau_e \leq -1,440 \text{ Nm} \end{cases} \quad (5.120)$$

En la figura 5.35 se muestra el torque de fricción de la figura 5.30 junto con los torques de desprendimiento calculados para los dos sentidos de rotación.

## 5.4. Momentos de inercia

En este apartado se calculan los momentos de inercia de las partes de la cadena de transmisión con un único y con doble sentido de rotación mediante un programa computacional. Luego se presentan los ensayos que permitieron cuantificar los momentos de inercia de las máquinas DCPM y AFPM y determinar valores contrastables con los resultados previamente obtenidos relativos a las porciones de la cadena de transmisión capaces de rotar en uno y en los dos sentidos.

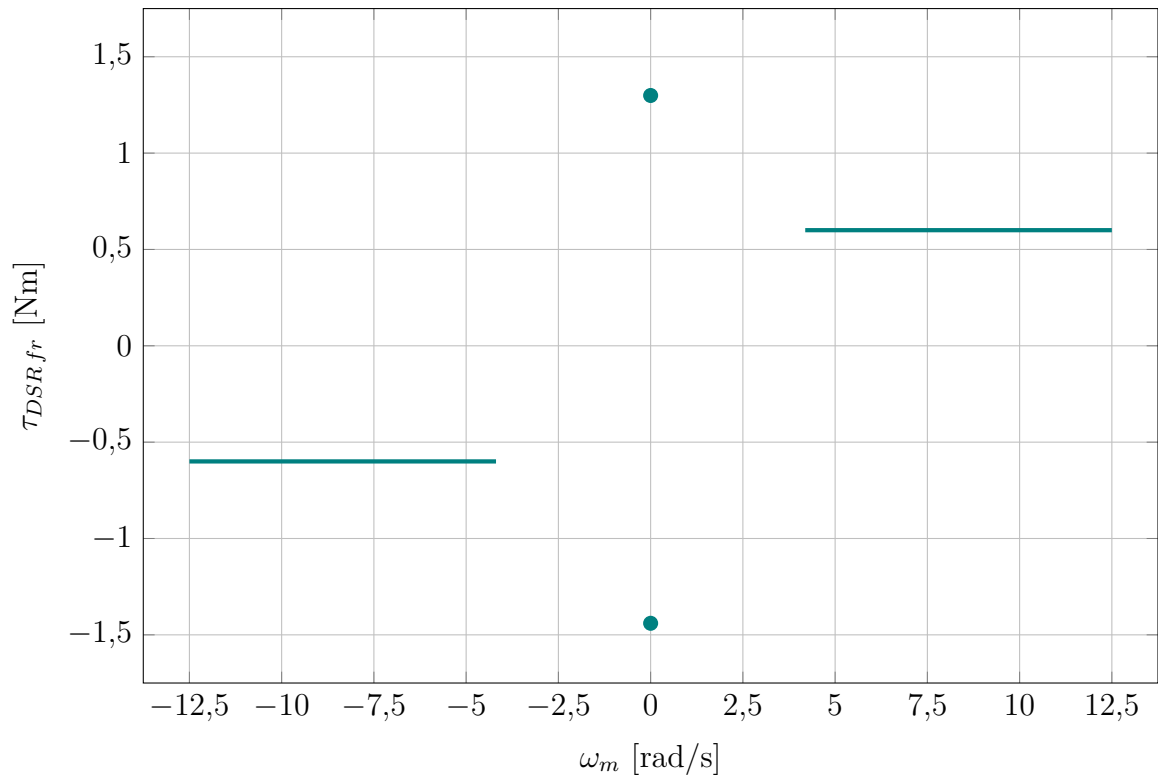


Figura 5.35: Torque de fricción expresado por la función por tramos (5.94) junto con los torques de desprendimiento para ambos sentidos de rotación

#### 5.4.1. Método por medio de programa computacional

La composición de la cadena de transmisión se detalla en el apéndice B. Se pesaron cinco de sus elementos con una balanza electrónica modelo Clipse 5 V2 de la marca Systel (véase la figura 5.36). Las medidas obtenidas se listan en la tabla 5.10. Se procedió a ingresar estos valores de masa a un programa de diseño asistido por computadora (o CAD, por *Computer-Aided Design*, en inglés) donde se tenían representadas las piezas en cuestión. Como salida, el programa entregaba la densidad del material y el momento de inercia de la pieza o el conjunto pesado con la balanza electrónica, como se puede observar en la figura 5.37. En la tabla 5.11 se muestran las densidades y los momentos de inercia provistos por el programa CAD.



Figura 5.36: Balanza electrónica

Componentes	Masa [kg]
Engranaje N.º 1	0,872
Engranaje N.º 4	0,352
Engranaje N.º 5	0,377
Eje N.º 2 del MMR + Engranaje N.º 7	0,402

Tabla 5.10: Masas de las piezas del convertidor a escala pesadas con la balanza electrónica

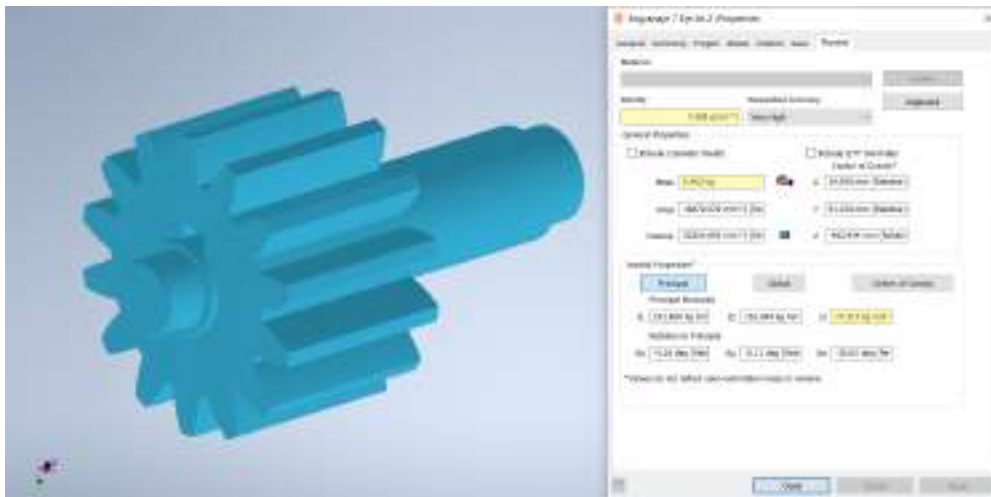


Figura 5.37: Captura de pantalla del programa CAD que muestra la carga de información de la masa para obtener los valores de la densidad y el momento de inercia de la pieza o el conjunto pesado. Esta imagen corresponde al conjunto formado por el eje N.º 2 del MMR y el engranaje N.º 7.

Componente/Conjunto	Densidad [kg/m <sup>3</sup> ]	Momento de inercia [kgmm <sup>2</sup> ]
Engranaje N.º 1	7549	600,45
Engranaje N.º 4	7663	121,55
Engranaje N.º 5	7784	124,86
Eje N.º 2 del MMR + Engranaje N.º 7	7688	77,32

Tabla 5.11: Densidad y momento de inercia computados por el programa CAD para cada componente o conjunto ponderado

Seguidamente, en busca de obtener los momentos de inercia del eje N.º 2 del MMR y del engranaje N.º 7 de forma separada, se creó en la librería del programa un material que contara con la densidad calculada de estos componentes, de 7688 kg/m<sup>3</sup> (= 7,688 g/cm<sup>3</sup>), tal como se indica en la figura 5.38. Se asignó este material a las piezas mencionadas y se obtuvieron sus momentos de inercia como salida.

Por otro lado, el promedio de todas las densidades de la tabla 5.11 es 7671 kg/m<sup>3</sup>. Nuevamente, se creó un material en la librería del programa, pero esta vez se le configuró una densidad de valor igual al promedio calculado. Este material fue asignado

a las piezas que no fueron pesadas con la balanza electrónica, en busca de conseguir sus momentos de inercia. Para ello se tuvo en cuenta que todos los componentes de la cadena de transmisión eran del mismo material (SAE 1045). Los resultados obtenidos se muestran en la tabla 5.12.

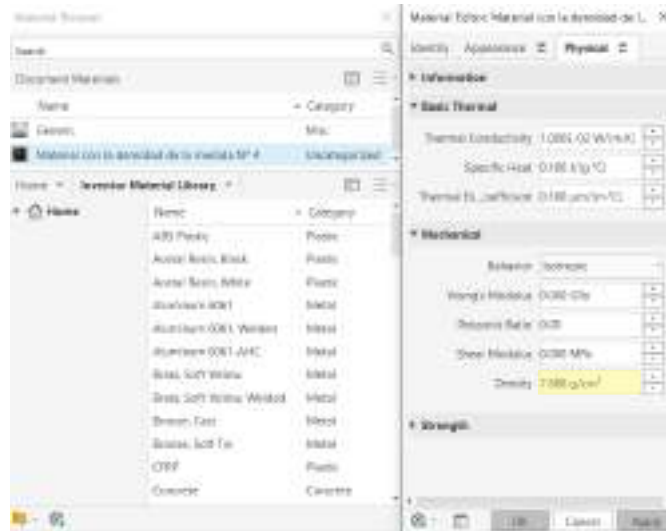


Figura 5.38: Captura de pantalla que muestra la creación de un material con densidad igual a la obtenida para el eje N.º 2 del MMR y el engranaje N.º 7 en la librería del programa

Componente	Momento de inercia [kgmm <sup>2</sup> ]
Eje N.º 1 del MMR	7,3
Eje N.º 2 del MMR	4,4
Eje de salida del MMR	3,5
Engranaje N.º 1	600,5
Engranaje N.º 2	580,3
Engranaje N.º 3	329,6
Engranaje N.º 4	121,5
Engranaje N.º 5	124,9
Engranaje N.º 6	71,5
Engranaje N.º 7	72,9
Eje de entrada al MMR	115,7
Eje de los volantes de inercia	140,5
Brida	185,4
Volante de inercia fijo	12045,4
Volante de inercia removible (1 un.)	12046,7
Brida macho del ensamblaje de instrumentación	151,5
Masa de acoplamiento del ensamblaje de instrumentación	149,9
Eje del ensamblaje de instrumentación	39,9
Brida hembra del ensamblaje de instrumentación	184,6

Tabla 5.12: Momentos de inercia entregados por el programa CAD

La cantidad de dientes  $Z$  de cada engranaje se lista en la tabla 5.13 y las relaciones de transmisión presentes a lo largo de la cadena de transmisión se indican en la tabla 5.14.

Engranaje N.º 1	$Z_1$	24
Engranaje N.º 2	$Z_2$	24
Engranaje N.º 3	$Z_3$	21
Engranaje N.º 4	$Z_4$	16
Engranaje N.º 5	$Z_5$	16
Engranaje N.º 6	$Z_6$	14
Engranaje N.º 7	$Z_7$	14

Tabla 5.13: Cantidades de dientes de los engranajes

Relación de transmisión	Fórmula	Valor
$N_1$	$Z_5/Z_1$	0,667
$N_2$	$Z_2/Z_4$	1,5
$N_3$	$Z_7/Z_6$	1
$N_4$	$Z_3/Z_7$	1,5

Tabla 5.14: Relaciones de transmisión a lo largo de la cadena de transmisión

#### 5.4.1.1. Parte de la cadena de transmisión con un único sentido de rotación

Como todos los componentes de la porción de la cadena de transmisión capaz de rotar en un único sentido comparten la misma variable angular, sus momentos de inercia pueden ser sumados para obtener el momento de inercia total de esta parte del prototipo undimotriz  $J_{USR}$ . En la tabla 5.15 se muestra el momento de inercia de cada uno de estos elementos.

Componente	Momento de inercia [kgmm <sup>2</sup> ]
Eje de salida del MMR	3,5
Eje de los volantes de inercia	140,5
Brida	185,4
Volante de inercia fijo	12045,4
Volantes de inercia removibles (3 un.)	36140
Brida macho del ensamblaje de instrumentación	151,5
Masa de acoplamiento del ensamblaje de instrumentación	149,9
Eje del ensamblaje de instrumentación	39,9
Brida hembra del ensamblaje de instrumentación	184,6

Tabla 5.15: Momentos de inercia de las piezas integrantes de la parte de la cadena de transmisión con un único sentido de rotación



Luego, el momento de inercia total es

$$J_{USR} = 49040,5 [\text{kgmm}^2] = 0,04904 [\text{kgm}^2] \quad (5.121)$$

#### 5.4.1.2. Parte de la cadena de transmisión con doble sentido de rotación

Las piezas integrantes de la porción de la cadena de transmisión capaz de rotar en ambos sentidos no tenían todas una variable angular en común. Por lo tanto, se refirieron sus momentos de inercia a la variable angular del eje de entrada al MMR mediante (véase el apéndice F)

$$J_R = J_{SR} \cdot k_J \quad (5.122)$$

con  $k_J$  siendo un factor dado por

$$k_J = \frac{1}{\prod_{i=1}^{n_N} N_i^2} \quad (5.123)$$

y donde  $J_R$  es el momento de inercia de la pieza referido a la variable angular del eje de entrada al MMR,  $J_{SR}$  es el momento de inercia de la pieza referido a su variable angular y  $\prod_{i=1}^{n_N} N_i^2$  es la productoria de los cuadrados de las  $n_N$  relaciones de transmisión intermedias  $N_i$  entre el eje de entrada al MMR y la pieza.

En la tabla 5.16 se muestran los valores de  $J_{SR}$ ,  $N_i$ ,  $k_J$  y  $J_R$  para cada componente de la parte del prototipo olamotriz analizada. Luego, al sumar los momentos de inercia  $J_R$  de estas piezas, se obtiene que el momento de inercia total del segmento de la cadena de transmisión con doble sentido de rotación es

$$J_{DSR} = 3242,8 [\text{kgmm}^2] = 0,00324 [\text{kgm}^2] \quad (5.124)$$

#### 5.4.2. Método experimental

Para determinar los momentos de inercia de las máquinas eléctricas y de las porciones de la cadena de transmisión con uno y dos sentidos de rotación posibles se utilizaron los mismos bancos experimentales que en la sección 5.3. Para cada arreglo se impulsó con la máquina DCPM de forma que el conjunto tuviera velocidades iguales a 120 rpm, 110 rpm y 100 rpm. Seguidamente, en todos los casos, se interrumpió el suministro de energía eléctrica por parte de la fuente de alimentación DC al aparato excitador de movimiento. La energía cinética acumulada por el conjunto hasta ese instante ( $t_0$ ) es

$$e_c(t_0) = \frac{1}{2} J \omega_{m0}^2 \quad (5.125)$$

donde  $J$  es el momento de inercia del conjunto referido a la variable angular del eje de la máquina DCPM y  $\omega_{m0}$  es la velocidad en  $t = t_0$ .

Componente	$J_{SR}$ [kgmm <sup>2</sup> ]	$N_i$	$k_J$	$J_R$ [kgmm <sup>2</sup> ]
Eje N.º 1 del MMR	7,3	$N_1$	2,25	16,5
Eje N.º 2 del MMR	4,4	$N_1, N_3$	2,25	10
Engranaje N.º 1	600,5	-	1	600,5
Engranaje N.º 2	580,3	$N_1, N_2$	1	580,3
Engranaje N.º 3	329,6	$N_1, N_3, N_4$	1	329,6
Engranaje N.º 4	121,5	$N_1$	2,25	273,5
Engranaje N.º 5	124,9	$N_1$	2,25	280,9
Engranaje N.º 6	71,5	$N_1$	2,25	160,8
Engranaje N.º 7	72,9	$N_1, N_3$	2,25	164
Eje de entrada al MMR	115,7	-	1	115,7
Brida	185,4	-	1	185,4
Brida macho del ensamblaje de instrumentación	151,5	-	1	151,5
Masa de acoplamiento del ensamblaje de instrumentación	149,9	-	1	149,9
Eje del ensamblaje de instrumentación	39,9	-	1	39,9
Brida hembra del ensamblaje de instrumentación	184,6	-	1	184,6

Tabla 5.16: Valores de  $J_{SR}$ ,  $N_i$ ,  $k_J$  y  $J_R$  de cada componente de la parte de la cadena de transmisión con doble sentido de rotación

Al cabo de un diferencial de tiempo  $dt$ , la energía cinética acumulada en el sistema en el tiempo  $t_0$  es parcialmente convertida en energía de pérdidas debido a la potencia de pérdidas en vacío del conjunto  $\Delta p_0$ . En consecuencia, la energía cinética restante en este nuevo instante de tiempo es

$$e_c = \frac{1}{2} J \omega_m^2 \quad (5.126)$$

La diferencia entre las energías cinéticas en los tiempos  $t_0$  y  $t_0 + dt$  es igual a la energía de pérdidas disipada durante  $dt$ . Es decir, [11]

$$\frac{1}{2} J (\omega_{m0}^2 - \omega_m^2) = \int_{t_0}^t \Delta p_0 dt \quad (5.127)$$

por lo que

$$J = \frac{2 \int_{t_0}^t \Delta p_0 dt}{\omega_{m0}^2 - \omega_m^2} \quad (5.128)$$

En esta sección del trabajo se utilizó la ecuación (5.128) para calcular el momento de inercia del conjunto ensayado. El valor instantáneo de las pérdidas en vacío del sistema  $\Delta p_0$  fue estimado por medio de la consideración de que estaba dado, según el ensayo en cuestión, por uno o más de uno de los siguientes valores medios de pérdidas:

- Las pérdidas de la máquina DCPM en operación como generador en vacío  $\Delta P_{DCPM(fr+Fe)}$  (en vacío por considerarse a la impedancia de entrada de la fuente de alimentación DC como infinita);
- Las pérdidas de la máquina AFPM en operación como generador en vacío  $\Delta P_{AFPM(fr+e)}$ ;
- Las pérdidas de la parte de la cadena de transmisión con un único sentido de rotación  $\Delta P_{USR}$ ;
- Las pérdidas de la parte de la cadena de transmisión con doble sentido de rotación  $\Delta P_{DSR}$ .

En la ecuación (5.128) se integró hasta el instante de tiempo  $t_f$  en el que la velocidad de la máquina DCPM era igual a aquella a partir de la cual se conocían los valores de todas las potencias de pérdidas involucradas en el cálculo de  $J$ , que según el caso podía ser 30 rpm o 40 rpm. Se consideró que el momento de inercia del sistema está dado por el resultado de la ecuación (5.128) evaluada en  $t_f$ , tal como indica el ejemplo de la figura 5.39. Las curvas de las pérdidas en vacío del sistema en función de la velocidad, la variación de la velocidad y el resultado de la ecuación (5.128) en función del tiempo del ensayo para cada conjunto y para cada caso de excitación inicial de la máquina DCPM se presentan en el apéndice G.

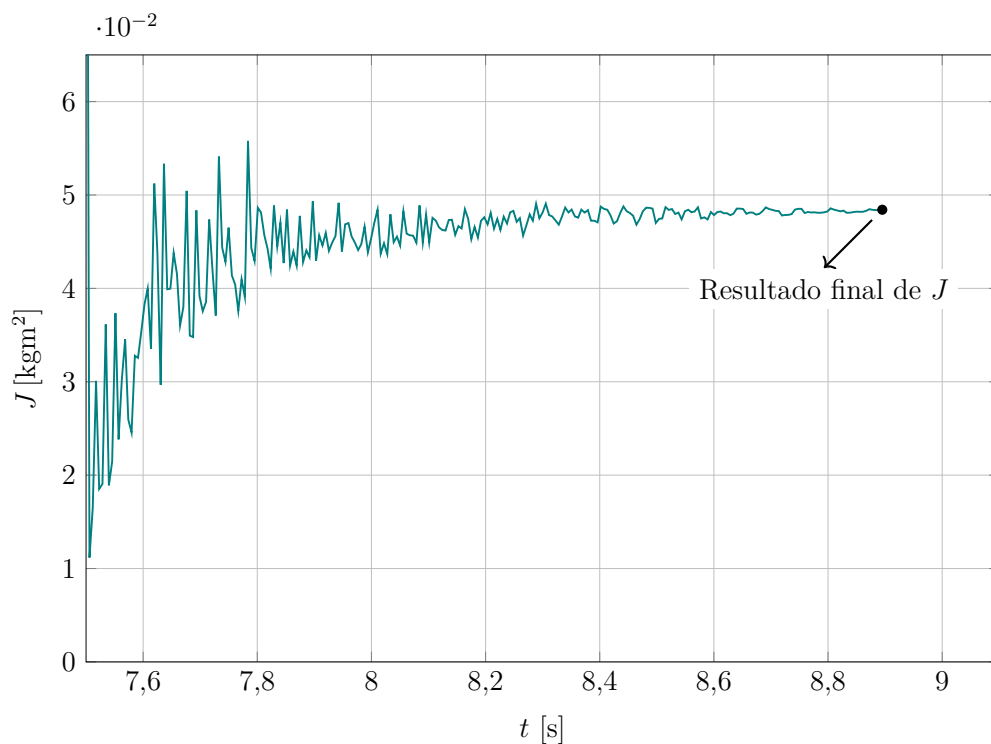


Figura 5.39: Momento de inercia calculado con la ecuación (5.128) en función del tiempo del ensayo. El gráfico corresponde al caso en que el rotor de la máquina DCPM y la parte de la cadena de transmisión con un único sentido de rotación estaban acoplados e inicialmente tenían una velocidad de 120 rpm.

### 5.4.2.1. Máquina DCPM

En el arreglo en el que la máquina DCPM tenía conectado a su rotor el eje de instrumentación, las tres velocidades ensayadas fueron en sentido horario. En estas condiciones, la ecuación (5.128) puede ser reescrita como

$$J_{(DCPM+EI)} = \frac{2 \int_{t_0}^{t_f} \Delta P_{DCPM(f_r+F_e)^+} dt}{\omega_{m0}^2 - \omega_m^2} \quad (5.129)$$

donde  $J_{(DCPM+EI)}$  es el momento de inercia total reflejado en el eje de la máquina DCPM y está conformado por los momentos de inercia del rotor del artefacto impulsor  $J_{DCPM}$  y del eje de instrumentación (junto con las bridas y la masa de acoplamiento del ensamblaje de instrumentación)  $J_{EI}$ .

Se obtuvieron los siguientes resultados experimentales:

$$\text{Para } n_{m0} = 120 \text{ [rpm]} \Rightarrow J_{(DCPM+EI)} = 0,00189 \text{ [kgm}^2\text{]} \quad (5.130)$$

$$\text{Para } n_{m0} = 110 \text{ [rpm]} \Rightarrow J_{(DCPM+EI)} = 0,00252 \text{ [kgm}^2\text{]} \quad (5.131)$$

$$\text{Para } n_{m0} = 100 \text{ [rpm]} \Rightarrow J_{(DCPM+EI)} = 0,00238 \text{ [kgm}^2\text{]} \quad (5.132)$$

Al descontarle el momento de inercia  $J_{EI}$  ( $= 0,0005258 \text{ kgm}^2$ ) a cada uno, se llega a que

$$\text{Para } n_{m0} = 120 \text{ [rpm]} \Rightarrow J_{DCPM} = 0,00137 \text{ [kgm}^2\text{]} \quad (5.133)$$

$$\text{Para } n_{m0} = 110 \text{ [rpm]} \Rightarrow J_{DCPM} = 0,002 \text{ [kgm}^2\text{]} \quad (5.134)$$

$$\text{Para } n_{m0} = 100 \text{ [rpm]} \Rightarrow J_{DCPM} = 0,00185 \text{ [kgm}^2\text{]} \quad (5.135)$$

Del promedio de estas magnitudes resultantes surge que

$$J_{DCPM} = 0,00174 \text{ [kgm}^2\text{]} \quad (5.136)$$

### 5.4.2.2. Parte de la cadena de transmisión con un único sentido de rotación

Para la configuración en la que la parte de la cadena de transmisión con un único sentido de rotación actuaba como carga mecánica de la máquina DCPM, la ecuación (5.128) toma la forma

$$J_{(DCPM+USR)} = \frac{2 \int_{t_0}^{t_f} (\Delta P_{DCPM(f_r+F_e)^-} + \Delta P_{USR}) dt}{\omega_{m0}^2 - \omega_m^2} \quad (5.137)$$

donde  $J_{(DCPM+USR)}$  es el momento de inercia total reflejado en el eje de la máquina DCPM y está conformado por los momentos de inercia del rotor del artefacto impulsor  $J_{DCPM}$  y de la parte de la cadena de transmisión capaz de rotar únicamente en sentido horario  $J_{USR}$ .

Las pruebas arrojaron los siguientes resultados:

$$\text{Para } n_{m0} = -120 \text{ [rpm]} \Rightarrow J_{(DCPM+USR)} = 0,04842 \text{ [kgm}^2\text{]} \quad (5.138)$$

$$\text{Para } n_{m0} = -110 \text{ [rpm]} \Rightarrow J_{(DCPM+USR)} = 0,05325 \text{ [kgm}^2\text{]} \quad (5.139)$$

$$\text{Para } n_{m0} = -100 \text{ [rpm]} \Rightarrow J_{(DCPM+USR)} = 0,05559 \text{ [kgm}^2\text{]} \quad (5.140)$$

Si se le resta a cada uno el momento de inercia  $J_{DCPM}$  dado por la ecuación (5.136), se obtiene que

$$\text{Para } n_{m0} = -120 \text{ [rpm]} \Rightarrow J_{USR} = 0,04668 \text{ [kgm}^2\text{]} \quad (5.141)$$

$$\text{Para } n_{m0} = -110 \text{ [rpm]} \Rightarrow J_{USR} = 0,05151 \text{ [kgm}^2\text{]} \quad (5.142)$$

$$\text{Para } n_{m0} = -100 \text{ [rpm]} \Rightarrow J_{USR} = 0,05386 \text{ [kgm}^2\text{]} \quad (5.143)$$

El promedio de estos valores resultantes conduce a

$$J_{USR} = 0,05068 \text{ [kgm}^2\text{]} \quad (5.144)$$

### 5.4.2.3. Parte de la cadena de transmisión con doble sentido de rotación y máquina AFPM

Para estos ensayos, la máquina DCPM se hallaba conectada a la unidad PTO del prototipo olamotriz. Al desenergizar el artefacto impulsor, las partes del convertidor a escala capaces de rotar en uno y en los dos sentidos se desacoplaban y se comportaban como dos sistemas independientes (véase la figura 5.40). El fundamento de este fenómeno se encuentra en que, al interrumpirse la alimentación eléctrica de la máquina DCPM, el movimiento de cada pista del OWB previamente acoplado es mantenido por la energía cinética acumulada en el subconjunto independiente al que pertenece. Como la inercia de las masas asociadas al anillo exterior es menor que la correspondiente a las masas vinculadas al anillo interior, la energía cinética acumulada por el subsistema que incorpora al primero es menor. Adicionalmente, las pérdidas en vacío asociadas a la pista exterior son mayores que las correspondientes a la pista interior, por lo que la tasa del consumo energético en el primer caso es mayor que en el segundo. Las dos razones anteriores llevan a que la velocidad del aro externo decaiga más rápidamente que la del aro interno. En consecuencia, la velocidad de la pista exterior deja de ser igual a la de la pista interior para pasar a ser menor que ella. En estas condiciones, para el OWB que transmitía el movimiento antes de desenergizar el aparato impulsor se cumple que

$$0 < \omega_2 < \omega_1 \Rightarrow \omega_{r1-2} = \omega_1 - \omega_2 > 0 \Rightarrow \text{Desacoplamiento} \quad (5.145)$$

mientras que para el OWB restante

$$\omega_1 > 0 \text{ y } \omega_2 < 0 \Rightarrow \omega_{r1-2} = \omega_1 - \omega_2 > 0 \Rightarrow \text{Desacoplamiento} \quad (5.146)$$

Asimismo, se cumple que la energía cinética acumulada en el conjunto formado por la máquina DCPM y la parte de la cadena de transmisión con doble sentido de rotación se consume en la suma de sus respectivas pérdidas en vacío. Lo mismo ocurre con el conjunto constituido por la parte de la cadena de transmisión con un único sentido de rotación y la máquina AFPM.

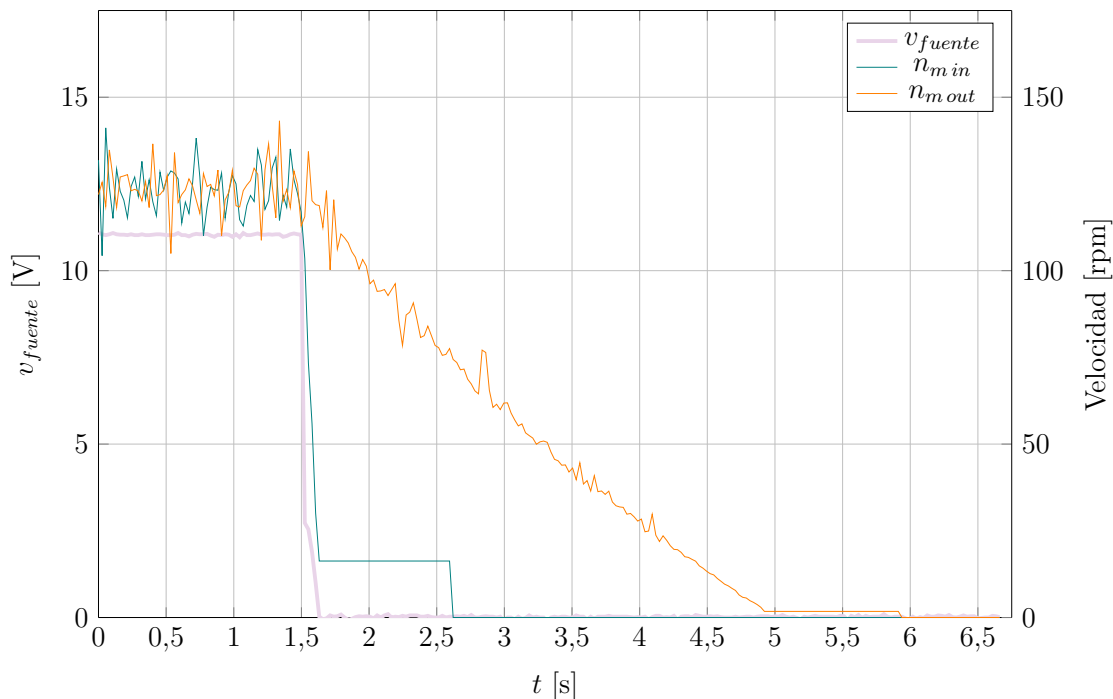


Figura 5.40: Fenómeno de desacoplamiento entre las partes del convertidor a escala con uno y dos sentidos de rotación posibles

Se aprovechó este fenómeno para determinar los momentos de inercia de la porción de la cadena de transmisión con doble sentido de rotación y de la máquina AFPM, como se explica a continuación.

#### 5.4.2.3.1 Parte de la cadena de transmisión con doble sentido de rotación

##### Rotación en sentido horario

Para el subsistema del prototipo undimotriz capaz de rotar en ambos sentidos, la ecuación (5.128) puede reexpresarse como

$$J_{(DCPM+DSR)} = \frac{2 \int_{t_0}^{t_f} (\Delta P_{DCPM(f_r+F_e)^+} + \Delta P_{DSR^+}) dt}{\omega_{m0}^2 - \omega_m^2} \quad (5.147)$$

donde  $J_{(DCPM+DSR)}$  es el momento de inercia total reflejado en el eje de la máquina DCPM y está conformado por los momentos de inercia del rotor del artefacto excitatriz  $J_{DCPM}$  y de la parte de la cadena de transmisión capaz de rotar en los dos sentidos  $J_{DSR}$ .

Se observa que para la velocidad inicial de 110 rpm hubo un desperfecto a la hora de realizar el ensayo y que no fue advertido. Esto ocasionó que el momento de inercia calculado por medio de la ecuación (5.147) en función del tiempo de ensayo no se estabilizara en ningún valor. Por ello, no se tuvo en cuenta el resultado de esta experiencia.

Por otra parte, se obtuvieron los siguientes resultados experimentales:

$$\text{Para } n_{m0} = 120 \text{ [rpm]} \Rightarrow J_{(DCPM+DSR)} = 0,00775 \text{ [kgm}^2\text{]} \quad (5.148)$$

$$\text{Para } n_{m0} = 100 \text{ [rpm]} \Rightarrow J_{(DCPM+DSR)} = 0,00819 \text{ [kgm}^2\text{]} \quad (5.149)$$

Al sustraerle a cada uno el momento de inercia  $J_{DCPM}$  dado por la ecuación (5.136), se llega a que

$$\text{Para } n_{m0} = 120 \text{ [rpm]} \Rightarrow J_{DSR} = 0,00601 \text{ [kgm}^2\text{]} \quad (5.150)$$

$$\text{Para } n_{m0} = 100 \text{ [rpm]} \Rightarrow J_{DSR} = 0,00645 \text{ [kgm}^2\text{]} \quad (5.151)$$

### Rotación en sentido antihorario

En este caso, la ecuación (5.128) puede reescribirse como

$$J_{(DCPM+DSR)} = \frac{2 \int_{t_0}^{t_f} (\Delta P_{DCPM(fr+F_e)^-} + \Delta P_{DSR^-}) dt}{\omega_{m0}^2 - \omega_m^2} \quad (5.152)$$

Se obtuvieron los siguientes resultados experimentales:

$$\text{Para } n_{m0} = -120 \text{ [rpm]} \Rightarrow J_{(DCPM+DSR)} = 0,0073 \text{ [kgm}^2\text{]} \quad (5.153)$$

$$\text{Para } n_{m0} = -110 \text{ [rpm]} \Rightarrow J_{(DCPM+DSR)} = 0,00696 \text{ [kgm}^2\text{]} \quad (5.154)$$

$$\text{Para } n_{m0} = -100 \text{ [rpm]} \Rightarrow J_{(DCPM+DSR)} = 0,00902 \text{ [kgm}^2\text{]} \quad (5.155)$$

Si se le resta a cada uno el momento de inercia  $J_{DCPM}$  dado por la ecuación (5.136), se infiere que

$$\text{Para } n_{m0} = -120 \text{ [rpm]} \Rightarrow J_{DSR} = 0,00556 \text{ [kgm}^2\text{]} \quad (5.156)$$

$$\text{Para } n_{m0} = -110 \text{ [rpm]} \Rightarrow J_{DSR} = 0,00522 \text{ [kgm}^2\text{]} \quad (5.157)$$

$$\text{Para } n_{m0} = -100 \text{ [rpm]} \Rightarrow J_{DSR} = 0,00728 \text{ [kgm}^2\text{]} \quad (5.158)$$

A partir del promedio de las ecuaciones (5.150), (5.151), (5.156), (5.157) y (5.158), se obtiene que

$$J_{DSR} = 0,0061 \text{ [kgm}^2\text{]} \quad (5.159)$$

Se observa que el resultado anterior es aproximadamente el doble que el obtenido en la sección 5.4.1.2. La diferencia entre ambos se debe a que la velocidad decaía muy rápidamente durante el ensayo (obsérvese la figura 5.40). Esto hacía que la estimación del valor instantáneo de las pérdidas en vacío del sistema por medio de los valores medios de las pérdidas de la máquina DCPM y la parte de la cadena de transmisión con doble sentido de rotación no fuera válida. A pesar de que no fue posible validar en forma experimental la magnitud de  $J_{DSR}$  obtenida en el apartado 5.4.1.2, se la consideró como correcta debido a que no existían fuentes de error en su metodología de cálculo.

#### 5.4.2.3.2 Máquina AFPM

Para el subsistema del prototipo undimotriz capaz de rotar en un único sentido, la ecuación (5.128) puede ser reescrita como

$$J_{(USR+AFPM)} = \frac{2 \int_{t_0}^{t_f} (\Delta P_{USR} + \Delta P_{AFPM(fr+e)}) dt}{\omega_{m0}^2 - \omega_m^2} \quad (5.160)$$

donde  $J_{(USR+AFPM)}$  es el momento de inercia total referido a la variable angular de salida del convertidor a escala y está conformado por los momentos de inercia del rotor de la máquina AFPM  $J_{AFPM}$  y de la parte de la cadena de transmisión capaz de rotar en un único sentido  $J_{USR}$ .

Para el caso en que la máquina DCPM giraba inicialmente en sentido horario, se obtuvieron los siguientes resultados experimentales:

$$\text{Para } n_{m0} = 120 \text{ [rpm]} \Rightarrow J_{(USR+AFPM)} = 0,08466 \text{ [kgm}^2\text{]} \quad (5.161)$$

$$\text{Para } n_{m0} = 110 \text{ [rpm]} \Rightarrow J_{(USR+AFPM)} = 0,07457 \text{ [kgm}^2\text{]} \quad (5.162)$$

$$\text{Para } n_{m0} = 100 \text{ [rpm]} \Rightarrow J_{(USR+AFPM)} = 0,07521 \text{ [kgm}^2\text{]} \quad (5.163)$$

Si se le resta a cada uno el momento de inercia  $J_{USR}$  dado por la ecuación (5.144), resulta

$$\text{Para } n_{m0} = 120 \text{ [rpm]} \Rightarrow J_{AFPM} = 0,03398 \text{ [kgm}^2\text{]} \quad (5.164)$$

$$\text{Para } n_{m0} = 110 \text{ [rpm]} \Rightarrow J_{AFPM} = 0,02388 \text{ [kgm}^2\text{]} \quad (5.165)$$

$$\text{Para } n_{m0} = 100 \text{ [rpm]} \Rightarrow J_{AFPM} = 0,02453 \text{ [kgm}^2\text{]} \quad (5.166)$$

Por otro lado, para el caso en que la máquina DCPM giraba inicialmente en sentido antihorario, se obtuvieron los siguientes resultados experimentales:

$$\text{Para } n_{m0} = 120 \text{ [rpm]} \Rightarrow J_{(USR+AFPM)} = 0,07966 \text{ [kgm}^2\text{]} \quad (5.167)$$

$$\text{Para } n_{m0} = 110 \text{ [rpm]} \Rightarrow J_{(USR+AFPM)} = 0,06242 \text{ [kgm}^2\text{]} \quad (5.168)$$

$$\text{Para } n_{m0} = 100 \text{ [rpm]} \Rightarrow J_{(USR+AFPM)} = 0,0904 \text{ [kgm}^2\text{]} \quad (5.169)$$

Si se le sustrae a cada uno el momento de inercia  $J_{USR}$  dado por la ecuación (5.144), se llega a que

$$\text{Para } n_{m0} = 120 \text{ [rpm]} \Rightarrow J_{AFPM} = 0,02898 \text{ [kgm}^2\text{]} \quad (5.170)$$

$$\text{Para } n_{m0} = 110 \text{ [rpm]} \Rightarrow J_{AFPM} = 0,01174 \text{ [kgm}^2\text{]} \quad (5.171)$$

$$\text{Para } n_{m0} = 100 \text{ [rpm]} \Rightarrow J_{AFPM} = 0,03972 \text{ [kgm}^2\text{]} \quad (5.172)$$

Al promediar las ecuaciones (5.164) a (5.166) y (5.170) a (5.172), se arriba a que

$$J_{AFPM} = 0,02714 \text{ [kgm}^2\text{]} \quad (5.173)$$



## Bibliografía

- [1] Jacek F. Gieras, Rong-Jie Wang, and Maarten Kamper. *Axial Flux Permanent Magnet Brushless Machines*, chapter 2 - Principles of AFPM Machines. Springer, 2008.
- [2] Cátedra de Mediciones Eléctricas II. *Puentes de medición en corriente continua*. Dpto. de Ingeniería Eléctrica y Electromecánica, FI UNMdP, 2018.
- [3] Cátedra de Mediciones Eléctricas II. *Práctica de laboratorio: Medición de resistencias mediante puentes de corriente continua*. Dpto. de Ingeniería Eléctrica y Electromecánica, FI UNMdP, 2018.
- [4] J.H. Dellinger. The temperature coefficient of resistance of copper. *Journal of the Franklin Institute*, 170(3):213–216, 1910.
- [5] Ali Reza Dehghanzadeh, Vahid Behjat, and Mohamad Reza Banaei. Dynamic modeling of wind turbine based axial flux permanent magnetic synchronous generator connected to the grid with switch reduced converter. *Ain Shams Engineering Journal*, 9(1):125–135, 2018.
- [6] Jacek F. Gieras, Rong-Jie Wang, and Maarten Kamper. *Axial Flux Permanent Magnet Brushless Machines*, chapter 5 - AFPM Machines Without Stator Cores. Springer, 2008.
- [7] Vandana Rallabandi, Narges Taran, Dan M. Ionel, and Ping Zhou. Inductance testing for ipm synchronous machines according to the new ieee std 1812 and typical laboratory practices. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 55(3):2649–2659, 2019.
- [8] Stephen J. Chapman. *Máquinas eléctricas*, chapter 7 - Fundamentos de máquinas de corriente directa (cd), pages 301–344. The McGraw-Hill Companies, Inc., 2012.
- [9] Jacek F. Gieras. *Permanent Magnet Motor Technology: Design and Applications, Third Edition*, chapter 4 - Permanent Magnet d.c. Commutator Motors. CRC Press, 2009.
- [10] Austin Hughes and Bill Drury. Chapter 3 - d.c. motors. In Austin Hughes and Bill Drury, editors, *Electric Motors and Drives (Fifth Edition)*, pages 89–129. Newnes, fifth edition edition, 2019.
- [11] Gopal K. Dubey. *Fundamentals of Electrical Drives*, chapter 2 - Dynamics of Electrical Drives. Alpha Science International Ltd., 2 edition, 2001.



# Capítulo 6

## Conclusiones y trabajo futuro

En el presente trabajo se colaboró en el diseño, la fabricación y el ensamblaje de las piezas del prototipo undimotriz (véase el apéndice A).

Se estudiaron la conformación y el principio de operación del MMR, el que ocasiona que el comportamiento de la unidad PTO sea no lineal.

Se plantearon modelos eléctricos de las máquinas eléctricas utilizadas en el espécimen a escala.

Las pérdidas de los aparatos eléctricos fueron identificadas y formuladas. Luego, los torques que las representan pudieron ser expresados matemáticamente y utilizados en la modelación mecánica de los artefactos eléctricos. Además, se describieron los torques de pérdidas en la cadena de transmisión.

Se diseñó la instrumentación del prototipo undimotriz. También se determinaron, diseñaron e instalaron las piezas necesarias para el funcionamiento de encoders y de sensores de torque, que podrán ser utilizados en una etapa futura del proyecto general.

Los parámetros de los modelos eléctricos de las máquinas eléctricas fueron cuantificados mediante resultados experimentales.

Adicionalmente, se llevaron a cabo ensayos que permitieron calcular los parámetros involucrados en las expresiones de los torques de pérdidas de las partes componentes del ejemplar a escala.

Por otro lado, con un programa CAD, se evaluaron los momentos de inercia de las porciones de la cadena de transmisión giratorias en un único y en los dos sentidos. Asimismo se efectuaron pruebas que sirvieron para estimar los momentos de inercia de los artefactos eléctricos y para obtener valores contrastables con los resultados previamente conseguidos en forma computacional. Se realizó la comparación mencionada y se argumentaron las diferencias encontradas.

Como producto de esta tesis, se cuenta con modelos electromecánicos de los comportamientos dinámicos de las máquinas eléctricas y con fórmulas que valoran los torques de pérdidas en las partes de la cadena de transmisión con un único y con doble sentido de rotación que permiten simular el sistema, por ejemplo, como se muestra en el apéndice H. También se dispone de la instrumentación necesaria para ensayar el prototipo del convertidor en ambiente seco. Por lo tanto, se concluye que

los objetivos del trabajo fueron alcanzados.

### **Trabajo futuro**

Como trabajo futuro, se propone estudiar la reacción de armadura de la máquina DCPM. Para evaluar su efecto en función de la corriente que circula por el devanado rotórico se pueden efectuar ensayos con una masa variable. De esta forma es posible generar diferentes valores de par sobre el eje del artefacto eléctrico, los que pueden calcularse por medio de la multiplicación de la masa medida, la gravedad y el brazo de palanca. Luego se aplica, entre los terminales, una tensión de polaridad correspondiente al giro del rotor en sentido contrario a aquel en el que actúa el par producido por el peso. La tensión inicial debe ser inicialmente de valor reducido y debe incrementarse progresivamente hasta que el rotor comience a moverse. Para cada torque de carga, se releva la corriente de armadura en el momento en el que el rotor comienza a moverse. Seguidamente, para cada caso, se obtiene el torque electromagnético como la suma del torque de desprendimiento y el torque de carga. Si se experimentan pares en el eje hasta medir una corriente igual a la nominal de la máquina, se pueden sacar conclusiones respecto al efecto de la reacción de armadura. Por ejemplo, si la curva obtenida de torque electromagnético vs. corriente de armadura es prácticamente lineal, se puede afirmar que la reacción del inducido es despreciable.

Por otra parte, queda pendiente la medición de los torques a la entrada y a la salida de la cadena de transmisión del prototipo undimotriz con los sensores de torque explicados en la sección 5.1.4.

# Apéndice A

## Ensamblaje del prototipo undimotriz

Este apéndice tiene por objeto mostrar el proceso de ensamblaje del convertidor undimotriz a escala.







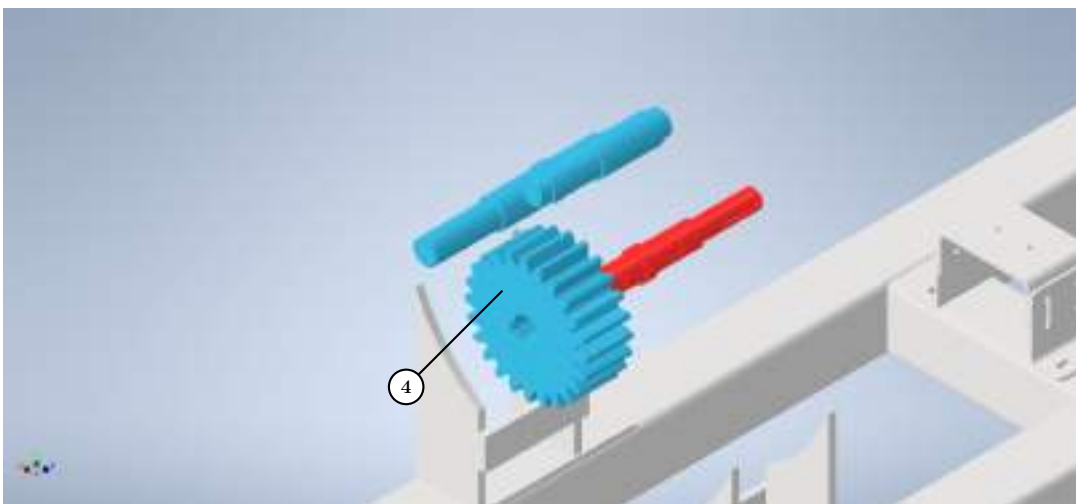
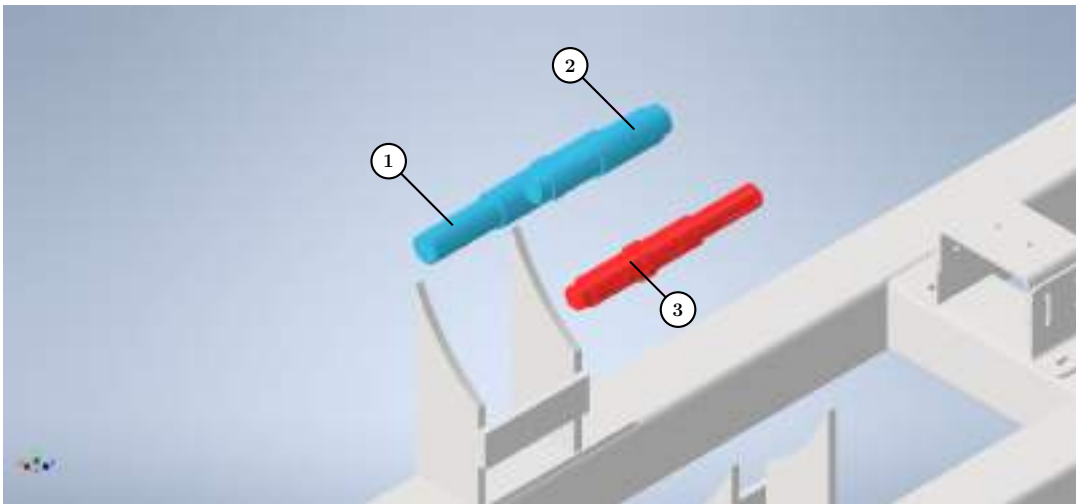


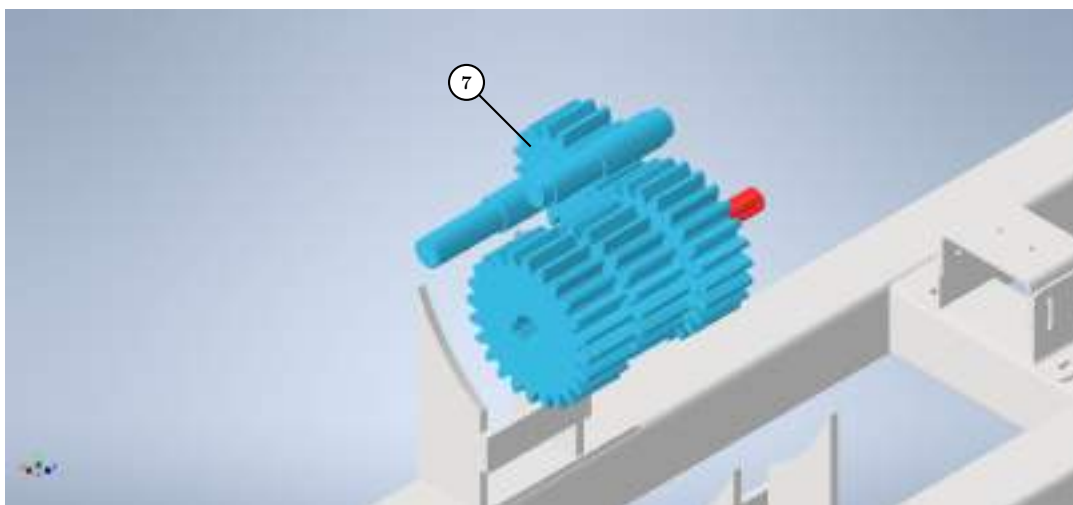
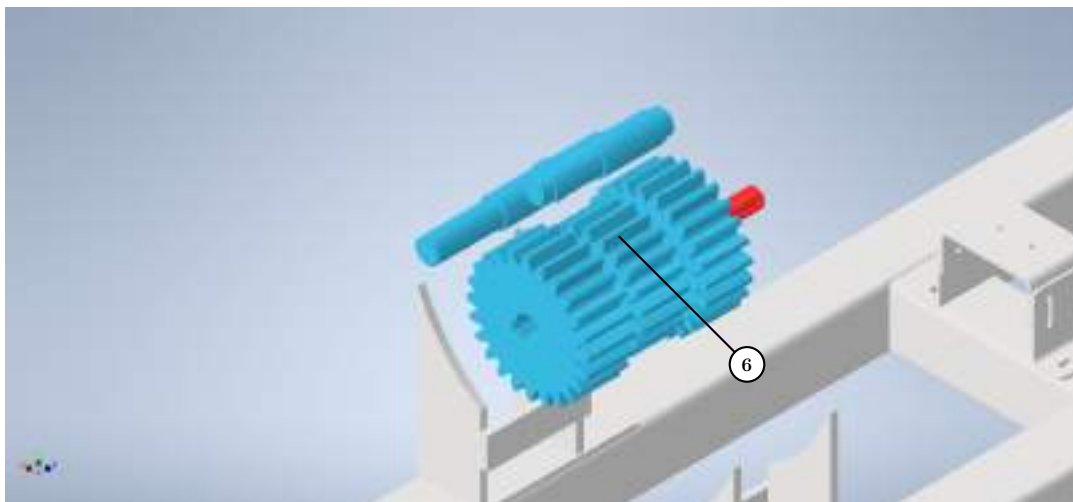
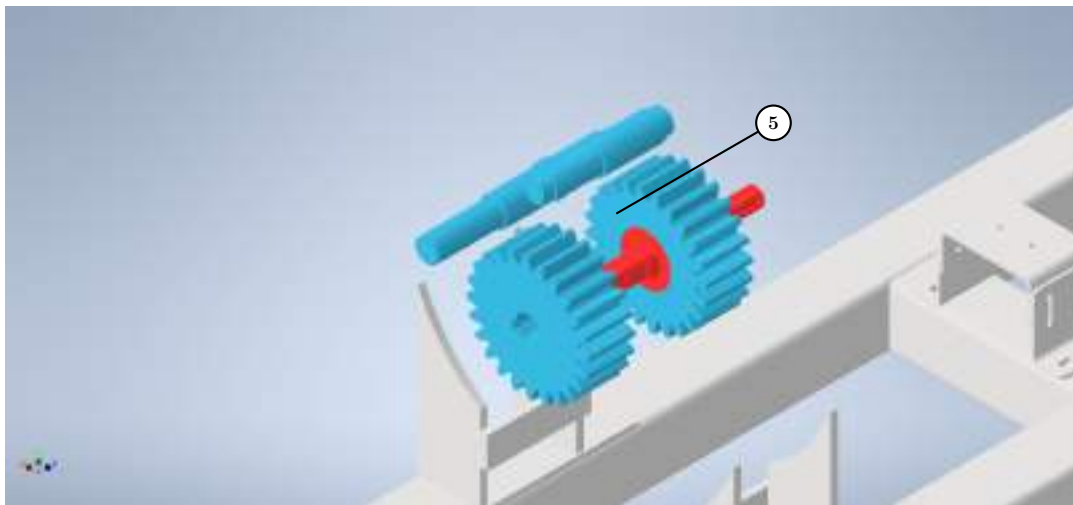


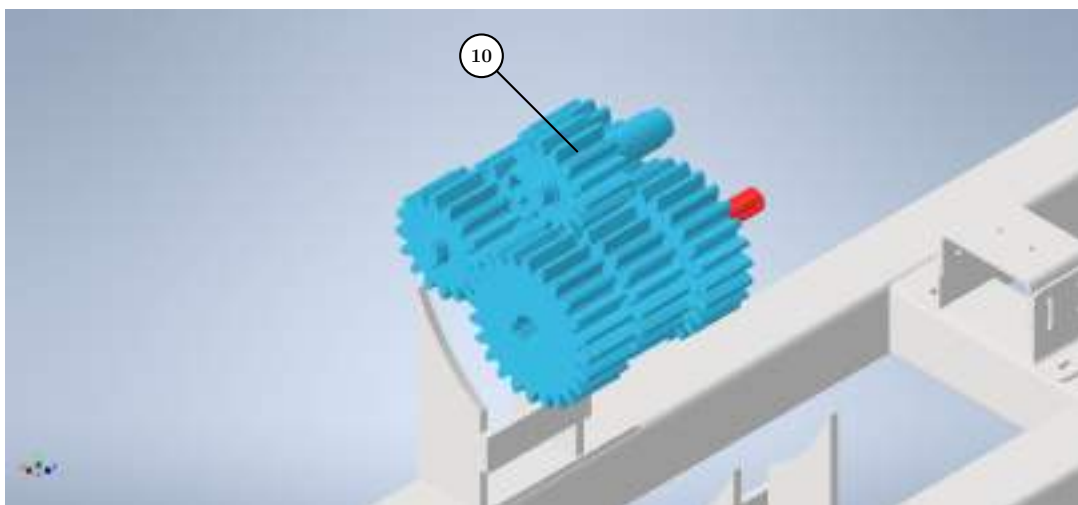
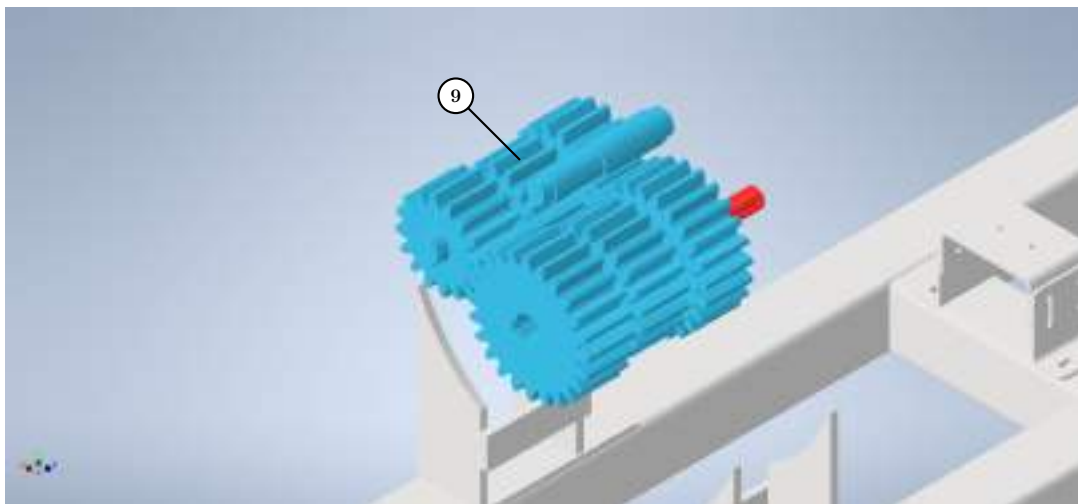
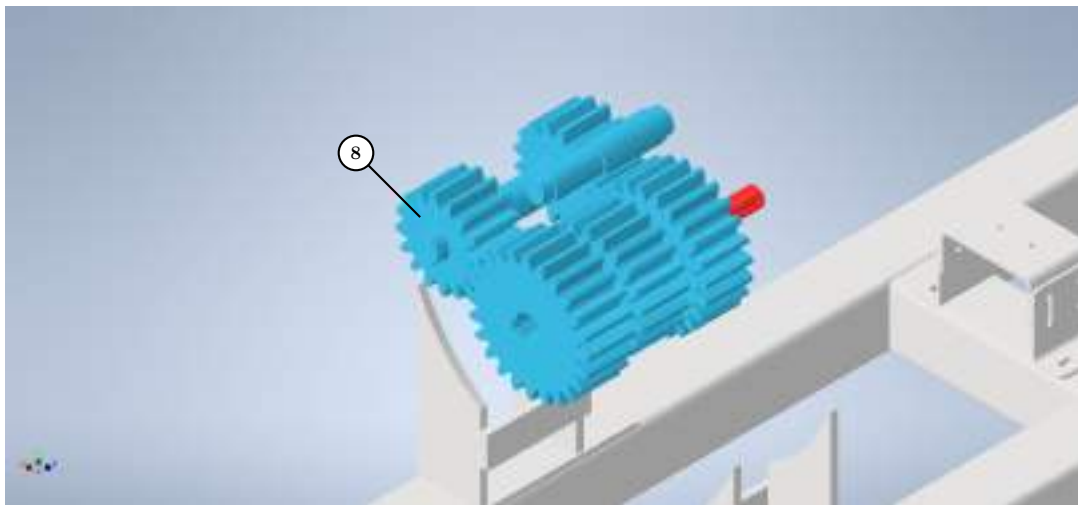
# Apéndice B

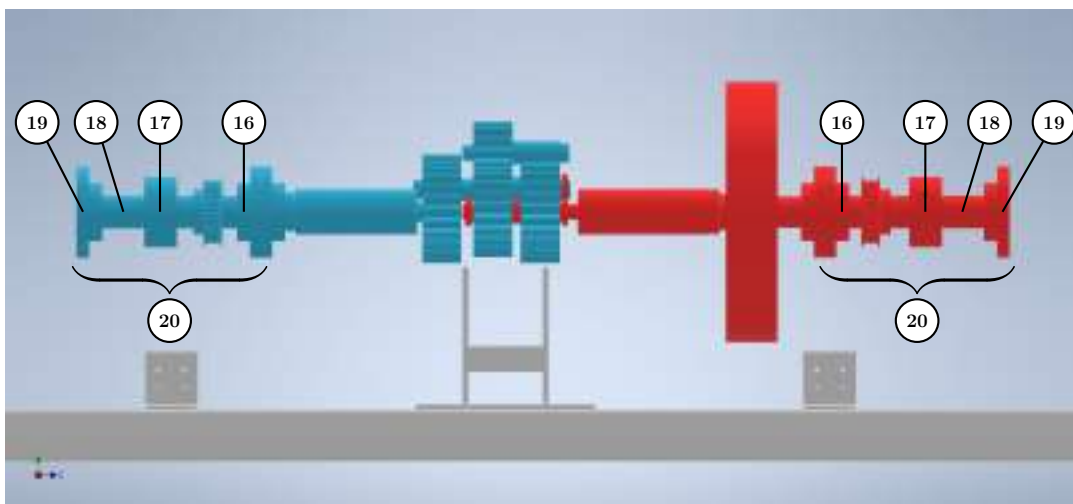
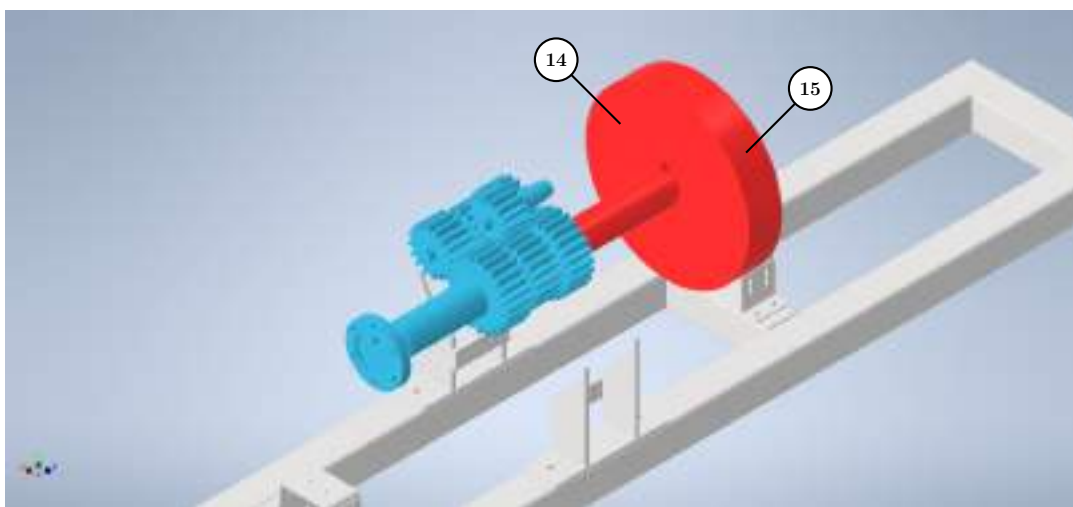
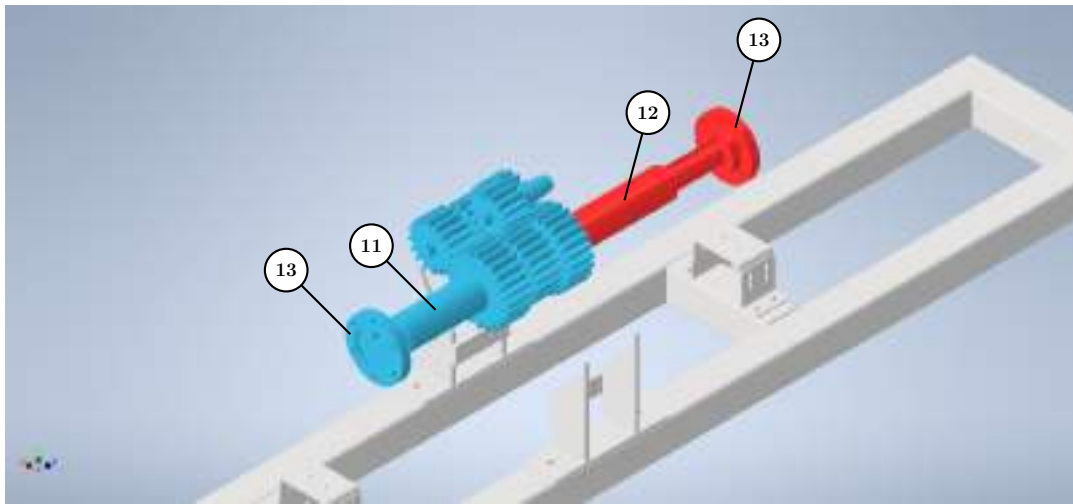
## Cadena de transmisión

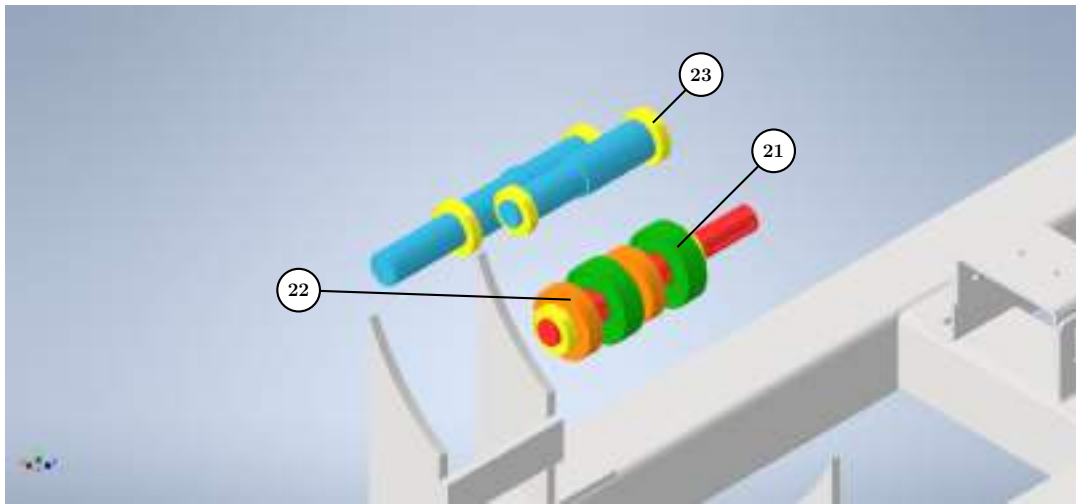
En este apartado se presenta una serie de imágenes que demuestra la conformación de la cadena de transmisión.











### Referencias

- |                                  |  |
|----------------------------------|--|
| ① Eje N° 1 del MMR               | ⑬ Brida  |
| ② Eje N° 2 del MMR               | ⑭ Volante de inercia fijo                        |
| ③ Eje de salida del MMR          | ⑮ Volantes de inercia removibles (tres unidades) |
| ④ Engranaje N° 1                 | ⑯ Brida macho del ensamblaje de instr.           |
| ⑤ Engranaje N° 2                 | ⑰ Masa de acoplamiento del ensamblaje de instr.  |
| ⑥ Engranaje N° 3                 | ⑱ Eje del ensamblaje de instr.                   |
| ⑦ Engranaje N° 4                 | ⑲ Brida hembra del ensamblaje de instr.          |
| ⑧ Engranaje N° 5                 | ⑳ Ensamblaje de instrumentación                  |
| ⑨ Engranaje N° 6                 | ㉑ Rodamientos de único sentido (dos unidades)    |
| ⑩ Engranaje N° 7                 | ㉒ Rodamientos de doble sentido (dos unidades)    |
| ⑪ Eje de entrada al MMR          | ㉓ Rodamientos insertos en placas (seis unidades) |
| ⑫ Eje de los volantes de inercia |  |



# Apéndice C

## Encoder incremental óptico

Un encoder rotacional, o simplemente encoder en el presente trabajo, es un sensor de movimiento que genera señales digitales en respuesta a la rotación de su eje. Hay dos tipos de encoders de acuerdo a su operación: los encoders absolutos, que representan la posición angular de sus ejes con un código binario, y los encoders incrementales, que solo detectan cambios en la posición angular de sus ejes. En general, pueden utilizar sensores magnéticos u ópticos. Sin embargo, la segunda opción es la más común [1].

En primer lugar, en este apartado se presenta un encoder incremental óptico en su forma más básica. Se analizan sus componentes y su principio de funcionamiento. Además, se mencionan las dos posibilidades en cuanto a la geometría de su eje. Seguidamente se explica la forma constructiva que debe tener este aparato para determinar el sentido de giro del rotor y para multiplicar la resolución indicada por el fabricante. Se señala el requerimiento adicional que debe cumplir el dispositivo para ser capaz de medir la posición angular en forma incremental. Además, se presentan los métodos de estimación de la velocidad angular por medio de la señal de entrada a un contador principal y se mencionan los aspectos positivos y negativos de cada uno de ellos. En último lugar, se listan las ventajas y desventajas de un encoder incremental óptico con respecto a otras tecnologías de medición de la posición y la velocidad angulares.

### C.1. Componentes y principio de funcionamiento

El principio de funcionamiento de un encoder incremental óptico se basa en interrupciones de un haz de luz. Para ello, requiere una fuente luminosa y un transductor óptico en su estator y un disco codificado solidario a su rotor [2]. El eje de este aparato debe ser vinculado de forma directa (acoplamiento) o indirecta (sistema de transmisión) al cuerpo a medir la posición y la velocidad angulares. El disco codificado tiene marcas idénticas uniformemente distribuidas y está situado entre la fuente luminosa y el transductor óptico si el disco transmite la luz, o bien en frente de ellos si el disco refleja la luz (véase la figura C.1) [2, 3]. La fuente de luz es generalmente un diodo emisor de luz (o LED, por *Light-Emitting Diode*, en inglés). Por otra parte, el transductor óptico suele estar basado en el efecto fotoeléctrico o en el efecto fotovoltaico, ambos en el silicio [2].

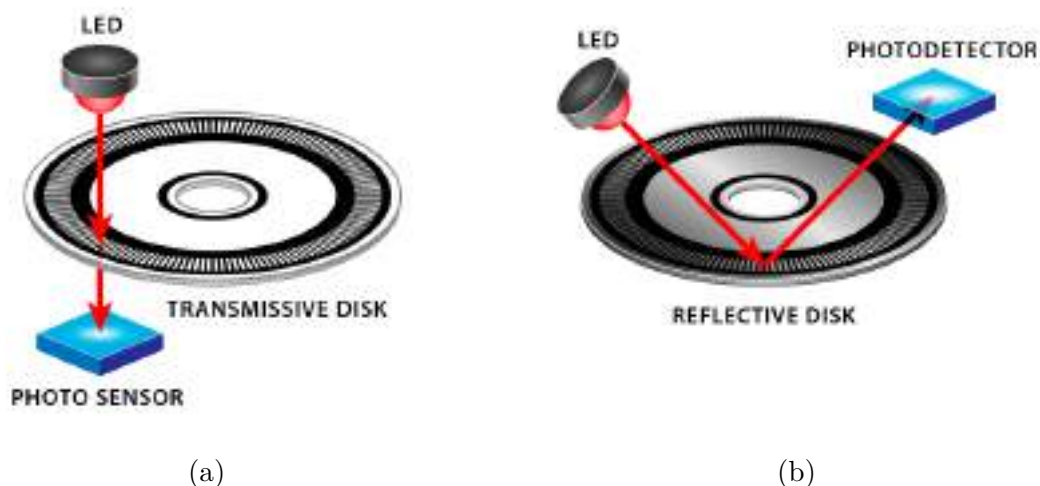


Figura C.1: Encoder incremental óptico con un disco codificado basado en: (a) la transmisión de la luz; (b) la reflexión de la luz.

Cuando el eje del encoder rota, el haz de luz del LED es interrumpido por las marcas no transmisoras (o no reflectoras) de la luz del disco codificado. El transductor óptico recibe esta señal lumínica y produce una tensión sinusoidal a su salida. Posteriormente la señal de tensión es transformada en un tren de pulsos mediante un circuito rectificador (interno o externo al encoder) [4, 5]. La figura C.2 muestra los componentes y el principio de funcionamiento de un encoder incremental óptico que incluye el circuito rectificador en su interior.

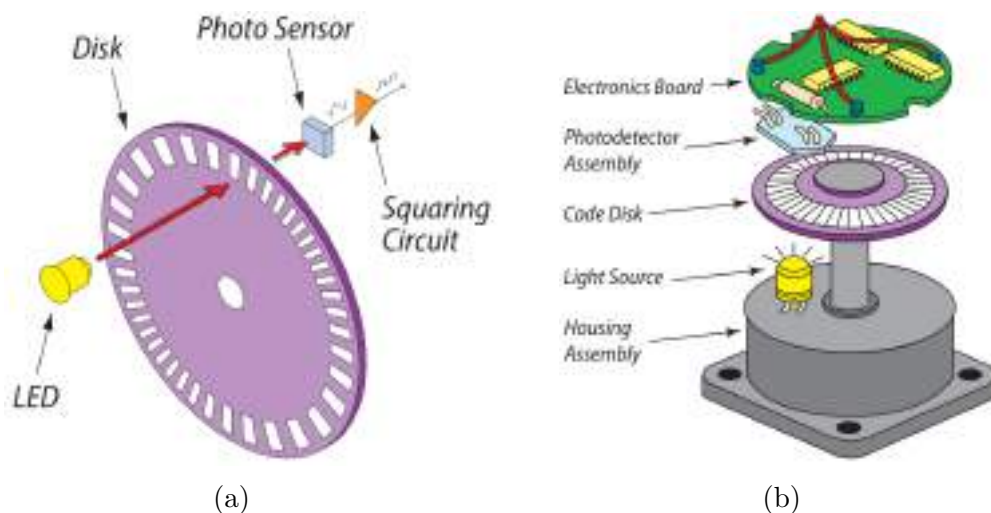


Figura C.2: Encoder incremental óptico: (a) Esquema básico; (b) Esquema detallado.

Los encoders incrementales ópticos se clasifican con respecto a su eje (véase la figura C.3): con un eje macizo (*solid shaft type*, en inglés) y con un eje hueco (*hollow shaft type*, en inglés) [1, 6].





Figura C.3: Encoder incremental óptico: (a) con un eje macizo; (b) con un eje hueco.

## C.2. Determinación del sentido de giro

Para determinar el sentido de giro es necesario contar con la señal de un segundo par emisor-receptor de luz, la que debe estar en cuadratura con la del primer par. Al canal de la salida del primer conjunto se lo denomina canal A, mientras que al canal de la salida del segundo conjunto se lo llama canal B. El segundo par LED-transductor óptico puede estar sobre la misma pista que el primer par y desplazado un ángulo tal que sus tensiones cuadradas estén desfasadas  $90^\circ$ , o bien puede estar alineado al primer par, pero sobre una segunda pista concéntrica a la primera y desplazada un ángulo tal que las señales de los canales A y B estén en cuadratura [4, 7]. Ambas alternativas son ilustradas en la figura C.4.

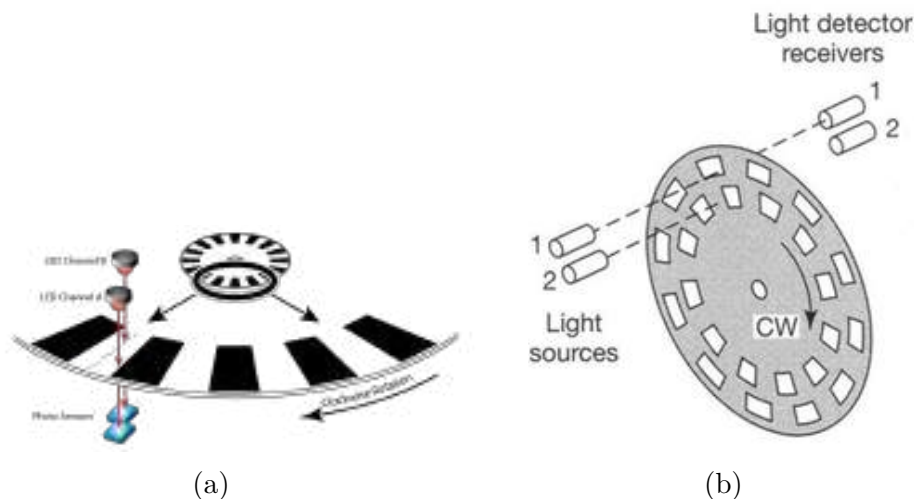


Figura C.4: Alternativas para determinar el sentido de rotación: (a) Por medio de dos pares emisor-receptor de luz y una pista en el disco codificado; (b) Por medio de dos pares emisor-receptor de luz y dos pistas en el disco codificado.

Supóngase que la construcción del encoder es la de la figura C.4a. Cuando el eje comienza a rotar en sentido horario, la señal generada por el primer par emisor-receptor de luz (señal del canal A) adelanta un cuarto de ciclo ( $90^\circ$  eléctricos) a

la señal del segundo par (señal del canal B). Por el contrario, cuando el eje rota en sentido antihorario, la señal del segundo par emisor-receptor de luz adelanta  $90^\circ$  eléctricos a la señal del primer par. Los dos casos son representados en la figura C.5. Luego normalmente con unos biestables o unas compuertas lógicas es posible obtener una señal indicadora del sentido de giro a partir de las señales de los canales A y B [4, 8].

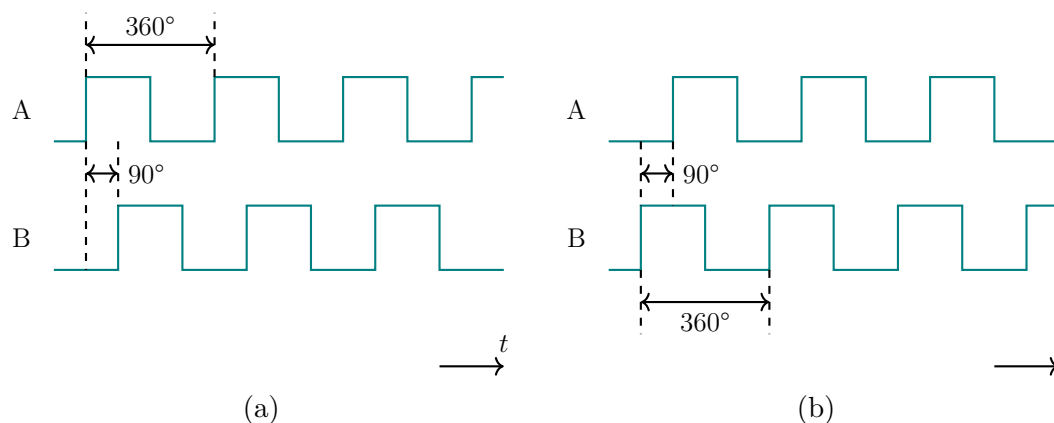


Figura C.5: Señales de los canales A y B cuando el eje del encoder de la figura C.4a rota en sentido: (a) horario; (b) antihorario.

### C.3. Resolución

La resolución nativa de un encoder incremental óptico es igual al número de marcas del disco codificado. En encoders más desarrollados se utiliza un arreglo de varios LED para escanear el disco codificado, en lugar de un solo LED. Esto permite llevar a cabo un proceso de interpolación dentro de un procesador de señales que forma parte del módulo del encoder. De esta manera, la resolución obtenida (resolución interpolada) resulta ser mucho mayor que la resolución nativa del encoder. Vale mencionar que el fabricante brindará como dato la mayor resolución obtenible dentro del dispositivo, expresada en ciclos por revolución (CPR) [9].

Por otra parte, cuando se usan encoders incrementales ópticos con canales A y B es posible multiplicar dos y cuatro veces la resolución indicada en la hoja de datos del sensor por medio de un controlador exterior al aparato. Si se quiere duplicar la resolución, se debe configurar al controlador para que detecte los flancos ascendentes y descendentes de la señal del canal A o del canal B. En cambio, si se busca cuadruplicar la resolución, se debe configurar al controlador para que detecte los flancos ascendentes y descendentes de las señales de los canales A y B (véase la figura C.6) [1, 4]. Cuando se detecta un flanco se envía un pulso a un contador principal del controlador. Cuando el disco codificado haya dado una revolución habrá sido enviada al contador principal una cantidad de pulsos igual a la resolución final obtenida, expresada en pulsos por revolución (PPR).

El esquema de la figura C.7 muestra el proceso de multiplicación de la resolución de un encoder incremental óptico [9].

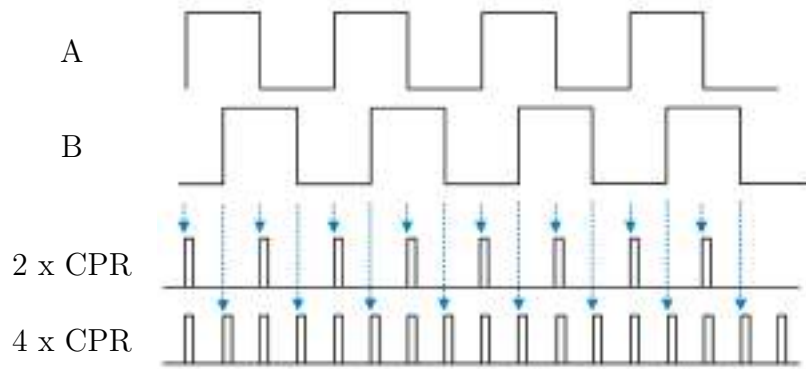


Figura C.6: Detección de los flancos de las señales de los canales A y B

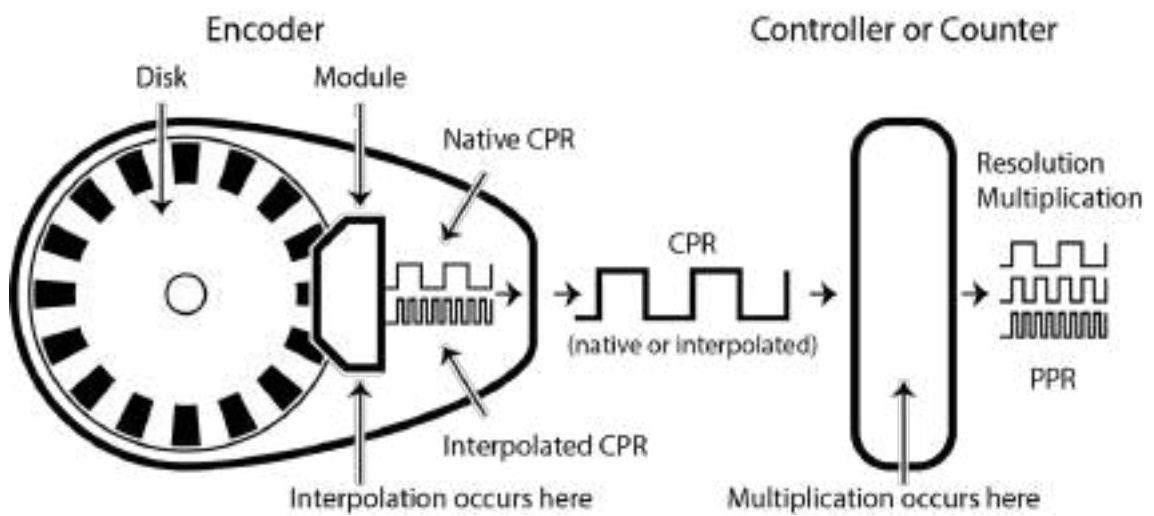


Figura C.7: Proceso de multiplicación de la resolución de un encoder incremental óptico

### C.4. Medición de la posición angular

Para medir la posición angular es necesario tener una referencia física sobre el disco codificado. Esto se logra por medio de un tercer par emisor-receptor de luz y una pista adicional con una única marca sobre el disco codificado (véase la figura C.8). Al canal de la salida del tercer par LED-transductor óptico se lo llama cero o índice (Z o I, por *Zero* e *Index*, en inglés). Si se cuentan los pulsos que suceden a la indicación de la señal de este canal, es posible conocer la posición angular del eje del encoder [1]. Para ello debe indicarse al controlador que incremente el conteo en una unidad cuando detecte un pulso con la rotación siendo en sentido positivo y que decremente el conteo en una unidad cuando detecte un pulso con la rotación siendo en sentido negativo. Se aclara que el sentido positivo de rotación es elegido en forma arbitraria. Un encoder incremental óptico con marca de índice evita que el error en el conteo de pulsos, y por ende en la posición angular, crezca indefinidamente, situación que tendría lugar si no contara con esta referencia [4].

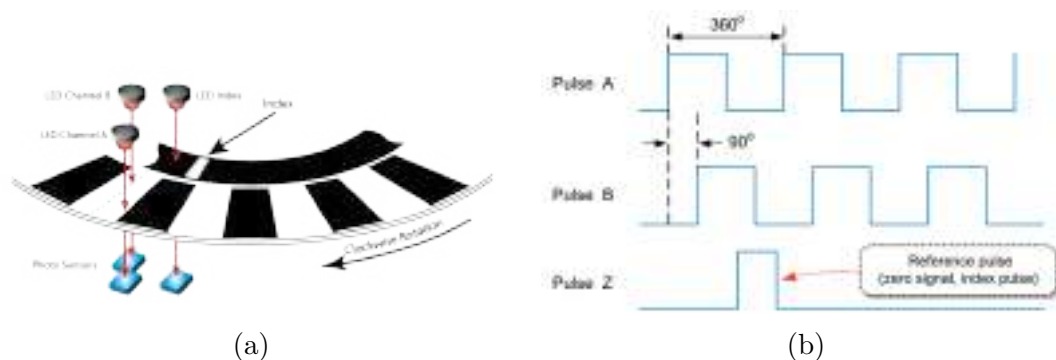


Figura C.8: Pistas y pares emisor-receptor de luz en un encoder incremental óptico capaz de medir la posición angular de su eje (a) y señales de los canales A, B y Z (o I) (b)

## C.5. Medición de la velocidad angular

La velocidad angular (promedio) a lo largo del intervalo de tiempo  $T$  puede ser calculada por

$$\omega_m = \frac{\Delta\theta_m}{T} \quad (\text{C.1})$$

donde  $\Delta\theta_m$  es el desplazamiento angular a lo largo de  $T$ . Existen tres métodos típicos de obtener la velocidad angular a partir de los pulsos que llegan al contador principal: el método M, el método T y el método M/T. A continuación se explica cada uno de ellos.

### ■ Método M

En este método la velocidad angular es obtenida mediante el conteo de los pulsos durante un intervalo de tiempo de muestreo constante  $T_c$  (véase la figura C.9).

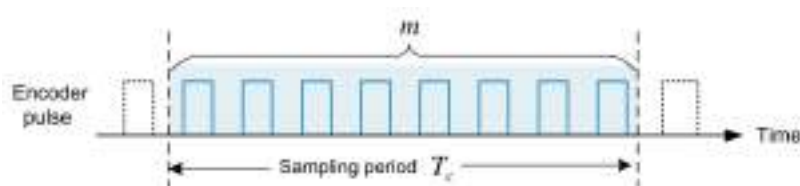


Figura C.9: Método M

Si el número de pulsos durante el intervalo de tiempo  $T_c$  es  $m$ , el desplazamiento angular  $\Delta\theta_m$  durante  $T_c$  está dado por

$$\Delta\theta_m = \frac{2\pi m}{R} \quad (\text{C.2})$$

donde  $R$  es la resolución final obtenida en el proceso de multiplicación de la resolución del encoder (véase la figura C.7). Por ende, la velocidad angular según la ecuación (C.1) resulta

$$\omega_m = \frac{2\pi m}{T_c R} \quad (\text{C.3})$$

donde se tuvo en cuenta que  $T = T_c$ .

Este método es simple y fácil de implementar, pero si el intervalo de tiempo  $T_c$  no es sincrónico con los pulsos, como suele ocurrir en la mayoría de los casos, existe un error en la velocidad angular calculada (véase la figura C.10). El máximo error en el conteo de pulsos está dado por un pulso. Luego, el error máximo en el cálculo de la velocidad angular es obtenido por medio del reemplazo de  $m = 1$  en la ecuación (C.3) y resulta ser  $2\pi/(T_c R)$ . En particular, este error deteriora la exactitud de la velocidad angular medida a bajas velocidades, dado que en esas condiciones el número de pulsos que llegan al contador principal es relativamente bajo. En consecuencia, este método es apropiado cuando las velocidades son altas.

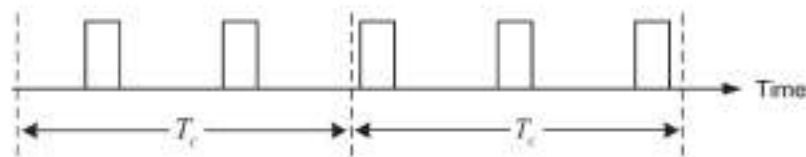


Figura C.10: Error en el conteo de pulsos

#### ■ Método T

Esta forma de cálculo de la velocidad angular se basa en la medición del intervalo de tiempo  $T_c$  entre dos pulsos consecutivos (véase la figura C.11) para un desplazamiento angular  $\Delta\theta_m$  fijo y de valor

$$\Delta\theta_m = \frac{2\pi}{R} \quad (C.4)$$

El intervalo de tiempo  $T_c$  es estimado mediante el conteo de pulsos de un reloj. La frecuencia de reloj debe ser lo suficientemente alta comparada con la del tren de pulsos que llega al contador principal.

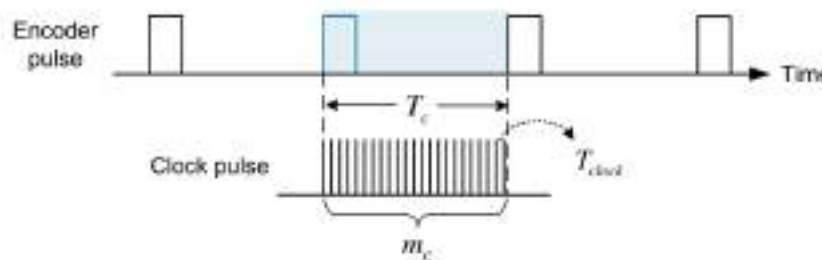


Figura C.11: Método T

Si el período de la señal de referencia de reloj es  $T_{clock}$  y el número de pulsos de reloj generados en el intervalo de tiempo  $T_c$  es  $m_c$ , puede escribirse

$$T_c = m_c T_{clock} \quad (C.5)$$

Por ende, si se reemplazan las ecuaciones (C.4) y (C.5) en la ecuación (C.1), resulta

$$\omega_m = \frac{2\pi}{R m_c T_{clock}} \quad (C.6)$$

A diferencia del método M, el método T tiene la ventaja de permitir el cálculo exacto a bajas velocidades. Por otro lado, a altas velocidades la frecuencia de reloj debe ser lo suficientemente alta como para permitir el cálculo exacto de  $T_c$ . Adicionalmente, cuando se utiliza una señal de referencia de reloj de estas características es necesario que el contador de pulsos de reloj disponga de una cantidad de bits elevada para la operación a bajas velocidades.

### ■ Método M/T

El método M/T combina los dos métodos explicados previamente y logra una medida más exacta de la velocidad angular. Para ello, al igual que en el método M, los pulsos que llegan al contador principal son inicialmente contados en un intervalo de tiempo de muestreo constante  $T_c$ . Si el tiempo de muestreo no sincroniza con el último pulso, se mide un tiempo adicional  $\Delta T$  hasta el último pulso mediante la adopción del método T. El objetivo de esto es eliminar el error de conteo de pulsos asociado al método M. De esta forma, la velocidad angular puede ser calculada de forma exacta por medio de la medición del tiempo total  $T (= T_c + \Delta T)$  para  $m_1$  pulsos de entrada al contador principal (véase la figura C.12).

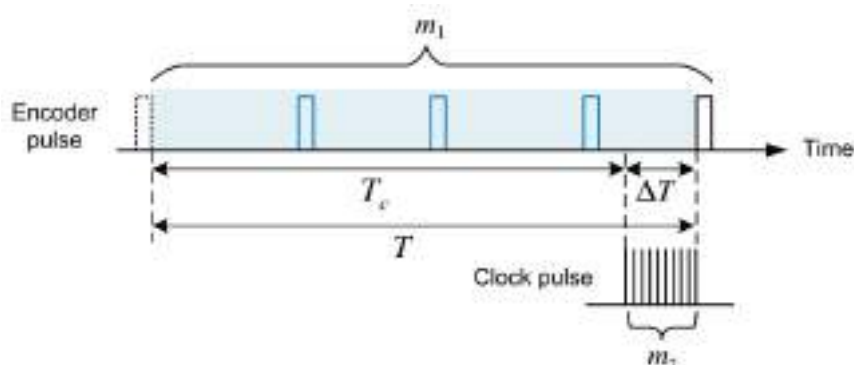


Figura C.12: Método M/T

Por lo tanto, el desplazamiento angular está dado por

$$\Delta\theta_m = \frac{2\pi m_1}{R} \quad (C.7)$$

Si el período de la señal de referencia de reloj es  $T_2$  y el conteo de pulsos de reloj es  $m_2$ , el intervalo de tiempo para los  $m_1$  pulsos de entrada al contador principal puede obtenerse como

$$T = T_c + \Delta T = T_c + m_2 T_2 \quad (C.8)$$

Luego, si se introducen las ecuaciones (C.7) y (C.8) en la ecuación (C.1), se llega a

$$\omega_m = \frac{2\pi m_1}{R(T_c + m_2 T_2)} \quad (C.9)$$

El cálculo de la velocidad angular mediante el método M/T es más exacto que en los otros dos métodos, pero su implementación es bastante difícil. Además, el método M/T tiene problemas a muy bajas velocidades ya que en esas condiciones el número de pulsos que llegan al contador principal es muy bajo [1].

## C.6. Ventajas y desventajas

Las ventajas de un encoder incremental óptico son:

- A diferencia del disco codificado de un encoder absoluto óptico, que resulta complejo por requerir representar la posición angular del eje con un código binario, su disco codificado es mucho más simple y por ende el costo asociado a la producción de un encoder incremental óptico es mucho menor que el de uno absoluto [1, 2, 4, 10].
- Al ser un encoder óptico, tiene el mejor desempeño en la medición de la posición y la velocidad angulares en términos de exactitud y resolución entre todas las tecnologías existentes.
- Su funcionamiento está basado en un efecto óptico. Como resultado, este sensor se ve levemente afectado por interferencias electromagnéticas [2].

Por otra parte, sus desventajas son:

- Requiere circuitos procesadores de señales digitales para extraer la información de la posición y la velocidad angulares del eje [2].
- Cuando es encendido o cuando ocurre una interrupción momentánea de su alimentación eléctrica debe detectarse la marca de índice para a partir de ese momento contar los pulsos y obtener la posición angular del eje [1, 7, 8, 11–13].
- Es sensible a desalineamientos del rotor, vibraciones e impactos.
- Requiere una carcasa y un rodamiento que aseguren la estanqueidad.
- Es uno de los sensores de posición y velocidad angulares más costosos del mercado [2].

## Bibliografía

- [1] Sang-Hoon Kim. Speed estimation and sensorless control of alternating current motors. In *Electric Motor Control*, 2017.
- [2] Peng Cheng. *Applications of Embedded Sensors in Loader Crane Positioning and Rotor RPM Measurement*. PhD thesis, Mid Sweden University, 2011.
- [3] US Digital. What's the difference between optical, magnetic and capacitive encoders? <https://www.usdigital.com/blog/difference-between-optical-magnetic-and-capacitive-encoders>, 2019. Accedido: 5-10-2022.
- [4] Richard Crowder. 4 - velocity and position transducers. In Richard Crowder, editor, *Electric Drives and Electromechanical Systems (Second Edition)*, pages 107–134. Butterworth-Heinemann, second edition edition, 2020.
- [5] Encoder products company. The basics of how an encoder works. <https://www.encoder.com/wp2011-basics-how-an-encoder-works>. Accedido: 5-10-2022.
- [6] Baumer. Rotary encoders / angle sensors. [https://www.baumer.com/medias/\\_\\_secure\\_\\_/Baumer\\_Shortform\\_Encoder\\_2021\\_EN\\_202110\\_CT\\_11248458\\_LowRes.pdf?mediaPK=9033563471902](https://www.baumer.com/medias/__secure__/Baumer_Shortform_Encoder_2021_EN_202110_CT_11248458_LowRes.pdf?mediaPK=9033563471902). Accedido: 5-10-2022.
- [7] US Digital. Absolute encoders - introduction. <https://www.usdigital.com/blog/encoders-013-absolute-encoders-intro>, 2019. Accedido: 5-10-2022.
- [8] B. Blanqué Molina. *Simulación interactiva de motores de reluctancia autoconmutados*. PhD thesis, Departament d'Enginyeria Elèctrica, 2007.
- [9] US Digital. Understanding encoder resolution and its 3 forms. <https://www.usdigital.com/blog/understanding-encoder-resolution-and-its-3-forms/>, 2019. Accedido: 5-10-2022.
- [10] Jon S. Wilson. *Sensor Technology Handbook*. Elsevier, 2005.
- [11] L.G.C. Ramírez, G.S.A. Jiménez, and J.M. Carreño. *Sensores y actuadores: aplicaciones con Arduino®*. Elibro Catedra. Larousse - Grupo Editorial Patria, 2014.
- [12] Mark Howard. Incremental encoders, absolute encoders and pseudo-absolute encoders. [https://www.celeramotion.com/zettlex/wp-content/uploads/sites/7/2019/05/incremental-encoders-vs.-absolute-encoders\\_Rev\\_3.1-1.pdf](https://www.celeramotion.com/zettlex/wp-content/uploads/sites/7/2019/05/incremental-encoders-vs.-absolute-encoders_Rev_3.1-1.pdf). Accedido: 5-10-2022.
- [13] US Digital. What is the difference between incremental and absolute encoders? <https://www.usdigital.com/blog/difference-incremental-vs-absolute-encoders>, 2021. Accedido: 5-10-2022.



# Apéndice D

## Sistema de transmisión por poleas sincrónicas

En este apéndice se explican la elección de las dimensiones de las poleas sincrónicas y la determinación del largo de la correa que relaciona los movimientos de estos elementos.

### D.1. Poleas sincrónicas

En el presente trabajo se buscó que la relación de transmisión de multiplicación del sistema de poleas sincrónicas fuera máxima. Luego la resolución resultante de las muestras de la posición y la velocidad angulares aún podía ser aumentada hasta cuatro veces mediante la detección de los flancos ascendentes y descendentes de los pulsos de los canales A y B. Por lo tanto, entre todos los diámetros primitivos de poleas ofrecidos por un proveedor específico, se eligieron el de máximo valor para la polea ubicada sobre el eje de instrumentación y el de mínimo valor para la polea ubicada sobre el eje del encoder. La tabla D.1 muestra las características de las poleas sincrónicas adquiridas.

Se aclara que las poleas contaban inicialmente con un diámetro interior de pequeña dimensión. Por lo tanto, estas piezas tuvieron que ser torneadas de manera que sus diámetros interiores se ajustaran a los ejes en los que iban a ser montadas (véase el apéndice I).

<b>Eje de instrumentación</b>	
Modelo	30 XL 037
Marca	Gates
Diámetro primitivo [mm]	48,51
Paso [mm]	5,08
Número de dientes	30
<b>Eje del encoder</b>	
Modelo	10 XL 037
Marca	Gates
Diámetro primitivo [mm]	16,17
Paso [mm]	5,08
Número de dientes	10

Tabla D.1: Características de las poleas sincrónicas adquiridas

## D.2. Correa sincrónica

Se calculó el largo de la correa sincrónica por medio de la siguiente fórmula que surge de la geometría del sistema de transmisión por poleas

$$L = 2L_c + \frac{\pi}{2}(D_{p1} + D_{p2}) + \frac{(D_{p1} - D_{p2})^2}{4L_c} \quad (D.1)$$

en la que  $L_c$  es la distancia entre los centros de las poleas y  $D_{p1}$  y  $D_{p2}$  son los diámetros primitivos de las poleas del eje de instrumentación y del eje del encoder, respectivamente. La distancia entre los centros de las poleas fue obtenida por medio del programa CAD. Para ello, se tuvo en cuenta que la plataforma regulable debía estar dispuesta de forma tal que permitiera desplazar al encoder hacia arriba y hacia abajo la misma cantidad. Luego,  $L_c$  resultó ser 78,3 mm. Por ende, según la ecuación (D.1), se tenía que

$$L = 261,54 \text{ [mm]} = 10,3 \text{ [pulg]} \quad (D.2)$$

En base al resultado obtenido de  $L$ , se eligió una correa sincrónica de 10 pulg.

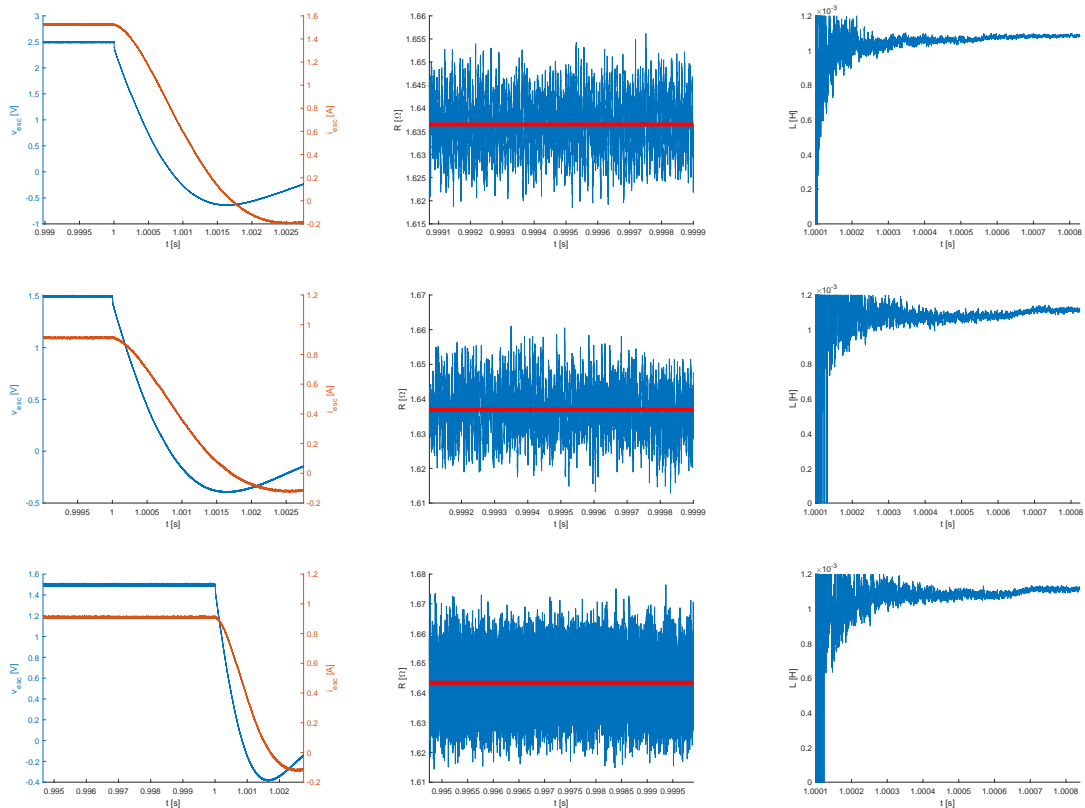
# Apéndice E

## Inductancias

En primer lugar, este apartado presenta gráficos de la tensión y la corriente medidas con el osciloscopio y de los resultados de la resistencia equivalente y la inductancia entre líneas para cada uno de los ensayos en los que se aplicaron escalones de tensión entre las fases de la máquina AFPM con la fuente de alimentación DC, según las conexiones Cx2ph y Cx3ph. En segundo lugar, se representan las mismas magnitudes que en el primer caso, pero esta vez para las experiencias en las que se aplicaron escalones de tensión entre los terminales de la máquina DCPM con la fuente.

### E.1. Máquina AFPM

Conexión Cx2ph y eje  $d$  en cuadratura con el eje magnético de la fase A



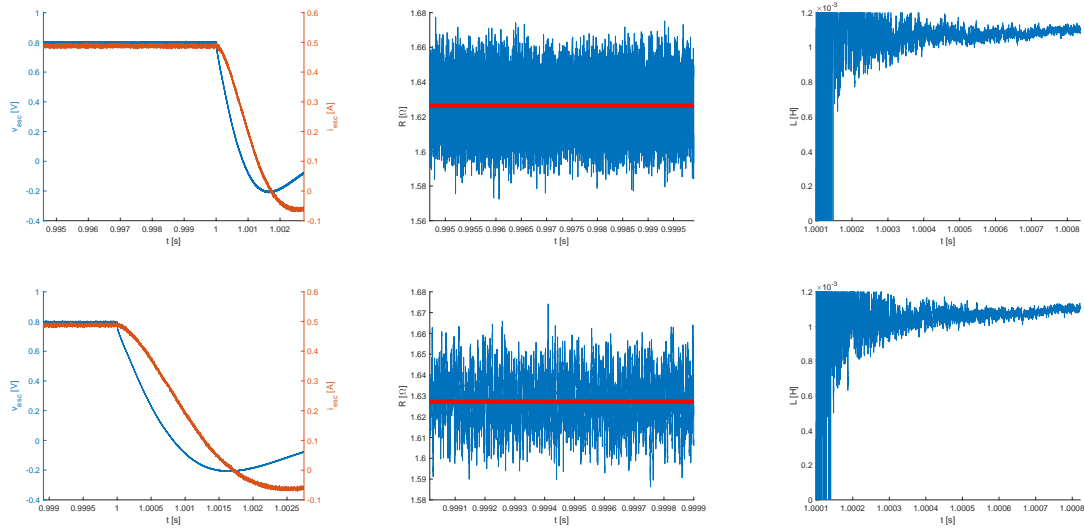
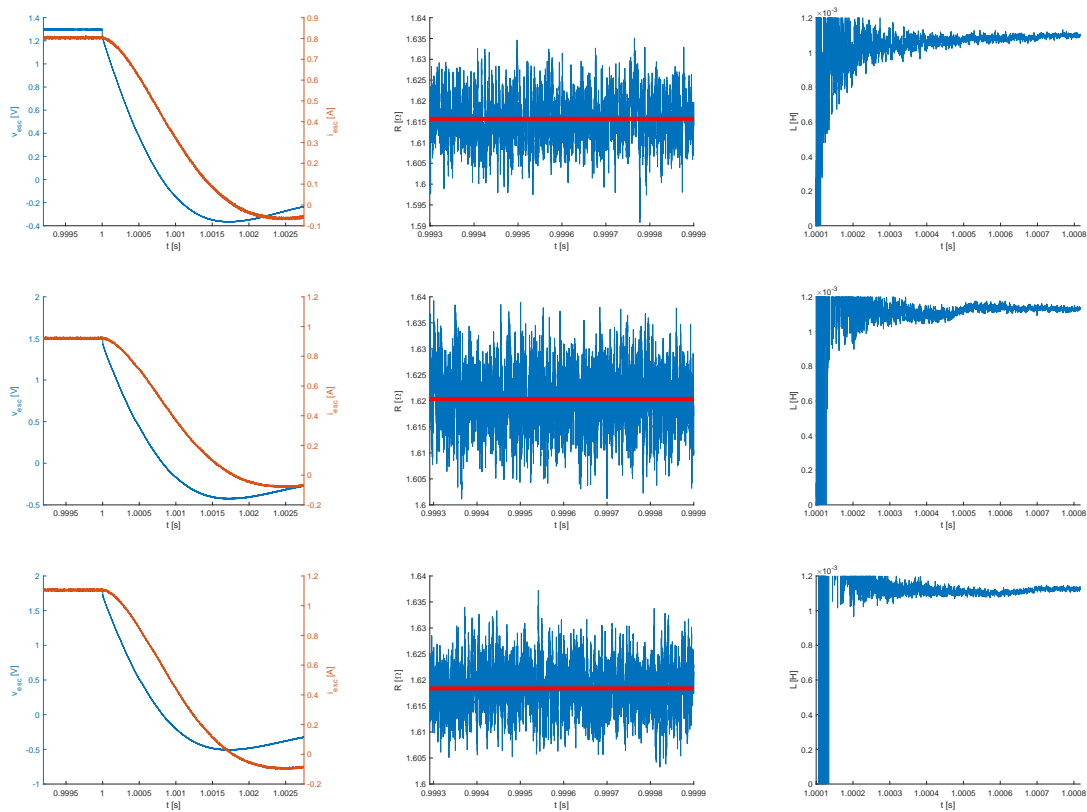


Figura E.1: Tensión y corriente medidas (izquierda), resistencia y su valor medio (centro) y valor calculado de la inductancia entre líneas (derecha) para el caso en que el eje  $d$  se encontraba a  $-90^\circ$  respecto al eje magnético A y la conexión era Cx2ph.

### Conexión Cx2ph y eje $d$ alineado con el eje magnético de la fase A



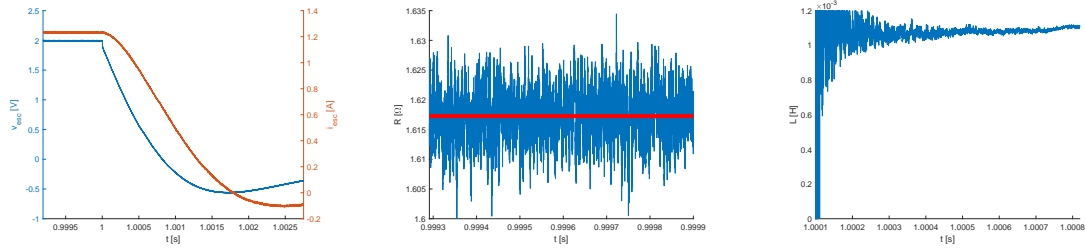


Figura E.2: Tensión y corriente medidas (izquierda), resistencia y su valor medio (centro) y valor calculado de la inductancia entre líneas (derecha) para el caso en que el eje  $d$  se encontraba alineado al eje magnético A y la conexión era Cx2ph.

**A** Conexión Cx3ph y eje  $d$  en cuadratura con el eje magnético de la fase

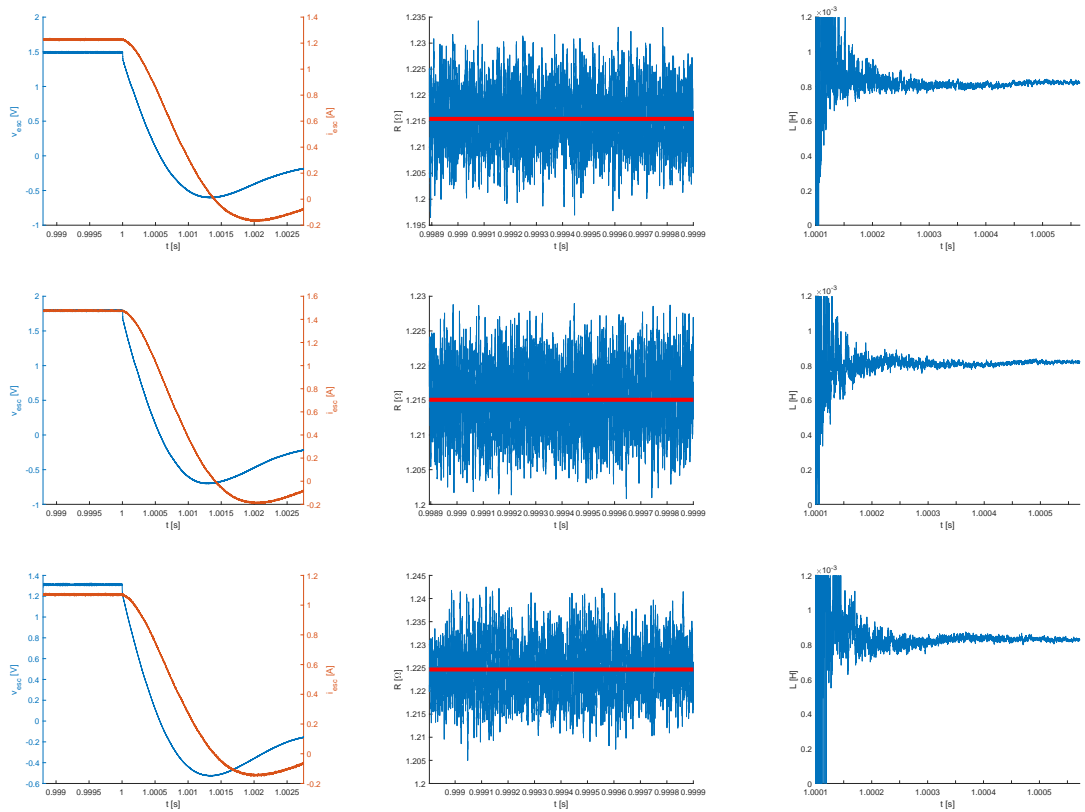
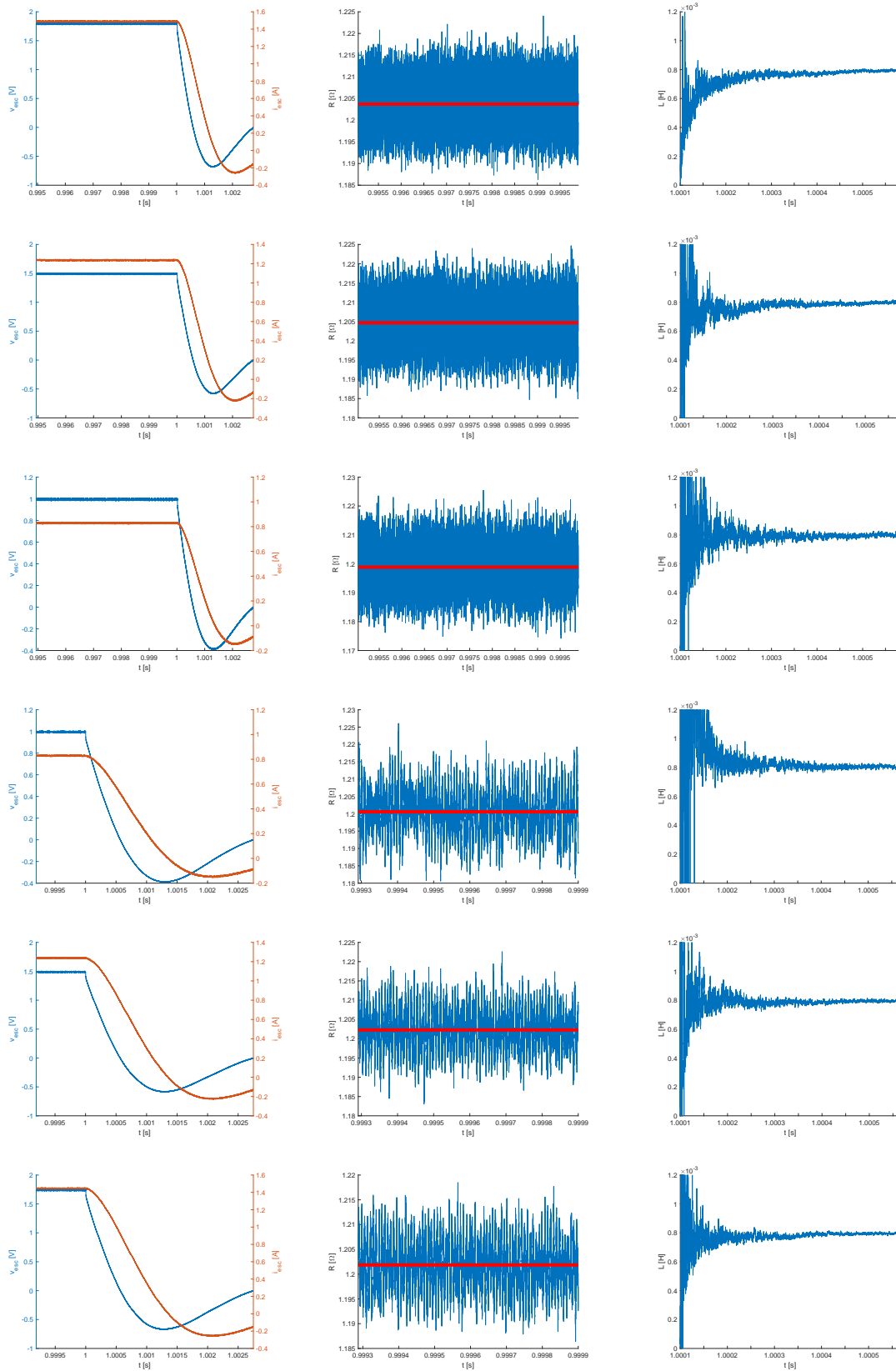


Figura E.3: Tensión y corriente medidas (izquierda), resistencia y su valor medio (centro) y valor calculado de la inductancia entre líneas (derecha) para el caso en que el eje  $d$  se encontraba a  $-90^\circ$  respecto al eje magnético A y la conexión era Cx3ph.

### Conexión Cx3ph y eje $d$ alineado con el eje magnético de la fase A



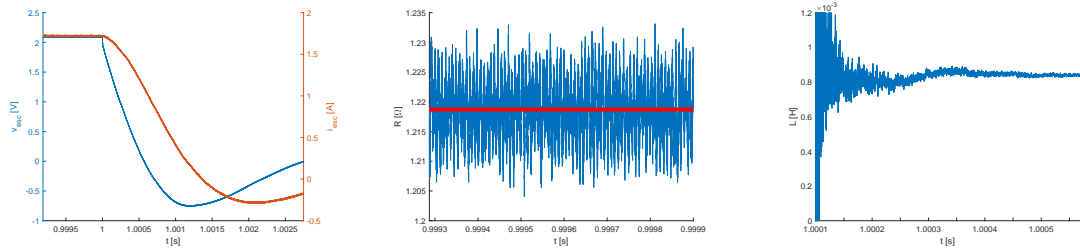


Figura E.4: Tensión y corriente medidas (izquierda), resistencia y su valor medio (centro) y valor calculado de la inductancia entre líneas (derecha) para el caso en que el eje  $d$  se encontraba alineado al eje magnético A y la conexión era Cx3ph.

## E.2. Máquina DCPM

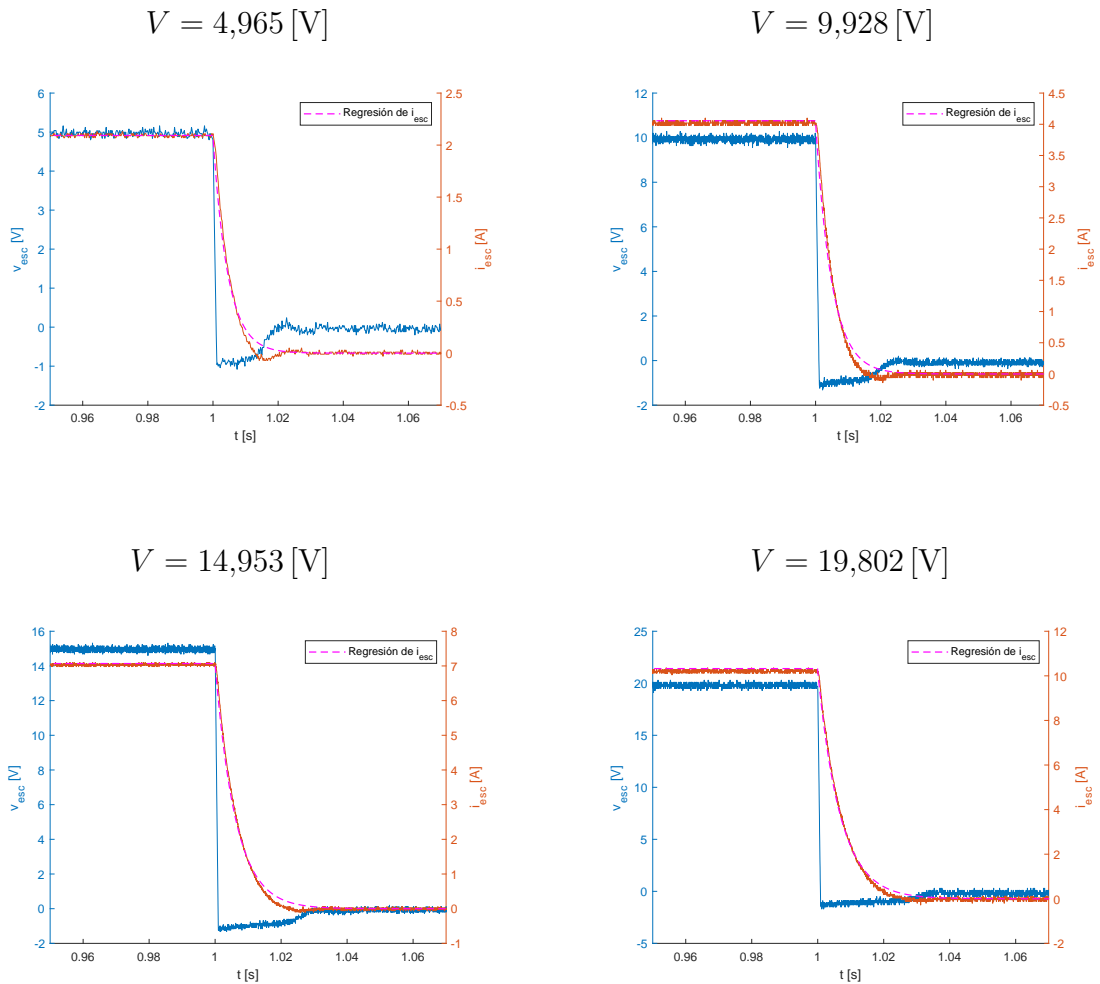


Figura E.5: Tensión y corriente medidas y curva de regresión de  $i_{esc}$  según la ecuación (5.47) de cada ensayo





# Apéndice F

## Momento de inercia y torque totales reflejados

Un tren de engranajes ordinario es una cadena cinemática en la cual los ejes que participan en ella y los engranajes que alojan tienen un movimiento puramente rotacional. Dentro de este tipo de trenes de engranajes existen dos categorías. Una de ellas comprende a los trenes de engranajes ordinarios simples, que son aquellos que tienen engranajes montados cada uno sobre un eje independiente (véase la figura F.1a). La otra categoría involucra a los trenes de engranajes ordinarios compuestos, que son aquellos que contienen como mínimo un eje que aloja a dos o más engranajes distintos (véase la figura F.1b) [1, 2].

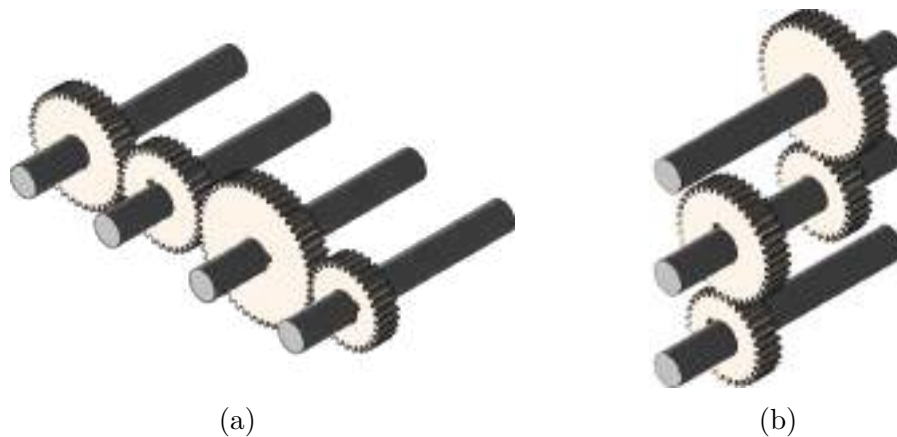


Figura F.1: Tren de engranajes ordinario: (a) simple; (b) compuesto.

En primera instancia, en este apéndice se analiza un tren ordinario simple de un par de engranajes con el fin de encontrar una ecuación del movimiento expresada en la variable angular del eje en el que es aplicado un torque de entrada. Posteriormente se adiciona una tercera rueda dentada a la cadena de transmisión, se obtiene la ecuación del movimiento del sistema y se la generaliza para un tren ordinario simple o compuesto de una cantidad  $n$  de engranajes. Finalmente, se presentan expresiones para referir a la variable angular a la entrada de la cadena cinemática los momentos de inercia y los torques de cuerpos que forman parte de la transmisión y que trabajan con otras variables angulares.

## F.1. Ecuación del movimiento

### F.1.1. Tren ordinario simple de dos engranajes

#### F.1.1.1. Análisis cinemático

Considérese el sistema mecánico de la figura F.2a formado por un par de ruedas dentadas vinculadas cada una a un eje independiente. Para representarlo en dos dimensiones se dibujan las circunferencias primitivas de los engranajes, las que son tangentes entre sí en el punto de contacto y rotan sin deslizar (véase la figura F.2b). Llámense A y B los puntos de las circunferencias primitivas que en el momento  $t_0$  se encuentran en contacto. Un tiempo después, los puntos A y B se habrán movido a las posiciones mostradas en la figura F.3, donde  $\Delta\theta_{m1}$  y  $\Delta\theta_{m2}$  denotan sus correspondientes desplazamientos angulares respecto de sus posiciones originales. Debido a la condición de rodadura de las circunferencias primitivas, los arcos PA y PB deben ser iguales, es decir,

$$R_1 \Delta\theta_{m1} = R_2 \Delta\theta_{m2} \quad (\text{F.1})$$

la que puede ser reescrita como

$$\Delta\theta_{m1} = \frac{R_2}{R_1} \Delta\theta_{m2} \quad (\text{F.2})$$

$$\Delta\theta_{m1} = N \Delta\theta_{m2} \quad (\text{F.3})$$

donde  $N = R_2/R_1$  es la relación de transmisión del par de engranajes.

Por otra parte, el módulo  $M$  de un engranaje con radio de circunferencia primitiva  $R$  y número de dientes  $Z$  está dado por

$$M = \frac{2R}{Z} \quad (\text{F.4})$$

Es una condición necesaria para que dos ruedas dentadas engranen que sus módulos sean iguales [3]. Por ende, se puede decir que

$$\frac{2R_1}{Z_1} = \frac{2R_2}{Z_2} \quad (\text{F.5})$$

Luego, mediante un simple despeje en la ecuación anterior, se obtiene

$$\frac{Z_2}{Z_1} = \frac{R_2}{R_1} = N \quad (\text{F.6})$$

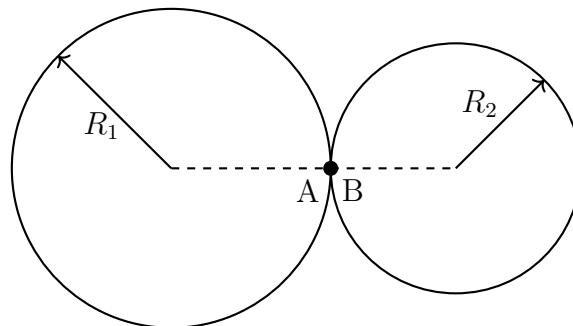
Por lo que la relación de transmisión  $N$  puede ser obtenida por medio de la relación entre los radios de las circunferencias primitivas o por medio de la relación entre los números de dientes de los engranajes.

Si se consideran a los desplazamientos angulares  $\Delta\theta_{m1}$  y a  $\Delta\theta_{m2}$  como infinitesimales y se divide a ambos miembros de la ecuación (F.3) por el diferencial de tiempo  $dt$  y, posteriormente, se deriva la ecuación resultante con respecto al tiempo, se puede observar que las velocidades y aceleraciones angulares de las ruedas dentadas también están relacionadas por medio de la relación de transmisión

$$\frac{\dot{\theta}_{m1}}{\dot{\theta}_{m2}} = \frac{\ddot{\theta}_{m1}}{\ddot{\theta}_{m2}} = \frac{R_2}{R_1} = N \quad (\text{F.7})$$



(a)



(b)

Figura F.2: Tren ordinario simple con un solo par de engranajes: (a) Dibujo tridimensional; (b) Representación en dos dimensiones. El contacto en el tiempo  $t_0$  se da entre los puntos A y B.

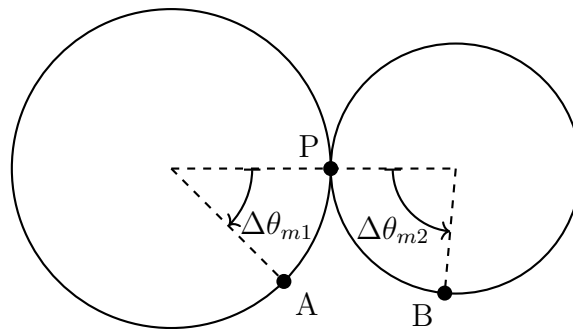


Figura F.3: Ubicación de los puntos A y B luego de un tiempo cuando los engranajes están en funcionamiento

**F.1.1.2. Análisis dinámico**

Téngase en cuenta que los momentos de inercia de los engranajes 1 y 2 junto con los ejes sobre los que están acoplados son  $J_1$  y  $J_2$ , respectivamente. Los sentidos positivos de  $\theta_{m1}$  y  $\theta_{m2}$  son los sentidos horario y antihorario para los engranajes 1 y 2, respectivamente. Considérese que se aplica un torque  $\vec{\tau}_{in}$  sobre el eje del engranaje 1 en la dirección positiva de  $\theta_{m1}$ . Los engranajes están sometidos a torques de fricción debido al rozamiento entre ambos en el contacto y al rozamiento con el fluido en el que se encuentran inmersos. Estos torques son denotados con  $\vec{\tau}_{fr1}$  para el engranaje

1 y con  $\vec{\tau}_{fr2}$  para el engranaje 2. Asimismo, existen torques inerciales de magnitudes  $J_1 \ddot{\theta}_{m1}$  para el engranaje 1 y  $J_2 \ddot{\theta}_{m2}$  para el engranaje 2. Las direcciones de los torques de fricción e inerciales son tales que se oponen al movimiento de los engranajes sobre los que actúan. Las fuerzas tangenciales que surgen del contacto tienen igual magnitud  $f_c$  y direcciones opuestas en cada engranaje, por la ley de las fuerzas de reacción. La fuerza tangencial de contacto  $f_c$  sobre el engranaje “conducido” acompaña al movimiento, mientras que la fuerza de reacción  $f_c'$  sobre el engranaje “conductor” se opone al movimiento. Dado que el torque de entrada es aplicado al eje del engranaje 1, este es el engranaje “conductor”, mientras que el engranaje 2 es el “conducido”. En consecuencia,  $f_c$  actúa en el punto de contacto sobre el engranaje 2 hacia abajo y  $f_c'$  actúa en el punto de contacto sobre el engranaje 1 hacia arriba. En la figura F.4 se pueden observar los diagramas de cuerpo libre de los engranajes, en los que se ilustran las fuerzas tangenciales de contacto. Estas fuerzas generan torques  $f_c R_1 \hat{k}$  y  $f_c R_2 \hat{k}$  sobre los engranajes 1 y 2, respectivamente. Si se las eliminan de los diagramas de cuerpo libre y se tienen en cuenta sus torques generados, se obtienen los diagramas de cuerpo libre de la figura F.5.

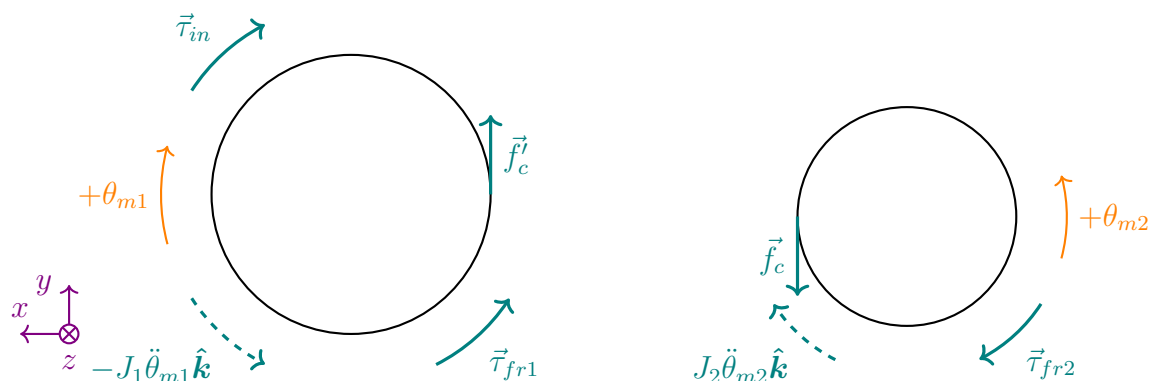


Figura F.4: Diagramas de cuerpo libre de los engranajes, donde se ilustran la fuerza tangencial de contacto  $\vec{f}_c$  actuante sobre el engranaje 2 y su reacción  $\vec{f}_c'$  actuante sobre el engranaje 1

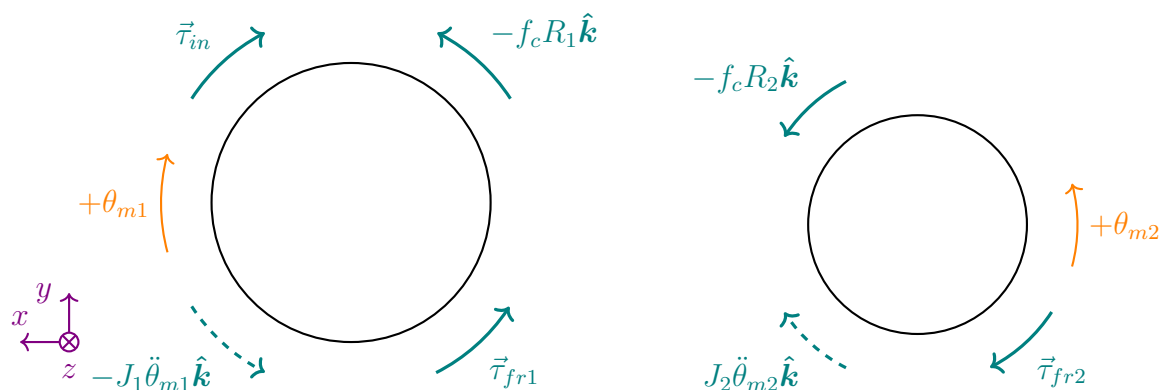


Figura F.5: Diagramas de cuerpo libre de los engranajes luego de remover las fuerzas tangenciales de contacto  $\vec{f}_c$  y  $\vec{f}_c'$  y considerar los torques generados por ellas sobre las ruedas dentadas en las que actúan

La ley de D'Alembert o segunda ley de Newton (en forma de rotación) enuncia

que para un cuerpo con momento de inercia constante que rota alrededor de un eje fijo se puede escribir

$$\sum_i \vec{\tau}_i|_z = 0 \quad (\text{F.8})$$

donde la sumatoria algebraica sobre  $i$  incluye todos los torques externos actuantes sobre el cuerpo y su torque inercial. Por ende, al utilizar la ecuación (F.8) sobre el engranaje 1 se obtiene

$$\tau_{in} - f_c R_1 - \tau_{fr1} - J_1 \ddot{\theta}_{m1} = 0 \quad (\text{F.9})$$

Por otro lado, la ecuación (F.8) evaluada sobre el engranaje 2 lleva a

$$-f_c R_2 + \tau_{fr2} + J_2 \ddot{\theta}_{m2} = 0 \quad (\text{F.10})$$

### F.1.1.3. Integración de los análisis cinemático y dinámico

Para integrar los análisis cinemático y dinámico realizados en los dos apartados anteriores, se despeja  $f_c$  en la ecuación (F.10). De esta manera se deduce que

$$f_c = \frac{\tau_{fr2}}{R_2} + \frac{J_2 \ddot{\theta}_{m2}}{R_2} \quad (\text{F.11})$$

Por medio del uso de la ecuación (F.7) se expresa la ecuación (F.11) en función de  $\ddot{\theta}_{m1}$  y se llega a

$$f_c = \frac{\tau_{fr2}}{R_2} + J_2 \ddot{\theta}_{m1} \frac{R_1}{R_2^2} \quad (\text{F.12})$$

Si se introduce la ecuación (F.12) en la ecuación (F.9), resulta

$$\tau_{in} - \left( \frac{\tau_{fr2}}{R_2} + J_2 \ddot{\theta}_{m1} \frac{R_1}{R_2^2} \right) R_1 - \tau_{fr1} - J_1 \ddot{\theta}_{m1} = 0 \quad (\text{F.13})$$

Mediante simples despejes en la ecuación anterior, se llega a

$$\left[ J_1 + J_2 \left( \frac{R_1}{R_2} \right)^2 \right] \ddot{\theta}_{m1} + \tau_{fr1} + \tau_{fr2} \frac{R_1}{R_2} = \tau_{in} \quad (\text{F.14})$$

Si en la ecuación (F.14) se reemplaza  $R_1/R_2$  por  $1/N$  según la ecuación (F.6), se obtiene

$$\left( J_1 + \frac{J_2}{N^2} \right) \ddot{\theta}_{m1} + \tau_{fr1} + \frac{\tau_{fr2}}{N} = \tau_{in} \quad (\text{F.15})$$

Como se puede observar en la ecuación (F.15), el momento de inercia y el torque de fricción del engranaje 2 son afectados por los factores  $1/N^2$  y  $1/N$ , respectivamente [4, 5].

### F.1.2. Tren ordinario simple de $n$ engranajes

Supóngase que se agrega un tercer engranaje con radio de circunferencia primitiva  $R_3$  y número de dientes  $Z_3$  al sistema de la figura F.2, de manera que interactúa directamente con el engranaje 2. Debido al contacto entre estos dos engranajes, existen una fuerza tangencial  $\vec{f}_{c2}$  con dirección hacia arriba en el engranaje 3 y su reacción, de igual magnitud  $f_{c2}$ , sobre el engranaje 2 con dirección hacia abajo. A su vez, estas fuerzas originan torques de magnitudes  $f_{c2}R_2$  y  $f_{c2}R_3$  sobre los engranajes 2 y 3, respectivamente. El engranaje 3 tiene opuestos a su movimiento un torque de fricción de magnitud  $\tau_{fr3}$  y un torque inercial de magnitud  $J_3\ddot{\theta}_{m3}$ , con  $J_3$  siendo el momento de inercia del engranaje 3 y el eje al cual está acoplado. En estas condiciones, es posible demostrar que

$$\left( J_1 + \frac{J_2}{N_1^2} + \frac{J_3}{N_1^2 N_2^2} \right) \ddot{\theta}_{m1} + \tau_{fr1} + \frac{\tau_{fr2}}{N_1} + \frac{\tau_{fr3}}{N_1 N_2} = \tau_{in} \quad (\text{F.16})$$

donde  $N_2$  es la relación de transmisión entre los engranajes 2 y 3, que puede ser obtenida como

$$N_2 = \frac{R_3}{R_2} = \frac{Z_3}{Z_2} \quad (\text{F.17})$$

Es posible entonces extender estos resultados a una cadena cinemática de una cantidad  $n$  de elementos de la siguiente manera

$$\left( J_1 + \frac{J_2}{N_1^2} + \frac{J_3}{N_1^2 N_2^2} + \dots + \frac{J_n}{N_1^2 N_2^2 \dots N_{n-1}^2} \right) \ddot{\theta}_{m1} + \tau_{fr1} + \frac{\tau_{fr2}}{N_1} + \frac{\tau_{fr3}}{N_1 N_2} + \dots + \frac{\tau_{frn}}{N_1 N_2 \dots N_{n-1}} = \tau_{in} \quad (\text{F.18})$$

Los términos que se adicionan a  $J_1$  son los momentos de inercia de los demás conjuntos de engranajes y ejes referidos a la variable  $\theta_{m1}$ . Por otra parte, los términos que se adicionan a  $\tau_{fr1}$  son los torques de fricción presentes en los demás conjuntos de engranajes y ejes referidos a la variable  $\theta_{m1}$ . La suma de  $J_1$  y todos los momentos de inercia referidos a la variable  $\theta_{m1}$  lleva el nombre de momento de inercia total reflejado en el eje del engranaje 1 y se la denota con  $J_{TR}^1$ , mientras que la suma de  $\tau_{fr1}$  y todos los torques de fricción referidos a la variable  $\theta_{m1}$  es llamada torque de fricción total reflejado en el eje del engranaje 1 y es denotada con  $\tau_{frTR}^1$ . Luego, la ecuación (F.18) puede ser reescrita como

$$J_{TR}^1 \ddot{\theta}_{m1} + \tau_{frTR}^1 = \tau_{in} \quad (\text{F.19})$$

### F.1.3. Tren de engranajes ordinario compuesto

El estudio de un tren de engranajes ordinario compuesto es igual al realizado para uno simple. Debe aclararse que el momento de inercia y el torque de fricción del conjunto formado por el eje común a dos o más engranajes y estos últimos están dados por las sumas de los momentos de inercia y los torques de fricción de todos los componentes del conjunto, respectivamente. Puede demostrarse que la ecuación del movimiento para un tren de engranajes ordinario compuesto resulta ser la misma que la derivada para uno simple (ecuación (F.18)).

## F.2. Referencia de momentos de inercia y torques

De la observación de la ecuación (F.18) surge que, en forma general, si se tiene un cuerpo que opera a una determinada variable angular en la cadena de transmisión y se quiere referir su momento de inercia a otra variable angular, debe hacerse mediante

$$J_R = J_{SR} \cdot k_J \quad (\text{F.20})$$

con  $k_J$  siendo un factor dado por

$$k_J = \frac{1}{\prod_{i=1}^{n_N} N_i^2} \quad (\text{F.21})$$

y donde  $J_R$  es el momento de inercia del cuerpo referido a la otra variable angular,  $J_{SR}$  es el momento de inercia del cuerpo referido a su variable angular y  $\prod_{i=1}^{n_N} N_i^2$  es la productoria de los cuadrados de las  $n_N$  relaciones de transmisión intermedias  $N_i$  entre los puntos de la cadena cinemática en los que existen las variables angulares en cuestión.

Asimismo, si se tiene un cuerpo que opera a una determinada variable angular en la cadena de transmisión y se quiere referir a otra variable angular un torque que le es aplicado, se hace uso de

$$\tau_R = \tau_{SR} \cdot k_\tau \quad (\text{F.22})$$

con  $k_\tau$  siendo un factor dado por

$$k_\tau = \frac{1}{\prod_{i=1}^{n_N} N_i} \quad (\text{F.23})$$

y donde  $\tau_R$  es el torque actuante sobre el cuerpo referido a la otra variable angular,  $\tau_{SR}$  es el torque actuante sobre el cuerpo referido a su variable angular y  $\prod_{i=1}^{n_N} N_i$  es la productoria de las  $n_N$  relaciones de transmisión intermedias  $N_i$  entre los puntos de la cadena cinemática en los que existen las variables angulares en cuestión.

En caso de conectar una carga a la salida de la cadena cinemática, para referir su momento de inercia y su torque resistente al eje en el que se aplica el torque de entrada se procede de la misma manera en que se lo hace con los momentos de inercia y torques de fricción de conjuntos de engranajes y ejes, respectivamente [6].

## Bibliografía

- [1] M.A. Mostafa. *Mechanics of Machinery*, chapter 6 - Gear Trains. CRC Press, 2012.
- [2] Cátedra de Cálculo de Elementos de Máquinas. Trenes de engranajes. Dpto. de Ingeniería Mecánica, FI UNMdP, 2022.
- [3] Cátedra de Cálculo de Elementos de Máquinas. *Engranajes: Cinemática y Cálculo*. Dpto. de Ingeniería Mecánica, FI UNMdP, 2021.
- [4] Charles M. Close, Dean K. Frederick, and Jonathan C. Newell. *Modeling and Analysis of Dynamic Systems*, chapter 5 - Rotational Mechanical Systems. John Wiley & Sons, Inc., 3 edition, 2002.
- [5] Erik Cheever. Gears and systems with both rotation and translation. <https://1psa.swarthmore.edu/Systems/MechRotating/RotMechSysGears.html>, 2021. Accedido: 19-11-2022.
- [6] Narendra Chandulala Shah. Theoretical optimization of gear trains. Master's thesis, The University of Arizona, 1961.



# Apéndice G

## Momentos de inercia

Este apartado tiene la finalidad de presentar las curvas de la potencia de pérdidas en vacío del sistema en función de la velocidad, la velocidad a lo largo del ensayo y el resultado de la ecuación que estima, en el instante final de cálculo, el momento de inercia del conjunto correspondiente a la experiencia.

### G.1. Máquina DCPM

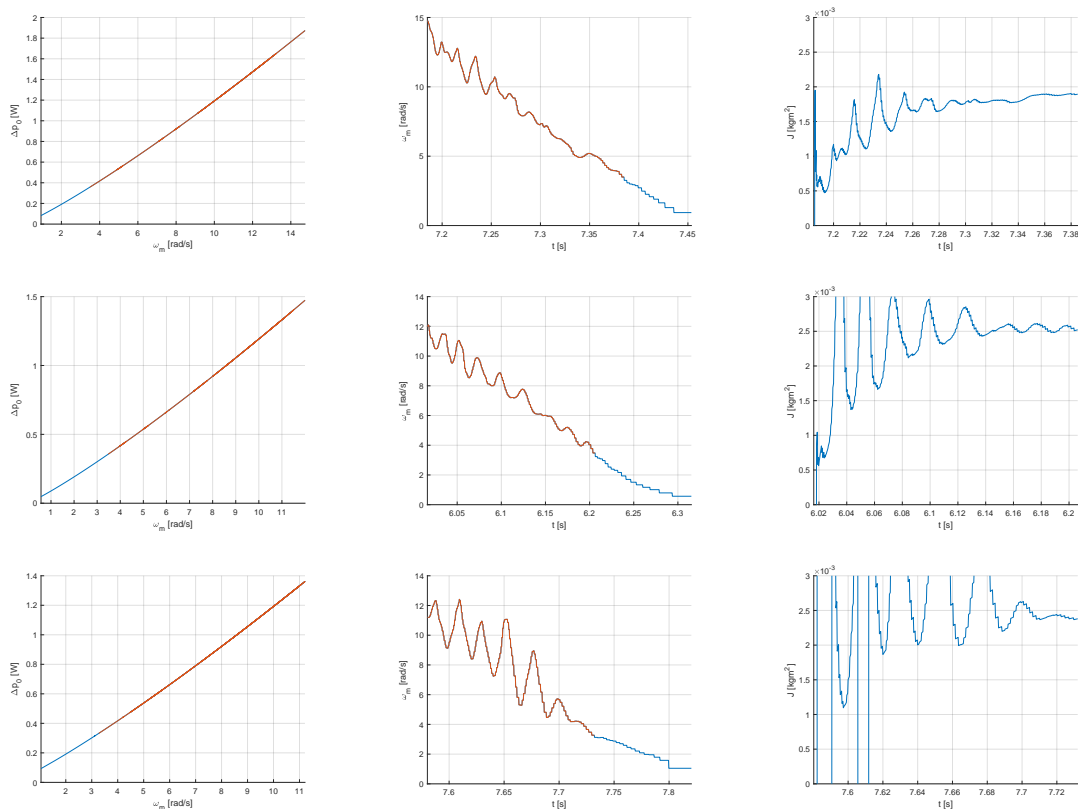


Figura G.1: Curva de pérdidas de la máquina DCPM en funcionamiento como generador en vacío (izquierda), curva de decaimiento de la velocidad a lo largo del tiempo de ensayo (centro) y resultado de la ecuación (5.129) a lo largo del tiempo de ensayo, obtenido por medio del uso de las porciones en color naranja de las dos primeras curvas (derecha) para velocidades iniciales iguales a 120 rpm, 110 rpm y 100 rpm.

## G.2. Parte de la cadena de transmisión con un único sentido de rotación

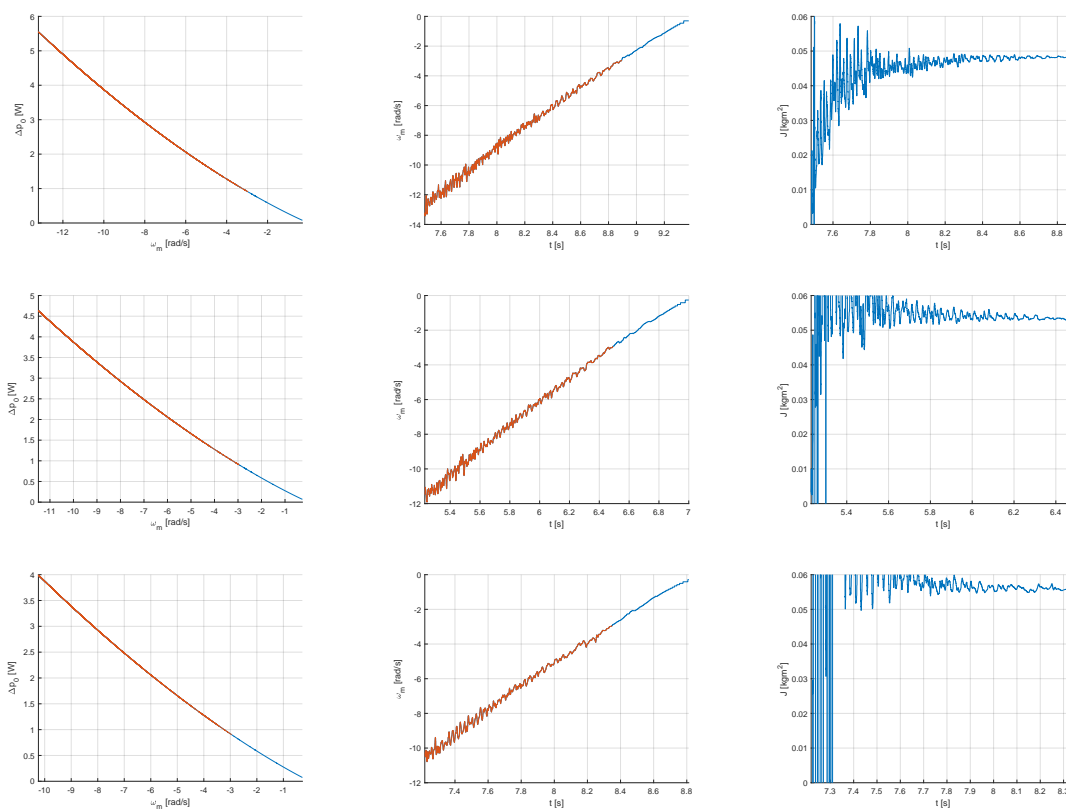


Figura G.2: Curva de pérdidas en vacío del sistema (izquierda), curva de decaimiento de la velocidad a lo largo del tiempo de ensayo (centro) y resultado de la ecuación (5.137) a lo largo del tiempo de ensayo, obtenido por medio del uso de las porciones en color naranja de las dos primeras curvas (derecha) para velocidades iniciales en sentido antihorario de la máquina DCPM iguales a 120 rpm, 110 rpm y 100 rpm.

## G.3. Parte de la cadena de transmisión con doble sentido de rotación

### G.3.1. Rotación en sentido horario

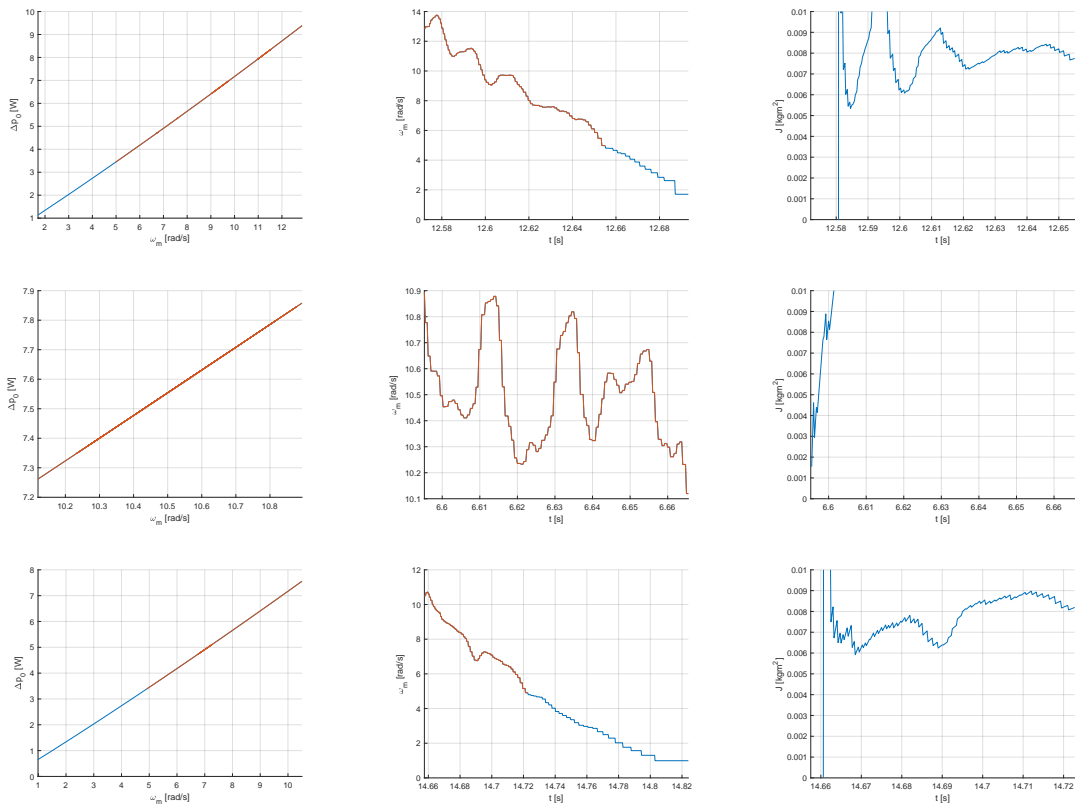


Figura G.3: Curva de pérdidas en vacío del sistema en función de la velocidad (izquierda), curva de decaimiento de la velocidad a lo largo del tiempo de ensayo (centro) y resultado de la ecuación (5.147) a lo largo del tiempo de ensayo, obtenido por medio del uso de las porciones en color naranja de las dos primeras curvas (derecha) para velocidades iniciales en sentido horario iguales a 120 rpm, 110 rpm y 100 rpm.

### G.3.2. Rotación en sentido antihorario

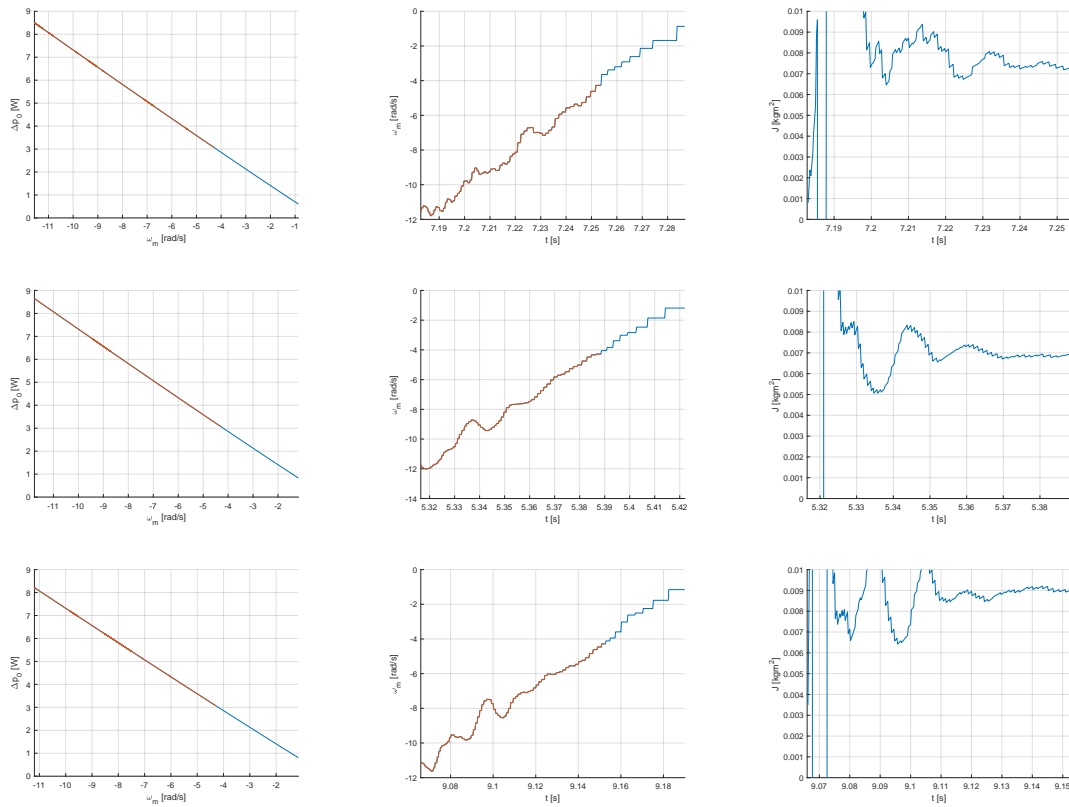


Figura G.4: Curva de pérdidas en vacío del sistema en función de la velocidad (izquierda), curva de decaimiento de la velocidad a lo largo del tiempo de ensayo (centro) y resultado de la ecuación (5.152) a lo largo del tiempo de ensayo, obtenido por medio del uso de las porciones en color naranja de las dos primeras curvas (derecha) para velocidades iniciales en sentido antihorario iguales a 120 rpm, 110 rpm y 100 rpm.

## G.4. Máquina AFPM

### G.4.1. Excitación motriz inicial de la máquina DCPM en sentido horario

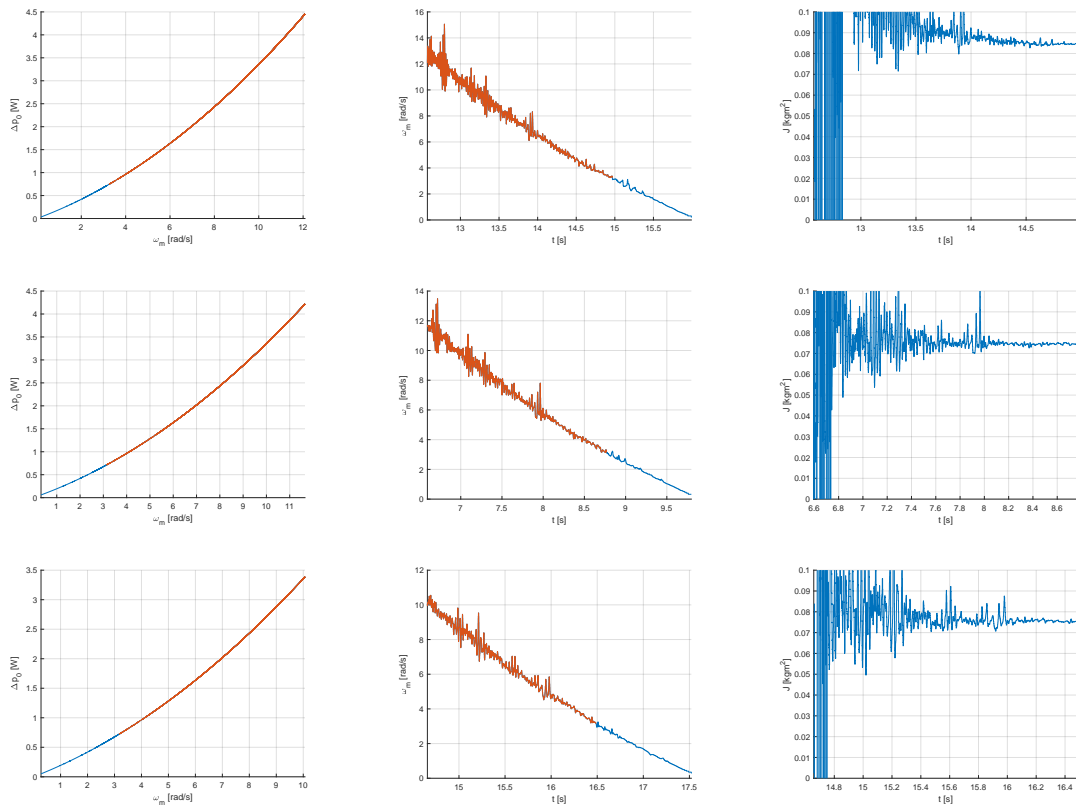


Figura G.5: Curva de pérdidas en vacío del sistema en función de la velocidad (izquierda), curva de decaimiento de la velocidad a lo largo del tiempo de ensayo (centro) y resultado de la ecuación (5.160) a lo largo del tiempo de ensayo, obtenido por medio del uso de las porciones en color naranja de las dos primeras curvas (derecha) para velocidades iniciales de la máquina DCPM en sentido horario iguales a 120 rpm, 110 rpm y 100 rpm.

### G.4.2. Excitación motriz inicial de la máquina DCPM en sentido antihorario

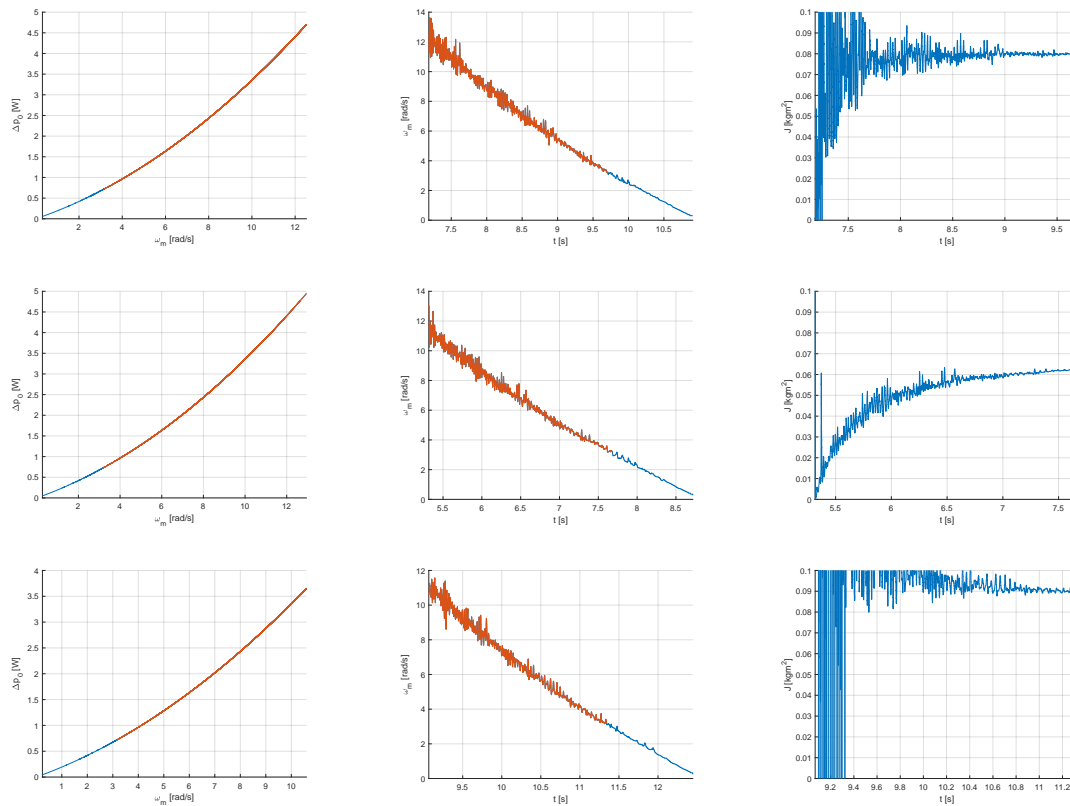


Figura G.6: Curva de pérdidas en vacío del sistema en función de la velocidad (izquierda), curva de decaimiento de la velocidad a lo largo del tiempo de ensayo (centro) y resultado de la ecuación (5.160) a lo largo del tiempo de ensayo, obtenido por medio del uso de las porciones en color naranja de las dos primeras curvas (derecha) para velocidades iniciales de la máquina DCPM en sentido antihorario iguales a 120 rpm, 110 rpm y 100 rpm.

# Apéndice H

## Diagrama en bloques

En este apéndice se presenta el diagrama en bloques de la figura H.1, el que muestra la interacción entre los parámetros calculados a lo largo de la presente tesis y las variables a medir en el ensayo del prototipo olamotriz en ambiente seco.

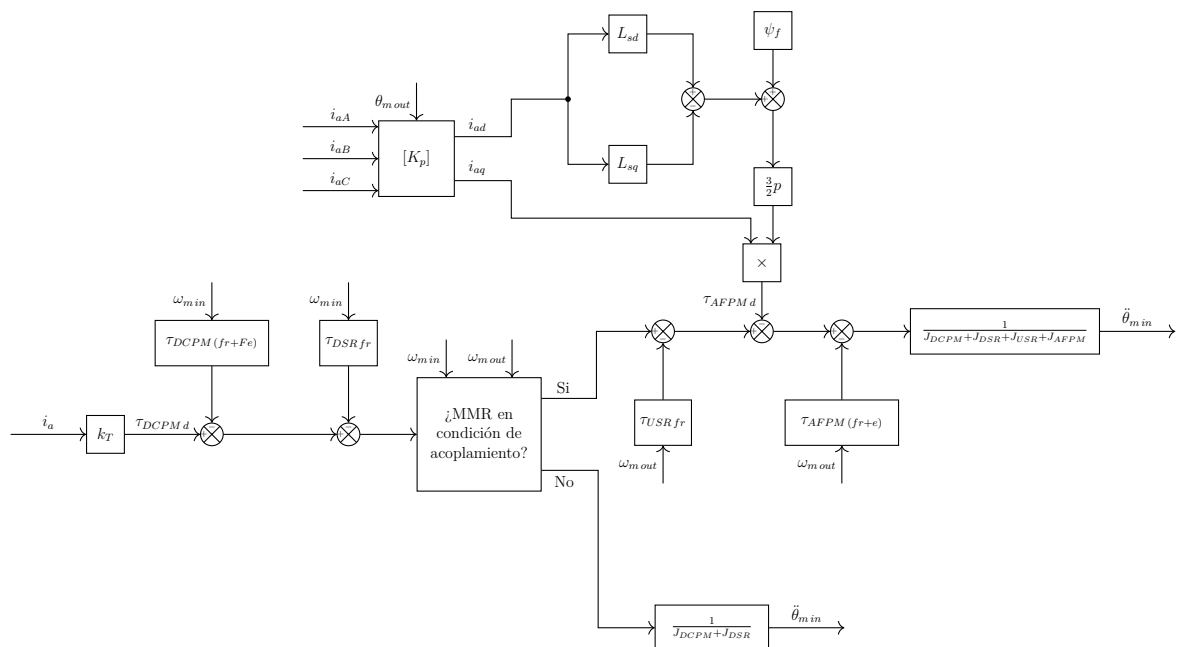


Figura H.1: Diagrama en bloques





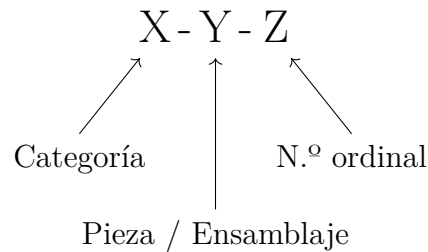
# Apéndice I

## Dibujos técnicos

En este apéndice se presentan los dibujos técnicos de los elementos desarrollados en el presente trabajo para que los sensores de posición y velocidad angulares y de torque pudieran ser instalados y operados. Los planos se adecúan a las normativas IRAM 4501, 4504, 4505, 4513, 4524 y 4540. Además, en el diseño de los componentes se tuvieron en cuenta las recomendaciones de la norma ISA para la elección de los ajustes y la norma DIN 6885 A para el dimensionamiento de chaveteros y chavetas.

### I.1. Codificación

Cada dibujo tiene un número asociado que se ajusta a la siguiente codificación:



<b>N.º de dibujo</b>	<b>Categoría</b>	<b>Tipo</b>	<b>Título</b>
1-1-1	Sensor de posición y velocidad angular	Pieza	Estructural
1-1-2	Sensor de posición y velocidad angular	Pieza	Pieza L
1-1-3	Sensor de posición y velocidad angular	Pieza	Pieza U
1-1-4	Sensor de posición y velocidad angular	Pieza	Base de la placa de alojamiento del encoder
1-1-5	Sensor de posición y velocidad angular	Pieza	Placa de alojamiento del encoder
1-1-6	Sensor de posición y velocidad angular	Pieza	Polea del eje del encoder
1-1-7	Sensor de posición y velocidad angular	Pieza	Polea del eje de instrumentación
2-1-1	Sensor de torque	Pieza	Masa de acoplamiento
2-1-2	Sensor de torque	Pieza	Disco
3-1-1	Eje de instrumentación	Pieza	Eje
3-1-2	Eje de instrumentación	Pieza	Chaveta
3-1-3	Eje de instrumentación	Pieza	Brida hembra
3-1-4	Eje de instrumentación	Pieza	Brida macho
4-2-1	Ensamblaje de instrumentación	Ensamblaje	Ensamblaje de instrumentación: Vista explosionada

4

3

2

1

F

F

E

E

D

D

C

C

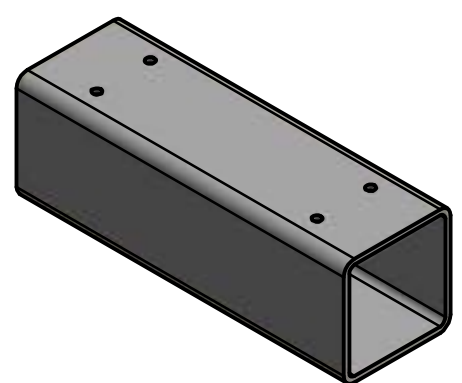
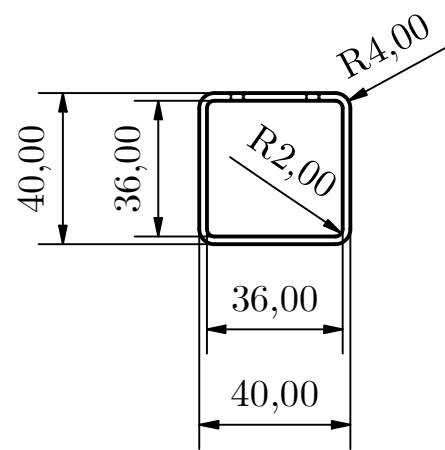
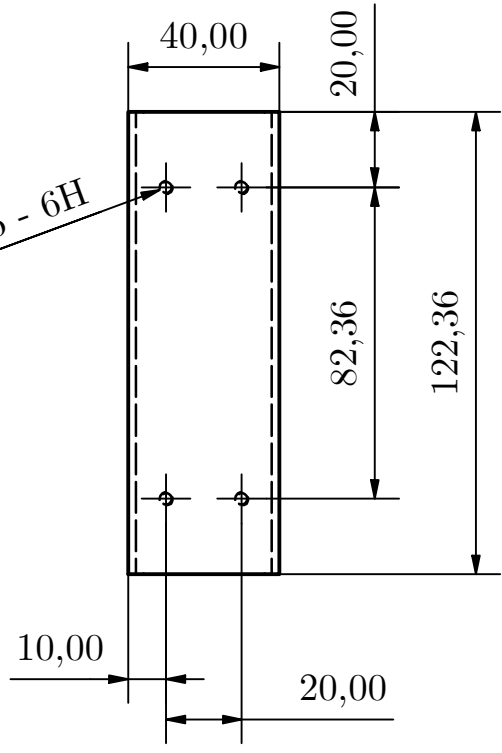
B

B

A

A

M3x0.5 - 6H



NOMBRE		FIRMA	FECHA	REVISIÓN	TÍTULO:
DIBUJ.	Montanelli, Luciano N.			1	Estructural [2 piezas]
VERIF.					
MATERIAL:				N.º DE DIBUJO	
SAE 1020				1-1-1	
MASA [g]: 282				ESCALA: 1 : 2	
				HOJA 1 DE 1	
				A4	

4

3

2

1

4

3

2

1

F

F

E

E

D

D

C

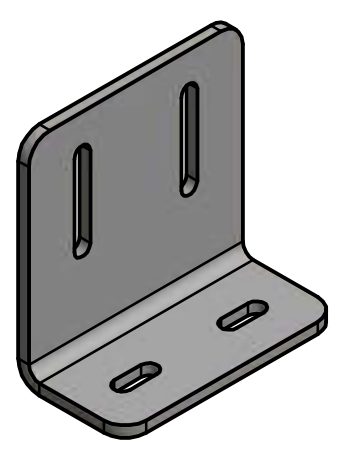
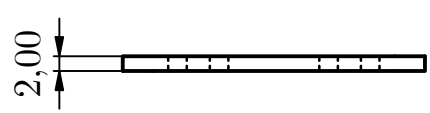
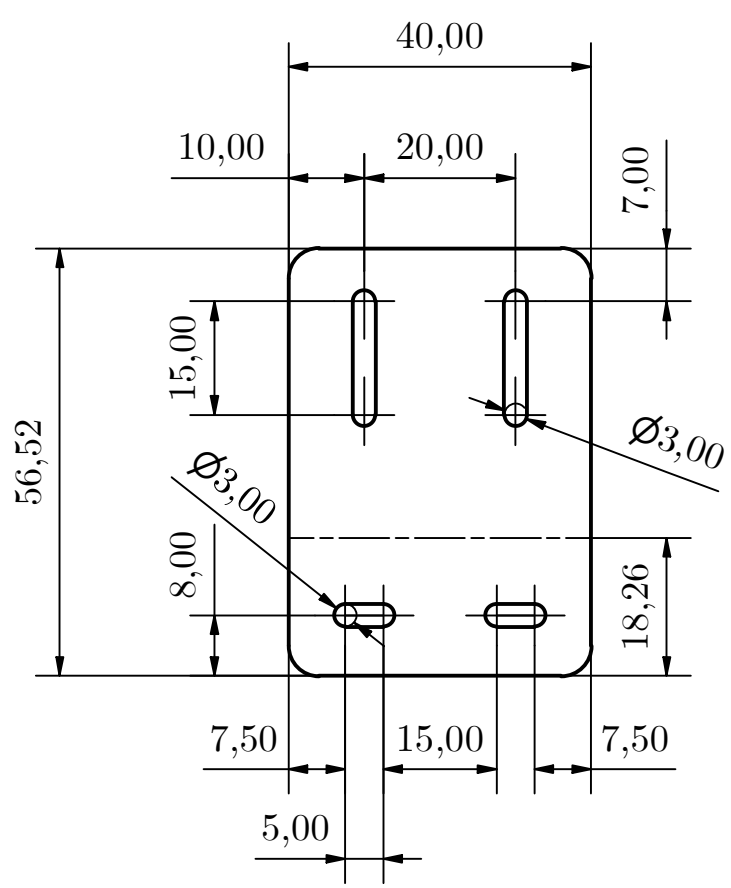
C

B

B

A

A



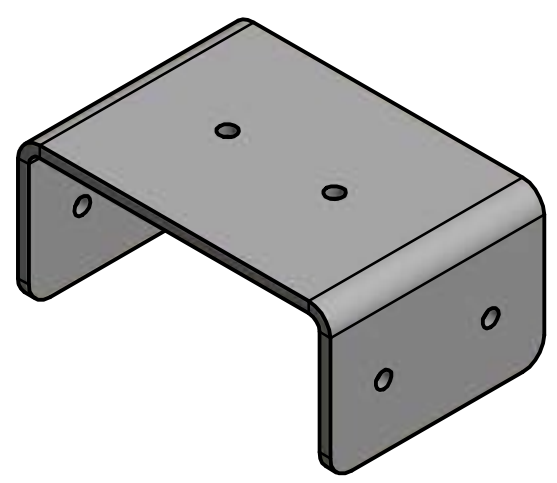
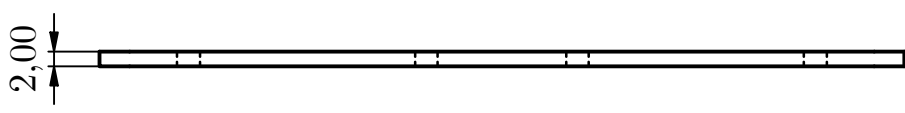
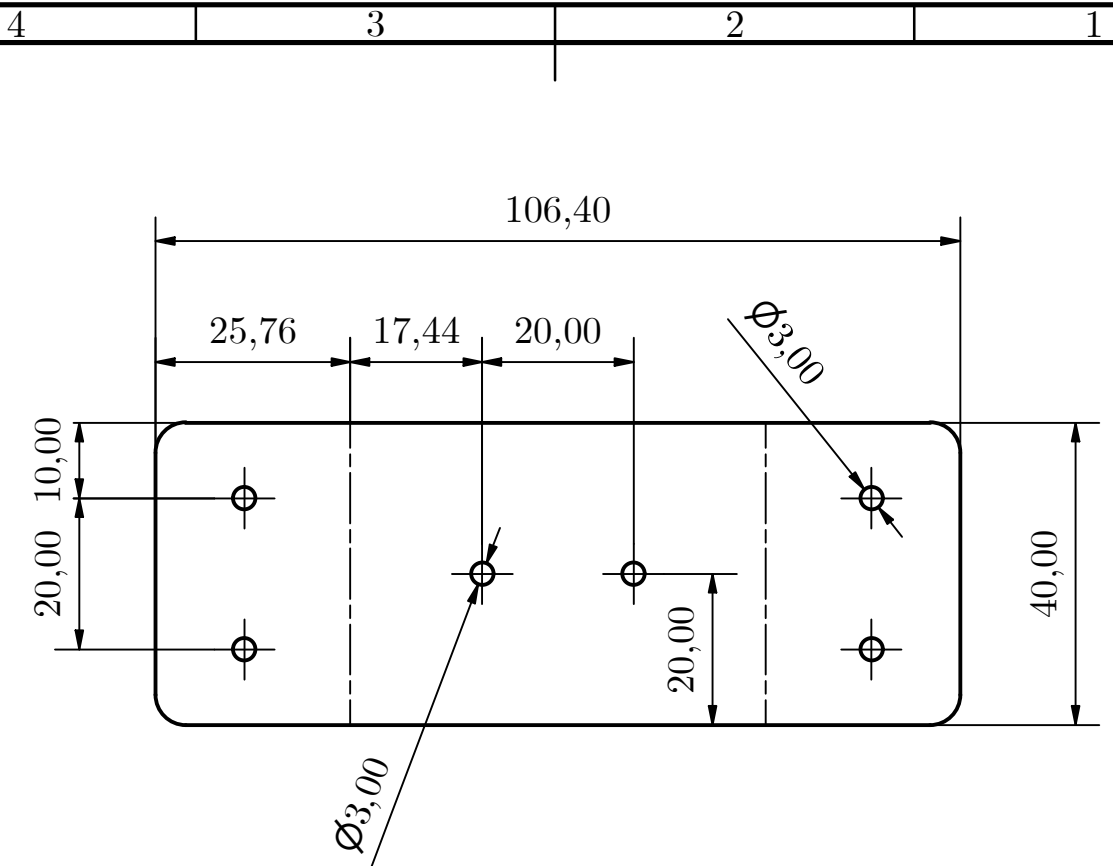
NOMBRE		FIRMA	FECHA	REVISIÓN	TÍTULO:
DIBUJ.	Montanelli, Luciano N.			1	Pieza L [4 piezas]
VERIF.					
MATERIAL:				N.º DE DIBUJO	
SAE 1020				1-1-2	
MASA [g]: 33				ESCALA: 1 : 1	
				HOJA 1 DE 1	
				A4	

4

3

2

1



NOMBRE		FIRMA	FECHA	REVISIÓN	TÍTULO:
DIBUJ.	Montanelli, Luciano N.			1	Pieza U [2 piezas]
VERIF.					
MATERIAL:				N.º DE DIBUJO	
SAE 1020				1-1-3	
MASA [g]: 66				ESCALA: 1 : 1	
				HOJA 1 DE 1	

A4

4

3

2

1

F

F

E

E

D

D

C

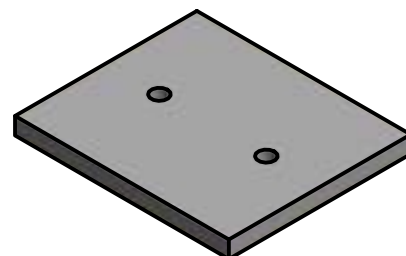
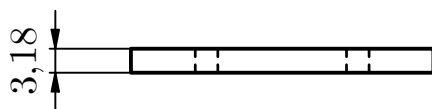
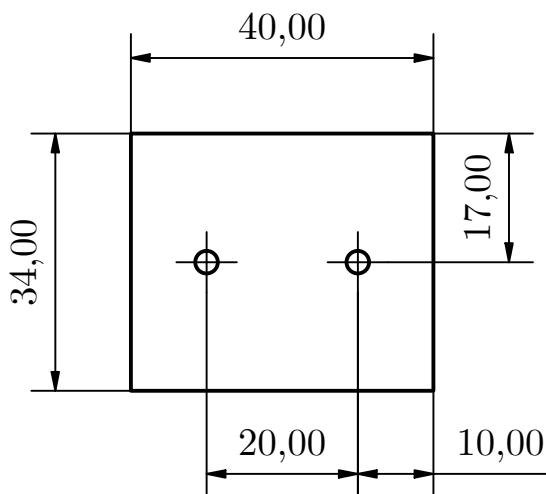
C

B

B

A

A



NOMBRE		FIRMA	FECHA	REVISIÓN	TÍTULO:
DIBUJ.	Montanelli, Luciano N.			1	Base de la placa de alojamiento del encoder [2 piezas]
VERIF.					
MATERIAL:				N.º DE DIBUJO	A4
SAE 1020				1-1-4	
MASA [g]: 34				ESCALA: 1 : 1	HOJA 1 DE 1

4

3

2

1

4

3

2

1

F

F

E

E

D

D

C

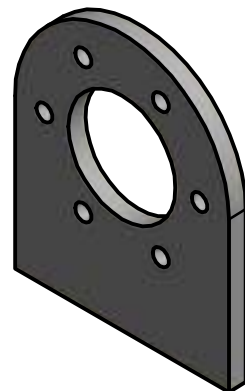
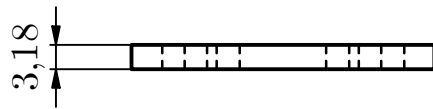
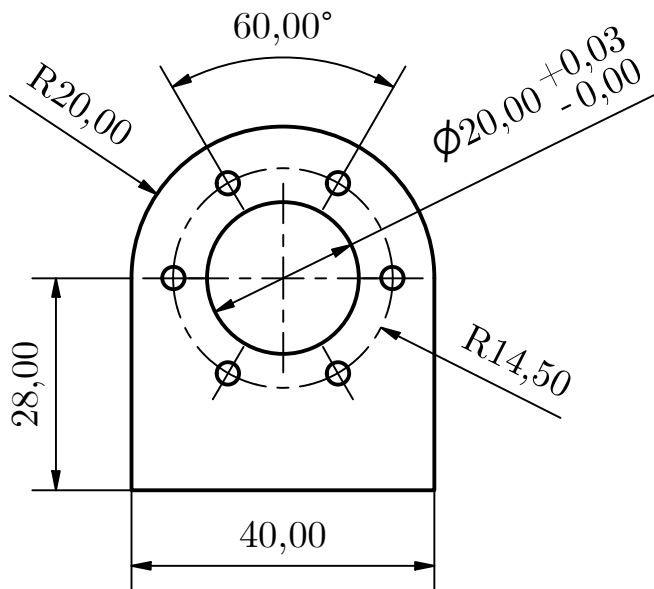
C

B

B

A

A



NOMBRE		FIRMA	FECHA	REVISIÓN	TÍTULO:
DIBUJ.	Montanelli, Luciano N.			1	Placa de alojamiento del encoder [2 piezas]
VERIF.					
MATERIAL:				N.º DE DIBUJO	
SAE 1020				1-1-5	
MASA [g]: 35				ESCALA: 1 : 1	
				HOJA 1 DE 1	

4

3

2

1

4

3

2

1

F

F

E

E

D

D

C

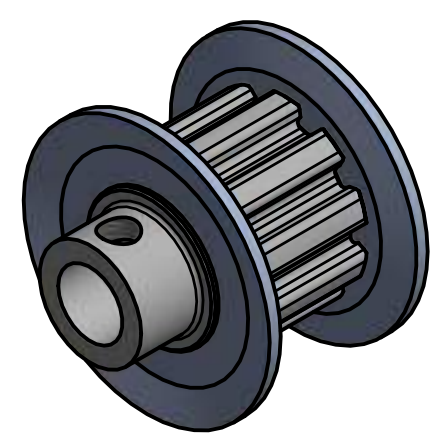
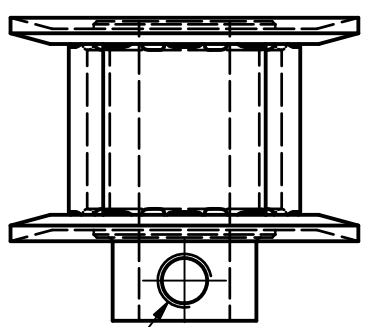
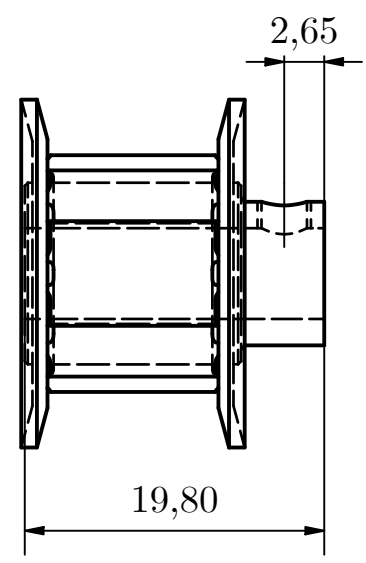
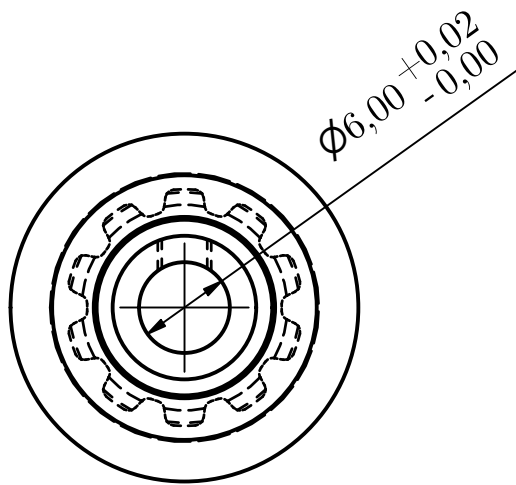
C

B

B

A

A



NOMBRE		FIRMA	FECHA	REVISIÓN	TÍTULO:
DIBUJ.	Montanelli, Luciano N.			1	Polea del eje del encoder [2 piezas]
VERIF.					
MATERIAL:				N.º DE DIBUJO	
Acero				1-1-6	
MASA [g]: 21				ESCALA: 2 : 1	
				HOJA 1 DE 1	

4

3

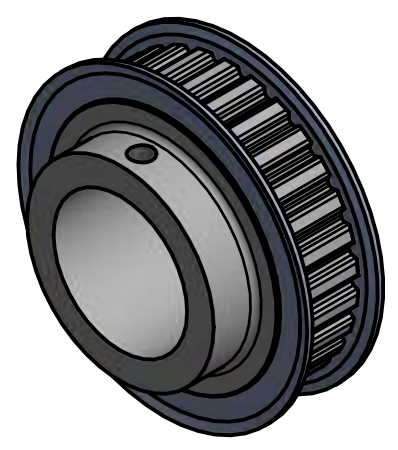
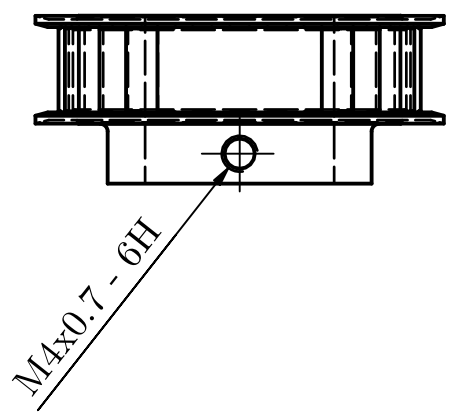
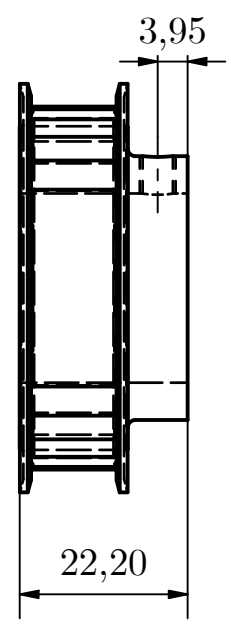
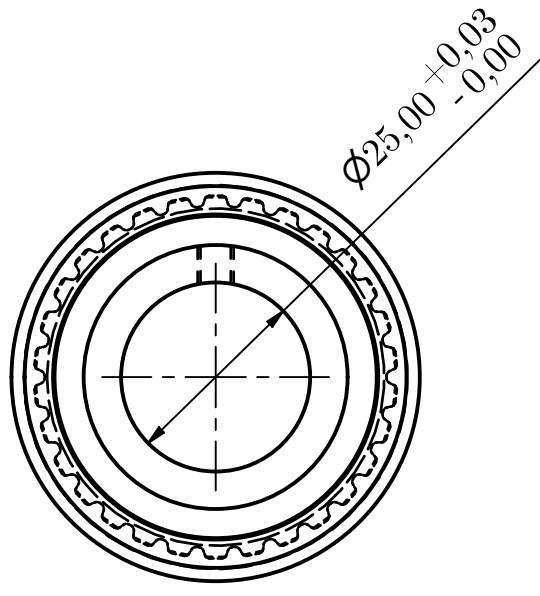
2

1



4 3 2 1

F  
E  
D  
C  
B  
A



NOMBRE		FIRMA	FECHA	REVISIÓN	TÍTULO:
DIBUJ.	Montanelli, Luciano N.			1	Polea del eje de instrumentación [2 piezas]
VERIF.					
MATERIAL:				N.º DE DIBUJO	
Acero				1-1-7	
MASA [g]: 174				ESCALA: 1 : 1	
				HOJA 1 DE 1	

4 3 2 1

F  
E  
D  
C  
B  
A

4

3

2

1

F

F

E

E

D

D

C

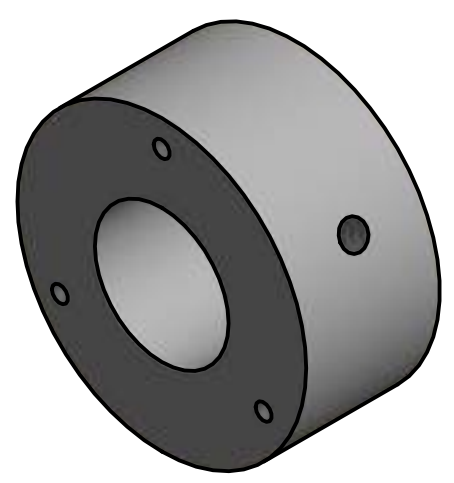
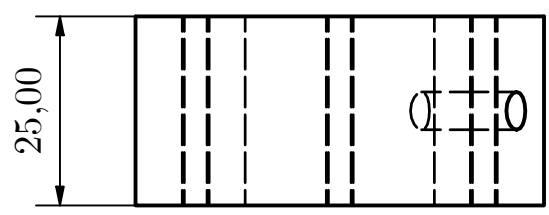
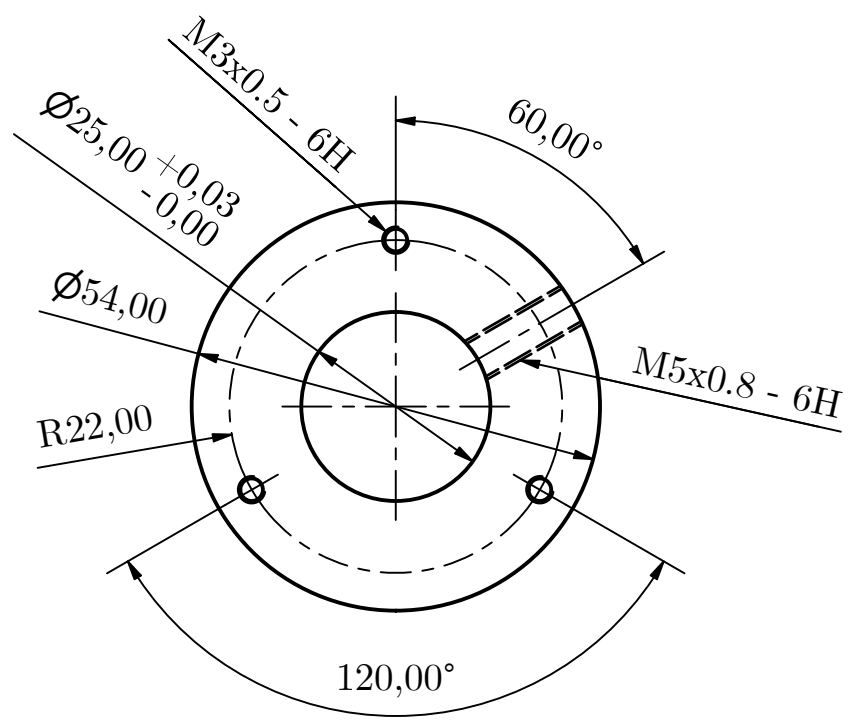
C

B

B

A

A



NOMBRE		FIRMA	FECHA	REVISIÓN	TÍTULO:
DIBUJ.	Montanelli, Luciano N.			1	Masa de acoplamiento [2 piezas]
VERIF.					
MATERIAL:				N.º DE DIBUJO	
SAE 1045				2-1-1	
MASA [g]: 339				ESCALA: 1 : 1	
				HOJA 1 DE 1	

4

3

2

1

4

3

2

1

F

F

E

E

D

D

C

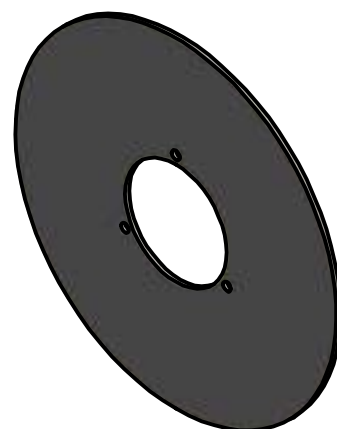
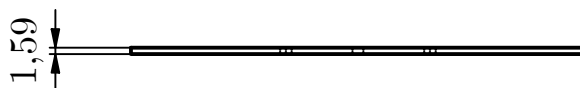
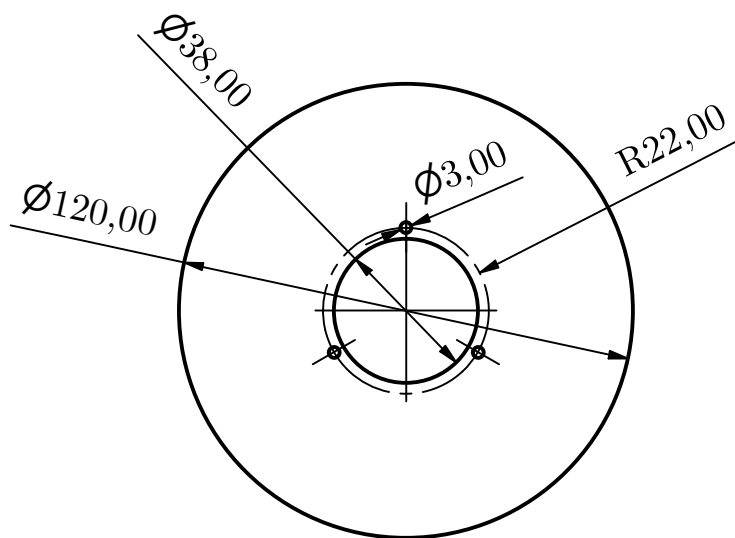
C

B

B

A

A



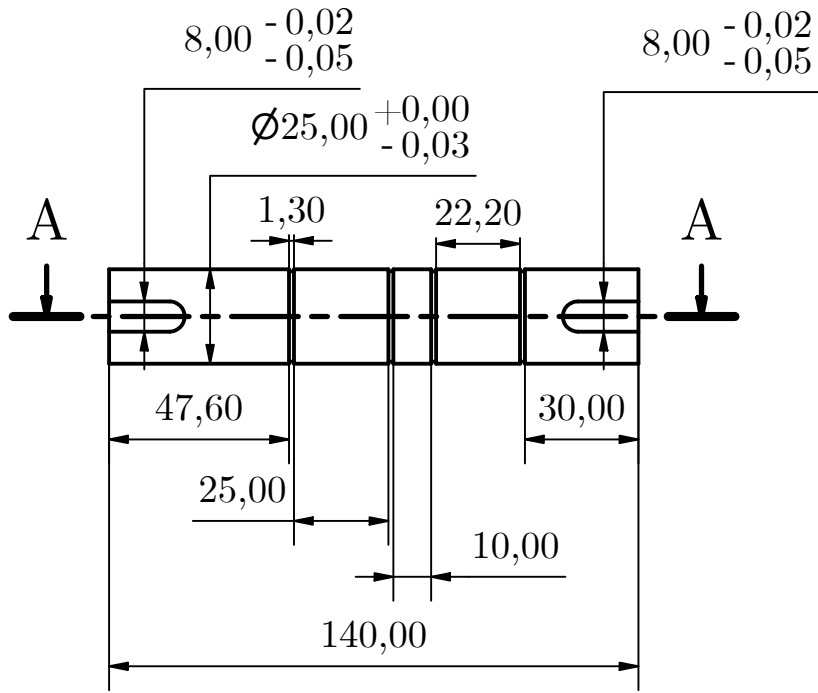
NOMBRE		FIRMA	FECHA	REVISIÓN	TÍTULO:
DIBUJ.	Montanelli, Luciano N.			1	Disco [2 piezas]
VERIF.					
MATERIAL:				N.º DE DIBUJO	
SAE 1020				2-1-2	
MASA [g]: 127				ESCALA: 1 : 2	
				HOJA 1 DE 1	
				A4	

4

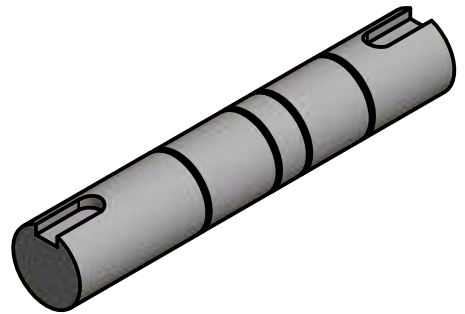
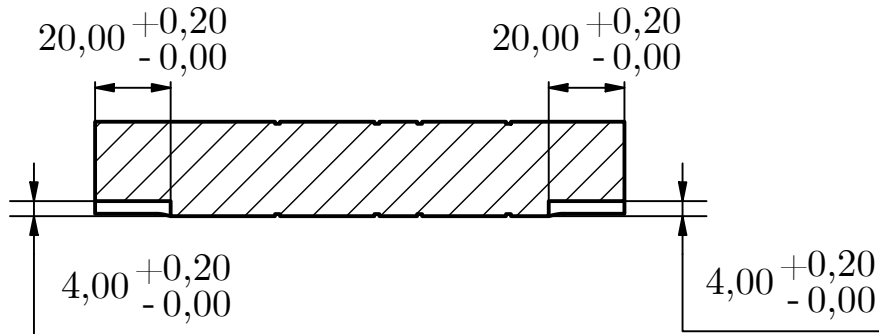
3

2

1



SECCIÓN A-A



NOMBRE		FIRMA	FECHA	REVISIÓN	TÍTULO:
DIBUJ.	Montanelli, Luciano N.			1	Eje [2 piezas]
VERIF.					
MATERIAL:				N.º DE DIBUJO	
SAE 1045				3-1-1	
MASA [g]: 517				ESCALA: 1 : 2	
				HOJA 1 DE 1	

A

4 3 2 1

4

3

2

1

F

F

E

E

D

D

C

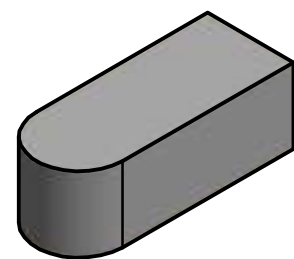
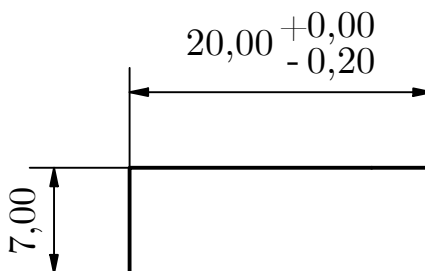
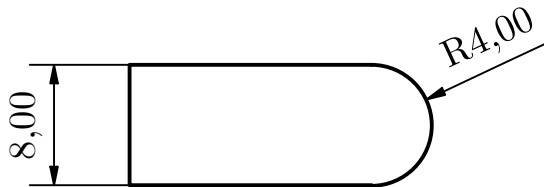
C

B

B

A

A



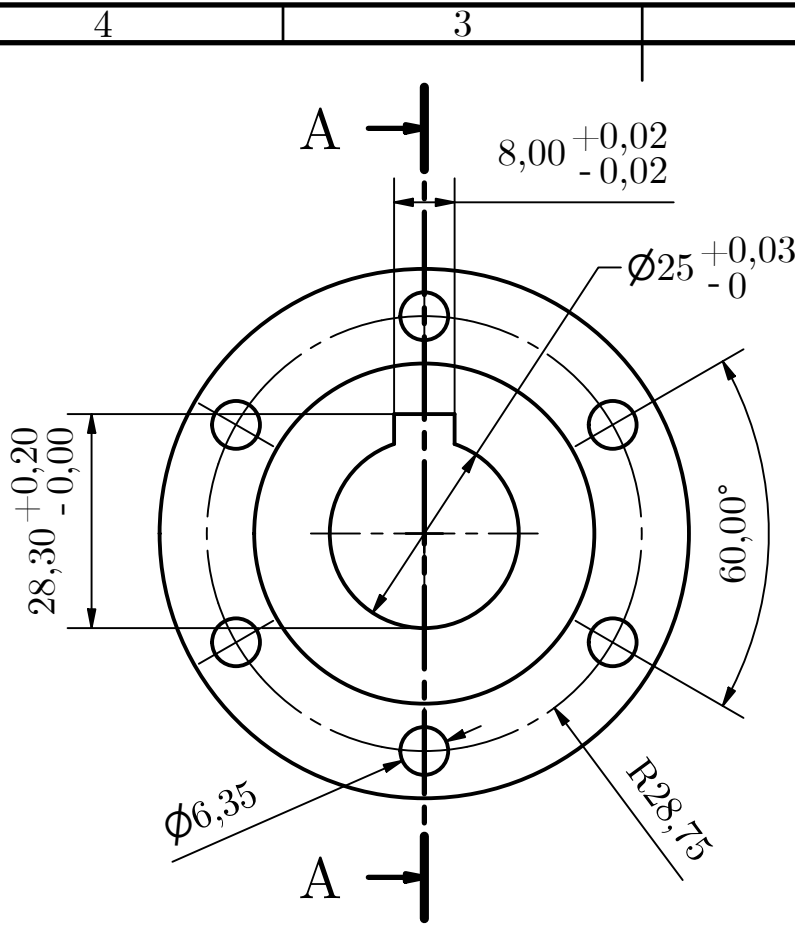
NOMBRE		FIRMA		FECHA		REVISIÓN		TÍTULO:	
DIBUJ.	Montanelli, Luciano N.					1		Chaveta [4 piezas]	
VERIF.									
MATERIAL:						N.º DE DIBUJO			
SAE 1045						3-1-2		A4	
MASA [g]: 8						ESCALA: 2 : 1		HOJA 1 DE 1	

4

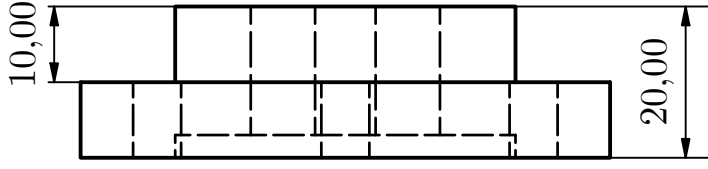
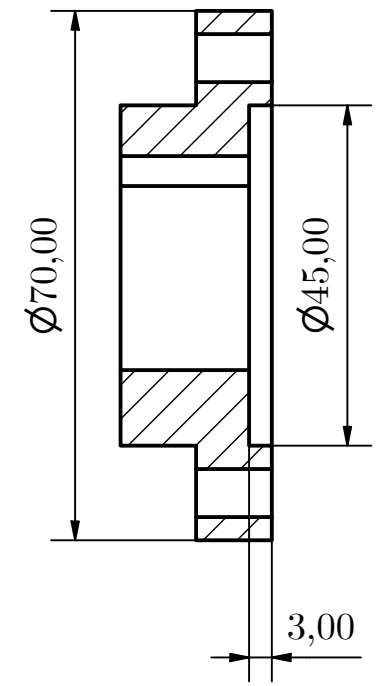
3

2

1



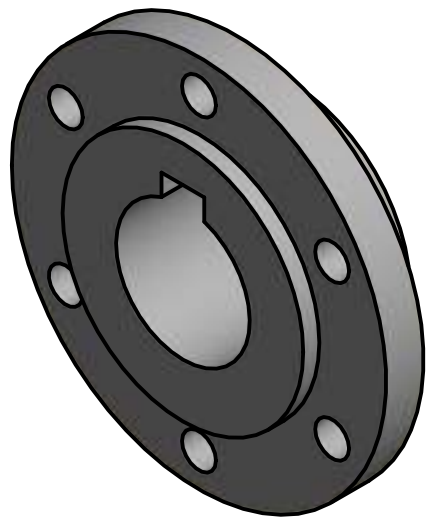
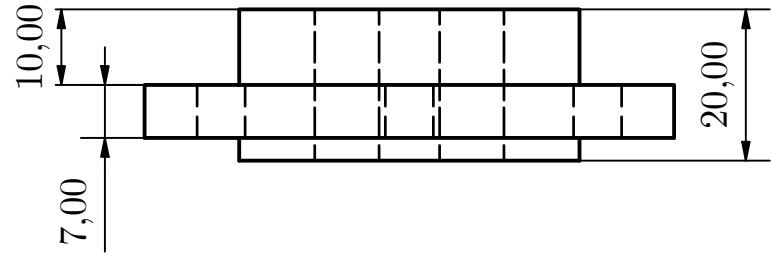
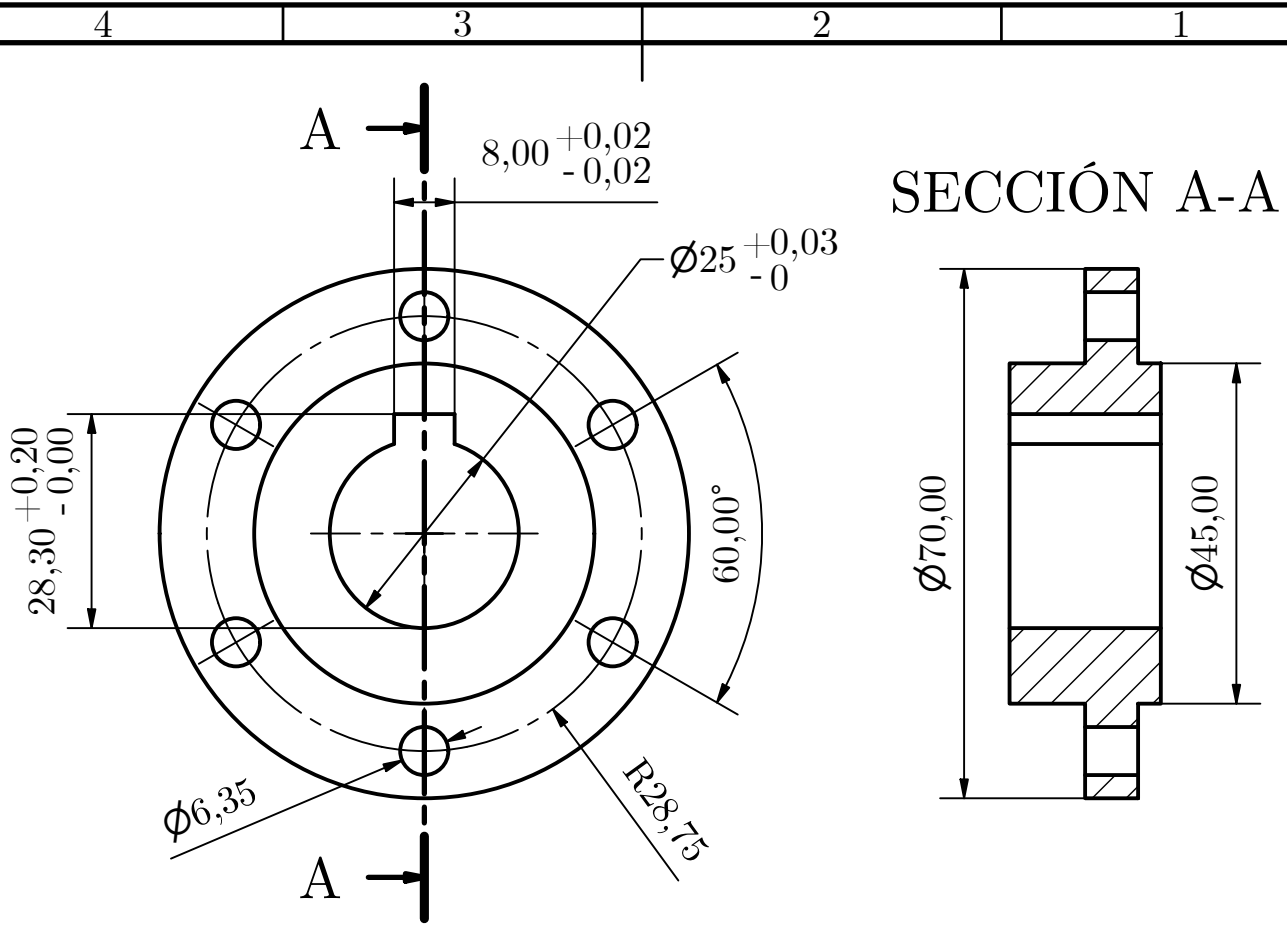
SECCIÓN A-A



NOMBRE		FIRMA	FECHA	REVISIÓN	TÍTULO:
DIBUJ.	Montanelli, Luciano N.			1	Brida hembra [2 piezas]
VERIF.					
MATERIAL:				N.º DE DIBUJO	
SAE 1045				3-1-3	
MASA [g]: 298				ESCALA: 1 : 1	
				HOJA 1 DE 1	

A

A



NOMBRE		FIRMA	FECHA	REVISIÓN	TÍTULO:
DIBUJ.	Montanelli, Luciano N.			1	Brida macho [2 piezas]
VERIF.					
MATERIAL:				N.º DE DIBUJO	
SAE 1045				3-1-4	
MASA [g]: 275				ESCALA: 1 : 1	
				HOJA 1 DE 1	

F  
E  
D  
C  
B  
A

F  
E  
D  
C  
B  
A

4 3 2 1

4 3 2 1

